

6 Magnitudes proporcionales. Porcentajes

ACTIVIDADES INICIALES

6.I. ¿Qué indica la escala 1:25?

La escala 1:25 significa que un centímetro en el mapa representa 25 en la realidad.

6.II. ¿Cuánto deberías medir tú para poder vivir en Madurodam.

$175 : 25 = 7$ centímetros sería, aproximadamente, la estatura.

6.III. ¿Cuánto medirá un coche en Madurodam?

La longitud de un coche medio es de 4,5 metros.

En Madurodam, $4,5 : 25 = 0,18$ metros = 18 centímetros.

6.IV. ¿Conoces la historia de Gulliver? Los liliputienses medían solo 15 centímetros de altura. ¿Cuál era su escala si suponemos que un hombre mide unos 180 centímetros de media? ¿Podrían vivir en Madurodam?

La escala es 1:12.

Los liliputienses no podrían vivir porque serían demasiado altos (más del doble).

ACTIVIDADES PROPUESTAS

6.1. Actividad resuelta.

6.2. Halla la razón entre:

a) 5 y 2

a) $\frac{5}{2} = 2,5$. La razón es 2,5.

b) 36 y 8

b) $\frac{36}{8} = 4,5$. La razón es 4,5.

6.3. Comprueba si son ciertas las siguientes proporciones.

a) $\frac{7}{12} = \frac{6}{7}$

c) $\frac{13}{25} = \frac{52}{100}$

b) $\frac{6}{15} = \frac{22}{50}$

d) $\frac{13}{25} = \frac{1313}{2525}$

a) $\frac{7}{12} = \frac{6}{7} \Rightarrow 7 \cdot 7 \neq 6 \cdot 12 \Rightarrow$ No forman una proporción.

b) $\frac{6}{15} = \frac{22}{50} \Rightarrow 6 \cdot 50 \neq 15 \cdot 22 \Rightarrow$ No forman una proporción.

c) $\frac{13}{25} = \frac{52}{100} \Rightarrow 13 \cdot 100 = 25 \cdot 52 \Rightarrow$ Forman una proporción.

d) $\frac{13}{25} = \frac{1313}{2525} \Rightarrow 13 \cdot 2525 = 25 \cdot 1313 \Rightarrow$ Forman una proporción.

6.4. ¿Qué valor ha de tomar x para que los números 3, 5, 12 y x formen una proporción?

$$\frac{3}{5} = \frac{12}{x} \Rightarrow 3 \cdot x = 5 \cdot 12 \Rightarrow 3 \cdot x = 60 \Rightarrow x = 20$$

6.5. Calcula el valor de las letras en las siguientes proporciones.

a) $\frac{6}{15} = \frac{8}{a}$

c) $\frac{6}{15} = \frac{c+3}{50}$

b) $\frac{6}{15} = \frac{b}{10}$

d) $\frac{6}{15} = \frac{2}{d-1}$

a) $\frac{6}{15} = \frac{8}{a} \Rightarrow 6 \cdot a = 8 \cdot 15 \Rightarrow 6 \cdot a = 120 \Rightarrow x = 20$

b) $\frac{6}{15} = \frac{b}{10} \Rightarrow 6 \cdot 10 = 15 \cdot b \Rightarrow 60 = 15 \cdot b \Rightarrow x = 4$

c) $\frac{6}{15} = \frac{c+3}{50} \Rightarrow 6 \cdot 50 = 15 \cdot (c+3) \Rightarrow 20 = c+3 \Rightarrow c = 17$

d) $\frac{6}{15} = \frac{2}{d-1} \Rightarrow 2 \cdot 15 = 6 \cdot (d-1) \Rightarrow 30 = 6 \cdot (d-1) \Rightarrow 5 = d-1 \Rightarrow d = 6$

6.6. Actividad resuelta.

6.7. Comprueba si la siguiente tabla corresponde a magnitudes directamente proporcionales.

Magnitud 1. ^a	2	4	5	6
Magnitud 2. ^a	10	20	30	40

$\frac{4}{20} = \frac{5}{30} \Rightarrow 4 \cdot 30 \neq 20 \cdot 5 \Rightarrow$ No son directamente proporcionales.

6.8. Razona si son directamente proporcionales:

a) La altura de un árbol y la longitud de su sombra.

b) El número de obreros y el tiempo que tardan en construir un puente.

a) Sí son directamente proporcionales porque a medida que aumenta la altura, aumenta en proporción la longitud de la sombra.

b) No son directamente proporcionales porque a medida que aumenta el número de obreros, disminuye el tiempo que tardan en construir el puente.

6.9. Completa la siguiente tabla, que relaciona magnitudes directamente proporcionales, e indica la razón de proporcionalidad.

Magnitud 1. ^a		5	8	
Magnitud 2. ^a	36		72	108

Magnitud 1. ^a	4	5	8	12
Magnitud 2. ^a	36	45	72	108

6.10. Actividad interactiva.

6.11. Actividad interactiva.

6.12. Ana compra 5 kilogramos de peras por 7,50 euros. ¿Cuánto le costarán 7 kilogramos?

Un kilogramo de peras le costará $\frac{7,50}{5} = 1,50$ euros.

Siete kilogramos de peras le costarán $1,50 \cdot 7 = 10,50$ euros.

6.13. Pablo compra 3 bocadillos por 3,75 euros.

- a) ¿Cuántos bocadillos podrá comprar con 20 euros?
- b) ¿Cuánto costarán 7 bocadillos?

a) Con un euro podrá comprar $\frac{3}{3,75} = 0,8$ bocadillos.
 Con 20 euros podrá comprar $0,8 \cdot 20 = 16$ bocadillos.

b) Un bocadillo costará $\frac{3,75}{3} = 1,25$ euros.
 Siete bocadillos costarán $1,25 \cdot 7 = 8,75$ euros.

6.14. Un avión que se desplaza a velocidad constante recorre 2800 kilómetros en 4 horas. ¿Cuántas horas necesitará para recorrer 6300 kilómetros?

El avión en una hora recorre $\frac{2800}{4} = 700$ kilómetros.
 Para recorrer 6300 kilómetros necesitará $6300 : 700 = 9$ horas.

6.15. Actividad interactiva.

6.16. Actividad resuelta.

6.17. ¿Cuánto cuestan 8 paquetes de azúcar?



$$\left. \begin{array}{l} 3 \text{ paquetes} \text{ — } 2,76 \text{ euros} \\ 8 \text{ paquetes} \text{ — } x \text{ euros} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3}{8} = \frac{2,76}{x} \Rightarrow x = \frac{2,76 \cdot 8}{3} = 7,36$$

Ocho paquetes de azúcar costarán 7,36 euros.

6.18. Con 200 kilogramos de harina se elaboran 250 kilogramos de pan. ¿Cuántos kilogramos de harina se necesitan para hacer un pan de 2 kilogramos?

$$\left. \begin{array}{l} 200 \text{ kilos de harina} \text{ — } 250 \text{ kilos de pan} \\ x \text{ kilos de harina} \text{ — } 2 \text{ kilos de pan} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{200}{x} = \frac{250}{2} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 200}{250} = 1,6$$

Se necesitarán 1,6 kilogramos de harina para fabricar 2 kilogramos de pan.

6.19. Una asociación de vecinos organiza una excursión para las personas mayores del barrio. Por cada 10 mujeres asisten 6 hombres.

- a) Si el número total de mujeres es 140, ¿cuántos hombres van a la excursión?
- b) ¿Cuántas mujeres van si acuden 57 hombres?

a) $\left. \begin{array}{l} 10 \text{ mujeres} \text{ — } 6 \text{ hombres} \\ 140 \text{ mujeres} \text{ — } x \text{ hombres} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{10}{140} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 140}{10} = 84$. Acudirán 84 hombres.

b) $\left. \begin{array}{l} 10 \text{ mujeres} \text{ — } 6 \text{ hombres} \\ x \text{ mujeres} \text{ — } 57 \text{ hombres} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{10}{x} = \frac{6}{57} \Rightarrow x = \frac{57 \cdot 10}{6} = 95$. Acudirán 95 mujeres.

