

9 Estadística y probabilidad

ACTIVIDADES INICIALES

- 9.I. Oirás con frecuencia utilizar como sinónimos las palabras “meteorología” y “climatología”, aunque no lo son. Busca en el diccionario ambas palabras y explica a tus compañeros en qué se diferencian.

Meteorología es la ciencia que trata de la atmósfera y de los meteoros.

Climatología es el conjunto de las condiciones propias de un determinado clima.

- 9.II. Dos de las principales variables que definen el clima y que miden los meteorólogos son la temperatura y la velocidad del viento. Infórmate sobre sus valores mensuales mínimos y máximos en tu provincia y elabora una tabla con ellos.

Respuesta abierta

- 9.III. Relaciona cada instrumento (en la primera lista) con la variable meteorológica que mide (en la segunda):

- Termómetro, barómetro, pluviómetro, higrómetro, veleta, anemómetro.
- Dirección del viento, cantidad de lluvia, humedad atmosférica, presión atmosférica, temperatura, intensidad del viento.

Termómetro y temperatura, barómetro y presión atmosférica, pluviómetro y cantidad de lluvia, higrómetro y humedad atmosférica, veleta y dirección del viento, y anemómetro e intensidad del viento.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

- 9.1. Actividad resuelta.

- 9.2. Se lanza un dado y se obtiene:

5 4 3 6 2 1 3 4 5 6 1 2 4 3 1 2 2 5 4 6

Construye una tabla estadística.

Datos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1	3	$\frac{3}{20}$
2	4	$\frac{4}{20}$
3	3	$\frac{3}{20}$
4	4	$\frac{4}{20}$
5	3	$\frac{3}{20}$
6	3	$\frac{3}{20}$
	20	1

9.3. La duración, en minutos, de 10 llamadas telefónicas ha sido:

8 4 7 4 8 6 5 4 7 8

Elabora una tabla estadística

Duración en minutos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
4	3	$\frac{3}{10}$
5	1	$\frac{1}{10}$
6	1	$\frac{1}{10}$
7	2	$\frac{2}{10}$
8	3	$\frac{3}{10}$
	10	1

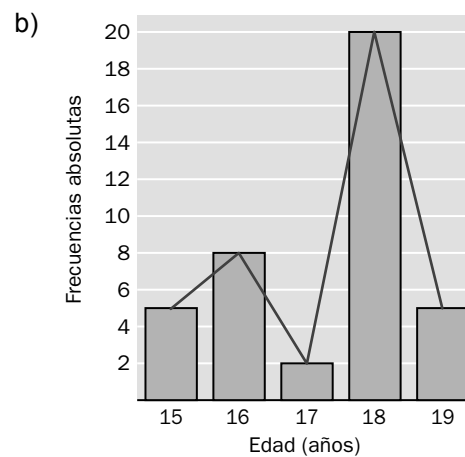
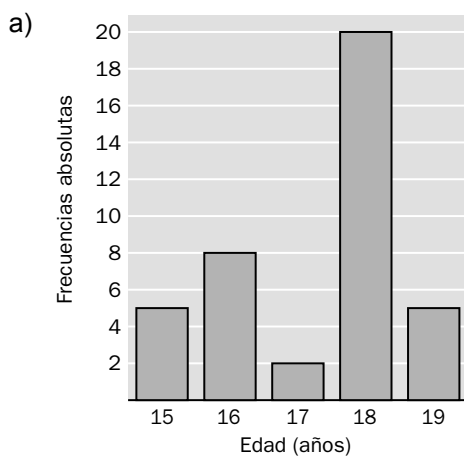
9.4. Actividad resuelta.

9.5. La tabla recoge la edad de un grupo de jóvenes encuestados.

Edad (años)	15	16	17	18	19
Frec. absoluta	5	8	2	20	5

a) Realiza el diagrama de barras.

b) Dibuja el polígono de frecuencias.



9.6. ¿Cuánto vale la suma de las alturas de las barras de un diagrama de barras?

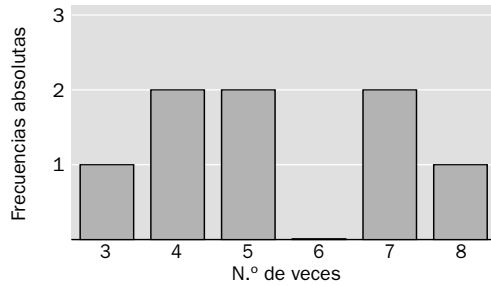
Las alturas de las barras de un diagrama de barras suman el número de datos.

9.7. Las veces que ha ido al teatro un grupo de amigos en un año son:

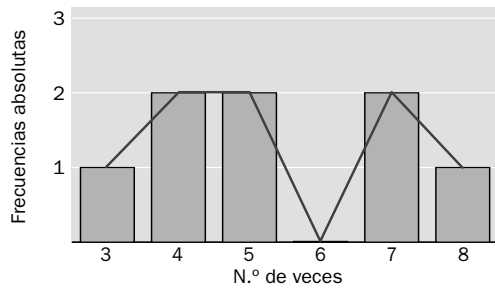
4 8 5 3 4 7 7 5

- a) Elabora el diagrama de barras.
- b) Dibuja el polígono de frecuencias.

a)



b)



9.8. Actividad interactiva.

9.9. Actividad resuelta.

9.10. Realiza un diagrama de sectores con los siguientes datos. ¿Qué amplitud ocupa la a?

o, o, e, i, u, e, a, a, e, e, i, a, i, i, e

Vocal	Frecuencia absoluta
a	3
e	5
i	4
o	2
u	1
	15

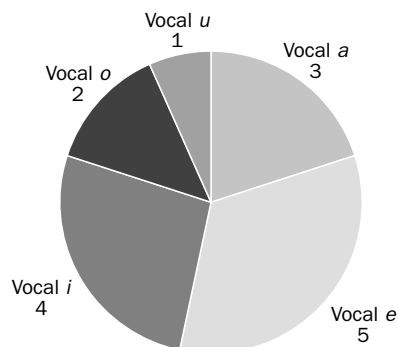
$$a: \frac{360^\circ}{15} = \frac{n^\circ}{3} \Rightarrow n^\circ = 72^\circ$$

$$e: \frac{360^\circ}{15} = \frac{n^\circ}{5} \Rightarrow n^\circ = 120^\circ$$

$$i: \frac{360^\circ}{15} = \frac{n^\circ}{4} \Rightarrow n^\circ = 96^\circ$$

$$o: \frac{360^\circ}{15} = \frac{n^\circ}{2} \Rightarrow n^\circ = 48^\circ$$

$$u: \frac{360^\circ}{15} = \frac{n^\circ}{1} \Rightarrow n^\circ = 24^\circ$$



9.11. Representa los datos de la tabla en un diagrama de sectores.

Edad (años)	15	16	17	18	19
Frec. absoluta	5	8	2	20	5

Edad	Frecuencia absoluta
15	5
16	8
17	2
18	20
19	5
	40

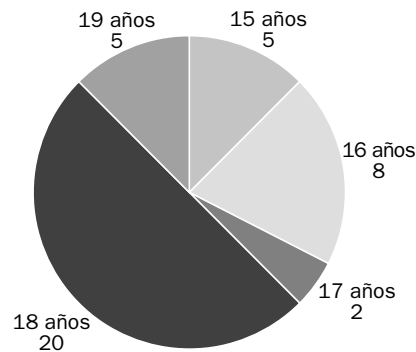
$$15 \text{ años: } \frac{360^\circ}{40} = \frac{n^\circ}{5} \Rightarrow n^\circ = 45^\circ$$

