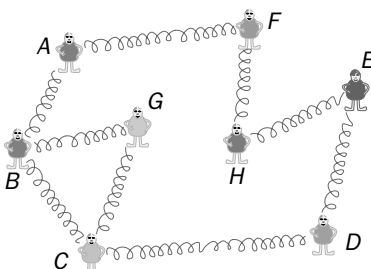


# 3 Potencias y raíz cuadrada

## ACTIVIDADES INICIALES

3.I. El siguiente esquema muestra las relaciones que existen en un grupo de 8 personas.



Encuentra las cadenas más cortas que relacionan A con D y B con E.

*ABCD, BCDE*

3.II. ¿Participas en alguna red social? Si es así, ¿cuántos contactos tienes? Si cada uno de ellos tiene tantos contactos como tú, ¿cuántos contactos con un grado de separación tendrás como máximo? ¿Y con dos?

Si todos tienen  $n$  contactos y estos no están repetidos, una persona tendrá  $n^2$  contactos con un grado de separación y  $n^3$  con dos.

3.III. Enumera al menos dos ventajas y dos inconvenientes de participar en redes sociales, y ponlos en común con tus compañeros.

Respuesta abierta.

## ACTIVIDADES PROPUESTAS

3.1. Actividad resuelta.

3.2. Indica la base y el exponente de las siguientes potencias y calcula su valor.

- |                                     |   |             |              |
|-------------------------------------|---|-------------|--------------|
| a) $2^4$                            | c) $4^3$                                      | e) $3^5$    | g) $(-10)^4$ |
| b) $3^4$                            | d) $5^3$                                      | f) $(-2)^5$ | h) $-(6^2)$  |
| a) Base 2, exponente 4; $2^4 = 16$  | e) Base 3, exponente 5; $3^5 = 243$           |             |              |
| b) Base 3, exponente 4; $3^4 = 81$  | f) Base -2, exponente 5; $(-2)^5 = -32$       |             |              |
| c) Base 4, exponente 3; $4^3 = 64$  | g) Base -10, exponente 4; $(-10)^4 = 10\ 000$ |             |              |
| d) Base 5, exponente 3; $5^3 = 125$ | h) Base 6, exponente 2; $-(6^2) = -36$        |             |              |

3.3. Copia en tu cuaderno y completa:

- |                        |                           |                            |
|------------------------|---------------------------|----------------------------|
| a) $2^{\square} = 128$ | c) $5^{\square} = 625$    | e) $(-4)^{\square} = 16$   |
| b) $3^{\square} = 243$ | d) $(-3)^{\square} = -27$ | f) $(-2)^{\square} = 1024$ |
| a) $2^7 = 128$         | c) $5^4 = 625$            | e) $(-4)^2 = 16$           |
| b) $3^5 = 243$         | d) $(-3)^3 = -27$         | f) $(-2)^{10} = 1024$      |

3.4. Indica el valor de las siguientes expresiones.

- a)  $-3^4$                       c)  $-(5)^4$                       e)  $-(-2)^7$   
 b)  $(-3)^4$                       d)  $-(-5)^5$                       f)  $(-2)^8$   
 a)  $-3^4 = -81$                       c)  $-(5)^4 = -625$                       e)  $-(-2)^7 = 128$   
 b)  $(-3)^4 = 81$                       d)  $-(-5)^5 = 3125$                       f)  $(-2)^8 = -256$

3.5. Copia en tu cuaderno y completa esta tabla:

Potencia	Base	Exponente	Valor
	7		343
$10^5$			
$(-6)^3$	-6	3	-216
	-3	4	
	-4		16
		3	-1000

Potencia	Base	Exponente	Valor
$7^3$	7	3	343
$10^5$	10	5	100 000
$(-6)^3$	-6	3	-216
$(-3)^4$	-3	4	81
$(-4)^2$	-4	2	16
$(-10)^3$	-10	3	-1000

3.6. Un palé de un supermercado contiene 16 cajas de leche, y cada una de ellas tiene 16 envases de 1 litro. Expresa el número total de litros de leche del palé, en forma de potencia 2 y en forma de potencias de 4.

El palé contiene  $16 \cdot 16 = 16^2$  cajas de leche:  $16^2 = (4^2)^2 = 4^4 = (2^2)^4 = 2^8$  cajas de leche.

3.7. Actividad interactiva.

3.8. Actividad resuelta.

3.9. Calcula  $(4 \cdot 2 \cdot 7)^2$  como producto de potencias.

$$(4 \cdot 2 \cdot 7)^2 = 4^2 \cdot 2^2 \cdot 7^2 = 16 \cdot 4 \cdot 49 = 3136$$

3.10. Efectúa esta división  $(12 : (-4))^4$  mediante un cociente de potencias.

$$[12 : (-4)]^4 = 12^4 : (-4)^4 = 20\,736 : 256 = 81$$

3.11. Realiza estas operaciones de dos maneras distintas.

- a)  $(3 \cdot 8 \cdot 5)^4$                       c)  $(6 : 2)^4$   
 b)  $(2 \cdot 3 \cdot (-3))^3$                       d)  $((-15) : 3)^3$   
 a)  $(3 \cdot 8 \cdot 5)^4 = 120^4 = 207\,360\,000$   
 $(3 \cdot 8 \cdot 5)^4 = 3^4 \cdot 8^4 \cdot 5^4 = 81 \cdot 4096 \cdot 625 = 207\,360\,000$   
 b)  $(2 \cdot 3 \cdot (-3))^3 = -18^3 = -5832$   
 $(2 \cdot 3 \cdot (-3))^3 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot (-3)^3 = 8 \cdot 27 \cdot (-27) = -5832$   
 c)  $(6 : 2)^4 = 3^4 = 81$   
 $(6 : 2)^4 = 6^4 : 2^4 = 1296 : 16 = 81$   
 d)  $((-15) : 3)^3 = (-5)^3 = -125$   
 $((-15) : 3)^3 = (-15)^3 : 3^3 = -3375 : 27 = -125$



3.19. Calcula el resultado de estas multiplicaciones.

- |  |  |
|--|--|
| a) $(-2)^4 \cdot (-2)$                   | c) $10^5 \cdot 10 \cdot 10^5$                                |
| b) $(-2)^4 \cdot (-2)^3$                 | d) $6 \cdot 6^2 \cdot 6$                                     |
| a) $(-2)^4 \cdot (-2) = (-2)^5 = -32$    | c) $10^5 \cdot 10 \cdot 10^5 = 10^{11} = 100\,000\,000\,000$ |
| b) $(-2)^4 \cdot (-2)^3 = (-2)^7 = -128$ | d) $6 \cdot 6^2 \cdot 6 = 6^4 = 1296$                        |

3.20. Expresa estas multiplicaciones en forma de una potencia única.

- |                                |                             |
|--------------------------------|-----------------------------|
| a) $9 \cdot (-3)^3 \cdot (-3)$ | e) $(5 - 7)^2 \cdot (-2)^3$ |
| b) $(-5)^2 \cdot 125$          | f) $27 \cdot 9$             |
| c) $(2 + 3)^3 \cdot 5^2$       | g) $(9 + 2) \cdot (-11)^2$  |
| d) $64 \cdot 2^3 \cdot 4$      | h) $16 \cdot 4 \cdot 2$     |
- a)  $9 \cdot (-3)^3 \cdot (-3) = (-3)^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-3) = (-3)^6$   
 b)  $(-5)^2 \cdot 125 = 5^2 \cdot 5^3 = 5^5$   
 c)  $(2 + 3)^3 \cdot 5^2 = 5^3 \cdot 5^2 = 5^5$   
 d)  $64 \cdot 2^3 \cdot 4 = 2^6 \cdot 2^3 \cdot 2^2 = 2^{11}$   
 e)  $(5 - 7)^2 \cdot (-2)^3 = (-2)^2 \cdot (-2)^3 = (-2)^5$   
 f)  $27 \cdot 9 = 3^3 \cdot 3^2 = 3^5$   
 g)  $(9 + 2) \cdot (-11)^2 = 11 \cdot 11^2 = 11^3$   
 h)  $16 \cdot 4 \cdot 2 = 2^4 \cdot 2^2 \cdot 2 = 2^7$

