3 Proporcionalidad directa e inversa

ACTIVIDADES INICIALES

3.I. Con la ayuda de tus amigos, estima cuántas personas caben en un metro cuadrado. Con ese dato, copia y completa la tabla hallando cuánta gente cabría en los sitios citados si se llenaran por algún acontecimiento.

Lugar	Área	Personas
Plaza Mayor (Salamanca)	**6400 m^2**	
Campo de fútbol	**7140 m^2**	
Pista de tenis	**261 m^2**	
Plaza de Tian'anmen (Pekín)	**440 000 m^2**	

Se colocan los 25 alumnos de la clase de pie sin estar muy pegados unos a otros y ocupan aproximadamente 10 m^2, por lo que se puede estimar que en un m^2 caben, por término medio, 2,5 personas.

Plaza Mayor (Salamanca)	$6400 \cdot 2{,}5 = 16\,000$
Campo de fútbol	$7140 \cdot 2{,}5 = 17\,850$
Pista de tenis	$261 \cdot 2{,}5 \approx 652$
Plaza de Tian'anmen (Pekín)	$440\,000 \cdot 2{,}5 = 1\,100\,000$

3.II. ¿Sabes cómo se cuentan los coches que circulan por una determinada vía? Investiga y cuéntaselo a tus compañeros.

Mediante unas bandas transversales puestas en el asfalto.

3.III. Redacta un protocolo explicando cómo contarías los granos de arroz que hay en un paquete de un kilo.

Si dispongo de una balanza de laboratorio, con gran precisión, pesaría 100 granos de arroz, dividiría 1000 g entre el peso de los 100 granos, expresado en g, y multiplicaría por 100.
Si la balanza de la que dispongo no es demasiado precisa, contaría los granos que hay en 100 g de arroz y multiplicaría por 10.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

3.1. Actividad resuelta

3.2. Actividad resuelta

3.3. Halla el valor de *x* para que se cumplan las siguientes proporciones.

a) $\frac{12}{3} = \frac{4}{x}$ **b)** $\frac{9}{60} = \frac{x}{40}$ **c)** $\frac{15}{x} = \frac{3}{36}$

a) $x = \frac{12}{4 \cdot 3} = 1$ b) $x = \frac{9 \cdot 40}{60} = 6$ c) $x = \frac{15 \cdot 36}{3} = 180$

3.4 La tabla corresponde a dos magnitudes directamente proporcionales, *M* y *M'*. Halla la razón de proporcionalidad y completa la tabla.

M	2	16	…	50	…	…
M'	…	24	33	…	1	100

$\frac{2}{a}=\frac{16}{24}=\frac{b}{33}=\frac{50}{c}=\frac{d}{1}=\frac{e}{100}=\frac{2}{3}=0,\widehat{6}$ razón de proporcionalidad

M	**2**	**16**	22	**50**	$\frac{2}{3}$	$\frac{200}{3}$
M'	3	**24**	**33**	75	**1**	**100**

3.5. Razona en cada caso si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.
a) Dinero invertido en combatir la pobreza y número de personas en esa situación.
b) Velocidad de un coche y tiempo que tarda en recorrer una distancia determinada.
c) Kilogramos de pintura y superficie pintada.

a) No son directamente proporcionales.

Supongamos que se destinan 2 millones de euros y hay 1000 personas en esa situación. La constante de proporcionalidad es 0,002. Si destinamos 4 millones, para que fuesen directamente proporcionales, el número de personas que están en esa situación sería de

$\frac{4}{x}$ = 0,002.

De modo que x = 2000. No tiene mucho sentido que cuanto más dinero se destine, más personas estén en esa situación.

b) No son directamente proporcionales.

Supongamos que a 60 km/h recorremos una distancia x en 30 minutos. La constante de proporcionalidad velocidad-tiempo es 2. Si ahora la velocidad es de 80 km/h, para que se conserve la razón, tardaríamos 40 minutos en recorrer la misma distancia x. No es cierto que cuanto más rápido se vaya, más tiempo se tarde.

c) Son directamente proporcionales.

Si tenemos 20 kg de pintura y pintamos 20 m^2, la constante de proporcionalidad es 1. Doblamos la cantidad de pintura, 40 kg. Para conservar la constante de proporcionalidad tenemos que la superficie que se puede pintar es de 40 m^2. Podremos pintar el doble de superficie. Esto es cierto.