$$16 \text{ años: } \frac{360^\circ}{40} = \frac{n^\circ}{8} \Rightarrow n^\circ = 72^\circ$$

$$17 \text{ años: } \frac{360^\circ}{40} = \frac{n^\circ}{2} \Rightarrow n^\circ = 18^\circ$$

$$18 \text{ años: } \frac{360^\circ}{40} = \frac{n^\circ}{20} \Rightarrow n^\circ = 180^\circ$$

$$19 \text{ años: } \frac{360^\circ}{40} = \frac{n^\circ}{5} \Rightarrow n^\circ = 45^\circ$$



9.12. Actividad resuelta.

9.13. Calcula la media aritmética simple y la moda de este conjunto de datos.

1 2 1 5 1 0 1 2 3 2 1 2 1 3
 1 2 2 4 2 2 0 2 2 1 2 1 2 0

Datos	Frecuencias absolutas	Productos
0	3	0
1	9	9
2	12	24
3	2	6
4	1	4
5	1	5
	28	48

La media aritmética simple es $\frac{48}{28} = 1,71$.

La moda es 2.

9.14. Con estos datos:

1 2 1 5 1 0 1 2 3 2 1 2 1 3 1 2 2 4 2 2 0 2 2 1 2 1 2 0

- a) Calcula la media simple y la moda.
- b) Halla su media ponderada si los datos de la primera fila pesan 1, y los de la segunda, 2.

Datos	Frecuencias absolutas	Productos
0	3	0
1	9	9
2	12	24
3	2	6
4	1	4
5	1	5
	28	48

- a) La media aritmética simple es $\frac{48}{28} = 1,71$.
La moda es 2.
- b) La media ponderada es $\frac{71}{42} = 1,69$.

9.15. Actividad resuelta.

9.16. Actividad resuelta.

9.17. Inventa tres experimentos aleatorios y tres deterministas.

Respuesta abierta

9.18. Se lanzan dos monedas distintas y se anotan los resultados.

- a) Escribe el espacio muestral.
- b) Indica el suceso “sacar dos caras o dos cruces”.
- c) Describe el suceso “obtener una cara y una cruz”.
 - a) $E = \{(C, C), (C, X), (X, C), (X, X)\}$
 - b) El suceso “Sacar dos caras o dos cruces” está formado por los elementos: $\{(C, C), (X, X)\}$
 - c) El suceso “Obtener una cara y una cruz” está formado por los elementos: $\{(C, X), (X, C)\}$

9.19. En los siguientes experimentos aleatorios, describe el espacio muestral.

- a) Extraer una carta de una baraja española.
- b) Lanzar dos dados y sumar sus puntuaciones.
- c) Contar el número de caras al lanzar cinco monedas a la vez.
- d) Extraer una bola de una bolsa que contiene 1 bola negra y 2 bolas rojas.
- e) Lanzar un dado de ocho caras y anotar el resultado.
 - a) $E = \{\text{as de oros, dos de oros, tres de oros, cuatro de oros, cinco de oros, seis de oros, siete de oros, sota de oros, caballo de oros, rey de oros, as de copas, dos de copas, tres de copas, cuatro de copas, cinco de copas, seis de copas, siete de copas, sota de copas, caballo de copas, rey de copas, as de espadas, dos de espadas, tres de espadas, cuatro de espadas, cinco de espadas, seis de espadas, siete de espadas, sota de espadas, caballo de espadas, rey de espadas, as de bastos, dos de bastos, tres de bastos, cuatro de bastos, cinco de bastos, seis de bastos, siete de bastos, sota de bastos, caballo de bastos, rey de bastos}\}$
 - b) $E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 - c) $E = \{(C, C, C, C, C), (C, C, C, C, X), (C, C, C, X, X), (C, C, X, X, X), (C, X, X, X, X), (X, X, X, X, X)\}$
 - d) $E = \{\text{negra, roja}\}$
 - e) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

9.20. Tenemos una caja con 2 bolas rojas y 3 verdes. Se sacan 3 bolas a la vez y se anotan los colores.

- a) Escribe el espacio muestral.
- b) Describe el suceso “sacar al menos dos bolas de igual color”.
- c) Indica el suceso “sacar al menos una bola roja”.
- d) Escribe el suceso “sacar exactamente las bolas verdes”.

- a) $E = \{(roja, roja, verde), (roja, verde, verde), (verde, verde, verde)\}$
- b) El suceso “Sacar al menos dos bolas iguales” está formado por los elementos: $\{(roja, roja, verde), (roja, verde, verde), (verde, verde, verde)\}$.
- c) El suceso “Sacar al menos una bola roja” está formado por los elementos: $\{(roja, roja, verde), (roja, verde, verde)\}$.
- b) El suceso “Sacar exactamente las bolas verdes” está formado por los elementos: $\{(verde, verde, verde)\}$.

9.21. En el experimento consistente en extraer una carta de una baraja española, describe los siguientes sucesos:

- a) Sacar el rey de oros.
- b) Sacar un oro.
- c) Sacar una figura.
- d) No sacar un as.
- e) Sacar una figura de copas.
- f) No sacar un as ni de copas ni de bastos.
- g) No sacar un as ni una figura.
- h) Sacar un tres.