3.21. Escribe el producto  $(-4)^2 \cdot 4 \cdot 4^3$  como potencia de base 4 y de base 2.

$$(-4)^2 \cdot 4 \cdot 4^3 = 4^2 \cdot 4 \cdot 4^3 = 4^6 = (2^2)^6 = 2^{12}$$

3.22. Se sabe que 1 gigabyte (GB) equivale a  $2^{10}$  megabytes (MB). El pendrive de Silvia tiene 8 GB, y el de María,  $2^{11}$  MB. ¿Qué pendrive tiene más capacidad, el de María o el de Silvia?

$$8 \text{ GB} = 8 \cdot 2^{10} = 2^3 \cdot 2^{10} = 2^{13} \text{ MB tiene el pendrive de Silvia.}$$

Como  $2^{13} > 2^{11}$ , entonces el pendrive de Silvia tiene más capacidad.

3.23. Escribe en forma de potencia los siguientes cocientes y determina su valor.

- |                           |  |
|---------------------------|--|
| a) $3^5 : 3^2$            | c) $(-3)^3 : (-3)^3$                     |
| b) $2^6 : 2^2$            | d) $(-8)^7 : (-8)^2$                     |
| a) $3^5 : 3^2 = 3^3 = 27$ | c) $(-3)^3 : (-3)^3 = (-3)^0 = 1$        |
| b) $2^6 : 2^2 = 2^4 = 16$ | d) $(-8)^7 : (-8)^2 = (-8)^5 = -32\,768$ |

3.24. Calcula el resultado de estas divisiones.

- |                      |                     |
|----------------------|---------------------|
| a) $7^4 : 7^2$       | d) $(-15)^4 : 15^3$ |
| b) $(-3)^5 : (-3)^3$ | e) $(-6)^5 : 6^3$   |
| c) $4^6 : (-4)^2$    | f) $8^7 : (-8)^4$   |
- a)  $7^4 : 7^2 = 7^2 = 49$   
 b)  $(-3)^5 : (-3)^3 = (-3)^2 = 9$   
 c)  $4^6 : (-4)^2 = 4^6 : 4^2 = 4^4 = 256$   
 d)  $(-15)^4 : 15^3 = 15^4 : 15^3 = 15^1 = 15$   
 e)  $(-6)^5 : 6^3 = -6^5 : 6^3 = -6^2 = -36$   
 f)  $8^7 : (-8)^4 = 8^7 : 8^4 = 8^3 = 512$

3.25. Copia en tu cuaderno y completa estas igualdades con los números que correspondan.

- a)  $2^5 : 2^3 = 2^{\square} = \square$
- b)  $(-5)^3 : (-5)^2 = (-5)^{\square} = \square$
- c)  $(-3)^{12} : (-3)^{\square} = (-3)^3 = \square$
- d)  $7^{\square} : 7^5 = 7^8 = \square$
- e)  $4^{\square} : \square^6 = \square^3 = 64$

- a)  $2^5 : 2^3 = 2^2 = 4$
- b)  $(-5)^3 : (-5)^2 = (-5)^1 = -5$
- c)  $(-3)^{12} : (-3)^9 = (-3)^3 = -27$
- d)  $7^{13} : 7^5 = 7^8 = 5\,764\,801$
- e)  $4^9 : 4^6 = 4^3 = 64$

3.26. Expresa en potencias de la misma base y calcula las siguientes divisiones.

- |                      |                      |
|----------------------|----------------------|
| a) $5^4 : 25$        | e) $125 : 5^3$       |
| b) $(-81) : (-3)^3$  | f) $64 : 4^2$        |
| c) $(-343) : 49$     | g) $-(-32) : (-2)^3$ |
| d) $(1 + 4)^5 : 5^5$ | h) $(3 - 6)^3 : 9$   |
- 
- |  |   |
|--|---|
| a) $5^4 : 25 = 5^4 : 5^2 = 5^2 = 25$                 | e) $125 : 5^3 = 5^3 : 5^3 = 5^0 = 1$                              |
| b) $(-81) : (-3)^3 = -(-3^4) : (-3)^3 = -(-3)^1 = 3$ | f) $64 : 4^2 = 4^3 : 4^2 = 4^1 = 4$                               |
| c) $(-343) : 49 = -7^3 : 7^2 = (-7)^1$               | g) $-(-32) : (-2)^3 = -(-2)^5 : (-2)^3 = -(2^2) = -4$             |
| d) $(1 + 4)^5 : 5^5 = 5^5 : 5^5 = 5^0 = 1$           | h) $(3 - 6)^3 : 9 = (-3)^3 : 3^2 = (-3)^3 : (-3)^2 = (-3)^1 = -3$ |

3.27. Reduce a una sola potencia.

- |                            |                                      |
|----------------------------|--------------------------------------|
| a) $a^8 \cdot a \cdot a^2$ | e) $(a^7 \cdot a^4) : a^3$           |
| b) $a^2 \cdot a^3 : a^4$   | f) $a^9 : (a^7 : a^6)$               |
| c) $a^6 : (a \cdot a^3)$   | g) $(a^5 \cdot a) : (a^2 \cdot a^4)$ |
| d) $(a^6 : a) \cdot a^3$   | h) $(a^4 : a) \cdot (a^2 : a^2)$     |
- 
- |  |  |
|--|--|
| a) $a^8 \cdot a \cdot a^2 = a^{11}$            | e) $(a^7 \cdot a^4) : a^3 = a^{11} : a^3 = a^8$            |
| b) $a^2 \cdot a^3 : a^4 = a^1$                 | f) $a^9 : (a^7 : a^6) = a^9 : a = a^8$                     |
| c) $a^6 : (a \cdot a^3) = a^6 : a^4 = a^2$     | g) $(a^5 \cdot a) : (a^2 \cdot a^4) = a^6 : a^6 = a^0 = 1$ |
| d) $(a^6 : a) \cdot a^3 = a^5 \cdot a^3 = a^8$ | h) $(a^4 : a) \cdot (a^2 : a^2) = a^3 \cdot a^0 = a^3$     |

3.28. Expresa como una sola potencia y calcula:

- |                                 |                                      |                               |
|---------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| a) $(2^3 \cdot 5^3) \cdot 10^2$ | c) $(18^2 : 9^2) \cdot (12^3 : 6^3)$ | e) $25^2 \cdot (4^6 : 4^4)$   |
| b) $6^4 : (2^2 \cdot 3^2)$      | d) $(8^4 : 4^4) \cdot 2^3$           | f) $(81 : 27)^4 : (27 : 9)^3$ |
- 
- a)  $(2^3 \cdot 5^3) \cdot 10^2 = 10^3 \cdot 10^2 = 10^5 = 100\,000$
  - b)  $6^4 : (2^2 \cdot 3^2) = 6^4 : 6^2 = 6^2 = 36$
  - c)  $(18^2 : 9^2) \cdot (12^3 : 6^3) = 2^2 \cdot 2^3 = 2^5 = 32$
  - d)  $(8^4 : 4^4) \cdot 2^3 = 2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$
  - e)  $25^2 \cdot (4^6 : 4^4) = 25^2 \cdot 4^2 = 100^2 = 10\,000$
  - f)  $(81 : 27)^4 : (27 : 9)^3 = 3^4 : 3^3 = 3$

3.29. Un centro escolar tiene dos salas cuadradas, una de 6 metros de lado y otra de 8 metros de lado, y quiere sustituirlas por una sola, cuya área sea la suma de las anteriores. ¿El área de la nueva sala es igual a la de una sala cuadrada de lado 14?