6.20. Una máquina fabrica 4000 clavos en 5 horas.

- a) ¿Cuánto tiempo necesitará para hacer 10 000 clavos?
 b) ¿Cuántos clavos se fabrican en 7 horas?

a) $\left. \begin{array}{l} 4000 \text{ clavos} \text{---} 5 \text{ horas} \\ 10\,000 \text{ clavos} \text{---} x \text{ horas} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{4000}{10\,000} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 10\,000}{4000} = 12,5 \text{ horas}$

b) $\left. \begin{array}{l} 4000 \text{ clavos} \text{---} 5 \text{ horas} \\ x \text{ clavos} \text{---} 7 \text{ horas} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{4000}{x} = \frac{5}{7} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 4000}{5} = 5600 \text{ clavos}$

6.21. Indica el porcentaje expresado por las siguientes razones y números decimales.

a) $\frac{2}{100}$

c) 0,007

b) $\frac{99}{100}$

d) 0,27

a) $\frac{2}{100} = 2\%$

c) $0,007 = 0,7\%$

b) $\frac{99}{100} = 99\%$

d) $0,27 = 27\%$

6.22. Encuentra la razón y el número decimal equivalentes a cada uno de los siguientes porcentajes.

a) 70%

c) 1%

b) 95%

d) 0,09%

a) $70\% = 0,7 = \frac{70}{100}$

c) $1\% = 0,01 = \frac{1}{100}$

b) $95\% = 0,95 = \frac{95}{100}$

d) $0,09\% = 0,0009 = \frac{9}{10000}$

6.23. Completa estas equivalencias entre porcentajes, fracciones y números decimales.

a) $9\% = \square = \square$

b) $\square = \square = 0,07$

c) $\square = \frac{14}{25} = \square$

d) $\square = \square = 0,283$

a) $9\% = \frac{9}{100} = 0,09$

c) $56\% = \frac{14}{25} = 0,56$

b) $7\% = \frac{7}{100} = 0,07$

d) $28,3\% = \frac{283}{1000} = 0,283$

6.24. Copia y completa.

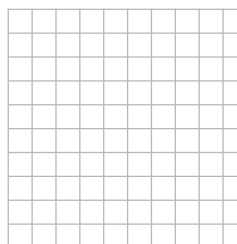
Porcentaje	37,5			
Fracción decimal			$\frac{24}{100}$	
Número decimal		0,08		
Razón				$\frac{3}{4}$

Porcentaje	37,5	8%	24%	75%
Fracción decimal	$\frac{37,5}{100}$	$\frac{8}{100}$	$\frac{24}{100}$	$\frac{75}{100}$
Número decimal	0,375	0,08	0,24	0,75
Razón	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{3}{4}$

6.25. Copia y colorea los siguientes porcentajes:

- 18% en rojo.
- 40% en azul.
- 27% en verde.

¿Qué porcentaje queda sin colorear?



De los 100 cuadrados, 18 se pintarán de rojo, 40 de azul, 27 de verde, y quedarán sin pintar 15. Queda sin pintar el 15%.

6.26. Aplica los siguientes porcentajes a la cantidad 5400, utilizando la razón y el número decimal equivalentes en cada caso.

- a) 12% b) 5% c) 1% d) 25,5%

$$a) \quad 12\% \text{ de } 5400 = \frac{12}{100} \cdot 5400 = 648$$

$$12\% \text{ de } 5400 = 0,12 \cdot 5400 = 648$$

$$b) \quad 5\% \text{ de } 5400 = \frac{5}{100} \cdot 5400 = 270$$

$$5\% \text{ de } 5400 = 0,05 \cdot 5400 = 270$$

$$c) \quad 1\% \text{ de } 5400 = \frac{1}{100} \cdot 5400 = 54$$

$$1\% \text{ de } 5400 = 0,01 \cdot 5400 = 54$$

$$d) \quad 25,5\% \text{ de } 5400 = \frac{25,5}{100} \cdot 5400 = 1377$$

$$25,5\% \text{ de } 5400 = 0,255 \cdot 5400 = 1377$$

6.27. Cierta margarina tiene un 85% de grasa. ¿Cuántos gramos de grasa hay en 500 gramos de esta margarina?

$$85\% \text{ de } 500 = \frac{85}{100} \cdot 500 = 0,85 \cdot 500 = 425. \text{ En } 500 \text{ gramos de margarina hay } 425 \text{ de grasa.}$$

6.28. Determina el 20% del 45% de 120. En total, ¿qué porcentaje de 120 representa?

$$20\% \text{ de } 45\% \text{ de } 120 = \frac{20}{100} \cdot \frac{45}{100} \cdot 120 = 0,20 \cdot 0,45 \cdot 120 = 10,8$$

Para calcular qué porcentaje de 120 representa 10,8, expresamos en tanto por ciento el producto de los porcentajes:

$$\frac{12}{100} \cdot \frac{45}{100} = \frac{900}{10000} = \frac{9}{100} = 9\%$$

6.29. Unos ciclistas han recorrido 45 kilómetros de una etapa que tiene 180 kilómetros. ¿Qué porcentaje de la etapa han recorrido?

$$\left. \begin{array}{l} 180 - 45 \\ 100 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{180}{100} = \frac{45}{x} \Rightarrow x = \frac{45 \cdot 100}{180} = 25$$

Han recorrido el 25% de la etapa.

6.30. De los 150 centímetros que mide un tubo, 21 están pintados de rojo. ¿Qué porcentaje del tubo está pintado de rojo?

Para calcular qué porcentaje del tubo está pintado de rojo, planteamos la siguiente regla de tres:

$$\left. \begin{array}{l} 150 - 21 \\ 100 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{150}{100} = \frac{21}{x} \Rightarrow x = \frac{21 \cdot 100}{150} = 14$$

Está pintado de rojo el 14% del tubo.

- 6.31. Durante una tormenta, el granizo ha destruido el 18% de la cosecha de fresas, por lo que solo se han podido recolectar 533 kilogramos. ¿Qué cantidad se habría recolectado si no hubiera habido pérdidas por el granizo?

Como se ha perdido un 18% de la cosecha, se ha recolectado el 82% de la misma.

$$\left. \begin{array}{l} 82 - 533 \\ 100 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{82}{100} = \frac{533}{x} \Rightarrow x = \frac{533 \cdot 100}{82} = 650 \text{ kg}$$

Si el granizo no hubiera destruido la cosecha, se habrían recolectado 650 kilogramos.

- 6.32. El 15% de los alumnos de Secundaria de un centro escolar participan como voluntarios en una campaña para mantener limpia su ciudad. Si participan 24 alumnos, ¿cuántos alumnos de Secundaria hay en el centro?

$$\left. \begin{array}{l} 15 - 24 \\ 100 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{15}{100} = \frac{24}{x} \Rightarrow x = \frac{24 \cdot 100}{15} = 160. \text{ Hay 160 alumnos de Secundaria en el centro.}$$

- 6.33. Actividad interactiva.

- 6.34. Calcula la cantidad que resulta después de aplicar los siguientes aumentos a 6800 euros.

- a) 20% b) 40% c) 93% d) 4%

- a) Si el incremento es del 20%, quiere decir que debemos pagar el 120%.

$$\left. \begin{array}{l} 100 - 120 \\ 6800 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{6800} = \frac{120}{x} \Rightarrow x = \frac{6800 \cdot 120}{100} = 8160 \text{ euros}$$

- b) Si el incremento es del 40%, quiere decir que debemos pagar el 140%.

$$\left. \begin{array}{l} 100 - 140 \\ 6800 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{6800} = \frac{140}{x} \Rightarrow x = \frac{6800 \cdot 140}{100} = 9520 \text{ euros}$$

- c) Si el incremento es del 93%, quiere decir que debemos pagar el 193%.

$$\left. \begin{array}{l} 100 - 193 \\ 6800 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{6800} = \frac{193}{x} \Rightarrow x = \frac{6800 \cdot 193}{100} = 13\,124 \text{ euros}$$

- d) Si el incremento es del 4%, quiere decir que debemos pagar el 104%.

$$\left. \begin{array}{l} 100 - 104 \\ 6800 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{6800} = \frac{104}{x} \Rightarrow x = \frac{6800 \cdot 104}{100} = 7072 \text{ euros.}$$

- 6.35. Calcula la cantidad que resulta después de aplicar las siguientes disminuciones a 3200 litros.