- a) El suceso “Sacar el rey de oros” está formado por el elemento {rey de oros}.
- b) El suceso “Sacar un oro” está formado por los elementos: {as de oros, dos de oros, tres de oros, cuatro de oros, cinco de oros, seis de oros, siete de oros, sota de oros, caballo de oros, rey de oros}.
- c) El suceso “Sacar una figura” está formado por los elementos: {sota de oros, caballo de oros, rey de oros, sota de copas, caballo de copas, rey de copas, sota de espadas, caballo de espadas, rey de espadas, sota de bastos, caballo de bastos, rey de bastos}.
- d) El suceso “No sacar un as” está formado por los elementos: {dos de oros, tres de oros, cuatro de oros, cinco de oros, seis de oros, siete de oros, sota de oros, caballo de oros, rey de oros, dos de copas, tres de copas, cuatro de copas, cinco de copas, seis de copas, siete de copas, sota de copas, caballo de copas, rey de copas, dos de espadas, tres de espadas, cuatro de espadas, cinco de espadas, seis de espadas, siete de espadas, sota de espadas, caballo de espadas, rey de espadas, dos de bastos, tres de bastos, cuatro de bastos, cinco de bastos, seis de bastos, siete de bastos, sota de bastos, caballo de bastos, rey de bastos}.
- e) El suceso “Sacar una figura de copas” está formado por los elementos: {sota de copas, caballo de copas, rey de copas}.
- f) El suceso “No sacar un as ni de copas ni de bastos” está formado por los elementos: {as de oros, dos de oros, tres de oros, cuatro de oros, cinco de oros, seis de oros, siete de oros, sota de oros, caballo de oros, rey de oros, dos de copas, tres de copas, cuatro de copas, cinco de copas, seis de copas, siete de copas, sota de copas, caballo de copas, rey de copas, as de espadas, dos de espadas, tres de espadas, cuatro de espadas, cinco de espadas, seis de espadas, siete de espadas, sota de espadas, caballo de espadas, rey de espadas, dos de bastos, tres de bastos, cuatro de bastos, cinco de bastos, seis de bastos, siete de bastos, sota de bastos, caballo de bastos, rey de bastos}.
- g) El suceso “No sacar un as ni una figura” está formado por: {dos de oros, tres de oros, cuatro de oros, cinco de oros, seis de oros, siete de oros, dos de copas, tres de copas, cuatro de copas, cinco de copas, seis de copas, siete de copas, dos de espadas, tres de espadas, cuatro de espadas, cinco de espadas, seis de espadas, siete de espadas, dos de bastos, tres de bastos, cuatro de bastos, cinco de bastos, seis de bastos, siete de bastos}.
- h) El suceso “Sacar un tres” está formado por los elementos: {tres de oros, tres de copas, tres de espadas, tres de bastos}.

9.22. Lanzamos dos dados al aire y anotamos las puntuaciones que se obtienen. Describe los siguientes sucesos.

- a) El suceso seguro.
- b) Obtener puntuaciones que sumen 12.
- c) Obtener puntuaciones que sumen 7.
- d) Obtener puntuaciones iguales.
- e) Obtener puntuaciones que sumen menos que 5.
- f) Obtener puntuaciones cuyo producto sea mayor que 30.
- g) Obtener puntuaciones que sumen más que 9.

- a) El suceso seguro está formado por los elementos $\{(i, j), \text{ con } i, j \text{ números del 1 al 6 (en total, 36 resultados)}\}$.
- b) El suceso "Obtener puntuaciones que sumen 12" está formado por el elemento $\{(6, 6)\}$.
- c) El suceso "Obtener puntuaciones que sumen 7" está formado por los elementos $\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$.
- d) El suceso "Obtener puntuaciones iguales" está formado por los elementos $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)\}$.
- e) El suceso "Obtener puntuaciones que sumen menos que 5" está formado por los elementos $\{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)\}$.
- f) El suceso "Obtener puntuaciones cuyo producto sea mayor que 30" está formado por el elemento $\{(6, 6)\}$.
- g) El suceso "Obtener puntuaciones que sumen más que 9" está formado por los elementos $\{(4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 6), (6, 4), (6, 5)\}$.

9.23. Actividad interactiva.

9.24. Actividad resuelta.

9.25. Actividad resuelta.

9.26. En una baraja española de 40 cartas, halla la probabilidad de:

- a) Obtener un oro.
- b) Obtener un as.
- c) Sacar el as de oros.

a) $P(\text{obtener un oro}) = \frac{10}{40} = 0,25$

b) $P(\text{obtener un as}) = \frac{4}{40} = 0,1$

c) $P(\text{sacar el as de oros}) = \frac{1}{40} = 0,025$

9.27. Halla la probabilidad de sacar tres caras al lanzar tres monedas al aire a la vez.

$$E = \{(C, C, C), (C, C, X), (C, X, X), (X, X, X), (C, X, C), (X, C, C), (X, C, X), (X, X, C)\}$$

$$P(\text{sacar tres caras}) = \frac{1}{8} = 0,125$$

9.28. Tenemos tres cajas de distintos colores: roja, azul y amarilla. Alberto quiere colocar, sin mirar, una bola azul en la caja de su color. Halla la probabilidad de que acierte.

$$P(\text{acierto}) = \frac{1}{3} = 0,33$$

9.29. Actividad interactiva.

EJERCICIOS

Datos estadísticos. Frecuencias

9.30. Se ha preguntado a 32 lectores cuál fue el género del último libro que leyeron y se ha elaborado la siguiente tabla con los resultados.

Género	N.º de lectores
Novela	25
Poesía	3
Teatro	4

Construye una tabla estadística con las frecuencias absolutas y relativas.

Género	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Novela	25	$\frac{25}{32} = 0,78125$
Poesía	3	$\frac{3}{32} = 0,09375$
Teatro	4	$\frac{4}{32} = 0,125$
	32	1

9.31. El número de hermanos que tienen los componentes de un equipo de baloncesto es:

4 2 1 2 4 1 3 2 1 3 3 4

A partir de estos datos, construye una tabla con las frecuencias absolutas y relativas.

Hermanos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1	3	$\frac{3}{12} = 0,25$
2	3	$\frac{3}{12} = 0,25$
3	3	$\frac{3}{12} = 0,25$
4	3	$\frac{3}{12} = 0,25$
	12	1

9.32. Con esta lista de números:

11 10 12 14 14 17 13 13 17 10 10 10 11 14 11 14 13 12 12 11 10

- a) Realiza el recuento de los datos.
- b) Construye la tabla con las frecuencias absolutas y relativas.

Datos	Recuento	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
10	////	5	$\frac{5}{21} = 0,24$
11	////	4	$\frac{4}{21} = 0,19$
12	///	3	$\frac{3}{21} = 0,14$
13	///	3	$\frac{3}{21} = 0,14$
14	////	4	$\frac{4}{21} = 0,19$
15		0	0
16		0	0
17	//	2	$\frac{2}{21} = 0,10$
		21	1

9.33. Completa la siguiente tabla de frecuencias que recoge el día de la semana en el que nacieron los 30 niños de una clase.

Día	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Lunes	5	
Martes		$\frac{1}{5}$
Miércoles	3	$\frac{1}{10}$
Jueves		$\frac{1}{15}$
Viernes	6	$\frac{1}{5}$
Sábado		
Domingo	2	

Día	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Lunes	5	$\frac{1}{6}$
Martes	6	$\frac{1}{5}$
Miércoles	3	$\frac{1}{10}$
Jueves	2	$\frac{1}{15}$
Viernes	6	$\frac{1}{5}$
Sábado	6	$\frac{6}{30}$
Domingo	2	$\frac{1}{15}$
	30	1

9.34. La siguiente tabla muestra los datos obtenidos en un estudio realizado a un grupo de jóvenes a los que se ha preguntado el deporte que practican.

- a) Halla las frecuencias relativas del fútbol y del baloncesto, sabiendo que estos deportes los practican el mismo número de personas.
- b) Si la encuesta se ha realizado a 300 jóvenes, ¿cuál es la frecuencia absoluta correspondiente a cada uno de los deportes?