$A = 6^2 = 36 \text{ m}^2$  de la primera sala y  $A = 8^2 = 64 \text{ m}^2$  de la segunda.

La nueva sala tendrá  $36 + 64 = 100 \text{ m}^2$ ; por tanto, el lado de esta sala será de 10 m.

3.30. Actividad resuelta.

3.31. Actividad resuelta.

3.32. Calcula las siguientes potencias.

- a)  $(3^4)^2$       c)  $((-1)^2)^5$       e)  $((-1)^1)^0$   
 b)  $((-3)^2)^3$       d)  $((-10)^2)^2$       f)  $((-5)^2)^3$
- a)  $(3^4)^2 = 3^8 = 6561$       d)  $((-10)^2)^2 = (-10)^8 = 100\,000\,000$   
 b)  $((-3)^2)^3 = (-3)^6 = 729$       e)  $((-1)^1)^0 = (-1)^0 = 1$   
 c)  $((-1)^2)^5 = (-1)^{10} = 1$       f)  $((-5)^2)^3 = (-5)^6 = 15\,625$

3.33. Copia estas expresiones en tu cuaderno y completa los espacios con los números que faltan.

- a)  $3^{12} = (3^4)^{\square}$       b)  $5^{24} = (5^{\square})^{\square}$       c)  $(-3)^8 = ((-3)^{\square})^{\square}$       d)  $1 = (23^7)^{\square}$   
 a)  $3^{12} = (3^4)^3$       b)  $5^{24} = (5^4)^6$       c)  $(-3)^8 = ((-3)^2)^4$       d)  $1 = (23^7)^0$

3.34. Reduce a una sola potencia.

- a)  $(2^3)^0 \cdot 2^4$       c)  $((-2)^2)^3 : (12 : (-6))^4$   
 b)  $(3^3)^6 \cdot (2^9)^2$       d)  $(3^4 \cdot (3^2)^3) : (3^2)^4$
- a)  $(2^3)^0 \cdot 2^4 = 2^0 \cdot 2^4 = 2^4$       c)  $((-2)^2)^3 : (12 : (-6))^4 = (-2)^6 : (-2)^4 = (-2)^2$   
 b)  $(3^3)^6 \cdot (2^9)^2 = 3^{18} \cdot 2^{18} = (3 \cdot 2)^{18} = 6^{18}$       d)  $(3^4 \cdot (3^2)^3) : (3^2)^4 = (3^4 \cdot 3^6) : 3^8 = 3^{10} : 3^8 = 3^2$

3.35. Copia en tu cuaderno y completa esta tabla:

Potencia de potencia	Base	Exponente	Potencia	Signo
$((-7)^4)^2$	-7	8	$(-7)^8$	+
$((-13)^{15})^5$				
	-10	$2 \cdot 3 \cdot 5$		
			$(-5)^{36}$	

Potencia de potencia	Base	Exponente	Potencia	Signo
$((-7)^4)^2$	-7	8	$(-7)^8$	+
$((-13)^{15})^5$	-13	75	$(-13)^{75}$	-
$((-10)^2)^3$	-10	$2 \cdot 3 \cdot 5$	$(-10)^{30}$	+
$((-5)^6)^6$	-5	$6 \cdot 6$	$(-5)^{36}$	+

3.36. Expresa las siguientes potencias como potencias de potencias:

- a)  $4^2$                       b)  $9^2$                       c)  $16^3$                       d)  $(-25)^4$   
 a)  $4^2 = (2^2)^2$               b)  $9^2 = (3^2)^2$               c)  $16^3 = (4^2)^3$               d)  $(-25)^4 = 25^4 = (5^2)^4$

3.37. Reduce a una sola potencia y calcula:

- a)  $(3^2)^4 \cdot (3^6 : 3^2) : (3^5)^2$                       c)  $(3^2 + 4^2)^2 : 125$   
 b)  $(5^2 \cdot 10^2) : (5^2)^2$                       d)  $(8^2 : 4)^3 : 4^3$   
 a)  $(3^2)^4 \cdot (3^6 : 3^2) : (3^5)^2 = (3^8 \cdot 3^4) : 3^{10} = 3^2 = 9$   
 b)  $(5^2 \cdot 10^2) : (5^2)^2 = 50^2 : 25^2 = 2^2 = 4$   
 c)  $(3^2 + 4^2)^2 : 125 = (9 + 16)^2 : 5^3 = 25^2 : 5^3 = (5^2)^2 : 5^3 = 5^4 : 5^3 = 5$   
 d)  $(8^2 : 4)^3 : 4^3 = ((2^3)^2 : 2^2)^3 : (2^2)^3 = (2^6 : 2^2)^3 : 2^6 = (2^4)^3 : 2^6 = 2^{12} : 2^6 = 2^6 = 64$

3.38. Actividad interactiva.

3.39. Actividad resuelta.

3.40. Haz una tabla de cuadrados perfectos comprendidos entre 100 y 300.

Números	10	11						
Cuadrados perfectos								
Números	10	11	12	13	14	15	16	17
Cuadrados perfectos	100	121	144	169	196	225	256	289

3.41. Calcula las raíces cuadradas exactas de los siguientes números.

- a)  $5^4$               b)  $3^4$               c)  $2^8$               d)  $2^{10}$               e)  $5^4$               f)  $3^4$   
 a)  $5^2$ , pues  $(5^2)^2 = 5^4$               c)  $2^4$ , pues  $(2^4)^2 = 2^8$               e)  $5^2$ , pues  $(5^2)^2 = 5^4$   
 b)  $3^2$ , pues  $(3^2)^2 = 3^4$               d)  $2^5$ , pues  $(2^5)^2 = 2^{10}$               f)  $3^2$ , pues  $(3^2)^2 = 3^4$

3.42. Averigua si estos números son cuadrados perfectos y, en el caso de que lo sean, halla su raíz cuadrada exacta.

- a) 121    c) 444  
 b) 256    d) 1600  
 a)  $121 = 11^2$ . Luego 121 es cuadrado perfecto.  
 b)  $256 = 16^2$ . Luego 256 es cuadrado perfecto.  
 c)  $21^2 = 441$  y  $22^2 = 484 \rightarrow 21^2 < 444 < 22^2$ . Luego 444 no es cuadrado perfecto.  
 d)  $1600 = 40^2$ . Luego 1600 es cuadrado perfecto.

3.43. El patio de un colegio es cuadrado. Si su área mide 961 metros cuadrados, ¿cuánto mide cada lado?

$961 = l^2$ . Luego el lado del cuadrado es  $\sqrt{961}$ . Por tanto, el lado del patio mide 31 m.

3.44. Actividad interactiva.

3.45. Actividad resuelta.

3.46. Copia estos cálculos en tu cuaderno y complétalos con los números que correspondan.

a)  $11^2 < 130 < 12^2$

b)  $\square^2 < 375 < \square^2$

La raíz entera de 130 es  $\square$ .

La raíz entera de 375 es  $\square$ .

Resto:  $130 - 11^2 = \square$

Resto:  $375 - \square^2 = \square$

a) La raíz entera de 130 es 11. Resto:  $130 - 11^2 = 130 - 121 = 9$

b)  $19^2 < 375 < 20^2$ . La raíz entera de 375 es 19. Resto:  $375 - 19^2 = 375 - 361 = 14$

3.47. Indica el valor de la raíz cuadrada entera y el resto de cada número.

a) 18

c) 75

e) 150

b) 21

d) 140

f) 1 003

a)  $16 < 18 < 25 \rightarrow 4^2 < 18 < 5^2 \rightarrow \sqrt{18} = 4$ . Resto:  $18 - 16 = 2$

b)  $16 < 21 < 25 \rightarrow 4^2 < 21 < 5^2 \rightarrow \sqrt{21} = 4$ . Resto:  $21 - 16 = 5$

c)  $64 < 75 < 81 \rightarrow 8^2 < 75 < 9^2 \rightarrow \sqrt{75} = 8$ . Resto:  $75 - 64 = 11$

d)  $121 < 140 < 144 \rightarrow 11^2 < 140 < 12^2 \rightarrow \sqrt{140} = 11$ . Resto:  $140 - 121 = 19$

e)  $144 < 150 < 169 \rightarrow 12^2 < 150 < 13^2 \rightarrow \sqrt{150} = 12$ . Resto:  $150 - 144 = 6$

f)  $961 < 1003 < 1024 \rightarrow 31^2 < 1003 < 32^2 \rightarrow \sqrt{1003} = 31$ . Resto:  $1003 - 961 = 42$

3.48. Se quieren plantar 147 árboles de forma que llenen un área cuadrada. ¿Cuántas filas de árboles tendrá la plantación? ¿Sobra algún árbol?