3.6. (TIC) Luis y Carlos cambian divisas. Luis cambia 5 500 soles del Perú y le dan 1 270 euros. A Carlos le dan 1 062 euros.
a) ¿Cuántos soles ha cambiado Carlos?
b) ¿Cuál es el cambio euro-sol?

	Luis	Carlos
Soles del Perú	5500	x
Euros	1270	1062

a) $\frac{5500}{1270}=\frac{x}{1062} \Rightarrow 5500 \cdot 1062 = 1270 \cdot x \Rightarrow x = \frac{5841000}{1270} = 4599,2$

Carlos ha cambiado 4599,20 soles. (No hay monedas de un céntimo de soles del Perú, la menor es de 20 céntimos.)

b) $\frac{5500}{1270}=\frac{1}{x} \Rightarrow 5500 \cdot x = 1270 \Rightarrow x = 0,23$

Un sol del Perú equivale a 23 céntimos de euro.

3.7. (TIC) a) Reparte 450 de forma directamente proporcional a 25, 50 y 75.
b) Reparte 10650 en proporción directa a 3 y 7.

a) $25k + 50k + 75k = 450 \Rightarrow 150k = 450 \Rightarrow k = 3$

De las 450 unidades, la parte proporcional a 25 es 75, la parte proporcional a 50 es 150, y la parte proporcional a 75 es 225.

b) $3k + 7k = 10\,650 \Rightarrow 10k = 10\,650 \Rightarrow k = 1065$

De las 10 650 unidades, la parte proporcional a 3 es 3195 y la parte proporcional a 7, 7455.

3.8. Un padre quiere repartir 140 sellos entre sus dos hijos de forma directamente proporcional a sus edades, que son 13 y 15 años.
¿Cuántos sellos recibirá cada uno?

$13k + 15k = 140 \Rightarrow 28k = 140 \Rightarrow k = 5$

El hijo de 13 años recibirá $13 \cdot 5 = 65$ sellos, y el de 15 años se quedará con $15 \cdot 5 = 75$ sellos.

3.9. (TIC) Entre tres pintores han pintado la fachada de un edificio, y han cobrado 4 160 euros. El primero ha trabajado 15 días, el segundo 12 , y el tercero, 25.
¿Cuánto dinero tiene que recibir cada uno?

Sea k la constante de proporcionalidad directa.

Al primero le corresponden $15k$; al segundo, $12k$, y al tercero, $25k$.

Así, $15k + 12k + 25k = 4160 \Rightarrow 52k = 4160 \Rightarrow k = 80$

El primero recibe $15 \cdot 80 = 1200$ euros; el segundo, $12 \cdot 80 = 960$, y el tercero, $25 \cdot 80 = 2000$ euros.

3.10. Actividad interactiva.

3.11. Actividad resuelta.

3.12. Actividad resuelta.

3.13. (TIC) Aumenta las siguientes cantidades en los porcentajes que se indican.

a) 134 en un 8%. **c) 45,76 en un 12%.**
b) 4 563 en un 17,3%. **d) 896,32 en un 0,4%.**

a) $134 \cdot \left(1+\frac{8}{100}\right) = 144{,}72$ c) $45{,}76 \cdot \left(1+\frac{12}{100}\right) = 51{,}25$

b) $4563 \cdot \left(1+\frac{17{,}3}{100}\right) = 5352{,}\ 40$ d) $896{,}32 \cdot \left(1+\frac{0{,}4}{100}\right) = 899{,}90$

3.14. (TIC) Disminuye las siguientes cantidades en los porcentajes que se indican.

a) 54 en un 5%. **c) 98,7 en un 79%.**
b) 762 en un 9,6%. **d) 2 369,83 en un 0,8%.**

a) $54 \cdot \left(1-\frac{5}{100}\right) = 51{,}3$ c) $98{,}7 \cdot \left(1-\frac{79}{100}\right) = 20{,}73$

b) $762 \cdot \left(1-\frac{9{,}6}{100}\right) = 688{,}85$ d) $2369{,}83 \cdot \left(1-\frac{0{,}68}{100}\right) = 2350{,}871$

3.15. Si 12 500 se incrementa primero en un 12% y el resultado se vuelve a incrementar en otro 4%. ¿Cuál es el número final resultante?