Deportes	Relativas
Natación	0,2
Fútbol	
Baloncesto	
Tenis	0,11
Atletismo	0,09

- a) Las frecuencias relativas del fútbol y del baloncesto son: $\frac{1 - 0,2 - 0,11 - 0,09}{2} = 0,3$.
- b) Las frecuencias absolutas son 60 de la natación, 90 del fútbol, 90 del baloncesto, 33 del tenis y 27 del atletismo.

Gráficos estadísticos

9.35. *A 30 jóvenes se les ha preguntado sobre sus revistas favoritas y el resultado se recoge en esta tabla.

- a) Forma la tabla estadística.
- b) Representa los datos mediante un diagrama de barras.
- c) Representa los datos mediante un diagrama de sectores.

Tipo	N.º de jóvenes
Deportes	10
Científicas	2
Divulgación	12
Animales	5
Históricas	1

Tipo	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Deportes	10	$\frac{10}{30}$
Científicas	2	$\frac{2}{30}$
Divulgación	12	$\frac{12}{30}$
Animales	5	$\frac{5}{30}$
Históricas	1	$\frac{1}{30}$
	30	1

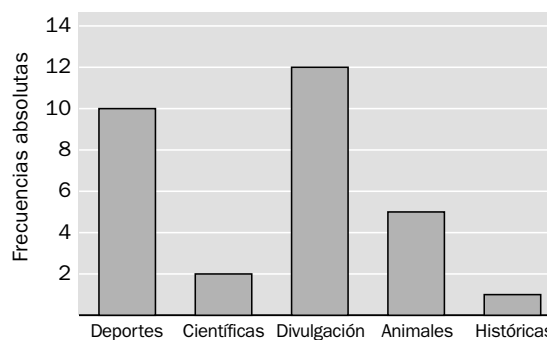


Diagrama de sectores

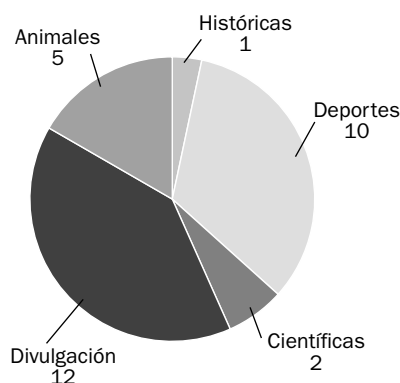
Deportes: $\frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{10} \Rightarrow n^\circ = 120^\circ$

Científicas: $\frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{2} \Rightarrow n^\circ = 24^\circ$

Divulgación: $\frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{12} \Rightarrow n^\circ = 144^\circ$

Animales: $\frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{5} \Rightarrow n^\circ = 60^\circ$

Históricas: $\frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{1} \Rightarrow n^\circ = 12^\circ$

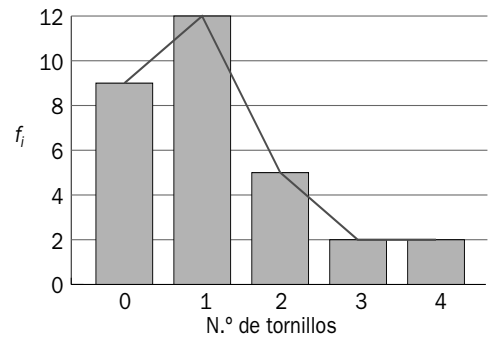


9.36. Se han revisado 30 paquetes de tornillos y en cada uno se han encontrado estos tornillos defectuosos.

1 1 0 1 1 2 1 1 0 0 1 3 0 1 0
4 0 1 2 0 0 2 2 3 4 1 2 1 0 1

- Realiza el recuento de datos.
- Construye la tabla de frecuencias.
- Representa el diagrama de sectores.
- Representa el diagrama de barras.
- Dibuja sobre el anterior el polígono de frecuencias.

N.º defectuosos	Recuento	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
0	### ////	9	$\frac{9}{30}$
1	### ### //	12	$\frac{12}{30}$
2	###	5	$\frac{5}{30}$
3	//	2	$\frac{2}{30}$
4	//	2	$\frac{2}{30}$
		30	1



0 tornillos defectuosos: $\frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{9} \Rightarrow n^\circ = 108^\circ$

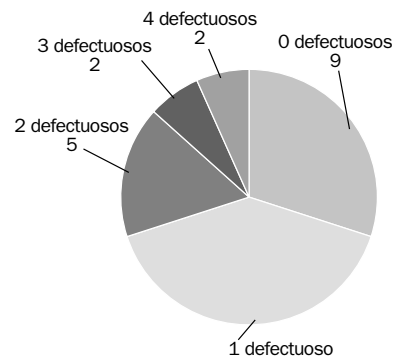
1 tornillo defectuoso: $\frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{12} \Rightarrow n^\circ = 144^\circ$

2 tornillos defectuosos: $\frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{5} \Rightarrow n^\circ = 60^\circ$

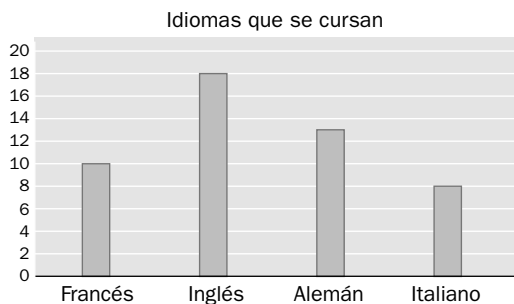
3 tornillos defectuosos: $\frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{2} \Rightarrow n^\circ = 24^\circ$

4 tornillos defectuosos: $\frac{360^\circ}{30} = \frac{n^\circ}{2} \Rightarrow n^\circ = 24^\circ$

Diagrama de sectores



9.37. Se ha preguntado a un grupo de estudiantes de una escuela de idiomas por el idioma que cursan. El resultado se refleja en el siguiente diagrama de barras. Construye la tabla estadística.



Idioma	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Francés	10	$\frac{10}{49}$
Inglés	18	$\frac{18}{49}$
Alemán	13	$\frac{13}{49}$
Italiano	8	$\frac{8}{49}$
	49	1

9.38. Los componentes de un grupo juvenil de baile tienen las siguientes edades:

11 11 13 16 18 17 13 14 14 17 14 16 13 13 15 18 16 17
 15 18 14 14 13 16 13 14 16 13 13 14 14 14 15 15 16 17

- a) Realiza el recuento y construye una tabla estadística.
- b) Dibuja el diagrama de barras.
- c) Dibuja el diagrama de sectores.