- a) 10% b) 50% c) 78% d) 3%

- a) Si la disminución es del 10%, quiere decir que quedará el 90%.

$$\left. \begin{array}{l} 100 - 90 \\ 3200 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{3200} = \frac{90}{x} \Rightarrow x = \frac{3200 \cdot 90}{100} = 2880 \text{ litros}$$

- b) Si la disminución es del 50%, quiere decir que quedará el 50%.

$$\left. \begin{array}{l} 100 - 50 \\ 3200 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{3200} = \frac{50}{x} \Rightarrow x = \frac{3200 \cdot 50}{100} = 1600 \text{ litros}$$

- c) Si la disminución es del 78%, quiere decir que quedará el 22%.

$$\left. \begin{array}{l} 100 - 22 \\ 3200 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{3200} = \frac{22}{x} \Rightarrow x = \frac{3200 \cdot 22}{100} = 704 \text{ litros}$$

- d) Si la disminución es del 3%, quiere decir que quedará el 97%.

$$\left. \begin{array}{l} 100 - 97 \\ 3200 - x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{3200} = \frac{97}{x} \Rightarrow x = \frac{3200 \cdot 97}{100} = 3104 \text{ litros}$$

6.36. **Actividad interactiva.**

6.37. **Ana ahorra 12 euros todos los meses para colaborar con una ONG. A partir de enero decide aumentar un 25% la cantidad de dinero que ahorra cada mes. ¿Cuántos euros ahorra a partir de ese momento?**

Si el incremento es del 25%, quiere decir que debemos pagar el 125%.

Para calcular la cantidad de dinero que ahorrará cada mes, aplicamos la regla de tres simple:

$$\left. \begin{array}{l} 100 \text{---} 125 \\ 12 \text{---} x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{12} = \frac{125}{x} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 125}{100} = 15 \text{ euros}$$

6.38. **Luis compra un libro que cuesta 18 euros. Al pagar le hacen un 15% de descuento.**

a) **¿Cuánto dinero le descuentan?**

b) **¿Cuánto le cuesta el libro?**

a) Le descuentan el 15% de 18 = $\frac{15}{100}$ de 18 = $0,15 \cdot 18 = 2,70$ euros.

b) El libro le cuesta $18 - 2,7 = 15,30$ euros.

EJERCICIOS

Razones y proporciones

6.39. **Calcula el valor de las siguientes razones.**

a) $\frac{12}{4}$

b) $\frac{10}{5}$

c) $\frac{16}{2}$

d) $\frac{4}{16}$

a) $\frac{12}{4} = 3$. La razón entre 12 y 4 es 3.

c) $\frac{16}{2} = 8$. La razón entre 16 y 2 es 8.

b) $\frac{10}{5} = 2$. La razón entre 10 y 5 es 2.

d) $\frac{4}{16} = 0,25$. La razón entre 4 y 16 es 0,25.

6.40. **Halla la razón entre:**

a) **16 y 2**

b) **27 y 3**

c) **70 y 7**

a) $\frac{16}{2} = 8$. La razón entre 16 y 2 es 8.

b) $\frac{27}{3} = 9$. La razón entre 27 y 3 es 9.

c) $\frac{70}{7} = 10$. La razón entre 70 y 7 es 10.

6.41. **¿Cuántas veces es mayor 255 que 15?**

$$\frac{255}{15} = 17 \text{ . Es 17 veces mayor.}$$

6.42. **Escribe una proporción que tenga como extremos 3 y 15, y como medios, 9 y 5.**

$$\frac{3}{9} = \frac{5}{15}$$

6.43. Comprueba si son verdaderas o no las siguientes proporciones.

a) $\frac{5}{2} = \frac{10}{4}$

c) $\frac{30}{20} = \frac{200}{110}$

b) $\frac{3}{1,5} = \frac{5}{3}$

d) $\frac{52\ 052}{124\ 124} = \frac{13}{31}$

a) $\frac{5}{2} = \frac{10}{4} \Rightarrow 5 \cdot 4 = 2 \cdot 10 \Rightarrow$ Forman una proporción.

b) $\frac{3}{1,5} = \frac{5}{3} \Rightarrow 3 \cdot 3 \neq 1,5 \cdot 5 \Rightarrow$ No forman una proporción.

c) $\frac{30}{20} = \frac{200}{110} \Rightarrow 30 \cdot 110 \neq 20 \cdot 200 \Rightarrow$ No forman una proporción.

d) $\frac{52\ 052}{124\ 124} = \frac{13}{31} \Rightarrow 52\ 052 \cdot 31 = 124\ 124 \cdot 13 \Rightarrow$ Forman una proporción.

6.44. Señala cuáles de los siguientes pares de razones forman proporción e indica, en su caso, la razón de proporcionalidad.

a) $\frac{12}{6}$ y $\frac{6}{3}$

c) $\frac{4}{5}$ y $\frac{5}{6}$

b) $\frac{8}{4}$ y $\frac{6}{3}$

d) $\frac{6}{8}$ y $\frac{3}{4}$

a) $12 \cdot 3 = 6 \cdot 6 \Rightarrow$ Forman una proporción. Su razón de proporcionalidad es $\frac{12}{6} = 2$.

b) $8 \cdot 3 = 4 \cdot 6 \Rightarrow$ Forman una proporción. Su razón de proporcionalidad es $\frac{8}{4} = 2$.

c) $4 \cdot 6 \neq 5 \cdot 5 \Rightarrow$ No forman una proporción.

d) $6 \cdot 4 = 8 \cdot 3 \Rightarrow$ Forman una proporción. Su razón de proporcionalidad es $\frac{3}{4} = 0,75$.

6.45. La razón entre 10 y 5 es 2. Da otros tres pares de números cuya razón sea 2.

8 y 4, porque $\frac{8}{4} = 2$

20 y 10, porque $\frac{20}{10} = 2$

6.46. Indica dos números cuya razón sea:

a) 5

b) 2,5

a) 10 y 2

b) 5 y 2

6.47. Halla x para que la razón entre 7 y x sea 3,45.

$$\frac{7}{x} = 3,45 \Rightarrow x = \frac{7}{3,45} = 2,029$$

6.48. Halla x para que la razón entre 12 y x sea 2,4.

$$\frac{12}{x} = 2,4 \Rightarrow x = \frac{12}{2,4} = 5$$

6.49. Halla el valor de x para que se cumplan las siguientes proporciones.

a) $\frac{12}{3} = \frac{4}{x}$ b) $\frac{10}{x} = \frac{4}{2}$ c) $\frac{4}{16} = \frac{x}{64}$ d) $\frac{3}{10} = \frac{81}{x}$

a) $\frac{12}{3} = \frac{4}{x} \Rightarrow 12 \cdot x = 3 \cdot 4 \Rightarrow 12 \cdot x = 12 \Rightarrow x = 1$

b) $\frac{10}{x} = \frac{4}{2} \Rightarrow 10 \cdot 2 = 4 \cdot x \Rightarrow 20 = 4 \cdot x \Rightarrow x = 5$

c) $\frac{4}{16} = \frac{x}{64} \Rightarrow 4 \cdot 64 = 16 \cdot x \Rightarrow 256 = 16 \cdot x \Rightarrow x = 16$

d) $\frac{3}{10} = \frac{81}{x} \Rightarrow 3 \cdot x = 81 \cdot 10 \Rightarrow 3 \cdot x = 810 \Rightarrow x = 270$

6.50. ¿Qué valor tiene que tomar x para que los números 4, 7, x y 21 formen una proporción?