Primer incremento: 12 500 · $\left(1+\dfrac{12}{100}\right)$ = 14 000

Segundo incremento: 14 000 · $\left(1+\dfrac{4}{100}\right)$ = 14 560

La cantidad final es 14 560.

3.16. El precio de una bicicleta es 175 euros. En rebajas hacen un descuento del 25%, pero además, hay que pagar el 16% de IVA.
¿Cuánto cuesta entonces?

El precio de la bicicleta con el descuento es de 175 · $\left(1-\dfrac{25}{100}\right)$ = 131,25 euros.

Al precio tenemos que añadirle el IVA para saber cuánto nos costará finalmente. Con lo cual, el precio final de la bicicleta es de 131,25 · $\left(1+\dfrac{16}{100}\right)$ = 152,25 euros.

3.17. ¿Es lo mismo rebajar primero un artículo un 3% y luego encarecerlo un 4% que encarecerlo primero un 4% y luego rebajarlo un 3%?

Sea el precio del artículo *x* euros.

En el caso I tenemos: $\left(x\cdot\left(1-\dfrac{3}{100}\right)\right)\left(1+\dfrac{4}{100}\right)$.

Por las propiedades asociativa y el orden de factores no altera el producto tenemos:

$$\left(x\cdot\left(1-\frac{3}{100}\right)\right)\left(1+\frac{4}{100}\right)=x\left(1-\frac{3}{100}\right)\left(1+\frac{4}{100}\right)=x\left(1+\frac{4}{100}\right)\left(1-\frac{3}{100}\right)=\left(x\left(1+\frac{4}{100}\right)\right)\left(1-\frac{3}{100}\right)$$

Llegamos al caso II, donde primero se encarece un 4% y luego se rebaja un 3%.
Por tanto, es lo mismo rebajar primero un artículo un 3% y luego encarecerlo un 4%, que encarecerlo primero un 4% y luego rebajarlo un 3%.

3.18. Los productos de cierta empresa subieron un 10% en 2008 y un 12% en 2009, y bajaron un 4% en 2010. ¿Cuál fue el porcentaje de variación de los precios en esos tres años?

Tomamos 100 como valor inicial para calcular los porcentajes.
Valor final de 100 euros: 100 · 1,10 · 1,12 · 0,96 = 118,272
Por tanto, ha habido una variación positiva del 18,272%.

3.19. Actividad resuelta.

3.20. Actividad resuelta.

3.21. Comprueba si las tablas siguientes representan cantidades de magnitudes inversamente proporcionales. En caso afirmativo, halla la constante de proporcionalidad en cada caso y completa la tabla, calculando *x* e *y*.

a)

M	**2**	**3**	**4**	***y***
M'	**12**	**8**	***x***	**5**

b)

M	**2**	**6**	**8**	**10**
M'	**5**	**2,5**	**1,25**	**…**

a) Constante de proporcionalidad: $2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot x = y \cdot 5 = 24$

De donde obtenemos que $x = \frac{24}{4} = 6$, e $y = \frac{24}{5} = 4,8$.

b) No son magnitudes inversamente proporcionales, porque $2 \cdot 5 = 10$, $6 \cdot 2,5 = 15$ y $8 \cdot 1,25 = 10$.

3.22. La constante de proporcionalidad de dos magnitudes inversamente proporcionales es 18. Escribe cuatro parejas de cantidades que cumplan esa condición.

M	1	2	3	4
M'	18	9	6	4,5

3.23. Con un depósito de agua se llenan 36 jarras. ¿Cuántas jarras se podrán servir si solo se llenan hasta tres cuartos de su capacidad?

Si se llenan menos, se podrán servir más jarras. Son magnitudes inversamente proporcionales.

$36 \cdot 1 = \text{Jarras} \cdot \frac{3}{4}$. Se podrán llenar 48 jarras.

3.24. Para abonar un campo de cultivo se han necesitado 42 300 kilogramos de un cierto abono que contiene un 25% de nitratos.
¿Cuántos kilogramos se necesitarían de otro tipo de abono que contiene un 36% de nitratos, para que el campo recibiese la misma cantidad de nitratos?
¿Y si contiene un 12% de nitratos?