$144 < 147 < 169 \rightarrow 12^2 < 147 < 13^2 \rightarrow \sqrt{147} = 12$ . Resto:  $147 - 144 = 3$ . Por tanto, sobran 3.

3.49. La raíz cuadrada entera de un número es 13 y el resto de la raíz es 5. ¿Cuál es el número?

$13^2 + 5 = 169 + 5 = 174$ . Por tanto, el número es 174.

3.50. La raíz cuadrada entera de un número es igual a 32. ¿Cuántos números pueden ser? ¿Cuál es el mayor valor que puede tomar el resto?

$32^2 \leq n < 33^2 \rightarrow 1024 \leq n < 1089$ . Por tanto, puede ser cualquier número mayor o igual que 1024 y menor que 1089.

Entre 1024 y 1089, sin contar el 1089 hay  $1089 - 1024 = 65$  números.

3.51. Actividad interactiva.

## EJERCICIOS

Potencias de exponente natural

3.52. Expresa estas multiplicaciones en forma de potencia.

a)  $5 \cdot 5 \cdot 5$

c)  $9 \cdot 9 \cdot 9$

e)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

b)  $8 \cdot 8$

d)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

f)  $15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15$

a)  $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$

c)  $9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^3$

e)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$

b)  $8 \cdot 8 = 8^2$

d)  $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$

f)  $15 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 15 = 15^4$





3.57. Determina el exponente de estas potencias.

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| a) $3^{\square} = 9$       | d) $4^{\square} = 64$      |
| b) $(-5)^{\square} = -125$ | e) $2^{\square} = 16$      |
| c) $10^{\square} = 1\ 000$ | f) $(-6)^{\square} = -216$ |
- 
- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| a) $3^2 = 9$       | d) $4^3 = 64$      |
| b) $(-5)^3 = -125$ | e) $2^4 = 16$      |
| c) $10^3 = 1000$   | f) $(-6)^3 = -216$ |

Operaciones con potencias

3.58. Calcula las siguientes potencias.

- |                                  |                  |
|----------------------------------|------------------|
| a) $(2 \cdot 4)^3$               | e) $(32 : 4)^3$  |
| b) $(7 \cdot 6)^6$               | f) $(8 : 2)^4$   |
| c) $(2 \cdot 5 \cdot 8)^2$       | g) $(-12 : 3)^5$ |
| d) $[(-5) \cdot (-3) \cdot 6]^3$ | h) $(-48 : 6)^3$ |
- 
- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| a) $(2 \cdot 4)^3 = 8^3 = 512$                     | e) $(32 : 4)^3 = 8^3 = 512$      |
| b) $(7 \cdot 6)^6 = 42^6 = 5\ 489\ 031\ 744$       | f) $(8 : 2)^4 = 4^4 = 256$       |
| c) $(2 \cdot 5 \cdot 8)^2 = 80^2 = 6400$           | g) $(-12 : 3)^5 = (-4)^5 = 1024$ |
| d) $[(-5) \cdot (-3) \cdot 6]^3 = 90^3 = 279\ 000$ | h) $(-48 : 6)^3 = (-8)^3 = -512$ |

3.59. Escribe en una sola potencia.

- |                            |                                      |
|----------------------------|--------------------------------------|
| a) $7^3 \cdot 7^2$         | d) $(2^3 : 2^3) \cdot 2^2$           |
| b) $2^3 \cdot 2 \cdot 2^4$ | e) $(3^5 \cdot 3) : 3^2$             |
| c) $6^4 : 6^2$             | f) $(5^4 \cdot 5^3) : (5 \cdot 5^2)$ |
- 
- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| a) $7^3 \cdot 7^2 = 7^5$         | d) $(2^3 : 2^3) \cdot 2^2 = 2^0 \cdot 2^2 = 2^2$       |
| b) $2^3 \cdot 2 \cdot 2^4 = 2^8$ | e) $(3^5 \cdot 3) : 3^2 = 3^6 : 3^2 = 3^4$             |
| c) $6^4 : 6^2 = 6^2$             | f) $(5^4 \cdot 5^3) : (5 \cdot 5^2) = 5^7 : 5^3 = 5^4$ |

3.60. Calcula el valor de estas potencias.

- |                 |                      |
|-----------------|----------------------|
| a) $((3)^2)^2$  | d) $((2)^2)^5$       |
| b) $((-1)^3)^3$ | e) $(((-2)^2)^2)^2$  |
| c) $((-1)^3)^4$ | f) $(((-10)^3)^2)^2$ |
- 
- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| a) $((3)^2)^2 = 3^4 = 81$       | d) $((2)^2)^5 = 2^{10} = 1024$                            |
| b) $((-1)^3)^3 = (-1)^9 = -1$   | e) $(((-2)^2)^2)^2 = (-2)^8 = 256$                        |
| c) $((-1)^3)^4 = (-1)^{12} = 1$ | f) $(((-10)^3)^2)^2 = (-10)^{12} = 1\ 000\ 000\ 000\ 000$ |

3.61. Halla estas potencias.

- |                |                |
|----------------|----------------|
| a) $(1 + 3)^2$ | c) $(3 + 4)^3$ |
| b) $(3 - 5)^2$ | d) $(1 - 5)^3$ |
- 
- |                             |                               |
|-----------------------------|-------------------------------|
| a) $(1 + 3)^2 = 4^2 = 16$   | c) $(3 + 4)^3 = 7^3 = 343$    |
| b) $(3 - 5)^2 = (-2)^2 = 4$ | d) $(1 - 5)^3 = (-4)^3 = -64$ |

3.62. Expresa como una sola potencia y calcula el resultado.

- |                     |                           |
|---------------------|---------------------------|
| a) $5^6 \cdot 2^6$  | e) $4^6 : 2^6$            |
| b) $20^2 \cdot 5^2$ | f) $1000^{10} : 500^{10}$ |
| c) $4^4 \cdot 5^4$  | g) $1000^3 : 200^3$       |
| d) $5^3 \cdot 3^3$  | h) $52^5 : 13^5$          |

- a)  $5^6 \cdot 2^6 = (5 \cdot 2)^6 = 10^6 = 1\ 000\ 000$   
 b)  $20^2 \cdot 5^2 = (20 \cdot 5)^2 = 100^2 = 10\ 000$   
 c)  $4^4 \cdot 5^4 = (4 \cdot 5)^4 = 20^4 = 160\ 000$   
 d)  $5^3 \cdot 3^3 = (5 \cdot 3)^3 = 15^3 = 3375$   
 e)  $4^6 : 2^6 = (4 : 2)^6 = 2^6 = 64$   
 f)  $1000^{10} : 500^{10} = (1000 : 500)^{10} = 2^{10} = 1024$   
 g)  $1000^3 : 200^3 = (1000 : 200)^3 = 5^3 = 125$   
 h)  $52^5 : 13^5 = (52 : 13)^5 = 4^5 = 1024$