$\frac{4}{7} = \frac{x}{21} \Rightarrow 4 \cdot 21 = 7 \cdot x \Rightarrow 84 = 7 \cdot x \Rightarrow x = 12$

6.51. Calcula el valor de las letras en las siguientes proporciones.

a) $\frac{15}{5} = \frac{20}{x}$ b) $\frac{42}{12} = \frac{t+2}{10}$ c) $\frac{15}{6} = \frac{x}{8}$ d) $\frac{12}{8} = \frac{30}{z+1}$

a) $\frac{15}{5} = \frac{20}{x} \Rightarrow 15 \cdot x = 5 \cdot 20 \Rightarrow 15 \cdot x = 100 \Rightarrow x = \frac{100}{15} = \frac{20}{3}$

b) $\frac{42}{12} = \frac{t+2}{10} \Rightarrow 42 \cdot 10 = 12 \cdot (t+2) \Rightarrow 420 = 12 \cdot (t+2) \Rightarrow 35 = t+2 \Rightarrow t = 33$

c) $\frac{6}{15} = \frac{c+3}{50} \Rightarrow 6 \cdot 50 = 15 \cdot (c+3) \Rightarrow 300 = 15 \cdot c + 45 \Rightarrow 255 = 15 \cdot c \Rightarrow c = 17$

d) $\frac{6}{15} = \frac{2}{d-1} \Rightarrow 2 \cdot 15 = 6 \cdot (d-1) \Rightarrow 30 = 6d - 6 \Rightarrow 36 = 6d \Rightarrow 6 = d$

Razones y proporciones

6.52. Comprueba si las siguientes tablas corresponden a magnitudes directamente proporcionales.

a)

Magnitud 1. ^a	1	2	3	4	5
Magnitud 2. ^a	8	16	24	32	40

b)

Magnitud 1. ^a	4	8	16	32	64
Magnitud 2. ^a	2	4	6	8	10

c)

Magnitud 1. ^a	1	2	3	4	5
Magnitud 2. ^a	5	10	15	16	25

a) Sí son directamente proporcionales porque $\frac{1}{8} = \frac{2}{16} = \frac{3}{24} = \frac{4}{32} = \frac{5}{40}$.

b) No son directamente proporcionales porque $\frac{8}{4} \neq \frac{16}{6}$.

c) No son directamente proporcionales porque $\frac{3}{15} \neq \frac{4}{16}$.

6.53. Copia y completa las siguientes tablas, que relacionan magnitudes directamente proporcionales, y calcula en cada caso la constante de proporcionalidad.

a)

Magnitud 1	1	2	4	6	8
Magnitud 2		10			

a)

Magnitud 1	1	2	4	6	8
Magnitud 2	5	10	20	30	40

b)

Magnitud 1		7	14	21	
Magnitud 2	5		15		25

b)

Magnitud 1	$\frac{14}{3}$	7	14	21	$\frac{70}{3}$
Magnitud 2	5	7,5	15	22,5	25

c)

Magnitud 1	4	12	100	200	
Magnitud 2		9			

c)

Magnitud 1	4	12	100	200	300
Magnitud 2	3	9	75	150	225

6.54. Razona en qué casos las magnitudes son directamente proporcionales.

- a) **Altura de un edificio y longitud de su sombra.**
 - b) **Número de personas y tiempo que tardan en pintar una valla.**
 - c) **Número de grifos de una bañera y tiempo que tardan en llenarla.**
 - d) **Edad de un padre y de su hijo.**
 - e) **Peso de una botella y cantidad de líquido que contiene.**
 - f) **Edad de un árbol y número de anillos en su corteza.**
- a) Sí, porque si aumenta la altura de un edificio, aumenta la sombra en proporción.
 - b) No, porque cuanto mayor es el número de personas, menor es el tiempo que tardan en pintar una valla.
 - c) No, porque cuanto mayor es el número de grifos, menor es el tiempo que tardan en llenar una bañera.
 - d) No porque los aumentos de edad no están en propiedad.
 - e) No, debido al peso fijo del envase.
 - f) Sí, porque cada anillo representa un número fijo de años del árbol.

6.55. Pon un ejemplo de dos magnitudes que cumplan cada una de estas condiciones.

- a) **Que sean directamente proporcionales.**
 - b) **Que no sean directamente proporcionales.**
- a) El número de lápices que compro y el precio.
 - b) La velocidad de un coche y el tiempo que tarda en recorrer una distancia.

Porcentajes

6.56. Asocia cada fracción con el porcentaje equivalente.

$\frac{5}{100}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{25}{50}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{18}{30}$
5%	75%	60%	50%	25%	20%	40%
$\frac{5}{100} = 5\%$	$\frac{2}{10} = 20\%$	$\frac{25}{50} = 50\%$	$\frac{1}{4} = 25\%$	$\frac{2}{5} = 40\%$	$\frac{3}{4} = 75\%$	$\frac{18}{30} = 60\%$

6.57. Asocia cada porcentaje con el número decimal equivalente.

3%	1%	58%	10%	30%	99%	0,1%
0,1	0,58	0,3	0,99	0,03	0,001	0,01
3% = 0,03	58% = 0,58	30% = 0,3	0,1% = 0,001			
1% = 0,01	10% = 0,1	99% = 0,99				

6.58. Expresa las siguientes fracciones y decimales como porcentajes.

a) $\frac{1}{2}$	c) $\frac{3}{4}$	e) 0,15	g) 0,91
b) $\frac{2}{5}$	d) $\frac{12}{30}$	f) 0,5	h) 0,01
a) 0,50 = 50%	c) 0,75 = 75%	e) $\frac{15}{100} = 15\%$	g) $\frac{91}{100} = 91\%$
b) 0,40 = 40%	d) 0,4 = 40%	f) $\frac{50}{100} = 50\%$	h) $\frac{1}{100} = 1\%$

6.59. Encuentra la fracción irreducible y el número decimal que representa cada uno de los siguientes porcentajes.

a) 15%	b) 19%	c) 2%	d) 90%
a) $15\% = \frac{15}{100} = 0,15$		c) $2\% = \frac{2}{100} = 0,02$	
b) $19\% = \frac{19}{100} = 0,19$		d) $90\% = \frac{90}{100} = 0,9$	

6.60. Completa la siguiente tabla.

Porcentaje	96%			
N.º decimal		0,015		
Fracción			$\frac{42}{100}$	
Razón				$\frac{7}{8}$

Porcentaje	96%	1,5%	42%	87,5%
N.º decimal	0,96	0,015	0,42	0,875
Fracción	$\frac{96}{100}$	$\frac{3}{200}$	$\frac{42}{100}$	$\frac{175}{200}$
Razón	$\frac{24}{25}$	$\frac{3}{200}$	$\frac{21}{50}$	$\frac{7}{8}$

6.61. Calcula los siguientes porcentajes.

- a) 10% de 650
 - b) 25% de 400
 - c) 30% de 90
 - d) 10% de 20
 - e) 1% de 10
 - f) 90% de 1000
- a) $10\% \text{ de } 650 = 0,1 \cdot 650 = 65$
- b) $25\% \text{ de } 400 = 0,25 \cdot 400 = 100$
- c) $30\% \text{ de } 90 = 0,3 \cdot 90 = 27$
- d) $10\% \text{ de } 20 = 0,1 \cdot 20 = 2$
- e) $1\% \text{ de } 10 = 0,01 \cdot 10 = 0,1$
- f) $90\% \text{ de } 1000 = 0,9 \cdot 1000 = 900$

6.62. Copia y completa la tabla calculando el 25% de cada cantidad.

400	300	100	50	25	10	1000

400	300	100	50	25	10	1000
100	75	25	12,5	6,25	2,5	250

6.63. ¿Cuál de los siguientes números es el 7% de 2400?

- a) 14
- b) 48
- c) 168
- d) 18,6

$7\% \text{ de } 2400 = \frac{7}{100} \cdot 2400 = 0,07 \cdot 2400 = 168$. Respuesta c.