Datos	Recuento	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
11	//	2	$\frac{2}{36}$
13	### ///	8	$\frac{8}{36}$
14	### ////	9	$\frac{9}{36}$
15	////	4	$\frac{4}{36}$
16	### /	6	$\frac{6}{36}$
17	////	4	$\frac{4}{36}$
18	///	3	$\frac{3}{36}$
		36	1

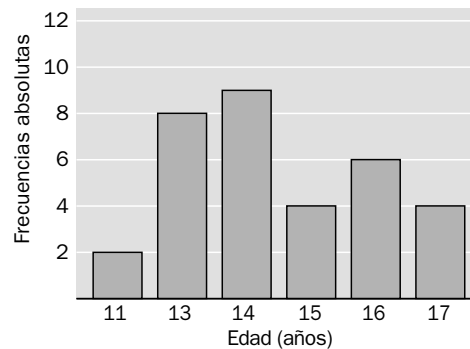
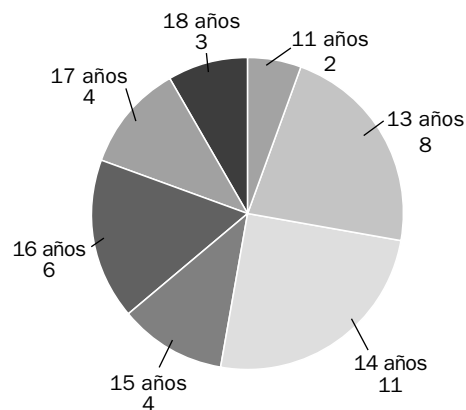
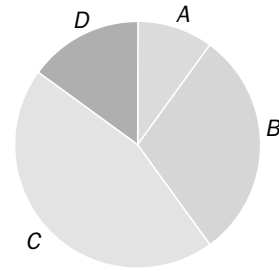


Diagrama de sectores

11 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{2} \Rightarrow n^\circ = 20^\circ$
 13 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{8} \Rightarrow n^\circ = 80^\circ$
 14 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{9} \Rightarrow n^\circ = 90^\circ$
 15 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{4} \Rightarrow n^\circ = 40^\circ$
 16 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{6} \Rightarrow n^\circ = 60^\circ$
 17 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{4} \Rightarrow n^\circ = 40^\circ$
 18 años: $\frac{360^\circ}{36} = \frac{n^\circ}{3} \Rightarrow n^\circ = 30^\circ$



9.39. El gráfico representa los resultados de un estudio estadístico realizado a 500 individuos.



- a) Construye una tabla estadística con los datos.
- b) Dibuja el diagrama de barras.

a)

$$A: \frac{360^\circ}{500} = \frac{40^\circ}{x} \Rightarrow x = 56$$

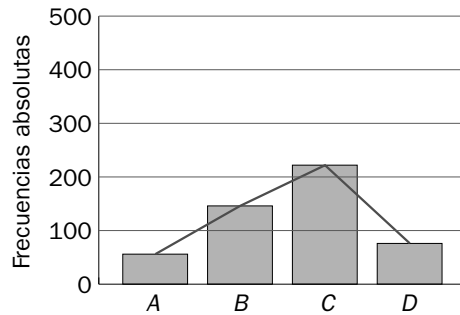
$$B: \frac{360^\circ}{500} = \frac{105^\circ}{x} \Rightarrow x = 146$$

$$C: \frac{360^\circ}{500} = \frac{160^\circ}{x} \Rightarrow x = 222$$

$$D: \frac{360^\circ}{500} = \frac{55^\circ}{x} \Rightarrow x = 76$$

Datos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
A	56	$\frac{56}{500} = \frac{14}{125}$
B	146	$\frac{146}{500} = \frac{73}{250}$
C	222	$\frac{222}{500} = \frac{111}{250}$
D	76	$\frac{76}{500} = \frac{19}{125}$
	500	1

b)



Media aritmética y moda

9.40. Calcula la media aritmética de los siguientes datos.

a) 6, 7, 8, 8, 9

b) 9, 11, 12, 13, 14, 18, 20

$$a) \frac{6 + 7 + 8 + 8 + 9}{5} = 7,6$$

$$b) \frac{9 + 11 + 12 + 13 + 14 + 18 + 20}{7} = 13,86$$

c) 13, 15, 6, 7, 7, 3, 13

d) 7, 12, 11, 8, 11, 13, 8, 8, 7

$$c) \frac{3 + 6 + 7 + 7 + 13 + 13 + 15}{7} = 9,14$$

$$d) \frac{7 + 7 + 8 + 8 + 8 + 11 + 11 + 12 + 13}{9} = 9,44$$

9.41. Halla la moda de los siguientes datos.

10 10 11 14 11 14 11 10 12 14 14 17 13 13 17 10 13 12 12 11 10

Datos	Frecuencia absoluta
10	5
11	4
12	3
13	3
14	4
17	2

La moda es 10.

9.42. En una competición deportiva de gimnasia rítmica hay tres pruebas: la puntuación de la primera tiene valor cuádruple; la de la segunda, valor triple, y la puntuación de la última se valora el doble. La puntuación obtenida por dos gimnastas en las tres pruebas ha sido la siguiente.

	Nuria	Pilar
a) Halla la puntuación final de cada gimnasta, calculando la media aritmética ponderada.	50	52
b) ¿Cómo serían las puntuaciones finales de las dos gimnastas si las de todas las pruebas tuvieran el mismo valor?	48	49
	54	47

a) Media ponderada de Nuria = $\frac{50 \cdot 4 + 48 \cdot 3 + 54 \cdot 2}{9} = \frac{452}{9} = 50,22$

Media ponderada de Pilar = $\frac{52 \cdot 4 + 49 \cdot 3 + 47 \cdot 2}{9} = \frac{449}{9} = 49,8$

b) Media de Nuria = $\frac{50 + 48 + 54}{3} = \frac{152}{3} = 50,67$

Media de Pilar = $\frac{52 + 49 + 47}{3} = \frac{148}{3} = 49,33$

Probabilidad de un suceso aleatorio

9.43. Se realiza un experimento aleatorio que consiste en anotar el número de la bola sacada de una caja con siete bolas numeradas del 1 al 7.

- a) Forma el espacio muestral.
 - b) Escribe los elementos del suceso sacar un número par.
 - c) Escribe los elementos del suceso sacar un número menor o igual que 3.
- a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 b) El suceso "Sacar un número par" está formado por los elementos $\{2, 4, 6\}$.
 c) El suceso "Sacar un número menor o igual que 3" está formado por $\{1, 2, 3\}$.

9.44. Se lanza un dado con las caras numeradas del 1 al 6. Halla la probabilidad de los siguientes sucesos.

- a) Obtener la cara 1.
 - b) Obtener un múltiplo de 4.
 - c) Obtener un número mayor que 3.
- a) $P(\text{obtener la cara 1}) = \frac{1}{6}$
 b) $P(\text{obtener un múltiplo de 4}) = \frac{1}{6}$
 c) $P(\text{obtener un número mayor que 3}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

9.45. Se le pregunta a una persona por su fecha de nacimiento. Calcula la probabilidad de que esa persona:

- a) Haya nacido en diciembre.
 - b) Haya nacido el día 20 de mayo.
- a) $P(\text{naciera en diciembre}) = \frac{1}{12}$ b) $P(\text{naciera el 20 de mayo}) = \frac{1}{365}$

PROBLEMAS

9.46. Las temperaturas, en grados centígrados, en una ciudad española durante un mes de invierno fueron las siguientes:

7 9 9 11 12 10 11 12 11 10 11 9 12 11 10
 7 7 9 10 11 12 11 12 11 10 10 9 11 11 12

A partir de esta información, responde a los siguientes apartados.