3.63. Calcula las siguientes operaciones.

- a)  $1^2 + 2^2 + 3^2$   
 b)  $5^0 - 5^2 + (-5)^3 - (-5)^2$   
 c)  $(-2)^3 - (-2)^2 + (-2)^4 + (-2)^5$   
 d)  $3^3 - 2^0 + 7^1 - (-3)^2$   
 e)  $(-1)^0 - (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3$
- a)  $1^2 + 2^2 + 3^2 = 1 + 4 + 9 = 14$   
 b)  $5^0 - 5^2 + (-5)^3 - (-5)^2 = 1 - 25 + (-125) - 25 = 1 - 25 - 125 - 25 = -174$   
 c)  $(-2)^3 - (-2)^2 + (-2)^4 + (-2)^5 = -8 - 4 + 16 + (-32) = -8 - 4 + 16 - 32 = -28$   
 d)  $3^3 - 2^0 + 7^1 - (-3)^2 = 27 - 1 + 7 - 9 = 24$   
 e)  $(-1)^0 - (-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 = 1 - (-1) + 1 + (-1) = 1 + 1 + 1 - 1 = 2$

3.64. Halla las siguientes potencias.

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| a) $(3 - 2)^{52}$  | c) $(4 - 3)^{53}$   |
| b) $(1 - 2)^{101}$ | d) $(4 - 5)^{2002}$ |
- a)  $(3 - 2)^{52} = 1^{52} = 1$   
 b)  $(1 - 2)^{101} = (-1)^{101} = -1$   
 c)  $(4 - 3)^{53} = 1^{53} = 1$   
 d)  $(4 - 5)^{2002} = (-1)^{2002} = 1$

3.65. Calcula las siguientes operaciones.

- |                            |  |
|----------------------------|--|
| a) $4^2 - 5^3 : 5^2 + 6^2$ | d) $6^4 : 6^3 + 4^4 : 4^2$               |
| b) $6^2 - 6^2 : 6 + 6^3$   | e) $2^5 : 2^2 - 3^7 : 3^3$               |
| c) $5^4 + 5^3 - 5^2 - 5$   | f) $7^2 - 7^1 \cdot 7^2 + 7^2 \cdot 7^0$ |
- a)  $4^2 - 5^3 : 5^2 + 6^2 = 4^2 - 5 + 6^2 = 16 - 5 + 36 = 47$   
 b)  $6^2 - 6^2 : 6 + 6^3 = 6^2 - 6 + 6^3 = 36 - 6 + 216 = 246$   
 c)  $5^4 + 5^3 - 5^2 - 5 = 625 + 125 - 25 - 5 = 720$   
 d)  $6^4 : 6^3 + 4^4 : 4^2 = 6 + 4^2 = 6 + 16 = 22$   
 e)  $2^5 : 2^2 - 3^7 : 3^3 = 2^3 - 3^4 = 8 - 81 = -73$   
 f)  $7^2 - 7^1 \cdot 7^2 + 7^2 \cdot 7^0 = 7^2 - 7^3 + 7^2 = 49 - 343 + 49 = -245$



Raíz cuadrada exacta

3.69. Copia en tu cuaderno la tabla y complétala.

<b>Cuadrados perfectos</b>	<b>16</b>		<b>4489</b>	<b>1 849</b>
<b>Raíz cuadrada exacta</b>	<b>4</b>	<b>15</b>		

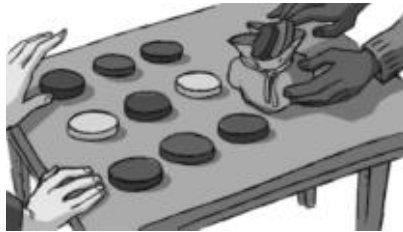
<b>Cuadrados perfectos</b>	<b>16</b>	<b>225</b>	<b>4489</b>	<b>1849</b>
<b>Raíz cuadrada exacta</b>	<b>4</b>	<b>15</b>	67	43

3.70. Calcula la raíz cuadrada exacta de los siguientes números.

- a) 8100
- b) 900
- c) 1024
- d) 160 000
- e) 62 500
- f) 2500
- g) 2 890 000
- h) 361

a)  $90^2 = 8100 \rightarrow \sqrt{8100} = 90$       e)  $250^2 = 62\,500 \rightarrow \sqrt{62\,500} = 250$   
 b)  $30^2 = 900 \rightarrow \sqrt{900} = 30$       f)  $50^2 = 2500 \rightarrow \sqrt{2500} = 50$   
 c)  $32^2 = 1024 \rightarrow \sqrt{1024} = 32$       g)  $1700^2 = 2\,890\,000 \rightarrow \sqrt{2\,890\,000} = 1700$   
 d)  $400^2 = 160\,000 \rightarrow \sqrt{160\,000} = 400$       h)  $19^2 = 361 \rightarrow \sqrt{361} = 19$

3.71. Las fichas de la figura forman un cuadrado perfecto.



- a) ¿Cuál es la raíz?
  - b) ¿Cuántas fichas hay que añadir al cuadrado para que la raíz cuadrada exacta sea una unidad mayor que la anterior?
- a) Hay 9 fichas. Por tanto, la raíz es 3.  
 b) La nueva raíz es 4. Como  $4^2 = 16$ , hay que añadir  $16 - 9 = 7$  fichas.

Cuadrados perfectos

3.72. Indica cuáles de los siguientes números son cuadrados perfectos.

- a) 8
  - b) 81
  - c) 120
  - d) 3 600
  - e) 1 000
  - f)  $43^2$
- a) 8 no es cuadrado perfecto porque no existe un número entero cuyo cuadrado sea 8.  
 b) 81 es cuadrado perfecto porque existe un número entero, el 9, cuyo cuadrado es 81.  
 c) 120 no es cuadrado perfecto porque no existe un número entero cuyo cuadrado sea 120.  
 d) 3600 es cuadrado perfecto porque existe un número entero, el 60, cuyo cuadrado es 3600.  
 e) 1000 no es cuadrado perfecto porque no existe un número entero cuyo cuadrado sea 1000.  
 f)  $43^2$  está escrito en forma de cuadrado.

3.73. Sin hacer el cálculo, averigua la cifra de las unidades de estos cuadrados. Explicalo.

- a)  $199^2$                       b)  $205^2$                       c)  $17\ 623^2$                       d)  $23\ 690^2$
- a) La cifra de las unidades de  $199^2$  es 1 porque  $9^2 = 81$ .  
 b) La cifra de las unidades de  $205^2$  es 5 porque  $5^2 = 25$ .  
 c) La cifra de las unidades de  $17\ 623^2$  es 9 porque  $3^2 = 9$ .  
 d) La cifra de las unidades de  $23\ 690^2$  es 0 porque  $0^2 = 0$ .

3.74. La cifra de las unidades de un cuadrado perfecto es 1. ¿Cuáles pueden ser las cifras de las unidades del número?

La cifra de las unidades puede ser 1 y 9, porque  $1 \cdot 1 = 1$  y  $9 \cdot 9 = 81$ .

3.75. Eleva al cuadrado 0, 1, 2, 3, ..., 9. Analizando los resultados obtenidos, ¿se puede afirmar cuál puede ser la cifra de las unidades de cualquier cuadrado perfecto?

$$0^2 = 0 \quad 1^2 = 1 \quad 2^2 = 4 \quad 3^2 = 9 \quad 4^2 = 16 \quad 5^2 = 25 \quad 6^2 = 36 \quad 7^2 = 49 \quad 8^2 = 64 \quad 9^2 = 81$$

La cifra de las unidades de cualquier cuadrado perfecto puede ser: 0, 1, 4, 5, 6 y 9.

3.76. Escribe los cuadrados perfectos comprendidos entre 500 y 1000.

529, 576, 625, 676, 729, 784, 841, 900, 961

Raíz cuadrada entera

3.77. Para calcular la raíz cuadrada entera de 42 se hacen estas aproximaciones.

$$5^2 = 25 < 42 \quad 6^2 = 36 < 42 \quad 7^2 = 49 > 42 \quad 8^2 = 64 > 42$$

- a) ¿Cuál es la raíz cuadrada entera de 42?  
 b) ¿Y cuál es el resto?