6.64. Copia y completa la tabla aplicando a 5000 los siguientes porcentajes.

5%	50%	75%	100%	1%	16%	27%

5%	50%	75%	100%	1%	16%	27%
250	2500	3750	5000	50	800	1350

6.65. Responde a las siguientes preguntas.

- a) ¿Qué tanto por ciento de 28 es 14?
- b) ¿Qué tanto por ciento de 32 es 4?
- c) ¿Qué tanto por ciento de 10 es 6?

a) Aplicamos la siguiente regla de tres:

$$\left. \begin{array}{l} 28 \text{ --- } 14 \\ 100 \text{ --- } x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{28}{100} = \frac{14}{x} \Rightarrow x = \frac{14 \cdot 100}{28} = 50$$

b) Aplicamos la siguiente regla de tres:

$$\left. \begin{array}{l} 32 \text{ --- } 4 \\ 100 \text{ --- } x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{32}{100} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 100}{32} = 12,50$$

c) Aplicamos la siguiente regla de tres:

$$\left. \begin{array}{l} 10 \text{ --- } 6 \\ 100 \text{ --- } x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{10}{100} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 100}{10} = 60$$

6.66. Sustituye n por el valor que corresponda.

- a) El n% de 8 es 6.
- b) El n% de 10 es 5.
- c) El n% de 112 es 25.
- d) El n% de 85,5 es 57.
- e) El n% de 75 es 15.
- f) El n% de 88 es 22.

a) $\frac{8}{100-n} = \frac{6}{100} \Rightarrow n = \frac{6 \cdot 100}{8} = 75 \Rightarrow$ El 75% de 8 es 6.

b) $\frac{10}{100-n} = \frac{5}{100} \Rightarrow n = \frac{5 \cdot 100}{10} = 50 \Rightarrow$ El 50% de 10 es 5.

c) $\frac{112}{100-n} = \frac{25}{100} \Rightarrow n = \frac{25 \cdot 100}{112} = 22,32 \Rightarrow$ El 22,32% de 112 es 25.

d) $\frac{85,5}{100-n} = \frac{57}{100} \Rightarrow n = \frac{57 \cdot 100}{85,5} = 66,67 \Rightarrow$ El 66,67% de 85,5 es 57.

e) $\frac{75}{100-n} = \frac{15}{100} \Rightarrow n = \frac{15 \cdot 100}{75} = 20 \Rightarrow$ El 20% de 75 es 15.

f) $\frac{88}{100-n} = \frac{22}{100} \Rightarrow n = \frac{22 \cdot 100}{88} = 25 \Rightarrow$ El 25% de 88 es 22.

6.67. Halla n sabiendo que:

- a) El 30% de n es 21.
- b) El 16% de n es 8.
- c) El 25% de n es 210.
- d) El 56% de n es 112.
- e) El 14% de n es 11.
- f) El 72% de n es 108.

a) $\frac{100-30}{n-21} = \frac{100}{n} = \frac{30}{21} \Rightarrow n = \frac{100 \cdot 21}{30} = 70 \Rightarrow$ El 30% de 70 es 21.

b) $\frac{100-16}{n-8} = \frac{100}{n} = \frac{16}{8} \Rightarrow n = \frac{100 \cdot 8}{16} = 50 \Rightarrow$ El 16% de 50 es 8.

c) $\frac{100-25}{n-210} = \frac{100}{n} = \frac{25}{210} \Rightarrow n = \frac{100 \cdot 210}{25} = 840 \Rightarrow$ El 25% de 840 es 210.

d) $\frac{100-56}{n-112} = \frac{100}{n} = \frac{56}{112} \Rightarrow n = \frac{100 \cdot 112}{56} = 200 \Rightarrow$ El 56% de 200 es 112.

e) $\frac{100-14}{n-11} = \frac{100}{n} = \frac{14}{11} \Rightarrow n = \frac{100 \cdot 11}{14} = 78,57 \Rightarrow$ El 14% de 78,57 es 11.

f) $\frac{100-72}{n-108} = \frac{100}{n} = \frac{72}{108} \Rightarrow n = \frac{100 \cdot 108}{72} = 150 \Rightarrow$ El 72% de 150 es 108.

6.68. Copia y completa para que se cumpla la igualdad, como muestra el ejemplo.

- a) $\square + 75\% = 100\%$
- b) $5\% + \square = 100\%$
- c) $\square + 2,5\% = 100\%$
- d) $96,5\% + \square = 100\%$
- a) $25\% + 75\% = 100\%$
- b) $5\% + 95\% = 100\%$
- c) $97,5\% + 2,5\% = 100\%$
- d) $96,5\% + 3,5\% = 100\%$

6.69. La parte coloreada de rojo representa un aumento. Indica cuál es su valor.



$\frac{10-2}{100-x} = \frac{10}{100} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = \frac{100 \cdot 2}{10} = 20$
 Ha aumentado un 20%.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

- 6.70. El Parque Nacional de las Tablas de Daimiel tiene una superficie de 1928 hectáreas. ¿Cuántas veces es mayor el Parque Nacional de Cabañeros si la superficie de este es de 39 000 hectáreas?

$$\frac{39\ 000}{1928} = 20,23.$$

El Parque Nacional de Cabañeros es 20,23 veces mayor que el de las Tablas de Daimiel.

- 6.71. Si dos DVD cuestan 23 euros, ¿cuánto costarán 7 DVD?

Resolvemos con la regla de tres simple directa del siguiente modo:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \text{ DVD} - 23 \text{ euros} \\ 7 \text{ DVD} - x \text{ euros} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{7} = \frac{23}{x} \Rightarrow x = \frac{7 \cdot 23}{2} = 80,50 \text{ euros costarán 7 DVD.}$$

- 6.72. ¿Cuántos cartones de leche podré comprar con 12 euros?



$$\left. \begin{array}{l} 2 \text{ cartones} - 1,42 \text{ euros} \\ x \text{ cartones} - 12 \text{ euros} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{1,42}{12} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 12}{1,42} = 16,90$$

Con 12 euros podré comprar 16 cartones.

- 6.73. Si 7 metros de tela han costado 23 euros, ¿cuánto costarán 31 metros de esa tela?

$$\left. \begin{array}{l} 7 \text{ metros} - 23 \text{ euros} \\ 31 \text{ metros} - x \text{ euros} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{7}{31} = \frac{23}{x} \Rightarrow x = \frac{23 \cdot 31}{7} = 101,86 \text{ euros costarán 31 metros.}$$

- 6.74. En un centro escolar hay 2,4 veces más alumnos de Secundaria que de Bachillerato. Si son 120 los alumnos de Bachillerato, ¿cuántos alumnos hay de Secundaria?

$$\frac{\text{Secundaria}}{\text{Bachillerato}} = 2,4 \Rightarrow \frac{\text{Secundaria}}{120} = 2,4 \Rightarrow \text{Secundaria} = 2,4 \cdot 120 = 288 \text{ alumnos}$$

- 6.75. En una tienda de electrodomésticos van a rebajar un 12% todos sus artículos. Calcula la cantidad de dinero que descuentan en estos electrodomésticos y el precio final.

a)



b)



- a) Descuento: 12% de 340,12 euros = $0,12 \cdot 340,12 = 40,81$ euros
 Precio final = $340,12 - 40,81 = 299,31$ euros
- b) Descuento: 12% de 236 euros = $0,12 \cdot 236 = 28,32$ euros
 Precio final = $236 - 28,32 = 207,68$ euros

6.76. Al acabar el año, una tienda de deportes ha decidido subir un 18% el precio de sus artículos. Calcula el precio de estos artículos después del incremento.

a)



b)



Si el incremento es del 18%, quiere decir que debemos pagar el 118%.

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 100 \\ 21 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \left. \begin{array}{l} 118 \\ x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{21} = \frac{118}{x} \Rightarrow x = \frac{21 \cdot 118}{100} = 24,78 \text{ euros costará el balón.}$$

$$\text{b) } \left. \begin{array}{l} 100 \\ 89 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \left. \begin{array}{l} 118 \\ x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{89} = \frac{118}{x} \Rightarrow x = \frac{89 \cdot 118}{100} = 105,02 \text{ euros costará la raqueta.}$$

6.77. En una empresa hay dos categorías de puestos de trabajo. Al empezar el año se incrementa el sueldo de este modo:

Categoría 1.ª: de 680 a 753 euros.

Categoría 2.ª: de 921 a 1093 euros.

¿Ha sido el aumento proporcional?

Calculamos el aumento porcentual de cada sueldo.

Categoría 1.ª

Su sueldo ha aumentado $753 - 680 = 73$ euros.

$$\left. \begin{array}{l} 680 \\ 100 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \left. \begin{array}{l} 73 \\ x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{680}{100} = \frac{73}{x} \Rightarrow x = \frac{73 \cdot 100}{680} = 10,74$$

El sueldo de la categoría 1.ª ha aumentado un 10,74%.