- a) Realiza el recuento de datos.
- b) Construye una tabla con los datos, las frecuencias absolutas y relativas.
- c) Calcula la temperatura media que hizo en la ciudad ese invierno.
- d) Determina la moda de las temperaturas.
- e) Alejandro fue a esa ciudad un día de ese mes. ¿Cuál es la probabilidad de que la temperatura fuera de 12 °C?

Temperaturas mínimas	Recuento	Frecuencia absoluta	Producto
7	///	3	$7 \cdot 3 = 21$
9	###	5	$9 \cdot 5 = 45$
10	### /	6	$10 \cdot 6 = 60$
11	### ###	10	$11 \cdot 10 = 110$
12	### /	6	$12 \cdot 6 = 72$
		30	308

$$\text{Media} = \frac{7 \cdot 3 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 6 + 11 \cdot 10 + 12 \cdot 6}{30} = \frac{308}{30} = 10,27$$

La moda es 11°.

$$P(12^\circ) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

9.47. Se tienen cinco bolsas con fichas rojas y verdes como muestra la figura.



Si sacamos una ficha de cada una de las bolsas, ¿de cuál es más fácil obtener roja?

En la primera bolsa con 11 fichas: $P(\text{roja}) = \frac{7}{11} = 0,64$

En la bolsa con 12 fichas: $P(\text{roja}) = \frac{7}{12} = 0,58$

En la bolsa con 27 fichas: $P(\text{roja}) = \frac{16}{27} = 0,59$

En la bolsa con 22 fichas: $P(\text{roja}) = \frac{14}{22} = 0,64$

En la segunda bolsa con 11 fichas: $P(\text{roja}) = \frac{6}{11} = 0,55$

Por tanto, es más fácil obtener ficha roja en las bolsas que contienen 11 y 22 fichas.

9.48. El servicio de control de calidad de un gran almacén ha pesado 30 paquetes de arroz etiquetados con 250 gramos.

Los resultados obtenidos, en gramos, son:

251 230 232 245 243 246 231 232 247 245 245 247 250 245 248 247
243 245 252 230 245 240 253 251 249 245 243 251 245 243

- a) ¿Cuál es el peso medio de los paquetes de arroz que se han pesado?
- b) ¿Cuál es el valor de la moda?
- c) ¿Qué tanto por ciento de paquetes tienen pesos superiores a lo etiquetado?

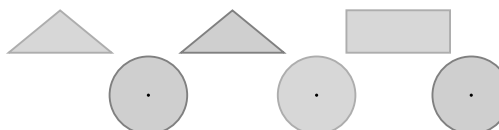
Peso	Recuento	Frecuencia absoluta	Producto
230	//	2	460
231	/	1	231
232	//	2	464
240	/	1	240
243	////	4	972
245	####	8	1960
246	/	1	246
247	///	3	741
248	/	1	248
249	/	1	249
250	/	1	250
251	///	3	753
252	/	1	252
253	/	1	253
		30	7319

El peso medio es: $\frac{7319}{30} = 243,97$ gramos.

La moda es 245 gramos.

Paquetes con pesos superiores al peso etiquetado hay 5 de 30; por tanto, representan un 16,67%.

9.49. Se toma una de estas figuras.



Halla la probabilidad de que la figura sea:

- a) Un círculo.
 - b) El triángulo verde.
 - c) Un triángulo.
- a) $P(\text{círculo}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ b) $P(\text{triángulo verde}) = \frac{1}{6}$ c) $P(\text{triángulo}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

9.50. Se han echado 1000 bolas por uno de los aparatos. Hemos contado 386 bolas en la caja A y 614 en la caja B. ¿Qué aparato se ha utilizado, el 1 o el 2?



Si la bola cae desde el aparato 1, tenemos una probabilidad de $\frac{1}{2}$ de que caiga en B; sin embargo, si cae desde el aparato 2, tenemos dos posibilidades de que lo haga en B, una con probabilidad $\frac{1}{2}$ y otra con probabilidad $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$. Por tanto, se ha utilizado el aparato 2, ya que hay un número significativamente mayor de bolas en B.

9.51. Para calcular la nota de final de curso, un profesor hace tres exámenes por trimestre. Los segundos ejercicios de cada trimestre valen el doble que los primeros, y los terceros, el triple que los primeros. Las notas de Inés y Rafa son las que se muestran en la tabla.

	Trimestre 1	Trimestre 2	Trimestre 3
Inés	6 1 5	4 5 3	5 4 6
Rafa	6 6 1	8 8 8	2 7 8

Calcula la media ponderada de cada uno en cada trimestre.

	Inés	Rafa
Trimestre 1	$\frac{6 + 1 \cdot 2 + 5 \cdot 3}{6} = 3,83$	$\frac{6 + 6 \cdot 2 + 1 \cdot 3}{6} = 3,5$
Trimestre 2	$\frac{4 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 3}{6} = 3,83$	$\frac{8 + 8 \cdot 2 + 8 \cdot 3}{6} = 8$
Trimestre 3	$\frac{5 + 4 \cdot 2 + 6 \cdot 3}{6} = 5,17$	$\frac{2 + 2 \cdot 7 + 8 \cdot 3}{6} = 6,67$

9.52. La altura media de 6 hombres es de 1,79 metros, y la de 5 mujeres, de 1,64. ¿Cuál es la altura media del grupo?

Suma de las tallas de los hombres: $1,79 \cdot 6 = 10,74$ metros

Suma de las tallas de las mujeres: $1,64 \cdot 5 = 8,2$ metros

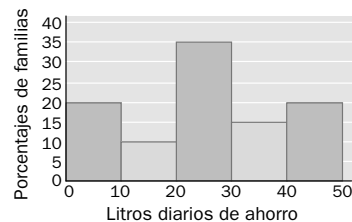
Suma de las tallas del grupo: $10,74 + 8,2 = 18,94$ metros

Altura del grupo: $\frac{18,94}{11} = 1,72$ metros

9.53. El Gobierno ha promovido una campaña de reducción del gasto de agua.

Este histograma representa el agua ahorrada por las familias que formaron parte de la muestra utilizada para estudiar la bondad de las medias.

- a) ¿Qué porcentaje de familias de la muestra ahorraron entre 10 y 30 litros diarios?
- b) Ocho familias de la muestra ahorraron menos de 10 litros diarios. ¿Cuántas familias ahorraron entre 30 y 40 litros diarios?



Litros diarios de ahorro	Frecuencia absoluta
De 0 a 10	20
De 10 a 20	10
De 20 a 30	35
De 30 a 40	15
De 40 a 50	20
	100

- a) El 35% ahorraron entre 10 y 30 litros diarios.
- b) 15 familias ahorraron entre 30 y 40 litros diarios.

AMPLIACIÓN

- 9.54. Un jugador de baloncesto encesta solamente 12 de 30 tiros libres. Tiene que tirar 10 más y quiere llegar al 50% de aciertos en total. ¿Cuántos debe encestar de estos 10?

a) 3 b) 4 c) 6 d) 8

En total tiene que tirar 40 tiros libres. Para acertar el 50% de los tiros, debe encestar 20 tiros. Como ya ha enceestado 12, le quedan por encestar 8. Respuesta d.