- a) La raíz cuadrada entera de 42 es 6 porque  $6^2 < 42 < 7^2$ .  
 b) El resto es:  $42 - 36 = 6$ .

3.78. Escribe el número 1238 entre los cuadrados de dos números consecutivos.

- a) ¿Cuál es la raíz cuadrada entera?  
 b) Calcula el resto.

- a)  $1225 < 1238 < 1296 \rightarrow 35^2 < 1238 < 36^2 \rightarrow \sqrt{1238} = 35$   
 b) El resto es:  $1238 - 35^2 = 1238 - 1225 = 13$ .

3.79. Calcula la raíz cuadrada entera y el resto de los siguientes números.

- a) 125                      c) 10 005                      e) 639                      g) 1615  
 b) 372                      d) 490                      f) 1035                      h) 980

- a)  $121 < 125 < 144 \rightarrow 11^2 < 125 < 12^2 \rightarrow \sqrt{125} = 11$ . Resto:  $125 - 121 = 4$   
 b)  $361 < 372 < 400 \rightarrow 19^2 < 372 < 20^2 \rightarrow \sqrt{372} = 19$ . Resto:  $372 - 361 = 11$   
 c)  $10\ 000 < 10\ 005 < 10\ 201 \rightarrow 100^2 < 10\ 005 < 101^2 \rightarrow \sqrt{10005} = 100$ . Resto: 5.  
 d)  $484 < 490 < 529 \rightarrow 22^2 < 490 < 23^2 \rightarrow \sqrt{490} = 22$ . Resto:  $490 - 484 = 6$   
 e)  $625 < 639 < 676 \rightarrow 25^2 < 639 < 26^2 \rightarrow \sqrt{639} = 25$ . Resto:  $639 - 625 = 14$   
 f)  $1024 < 1035 < 1089 \rightarrow 32^2 < 1035 < 33^2 \rightarrow \sqrt{1035} = 32$ . Resto:  $1035 - 1024 = 11$   
 g)  $1600 < 1615 < 1681 \rightarrow 40^2 < 1615 < 41^2 \rightarrow \sqrt{1615} = 40$ . Resto:  $1615 - 1600 = 15$   
 h)  $961 < 980 < 1024 \rightarrow 31^2 < 980 < 32^2 \rightarrow \sqrt{980} = 31$ . Resto:  $980 - 961 = 19$

3.80. Calcula el número conociendo su raíz cuadrada entera y su resto.

- a) Raíz = 24, resto = 17
  - b) Raíz = 30, resto = 24
  - c) Raíz = 25, resto = 20
  - d) Raíz = 11, resto = 11
  - e) Raíz = 13, resto = 10
- a)  $24^2 + 17 = 593$
  - b)  $30^2 + 24 = 924$
  - c)  $25^2 + 20 = 645$
  - d)  $11^2 + 11 = 132$
  - e)  $13^2 + 10 = 179$

3.81. Calcula las siguientes operaciones:

- a)  $(\sqrt{81} - \sqrt{25})^4 : 4^3 + 3^3 - 2 \cdot \sqrt{16}$
  - b)  $5^2 \cdot (\sqrt{64} + 14 : 7)^2 - 10^2$
  - c)  $(11^2 - 9^2) : \sqrt{400} + 2^3 \cdot \sqrt{36}$
  - d)  $(\sqrt{49} + 2^4 : 2^3) : (1 + \sqrt{25})$
- a)  $(\sqrt{81} - \sqrt{25})^4 : 4^3 + 3^3 - 2 \cdot \sqrt{16} = (9 - 5)^4 : 4^3 + 3^3 - 2 \cdot 4 = 4^4 : 4^3 + 27 - 8 = 4 + 27 - 8 = 23$
  - b)  $5^2 \cdot (\sqrt{64} + 14 : 7)^2 - 10^2 = 25 \cdot (8 + 2)^2 - 10^2 = 5^2 \cdot 10^2 - 10^2 = 50^2 - 10^2 = 2500 - 100 = 2400$
  - c)  $(11^2 - 9^2) : \sqrt{400} + 2^3 \cdot \sqrt{36} = (121 - 81) : 20 + 8 \cdot 6 = 40 : 20 + 48 = 2 + 48 = 50$
  - d)  $(\sqrt{49} + 2^4 : 2^3) : (1 + \sqrt{25}) = (7 + 2) : (1 + 5) = 9 : 6 = 1,5$

### PROBLEMAS

3.82. Un teatro tiene 25 filas de butacas, y en cada fila hay 25 butacas. ¿Cuántas butacas tiene el teatro?

$25 \cdot 25 = 25^2 = 625$ . El teatro tiene 625 butacas.

3.83. Un paquete tiene 12 cajas. Cada caja tiene 12 estuches. Cada estuche, 12 rotuladores. Escribe en forma de potencia el número de rotuladores y halla el resultado.

$12 \cdot 12 \cdot 12 = 12^3 = 1728$ . En cada paquete hay 1728 rotuladores.

3.84. Tenemos 5 cajas. Cada caja contiene 5 montones de 5 billetes de 5 euros. Escribe en forma de potencia el número de billetes y el número de euros que hay en las cinco cajas.

Número de billetes:  $5^3 = 125$ . Número de euros:  $5^4 = 625$

3.85. En un contenedor cúbico de 1,5 metros de arista se introducen cubos de un decímetro de arista, hasta llenarlo completamente. ¿Cuántos decímetros cúbicos hay en el contenedor?

La arista del contenedor mide 1,5 m = 15 dm. Luego caben 15 cubos a lo largo, 15 a lo ancho y 15 a lo alto. En total:  $15 \cdot 15 \cdot 15 = 15^3 = 3375 \text{ dm}^3$ .

3.86. Un campo cuadrangular tiene 10 000 metros cuadrados de superficie.

a) ¿Cuánto mide su lado?

b) ¿Cuál es su perímetro?

a)  $\sqrt{10000} = 100$ . El lado mide 100 m.

b)  $P = 4 \cdot 100 = 400$  m

3.87. Se desea vallar un campo cuadrangular de 256 metros cuadrados de superficie. ¿Cuántos metros de valla se necesitan?

$$\sqrt{256} = 16$$

El lado del campo cuadrangular mide 16 metros. Se necesitan  $16 \cdot 4 = 64$  metros.

3.88. Los caramelos de un montón se han dispuesto en 7 filas y en 7 columnas, y sobran 15 caramelos. ¿Cuántos había en el montón?

El número de caramelos dispuestos en 7 filas y en 7 columnas es:  $7 \cdot 7 = 49$ .

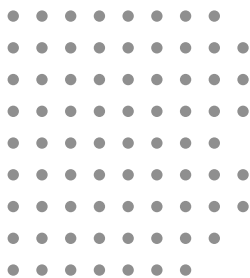
El total de caramelos es:  $49 + 15 = 64$ .

3.89. Con 50 monedas de 5 céntimos, ¿se puede formar un cuadrado, colocándolas en filas y en columnas?

Con las 50 monedas no se puede formar un cuadrado, porque 50 no es un cuadrado perfecto.

Como  $50 = 7^2 + 1$ , se podría formar un cuadrado de lado 7 y sobraría una moneda.

3.90. ¿Cuál es la raíz cuadrada entera del número de puntos representado en la figura?



¿Cuál es el resto? ¿Qué le falta para ser un cuadrado perfecto?

Tenemos 76 puntos  $\rightarrow 8^2 = 64 < 76 < 81 = 9^2$ .

Luego la raíz cuadrada entera es 8.

El resto es  $76 - 64 = 12$  puntos.

Como  $81 - 76 = 5$ , habría que añadir 5 puntos.

3.91. Una profesora de Educación Física quiere colocar a 53 alumnos en filas, de modo que formen un cuadrado. ¿Podrá hacerlo? ¿Quedará alguna fila sin completar?