Categoría 2.ª

Su sueldo ha aumentado $1093 - 921 = 172$ euros.

$$\left. \begin{array}{l} 921 \\ 100 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \left. \begin{array}{l} 172 \\ x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{921}{100} = \frac{172}{x} \Rightarrow x = \frac{172 \cdot 100}{921} = 18,68$$

El sueldo de la categoría 2.ª ha aumentado un 18,68%.

El aumento no ha sido proporcional, porque en la categoría 2.ª ha sido mayor que en la 1.ª

6.78. Dos equipos de baloncesto han obtenido el siguiente número de aciertos:

Equipo A: de 30 tiros, 20 encestandos.

Equipo B: de 45 tiros, 30 encestandos.

¿Cuál de los dos equipos tiene mayor efectividad?

Calculamos el porcentaje de aciertos de cada equipo.

Equipo A

$$\left. \begin{array}{l} 30 \text{ tiros} \\ 100 \text{ tiros} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \left. \begin{array}{l} 20 \text{ encestandos} \\ x \text{ encestandos} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{30}{100} = \frac{20}{x} \Rightarrow x = \frac{20 \cdot 100}{30} = 66,67 \text{ . Ha encestando un } 66,67\%.$$

Equipo B

$$\left. \begin{array}{l} 45 \text{ tiros} \\ 100 \text{ tiros} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \left. \begin{array}{l} 30 \text{ encestandos} \\ x \text{ encestandos} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{45}{100} = \frac{30}{x} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 100}{45} = 66,67 \text{ . Ha encestando un } 66,67\%.$$

Los dos equipos son igual de efectivos porque han tenido el mismo porcentaje de aciertos.

6.79. ¿Cuántos CD podremos comprar con 6 euros?



Resolvemos con la regla de tres simple directa del siguiente modo:

$$\left. \begin{array}{l} 5 \text{ CD} \text{ --- } 1,20 \text{ euros} \\ x \text{ CD} \text{ --- } 6 \text{ euros} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{5}{x} = \frac{1,20}{6} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 6}{1,20} = 25$$

Con 6 euros podremos comprar 25 CD.

6.80. Luisa tenía ahorrados 33,60 euros y se ha gastado el 35% de sus ahorros en un regalo de cumpleaños para su padre. ¿Cuánto le ha costado el regalo?

$$\text{Se ha gastado el } 35\% \text{ de } 33,60 = \frac{35}{100} \cdot 33,60 = 0,35 \cdot 33,60 = 11,76 \text{ euros.}$$

6.81. Después de haber consumido el 12% del depósito de gasolina de un coche quedan 44 litros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?

Como ha consumido el 12%, queda el 88% del depósito.

$$\left. \begin{array}{l} 100 \text{ --- } 88 \\ x \text{ --- } 44 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{x} = \frac{88}{44} \Rightarrow x = \frac{44 \cdot 100}{88} = 50. \text{ La capacidad del depósito es de 50 litros.}$$

6.82. Los embalses que abastecen una ciudad se encuentran al 22% de su capacidad, lo que representa 176 kilómetros cúbicos. ¿Cuál es su capacidad total?

$$\left. \begin{array}{l} 100 \text{ --- } 22 \\ x \text{ --- } 176 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{x} = \frac{22}{176} \Rightarrow x = \frac{176 \cdot 100}{22} = 800. \text{ La capacidad es de 800 kilómetros cúbicos.}$$

6.83. La superficie de Andalucía es de 87 597 kilómetros cuadrados. Sabiendo que la superficie total de España es de 505 988 kilómetros cuadrados, ¿qué porcentaje del total de la superficie de España ocupa Andalucía?

$$\left. \begin{array}{l} 505 \ 988 \text{ --- } 87 \ 597 \\ 100 \text{ --- } x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{505 \ 988}{100} = \frac{87 \ 597}{x} \Rightarrow x = \frac{87 \ 597 \cdot 100}{505 \ 988} = 17,31$$

Andalucía ocupa el 17,31% de la superficie total de España.

6.84. El 16% de los alumnos de un colegio estuvieron enfermos con gripe durante el curso pasado.

a) Si hubo 144 enfermos con gripe, ¿cuántos alumnos tiene el colegio?

b) Si el colegio tuviera 1350 alumnos, ¿cuántos alumnos habrían estado enfermos?

$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} 100 \text{ --- } 16 \\ x \text{ --- } 144 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{x} = \frac{16}{144} \Rightarrow x = \frac{144 \cdot 100}{16} = 900$$

El colegio tiene 900 alumnos.

$$\text{b) } 16\% \text{ de } 1350 = \frac{16}{100} \cdot 1350 = 0,16 \cdot 1350 = 216$$

Estarían enfermos 216 alumnos.

6.85. Juan y María se han comprado el mismo jersey.



Juan dice que a él le ha costado menos, y María dice que a ella es a la que le ha costado menos. ¿Quién tiene razón?

Supongamos que el jersey cuesta x euros. Calculamos cuánto paga cada uno por el jersey.

A Juan le descuentan el 15%. Por tanto, paga el 85% de $x = 0,85 \cdot x$.

A María le descuentan primero el 10%. Por tanto, paga el 90% de $x = 0,9 \cdot x$.

Con la rebaja adicional le descuentan el 5%. Por tanto, paga el 95% del precio rebajado. Es decir, finalmente paga el 95% de $0,9 \cdot x = 0,95 \cdot 0,9 \cdot x = 0,855 \cdot x$.

Como $0,85 \cdot x < 0,855 \cdot x$, entonces Juan tiene razón y paga menos por el jersey.

6.86. La factura de electricidad se reduce 1,75 euros. Si el mes pasado se pagaron 35 euros, ¿qué porcentaje supone esa disminución?

$$\left. \begin{array}{l} 35 \text{ — } 1,75 \\ 100 \text{ — } x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{35}{100} = \frac{1,75}{x} \Rightarrow x = \frac{1,75 \cdot 100}{35} = 5$$

Le descuentan el 5%.

6.87. Un calentador de agua consume 900 litros de gas en 5 horas y media. Otro calentador consume 100 litros de gas en 3 horas y media. ¿Cuál de los dos calentadores gasta más por hora?

Calculamos los litros que consume cada calentador por hora.

El primer calentador consume $\frac{900}{5,5} = 163,63$ litros en una hora.

El segundo calentador consume $\frac{100}{3,5} = 28,57$ litros en una hora.

Como $163,63 > 28,57$, consume más por hora el primer calentador.

6.88. En un supermercado han cambiado los precios de algunos productos: el kilogramo de arroz ha pasado de 1,38 a 1,54 euros, y el kilogramo de garbanzos, de 1,51 a 1,45.

a) ¿Qué tanto por ciento ha subido el kilogramo de arroz?

b) ¿Qué porcentaje ha bajado el kilogramo de garbanzos?

a) El kilo de arroz ha aumentado $1,54 - 1,38 = 0,16$ euros/kilo.

$$\left. \begin{array}{l} 1,38 \text{ — } 0,16 \\ 100 \text{ — } x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1,38}{100} = \frac{0,16}{x} \Rightarrow x = \frac{0,16 \cdot 100}{1,38} = 11,59$$

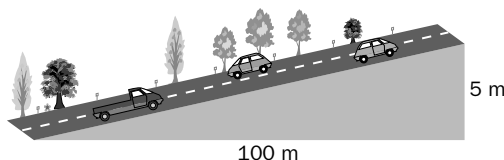
El precio del kilogramo de arroz ha aumentado un 11,59%.

b) El kilo de garbanzos ha bajado $1,51 - 1,45 = 0,06$ euros/kilo.

$$\left. \begin{array}{l} 1,51 \text{ — } 0,06 \\ 100 \text{ — } x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1,51}{100} = \frac{0,06}{x} \Rightarrow x = \frac{0,06 \cdot 100}{1,51} = 3,97$$

El precio del kilogramo de garbanzos ha bajado un 3,97%.