- 9.55. La media de 6 números es 4,5. Añadimos dos más y la media sigue siendo 4,5. ¿Cuál es la suma de estos dos nuevos números?

a) 27 b) 9 c) 36 d) 4,5

Se sabe que $\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{6} = 4,5 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 27$. Por tanto,

$$4,5 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8}{8} = \frac{27 + x_7 + x_8}{8} \Rightarrow 36 = 27 + x_7 + x_8 \Rightarrow x_7 + x_8 = 9$$

Por tanto, los números nuevos suman 9. Respuesta b.

- 9.56. Si A, B y C verifican a la vez:

$$1001C - 2002A = 4004 \quad 1001B + 3003A = 5005$$

¿Cuál es su media?

a) 1 b) 3 c) 6 d) 9

Simplificamos la primera ecuación entre 1001: $C - 2A = 4$. Por tanto, $C = 4 + 2A$.

Simplificamos la segunda ecuación entre 1001: $B + 3A = 5$. Por tanto, $B = 5 - 3A$.

Luego $\frac{A+B+C}{3} = \frac{A+5-3A+4+2A}{3} = \frac{9}{3} = 3$. La media es 3. Respuesta b.

- 9.57. Tiramos dos dados de 8 caras numeradas del 1 al 8. ¿Cuál es la probabilidad de que el producto de los dos números que aparecen en la cara de arriba sea mayor que su suma?

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{47}{64}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{55}{64}$

Hay 64 resultados equiprobables. Las parejas ordenadas de números del 1 al 8.

Sea el suceso A = "el producto de los dos números que aparece en la cara de arriba sea menor que su suma". El suceso A está formado por los elementos $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 1), (2, 2), (1, 4), (4, 1), (1, 5), (5, 1), (1, 6), (6, 1), (1, 7), (7, 1), (1, 8), (8, 1)\}$.

Por tanto, $P(A) = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$.

Luego, la probabilidad de que el producto sea mayor que la suma es el suceso contrario, por lo que, $P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$. Respuesta c.

- 9.58. Las caras de un dado están numeradas con 1, 1, 2, 2, 3, 3, y las de otro, con 4, 4, 5, 5, 6, 6. Los tiramos. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los números obtenidos sea impar?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{5}{9}$

En este caso, al no haber posibilidad de que salgan números iguales al lanzar los dados, el espacio muestral es $E = \{(1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$.

Todos los resultados son equiprobables y el suceso "la suma de los números sea impar" está formado por los elementos $\{(1, 4), (1, 6), (2, 5), (3, 4), (3, 6)\}$.

$P(\text{suma números sea impar}) = \frac{5}{9}$. Respuesta d.

AUTOEVALUACIÓN

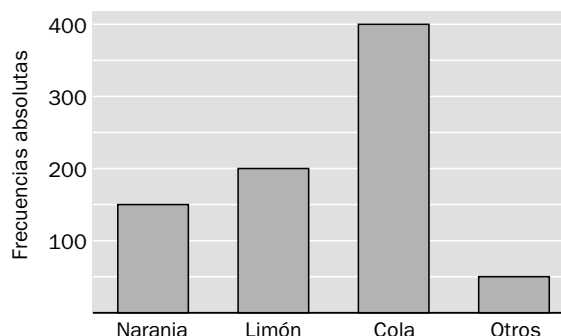
9.A1. En un supermercado se ha hecho un estudio sobre el tipo de refrescos vendidos en un día y se han obtenido los siguientes datos.

- a) Forma la tabla estadística.
- b) Representa los datos en un diagrama de barras.

Tipo	Botes vendidos
De naranja	150
De limón	200
De cola	400
Otros	50

a) Tabla estadística:

Tipo	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
De naranja	150	$\frac{150}{800}$
De limón	200	$\frac{200}{800}$
De cola	400	$\frac{400}{800}$
Otros	50	$\frac{50}{800}$
	800	1



9.A2. Los goles que un equipo de fútbol sala metió en los distintos partidos de un torneo fueron:

5 6 5 5 6 7 6 8 9 5 6 6 7 9 6 5

- a) Calcula la media de los datos.
- b) ¿Cuál es la moda?

a) $Media = \frac{5 \cdot 5 + 6 \cdot 6 + 2 \cdot 7 + 1 \cdot 8 + 2 \cdot 9}{16} = \frac{101}{16} = 6,31$

b) La moda es 6 goles.

9.A3. En una bolsa hay 7 bolas rojas, 5 verdes y 4 amarillas. Se extrae una bola. Halla la probabilidad de que sea:

- a) Roja.
- b) Verde.

a) $P(\text{roja}) = \frac{7}{16}$

b) $P(\text{verde}) = \frac{5}{16}$

9.A4. Un examen consta de tres partes: un test, un problema y el desarrollo de un tema. Para dar la calificación final multiplicamos por 1 la nota del test, por 2 la nota de la parte práctica y por 3 el desarrollo del tema. Nuria obtuvo un 7 en el test, un 6 en la parte práctica y un 9 en el desarrollo del tema. ¿Cuál será su calificación final?

Media aritmética ponderada = $\frac{7 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 9 \cdot 3}{1 + 2 + 3} = \frac{46}{6} = 7,67$

9.A5. Se extrae una carta de la baraja española. Halla la probabilidad de estos sucesos.

- a) Obtener una espada.
- b) Sacar una sota.
- c) Obtener una figura.
- d) Sacar la sota de espadas.

a) $P(\text{una espada}) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

c) $P(\text{una figura}) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$

b) $P(\text{una sota}) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

d) $P(\text{sota de espadas}) = \frac{1}{40}$

9.A6. En una caja hay 9 bolas numeradas del 1 al 9. Si se extrae una bola al azar, determina:

- a) El espacio muestral del experimento.
- b) La probabilidad de que sea mayor que 3.
- c) La probabilidad de que sea inferior a 6.
- d) La probabilidad de que sea mayor que 3 y menor que 7.

a) $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

b) $P(\text{mayor que tres}) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

c) $P(\text{inferior a 6}) = \frac{5}{9}$

d) $P(\text{mayor que 3 e inferior a 7}) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

Observa e interpreta > El parte meteorológico

9.1. ¿En qué provincias hay mayor probabilidad de precipitación? ¿Cuál es esa probabilidad?

La mayor probabilidad está en Cádiz y Málaga. Hay un 100% de probabilidad de precipitación.

9.2. ¿En cuáles hay menor probabilidad de precipitación? ¿Cuál es esa probabilidad?

Álava, La Rioja, Burgos, Palencia, Valladolid, Zamora, Segovia, Soria, Zaragoza, Teruel, Guadalajara, Toledo, Ciudad Real, Cuenca, Albacete, Alicante, Murcia, Almería y Granada. En gran parte de estas provincias, la probabilidad de precipitación es del 0% al 15%.