53 no es un cuadrado perfecto, luego no se podrá hacer un cuadrado con los alumnos.

Si lo hiciera, como  $49 < 53 < 64$ , quedaría una fila sin completar.

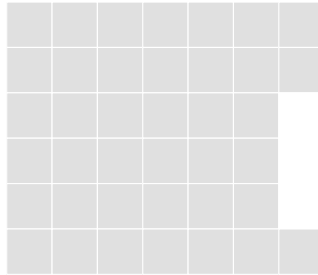
Faltarían  $64 - 53 = 11$  alumnos.



3.92. En una panadería se han hecho 196 magdalenas. Se decide colocarlas en una bandeja formando un cuadrado lo más grande posible.

- a) ¿Cuántas magdalenas tendrá por lado?
  - b) ¿Cuántas se necesitarán para formar otro cuadrado con una magdalena más por lado?
- a) Como  $14^2 = 196$ , cada lado tendrá 14 magdalenas.  
 b) Como  $15^2 = 225$ , necesitará  $225 - 196 = 29$  magdalenas más.

3.93. ¿Cuál es el número mínimo de cuadraditos que habrá que añadir a la figura para convertirla en un cuadrado?

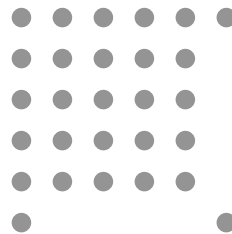


Tenemos 39 cuadraditos:  $6^2 = 36 < 39 < 7^2 = 49$ , luego el cuadrado siguiente debe tener por lado 7 cuadraditos. La diferencia de cuadraditos es:  $49 - 39 = 10$ . Luego hacen falta 10 cuadraditos.

3.94. Un vivero planta 1444 semillas formando un cuadrado. ¿Cuántas semillas tendrán que plantar por lado? ¿Sobra alguna?

El número de semillas que hay que plantar por lado es  $\sqrt{1444} = 38$ . No sobra ninguna semilla porque la raíz de 1444 es exacta.

3.95. Observa la figura de puntos, e indica cuál es la raíz cuadrada entera del número 28 y el resto.



El lado del mayor cuadrado completo que se puede formar tiene 5 puntos. Luego la raíz cuadrada entera de 28 es 5.

El resto es:  $28 - 25 = 3$  (los tres puntos que no forman parte del cuadrado).

3.96. Un cuadrado de puntos tiene 13 puntos de lado. ¿Cuántos puntos habrá que añadir a ese cuadrado, y en qué forma, para conseguir otro cuadrado de 14 puntos de lado?

Como  $13^2 = 169$  y  $14^2 = 196$ , habrá que añadir  $196 - 169 = 27$  puntos.

3.97. La raíz cuadrada exacta de un número es 127. ¿Cuántas unidades habrá que sumar a dicho número para que la raíz cuadrada del resultado sea exacta y de una unidad mayor?

Como  $127^2 = 16\ 129$  y  $128^2 = 16\ 384$ , habrá que añadir  $16\ 384 - 16\ 129 = 255$  unidades.

3.98. La cumbre más elevada de España es el Teide. Averigua su altitud con estos datos.

- Su raíz cuadrada entera es igual a 60.
- Si se le sumara 3, sería un cuadrado perfecto.

La altura está comprendida entre  $60^2 = 3600$  y  $61^2 = 3721$ .

Como al sumarle 3, el número es un cuadrado perfecto, la altitud es de  $3721 - 3 = 3718$  m.

3.99. La raíz cuadrada entera de un número es 15, y su resto es el menor posible. ¿Cuál es el número?

$$15^2 \leq n < 16^2 \rightarrow 225 \leq n < 256$$

Por tanto, puede ser cualquier número mayor o igual que 225 y menor que 255.

El menor resto que puede tomar es 1, luego el número es  $225 + 1 = 226$ .

3.100. Un cuadrado está formado por 81 puntos. ¿Cuántos puntos habrá que añadir a dicho cuadrado para obtener otro cuadrado cuyo lado tenga 2 unidades más que el primero?

El lado del cuadrado está constituido por  $\sqrt{81} = 9$  puntos.

El cuadrado que buscamos debe tener 2 unidades más por lado, es decir, 11 puntos.

Dicho cuadrado estará constituido por  $11^2 = 121$  puntos.

Luego el número de puntos que habrá que añadir es:  $121 - 81 = 40$ .

### AMPLIACIÓN

3.101. ¿Cuántos enteros positivos verifican que su cuadrado es un factor de 2000?

- a) 3                      b) 6                      c) 10                      d) 12

Como  $2000 = 2^4 \cdot 5^3$ , todos los cuadrados que son factores de 2000 son: 1,  $2^2$ ,  $2^4$ ,  $5^2$ ,  $2^2 \cdot 5^2$  y  $2^4 \cdot 5^2$ . Por tanto, los números cuyos cuadrados son un factor de 2000 son: 1, 2, 4, 5, 10 y 20.

Respuesta b

3.102. Si  $m$  y  $n$  son enteros positivos, ¿cuál es el menor valor de  $m$  para el que se verifica que  $2940 \cdot m = n^2$ ?

- a) 3                      b) 5                      c) 15                      d) 30

En la descomposición en factores primos de un cuadrado perfecto, todos los primos están elevados a una potencia par.

Como  $2940 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7^2$ , para que sea un cuadrado perfecto, debemos añadir al menos un 3 y un 5.

Por tanto, el menor valor de  $m$  es 15.

Respuesta c

3.103. ¿A qué número hay que elevar  $4^4$  para obtener  $8^8$ ?

- a) 2                      b) 3                      c) 5                      d) 8

Como  $4^4 = (2^2)^4 = 2^8$  y  $8^8 = (2^3)^8 = 2^{24}$ , se tiene que  $(4^4)^3 = (2^8)^3 = 2^{24} = 8^8$ , luego hay que elevarlo al cubo.

Respuesta b

3.104. ¿Cuál es el valor de  $\sqrt{2^4 + \sqrt{3^4}}$  ?

- a) 4                      b)  $\sqrt{20}$                       c) 5                      d)  $\sqrt{97}$

$$\sqrt{2^4 + \sqrt{3^4}} = \sqrt{16 + \sqrt{81}} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

Respuesta c

3.105. María y Esteban tienen algunos euros. María tiene más que Esteban; de hecho, el número de euros que tiene Esteban es la raíz cuadrada del doble del número de euros que tiene María. Si entre los dos tienen más de 80 euros, ¿cuál es el mínimo de euros que puede tener María?

- a) 128                      b) 98                      c) 72                      d) 50

El doble del dinero de María debe ser un cuadrado perfecto par.

Los primeros cuadrados perfectos pares son: 4, 16, 36, 64, 100, 144, 196... y, en cada caso, María tendría: 2, 8, 18, 32, 50, 72, 98..., y Esteban: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14...

Si María tiene 72, entonces Esteban tiene 12.

La suma  $72 + 12 = 84 > 80$ ; por tanto, 72.

Respuesta c

3.106. ¿Cuántas cifras tiene el número  $5^{17} \cdot 4^9$ ?

- a) 7                      b) 10                      c) 17                      d) 18

Escribimos el número como potencias de base 10:  $5^{17} \cdot 4^9 = 5^{17} \cdot (2^2)^9 = 5^{17} \cdot 2^{18} = 2 \cdot 10^{17}$ , que tiene 18 cifras (un dos seguido de 17 ceros).

Respuesta d

3.107. \*El número  $2000 = 2^4 \cdot 5^3$  es el producto de siete números primos (2, 2, 2, 2, 5, 5, 5). Si designamos por A el menor entero con esta propiedad, y por B, el mayor entero menor que 2000 que también tenga esta propiedad, ¿cuál es el valor de B - A?