- 6.89. La figura indica que por cada 100 metros de avance en horizontal se ascienden 5 metros: se dice que su pendiente es del 5%.



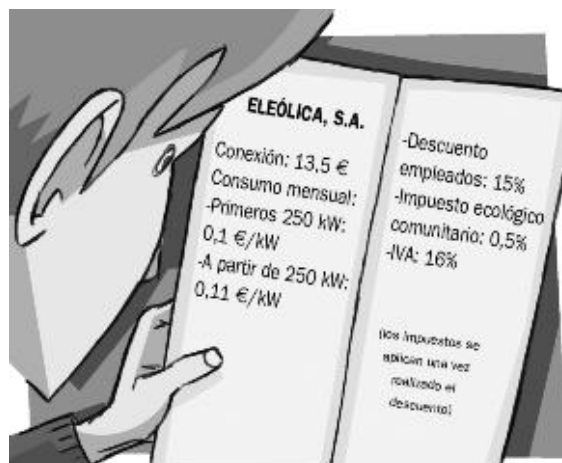
¿Cuál es la pendiente de un tramo de carretera en el que por cada 500 metros de avance en horizontal se ascienden 30 metros?

Resolvemos con la regla de tres simple directa del siguiente modo:

$$\left. \begin{array}{l} 500 \text{ — } 30 \\ 100 \text{ — } x \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{500}{100} = \frac{30}{x} \Rightarrow x = \frac{30 \cdot 100}{500} = 6$$

La pendiente es del 6%.

- 6.90. Ricardo Requena, cliente y a la vez empleado de la compañía eléctrica Eleólica, S. A., ha recibido la siguiente información. Si en el último mes ha consumido 390 kW, ¿cuánto deberá abonar en la próxima factura?



Sin descuentos, ni IVA ni otros impuestos debe pagar $13,5 + 250 \cdot 0,1 + 140 \cdot 0,11 = 53,90$ euros.

El descuento que le hacen es el 15% de $53,9 = 0,15 \cdot 53,9 = 8,085$. Por tanto, con descuento paga $53,9 - 8,085 = 45,815$ euros.

El impuesto ecológico que debe pagar es el 0,5% de $45,815 = 0,005 \cdot 45,815 = 0,2290$. Por tanto, con impuesto ecológico paga $45,815 + 0,2290 = 46,044$ euros.

El IVA que debe pagar es el 16% de $46,044 = 7,367$ euros. Por tanto, con IVA deberá pagar $46,044 + 7,367 = 53,411$ euros.

La factura de Ricardo será de 53,41 euros.

AMPLIACIÓN

- 6.91. En unas elecciones a alcalde de un pueblo se presentan tres candidatos, que obtienen 10 575, 7990 y 2585 votos, respectivamente. Si votó el 90% del censo, el número de personas empadronadas era de:

- a) 23 500 b) 49 572 c) 23 275 d) 21 150

En total votaron $10\ 575 + 7990 + 2585 = 21\ 150$ personas, que suponen el 90% del censo.

$$\left. \begin{array}{l} 100 \text{ — } 90 \\ x \text{ — } 21\ 150 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{x} = \frac{90}{21\ 150} \Rightarrow x = \frac{21\ 150 \cdot 100}{90} = 23\ 500$$

El total de personas empadronadas era de 23 500. Respuesta a.

6.92. En una tienda han subido los precios un 25%. ¿Qué porcentaje tienen que bajarlos para volver al precio inicial?

- a) 12,5% b) 25% c) 50% d) 20%

Si x es el precio inicial, y p el porcentaje que hay que bajar, entonces:

$$x \cdot 1,25 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) = x \Rightarrow 1,25 \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) = 1 \Rightarrow p = \frac{0,25}{1,25} \cdot 100 = 20\%. \text{ Respuesta c.}$$

6.93. En una clase de 30 estudiantes, el 40% lleva gafas, y de estos, tres son zurdos. ¿Cuál es el porcentaje de estudiantes zurdos entre los que llevan gafas?

- a) 10% b) 25% c) 7,5% d) 3%

Lleva gafas el 40% de 30 = $0,40 \cdot 30 = 12$ estudiantes.

3 alumnos de 12 son zurdos, es decir, $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$ de los estudiantes.

El 25% de los alumnos que llevan gafas son zurdos. Respuesta b.

6.94. Un tren de mercancías de 1 kilómetro de largo circula a 20 km/h. Si entra en un túnel de 1 kilómetro de largo a las 10.00, ¿a qué hora sale la cola del último vagón?

- a) 10.03 b) 10.05 c) 10.06 d) 10.20

El primer vagón sale a los $t = \frac{e}{v} = \frac{1}{20} = 0,05$ horas = 3 minutos.

El último vagón entra cuando el primer vagón sale; es decir, a los 3 minutos. El último vagón saldrá a los 3 minutos, pues tarda lo mismo en recorrer el túnel que el primer vagón. Por tanto, la cola del último vagón sale a las 10.06. Respuesta c.

6.95. Una bolsa contiene 100 bolas, de las cuales un 95% son rojas. Después de quitar algunas bolas rojas, el porcentaje de estas que quedan en la bolsa es del 75%. ¿Cuántas bolas rojas hemos quitado?

- a) 25 b) 50 c) 75 d) 80

El 5% de las 100 bolas de la bolsa, 5 bolas, no son rojas. Después de quitar algunas bolas, no son rojas el 25%. Es decir, el 25% son 5 bolas. Luego el 100% son 20 bolas. La nueva bolsa contiene 20 bolas, y como la anterior contenía 100, se han quitado 80 bolas.

Respuesta d.

AUTOEVALUACIÓN

6.A1. Halla la razón entre los siguientes números.

- a) 84 y 16 b) 72 y 15
 a) $\frac{84}{16} = 5,25$ b) $\frac{72}{15} = 4,8$

6.A2. Calcula el valor de las letras en las siguientes proporciones.

- a) $\frac{10}{3} = \frac{12}{x}$ b) $\frac{2}{12} = \frac{x}{30}$
 a) $\frac{10}{3} = \frac{12}{x} \Rightarrow 10 \cdot x = 3 \cdot 12 \Rightarrow 10 \cdot x = 36 \Rightarrow x = 3,6$
 b) $\frac{2}{12} = \frac{x}{30} \Rightarrow 2 \cdot 30 = 12 \cdot x \Rightarrow 60 = 12 \cdot x \Rightarrow x = 5$

6.A3. Completa la siguiente tabla, que relaciona magnitudes directamente proporcionales e indica la razón de proporcionalidad.

Magnitud 1. ^a	1	2	3	4
Magnitud 2. ^a		10		

Magnitud 1. ^a	1	2	3	4
Magnitud 2. ^a	5	10	15	20

La razón de proporcionalidad es 5.

6.A4. Razona en qué casos las magnitudes son directamente proporcionales.

- a) Distancia entre dos ciudades y tiempo que se tarda en llegar de una a otra.
 - b) Número de asientos vacíos en el cine y personas que asisten a una sesión.
- a) Son directamente proporcionales cuando se viaja con velocidad uniforme de una a otra ciudad.
- b) No son directamente proporcionales, porque cuanto mayor es el número de asientos vacíos en el cine, menor es el número de personas que asisten.

6.A5. Encuentra la razón y el número decimal equivalentes a cada uno de los siguientes porcentajes.

- a) 70%
- b) 95%
- c) 1%
- d) 0,09%

a) $70\% = \frac{70}{100} = 0,7$

c) $1\% = \frac{1}{100} = 0,01$

b) $\frac{95}{100} = 95\% = 0,95$

d) $0,09\% = \frac{0,09}{100} = 0,0009$

6.A6. Para hacer 2 litros de zumo de naranja se necesitan 16 naranjas.

- a) ¿Cuántas naranjas se necesitan para hacer 5 litros de zumo?
- b) ¿Cuántos litros de zumo se consiguen si se utilizan 21 naranjas?

a) $\left. \begin{array}{l} 2 \text{ litros} \text{ --- } 16 \text{ naranjas} \\ 5 \text{ litros} \text{ --- } x \text{ naranjas} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{16}{x} \Rightarrow x = \frac{5 \cdot 16}{2} = 40$

Se necesitan 40 naranjas.

b) $\left. \begin{array}{l} 2 \text{ litros} \text{ --- } 16 \text{ naranjas} \\ x \text{ litros} \text{ --- } 21 \text{ naranjas} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{16}{21} \Rightarrow x = \frac{21 \cdot 2}{16} = 2,625$

Se consiguen 2,625 litros de zumo.