9.3. ¿Qué probabilidad de precipitación hay en Teruel?

La probabilidad es del 0% al 5%.

9.4. En Cádiz hay una probabilidad de precipitación del 80%. ¿Qué crees que significa: que durante el 80% del día va a estar lloviendo o que es probable, con un 80% de probabilidad, que llueva en algún momento del día?

Es probable que, con un 80% de probabilidad, llueva en algún momento del día.

9.5. Describe, como si dieras el parte meteorológico, la situación del día a tus compañeros.

Respuesta abierta

9.6. Busca en la página de la AEMET (Agencia Estatal de Meteorología) la probabilidad de lluvia en tu provincia en el día de hoy.

Respuesta abierta

9.7. Debido a su ubicación geográfica, en las zonas templadas tenemos cuatro estaciones: primavera, verano, otoño e invierno.

- a) Busca cuáles son las zonas templadas y pon cuatro ejemplos de países situados en ellas.
- b) Di en qué fechas comienza y termina cada estación en España y en Argentina.
- c) Define los términos “solsticio” y “equinoccio”, y sitúalos en el calendario.

Respuesta abierta

Razona y deduce > El teleférico

En una estación de esquí, la ocupación del teleférico que sube a las pistas en el primer viaje de cada día de la semana, durante las cuatro semanas de enero, viene dada por la siguiente tabla.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
1.ª semana	47	45	58	32	72	72	72
2.ª semana	42	38	52	17	55	70	59
3.ª semana	38	13	47	28	49	68	63
4.ª semana	14	29	37	19	24	58	61
Ocupación media (personas)	35,25						
Ocupación media (porcentaje)	49%						

9.1. Calcula la capacidad máxima del teleférico.

Como 35,25 representa el 49%, entonces el 100% son 72 personas.

9.2. Completa la tabla calculando los datos que faltan.

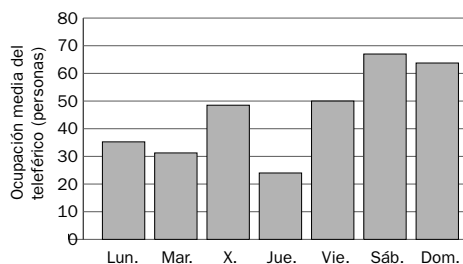
	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
Ocupación media (personas)	35,25	31,25	48,5	24	50	67	63,75
Ocupación media (porcentaje)	49%	43,43%	67,41%	33,36%	69,50%	93,13%	88,61%

9.3. Calcula de dos formas diferentes la ocupación media a lo largo del mes.

Forma 1. Hacer la media de todos los viajeros que suben al teleférico: $\bar{x} = \frac{1279}{28} = 45,67$

Forma 2. Hacer la media de la ocupación media: $\bar{x} = \frac{319,75}{7} = 45,67$

9.4. Representa en un diagrama de barras la media de pasajeros por semana en cada uno de los días.



9.5. La dirección decide suprimir este primer viaje aquellos días de la semana en los que la tasa de ocupación en dicho viaje es inferior al 45%. ¿Qué días debe suprimir?

Debe suprimir los primeros viajes de los martes y los jueves.

9.6. Calcula la ocupación media a lo largo del mes una vez que la dirección ha tomado esta medida y compárala con el resultado obtenido en el apartado 3. ¿Qué porcentaje de disminución supone?

La nueva media es $\bar{x} = \frac{264,5}{7} = 37,78$. La media pasaría de ser 45,67 viajeros a 37,78, lo que supone una disminución del 17,27%.

Observa y calcula > El juego de las tareas

Dos hermanos, Alba y Bernardo, se reparten las tareas de casa de una manera peculiar: utilizando dos dados y sus conocimientos de probabilidad.

1. **Tiran dos dados y miran los resultados. Si el producto es par, Alba debe lavar los platos, y si es impar, es Bernardo quien debe hacerlo. ¿Quién es más probable que friegue los platos?**

De los 36 resultados equiprobables, los correspondientes a producto impar son nueve:

$\{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)\}$, luego la probabilidad de “producto impar” es $P(\text{el producto de los resultados es impar}) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

Por tanto, $P(\text{el producto de los resultados es par}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

La probabilidad de que friegue Alba es tres veces la probabilidad de que lo haga Bernardo.

2. **Al cabo de varios días, Alba piensa que la están timando y decide cambiar el juego. Tiran dos dados; si la suma es 9, 10, 11 ó 12, lava Alba, y si es 5, 6, 7 u 8, lava Bernardo. En cualquier otro caso lavan los dos hermanos juntos. ¿Quién tiene ahora más probabilidad de fregar?**

El suceso “la suma es 9, 10, 11 ó 12” está formado por los elementos $\{(3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$. $P(\text{la suma es 9, 10, 11 ó 12}) = \frac{10}{36}$.

El suceso “la suma es 5, 6, 7 u 8” está formado por los elementos $\{(1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (6, 1), (6, 2), \}$. $P(\text{la suma es 5, 6, 7 ó 8}) = \frac{20}{36}$.

Por tanto, Bernardo tiene más probabilidad de fregar.

3. **Después de otros pocos días se vuelve a replantear la situación. Tiran dos dados; si la suma sale par, lava Alba, y si sale impar, Bernardo. ¿Es ahora justo este juego?**

Ahora sí es justo el juego. Cada uno tiene 18 resultados favorables y la probabilidad de fregar de cada uno de ellos es $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.

4. **El primo Carlos ha venido a pasar las vacaciones y deciden repartir las tareas entre los tres. Inventan un sistema similar al de Alba y Bernardo utilizando dos dados, de modo que el reparto sea justo.**

Respuesta abierta.

Si es con dos dados habrá que buscar un sistema que otorgue doce resultados a cada uno, por ejemplo:

- Lava Bernardo si la suma es 3, 5 ó 7.
- Lava Alba si la suma es 2, 6, 8 ó 12.
- Lava Carlos si la suma es 4, 9, 10 u 11.

Proyecto editorial: **Equipo de Educación Secundaria del Grupo SM**

Autoría: **M.^a Ángeles Anaya, Isabel de los Santos, José Luis González, Carlos Ramón Laca, M.^a Paz Bujanda, Serafín Mansilla**

Edición: **Rafaela Arévalo, Eva Béjar**

Corrección: **Ricardo Ramírez**

Ilustración: **Félix Anaya, Modesto Arregui, Juan Francisco Cobos, Félix Moreno, José Santos, Estudio “Haciendo el león”**

Diseño: **Pablo Canelas, Alfonso Ruano**

Maquetación: **SAFEKAT S. L.**

Coordinación de diseño: **José Luis Rodríguez**

Coordinación editorial: **Josefina Arévalo**

Dirección del proyecto: **Aída Moya**

(*) Una pequeña cantidad de ejercicios o apartados de ejercicios han sido marcados porque contienen alguna corrección en su enunciado respecto al que aparece en el libro del alumno.

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra, a excepción de las páginas que incluyen la leyenda de “Página fotocopiable”.

© Ediciones SM
Impreso en España – *Printed in Spain*