- a) 1672                      b) 77 997                      c) 4200                      d) 1500

El menor número que es producto de siete primos es  $A = 2^7 = 128$ .

El mayor número que es producto de siete primos y menor que 2000 es  $B = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 1800$ .

Por tanto, la diferencia es  $1800 - 128 = 1672$ .

Respuesta a

### AUTOEVALUACIÓN

10.A1. Calcula las siguientes potencias.

- a)  $7^3$                       b)  $(-2)^4$                       c)  $(-1)^{15}$                       d)  $4^5$   
 a)  $7^3 = 343$                       b)  $(-2)^4 = 16$                       c)  $(-1)^{15} = -1$                       d)  $4^5 = 1024$

10.A2. Escribe el término que falta en cada igualdad.

- a)  $\square^4 = 16$                       b)  $(-6)^\square = 36$                       c)  $(-5)^\square = -3125$                       d)  $\square^3 = -27$   
 a)  $2^4 = 16$                       b)  $(-6)^2 = 36$                       c)  $(-5)^5 = -3125$                       d)  $(-3)^3 = -27$



**10.A9. Se tiene un cuadrado de 121 centímetros cuadrados. ¿Cuántos centímetros cuadrados más serán necesarios para obtener un cuadrado de 2 centímetros más de lado?**

El lado del cuadrado de  $121 \text{ cm}^2$  es 11 cm, pues  $\sqrt{121} = 11$ .

Luego el lado del cuadrado con dos centímetros más medirá  $11 + 2 = 13 \text{ cm}$ .

El área de ese cuadrado es de  $13^2 = 169 \text{ cm}^2$ .

Son necesarios  $169 - 121 = 48 \text{ cm}^2$  más para obtener el cuadrado de 2 centímetros más de lado.

**10.A10. El mayor valor que puede tomar el resto de una raíz es 54.**

a) **¿Cuál es la raíz?**

b) **¿Cuál es el número del que se obtiene esa raíz y ese resto?**

a) Consideramos un cuadrado de puntos.

En un lado de este cuadrado colocamos 27 puntos, y en el adyacente, otros 27.

Solo faltaría un punto, el correspondiente a la esquina, para completar un cuadrado de 28 puntos de lado.

Luego la raíz cuadrada entera es 27.

b) El número es:  $27^2 + 54 = 729 + 54 = 783$ .

## PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

### Aprende a pensar > El poder de las redes sociales

Imagina que quieres distribuir una información y eliges alguna de las redes sociales de internet. Mandas la información a todos tus contactos (20 personas) a las 10.00 y cada una de estas personas reenvía tu mensaje a todos sus contactos en el plazo de una hora, y así sucesivamente. Como habrá contactos repetidos, supón que cada persona tiene 10 contactos nuevos.

**1. ¿Cuántas personas habrán recibido la información a las 12.00? ¿Y a las 13.00?**

A las 10.00 lo habrán recibido 20 personas, que lo mandan a otras 10.

A las 11.00 lo habrán recibido  $20 \cdot 10 + 20 = 220$  personas.

A las 12.00 habrá  $200 \cdot 10 + 220 = 2220$  personas que conocen el mensaje.

A las 13.00,  $2000 \cdot 10 + 2420 = 22420$  personas conocerán el mensaje.

**2. ¿Cuánto tiempo debe pasar para que 20 000 personas hayan recibido tu mensaje?**

Tres horas

**3. Sabiendo que en la Tierra hay 6000 millones de personas, ¿a qué hora habrá llegado a todas las personas del mundo, si todas usan la misma red social?**

El número que da la cifra significativa es  $20 \cdot 10^n$ . Para que sea mayor que 6000 millones =  $6 \cdot 10^9$ ,  $n$  debe ser 9. Al cabo de 9 horas estarían enteradas todas las personas del mundo.

**4. En ocasiones, las redes sociales no se utilizan de forma responsable. ¿Conoces alguna situación en la que haya sido así? ¿Crees que debería haber un control para el uso responsable de las redes sociales?**

Respuesta abierta.

### Analiza y deduce > La prueba del carbono 14

Si un ser vivo en el momento de morir tiene 1000 unidades de C14, tras 6000 años tendrá 500 unidades, tras 12 000 años tendrá 250 unidades, y así sucesivamente.

1. Completa la siguiente tabla y explica cómo obtienes los números.

Años transcurridos desde la muerte	0	6000	12 000		24 000	
Unidades de carbono 14	1000	500		125		31,25

Años transcurridos desde la muerte	0	6000	12 000	18 000	24 000	30 000
Unidades de carbono 14	1000	500	250	125	62,5	31,25

2. ¿Qué pueden deducir los científicos si comprueban que un fósil encontrado tiene 12,5 unidades de C – 14 y saben que esa especie tiene 200 unidades cuando está viva?

Dividiendo entre 2 sucesivamente: 200, 100, 50, 25, 12,5... vemos que han tenido que pasar 4 periodos de 6000 años. Por tanto, el fósil encontrado vivió hace 24 000 años.

3. La prueba del carbono 14 deja de ser útil para fósiles de más de 60 000 años. ¿Podrías explicar por qué?

Porque la cantidad de carbono 14 es casi imperceptible después de tanto tiempo.

4. ¿Crees que la prueba del carbono 14 es útil para rocas o minerales? Justifica tu respuesta.

No, porque esta prueba solo sirve para seres vivos.

### Crea un juego > Magia con potencias

1. ¿Qué número he pensado si está en las tarjetas del 1, del 2, del 8 y del 32?

$$32 + 8 + 2 + 1 = 43$$

2. ¿En qué tarjetas estará el 42? ¿Y el 50?

$$42 = 32 + 8 + 2$$

El número 42 estará en las tarjetas 2.<sup>a</sup>, 4.<sup>a</sup> y 6.<sup>a</sup>

$$50 = 32 + 16 + 2$$

El número 50 estará en las tarjetas 2.<sup>a</sup>, 5.<sup>a</sup> y 6.<sup>a</sup>

3. Si quisiéramos adivinar números del 1 al 100, ¿cuántas tarjetas necesitaríamos?

Como  $100 = 64 + 32 + 4$ , necesitaré las tarjetas hasta  $64 = 2^6$ ; en total, 7 tarjetas.

4. Para escribir los números del 1 al 1000, ¿cuántas potencias de 2 necesitaríamos?

Como 1000 es menor que  $1024 = 2^{10}$ , necesitaré las tarjetas desde  $2^0$  hasta  $2^9$ . En total, 10 tarjetas.

5. Si un compañero tuyo ha ampliado el juego a 10 tarjetas, ¿cuál es el mayor número que encontrarás en ellas?

Estarán todos los números menores que  $2^{10}$ ; así que llegará hasta el 1023

Proyecto editorial: **Equipo de Educación Secundaria del Grupo SM**

Autoría: **M.<sup>a</sup> Ángeles Anaya, Isabel de los Santos, José Luis González, Carlos Ramón Laca, M.<sup>a</sup> Paz Bujanda, Serafín Mansilla**

Edición: **Rafaela Arévalo, Eva Béjar**

Corrección: **Ricardo Ramírez**

Ilustración: **Félix Anaya, Modesto Arregui, Juan Francisco Cobos, Félix Moreno, José Santos, Estudio “Haciendo el león”**

Diseño: **Pablo Canelas, Alfonso Ruano**

Maquetación: **SAFEKAT S. L.**

Coordinación de diseño: **José Luis Rodríguez**

Coordinación editorial: **Josefina Arévalo**

Dirección del proyecto: **Aída Moya**

(\*) Una pequeña cantidad de ejercicios o apartados de ejercicios han sido marcados porque contienen alguna corrección en su enunciado respecto al que aparece en el libro del alumno.

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Dirijase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, [www.cedro.org](http://www.cedro.org)) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra, a excepción de las páginas que incluyen la leyenda de “Página fotocopiable”.

© Ediciones SM

Impreso en España – *Printed in Spain*