6.A7. En una de las casetas de la Feria del Libro de una ciudad se han vendido en un día 312 ejemplares, que equivalen al 20% de los libros. Calcula el número total de libros.

$\left. \begin{array}{l} 100 \text{ --- } 20 \\ x \text{ --- } 312 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{100}{x} = \frac{20}{312} \Rightarrow x = \frac{312 \cdot 100}{20} = 1560$

El número total de libros era 1560.

6.A8. En una caja de galletas, la etiqueta anuncia que contiene un 25% más de lo habitual. Si la caja suele contener 24 galletas, ¿cuántas contiene el nuevo envase?

El 25% de 24 = 0,25 · 24 = 6 galletas más.

El nuevo envase contiene 24 + 6 = 30 galletas.

PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

Compara y deduce > Juguetes y realidad

- Mira en la imagen los juguetes y señala al menos tres de los que creas que sus proporciones no se corresponden con las de la realidad.**
Las dos muñecas de la derecha y el perro.
- Mide las dimensiones de las distintas partes del cuerpo de la muñeca y rellena la segunda columna de la siguiente tabla.**
Respuesta abierta
- Mide la altura de tu cabeza y, comparándola con la de la muñeca, obtén la escala a la que está dibujada.**
Respuesta abierta
- Utilizando la misma escala, termina de rellenar la tercera columna de la tabla anterior.**
Respuesta abierta
- Fíjate en las medidas que has obtenido para la altura y para los pies. ¿Crees que con esas medidas podrías andar?**
Respuesta abierta
- Busca en tu casa dos miniaturas a escala y calcula las dimensiones reales de los objetos que representan.**
Respuesta abierta

Interpretar datos > La factura del gas

Observa detenidamente esta factura de gas y trata de entender qué indica cada cosa para contestar después a las preguntas.

Lecturas y consumos			Detalle facturación		
Código CUPS:	<input type="text"/>		Fecha factura:	2 de Junio de 2010	N.º factura:
Lectura actual	<input type="text"/>		Tipo gas:	Natural	Emitida en:
02-06-2010	Real	92134	Tarifa:	3.2	Precios BOE:
Lectura anterior	<input type="text"/>		Lote:	01-01592	11-04-2008
02-04-2010	Real	92012	Precio de gas (€/ kWh) <input type="text"/> 0,045063		
Consumo	<input type="text"/> 122 m ³		Conceptos gas:		
1 m ³ =	10,718 kWh		Término fijo:	12,44	
122m ³ =	1307,6 kWh		Consumo gas =	1307,6 kWh x 0,045063 €/ kWh	
			Total gas	71,36	
			IVA 18 % (Base imponible	71,36)	
			TOTAL A PAGAR		84,20 €

- ¿En qué unidades se mide el consumo de gas?**
Se mide en m³ y en kW h.
- ¿Cuántos euros cuesta el consumo de un kWh? ¿Y consumir 1 m³ de gas?**
El precio de 1 kW h es de 0,045063 €, y el de 1 m³ es de 0,482985234 €.
- ¿Cuáles son los conceptos por los que se debe pagar? ¿Qué crees que significa cada uno?**
Los conceptos por los que se paga son: término fijo, consumo e IVA.
- ¿Cuál es el porcentaje de IVA que se debe pagar?**
El 18%.
- Realiza tú una factura similar en la que la Lectura actual indique 89452 m³ y la Lectura anterior 89076 m³. ¿De qué época del año crees que será esta factura?**
Consumo de gas: 376 m³ = 4029,968 kW h. Importes: término fijo, 12,44; consumo de gas, 181,60; total sin IVA: 194,04; IVA (18%): 34,93; total: 228,97 €. Por el elevado consumo, es invierno.

Aprende a pensar > Aprovecha las ofertas

Juan quiere comprar una docena de yogures de su marca preferida y decide abrir una investigación matemática en los supermercados de su barrio. En todos ellos, el precio original de una sola unidad es de 0,42 euros, pero hay diversas ofertas:



1. ¿Cuánto pagará en cada caso? ¿Qué opción es más conveniente?

- Supermercado 1.
De 12 yogures que compra, paga 8.
 $8 \cdot 0,42 = 3,36$ € paga.
- Supermercado 2.
 $12 \cdot 0,42 = 5,04$ € sin rebaja.
 20% de $5,04 = 0,2 \cdot 5,04 = 1,008$ €
 $5,04 - 1,008 = 4,032$ € paga.
- Supermercado 3.
Paga 8 yogures.
 $8 \cdot 0,42 = 3,36$ € paga.
- Supermercado 4.
Paga 6 a $0,42$ € y otros 6 a $0,21$ €.
 $6 \cdot 0,42 + 6 \cdot 0,21 = 3,78$ € paga.

La opción más conveniente es la de los mercados 1 y 3.

2. ¿Qué opción elegirías si quieres llevarte exactamente 8 yogures? ¿Y 6?

Si quiere 8 yogures exactamente:

- Supermercado 1.
Paga 6 yogures.
 $6 \cdot 0,42 = 2,52$ € paga.
- Supermercado 2.
 $8 \cdot 0,42 = 3,36$ € sin rebaja.
 20% de $3,36 = 0,2 \cdot 3,36 = 0,672$ € de descuento.
 $3,36 - 0,672 = 2,69$ € paga.
- Supermercado 3.
No puede llevarse 8 yogures exactamente.
- Supermercado 4.
Paga 4 a $0,42$ € y otros 4 a $0,21$ €; en total, $2,52$ €.
 $4 \cdot 0,42 + 4 \cdot 0,21 = 2,52$ € paga.

La opción más conveniente es la de los mercados 1 y 4.

Si quiere 6 yogures exactamente:

- Supermercado 1.
Paga 4 yogures.
 $4 \cdot 0,42 = 1,68$ € paga.
- Supermercado 2.
 $6 \cdot 0,42 = 2,52$ € sin rebaja.
 20% de $2,52 = 0,2 \cdot 2,52 = 0,50$ € de descuento.
 $2,52 - 0,5 = 2,02$ € paga.
- Supermercado 3.
No puede llevarse 6 yogures exactamente.
- Supermercado 4.
Paga 3 a $0,42$ € y otros 3 a $0,21$ €; en total, $2,52$ €.
 $3 \cdot 0,42 + 3 \cdot 0,21 = 1,89$ € paga.

La opción más conveniente es la del mercado 1.

3. ¿Por qué crees que las grandes superficies lanzan continuamente ofertas? ¿Crees que eso es siempre bueno para el consumidor? ¿Crees que la publicidad nos induce a comprar objetos que no necesitamos? Busca ejemplos concretos de anuncios para apoyar tus respuestas. Debate sobre el tema.

Respuesta abierta

Proyecto editorial: **Equipo de Educación Secundaria del Grupo SM**

Autoría: **M.^a Ángeles Anaya, Isabel de los Santos, José Luis González, Carlos Ramón Laca, M.^a Paz Bujanda, Serafín Mansilla**

Edición: **Rafaela Arévalo, Eva Béjar**

Corrección: **Ricardo Ramírez**

Ilustración: **Félix Anaya, Modesto Arregui, Juan Francisco Cobos, Félix Moreno, José Santos, Estudio “Haciendo el león”**

Diseño: **Pablo Canelas, Alfonso Ruano**

Maquetación: **SAFEKAT S. L.**

Coordinación de diseño: **José Luis Rodríguez**

Coordinación editorial: **Josefina Arévalo**

Dirección del proyecto: **Aída Moya**

(*) Una pequeña cantidad de ejercicios o apartados de ejercicios han sido marcados porque contienen alguna corrección en su enunciado respecto al que aparece en el libro del alumno.

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra, a excepción de las páginas que incluyen la leyenda de “Página fotocopiabile”.

© Ediciones SM

Impreso en España – *Printed in Spain*