Buscamos la constante: $42\,300 \cdot 25 = 1\,057\,500$
Para el abono al 36%: $x \cdot 36 = 1\,057\,500$, luego $x = 29\,375$ kilogramos
Para el abono al 12%: $x \cdot 12 = 1\,057\,500$, luego $x = 88\,125$ kilogramos

3.25. Actividad interactiva.

3.26. Actividad resuelta.

3.27. Reparte 93 en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 5.

$$\frac{1}{2}k + \frac{1}{3}k + \frac{1}{5}k = 93 \Rightarrow \frac{15k + 10k + 6k}{30} = 93 \Rightarrow 31k = 93 \cdot 30 \Rightarrow k = \frac{2790}{31} = 90$$

De las 93 unidades, la parte inversamente proporcional a 2 es 45, la correspondiente a 3 es 30 y la correspondiente a 5 es 18.

3.28. Reparte 168 de modo inversamente proporcional a 3, 5 y 6.

$$\frac{1}{3}k + \frac{1}{5}k + \frac{1}{6}k = 168 \Rightarrow \frac{10k + 6k + 5k}{30} = 168 \Rightarrow 21k = 168 \cdot 30 \Rightarrow k = \frac{5040}{21} = 240$$

De las 168 unidades, la parte inversamente proporcional a 3 es 80, la correspondiente a 5 es 48 y la correspondiente a 6 es 40.

3.29. Al repartir 60 de forma inversamente proporcional a los números 2 y *x*, se sabe que la parte correspondiente a 2 es 36. Halla *x*.

Por un lado, tenemos $\frac{1}{2}k + \frac{1}{x}k$ = 60. Y por otro, sabemos que $\frac{1}{2}k$ = 36. Con esta última igualdad tenemos que k = 72. Sustituyendo este dato en la primera igualdad resulta: $\frac{1}{2}72 + \frac{1}{x}72$ = 60. De donde $x = \frac{72}{60 - 36} = 3$.

3.30. Se reparten 60 euros entre el primer y segundo clasificado de una carrera, de manera inversamente proporcional al puesto alcanzado.
¿Qué dinero recibirá cada uno?

Tenemos que realizar un reparto inversamente proporcional al puesto.

$\frac{1}{2}k + 1k = 60 \Rightarrow \frac{3}{2}k = 60 \Rightarrow k = 40$

El primer clasificado recibirá 1 · 40 = 40 euros, y el segundo, $\frac{1}{2} \cdot 40 = 20$ euros.

3.31. (TIC) Para construir un puente de 1 200 metros se dispone de 300 vigas, que se colocarían a razón de una cada 40 metros a lo largo de toda la longitud del puente. Tras un estudio, se decide reforzar la obra y utilizar 100 vigas más.
¿A qué distancia se deben colocar las vigas?

Si ponemos más vigas en el mismo espacio, la distancia entre ellas será menor.

$40 \cdot 300 = \text{Distancia} \cdot 400 \Rightarrow \text{Distancia} = \frac{40 \cdot 300}{400} = 30$

Las vigas se deben colocar a 30 metros de distancia entre ellas.

3.32. Actividad interactiva.

3.33. Si 10 grifos tardan 12 horas en llenar un depósito de 15 metros cúbicos, ¿cuánto tardarán 8 grifos en llenar otro depósito de 7 metros cúbicos?

10 grifos llenan 15 m^3 en 12 horas.
1 grifo llena 15 m^3 en 12 · 10 = 120 horas.

$\boxed{\text{1 grifo llena 1 } m^3 \text{ en } \frac{120}{15} = 8 \text{ horas.}}$

8 grifos llenan 1 m^3 en $\frac{8}{8}$ = 1 hora.

8 grifos llenan 7 m^3 en 1 · 7 = 7 horas.

3.34. El alquiler de 3 coches para 7 días cuesta 630 euros. ¿Cuántos automóviles se podrán alquilar con 900 euros durante 5 días?

7 días ________________ 3 coches ________________ 630 euros
5 días ________________ *x* coches ________________ 900 euros
Proporcionalidad inversa   Proporcionalidad directa

$\frac{3}{x} = \frac{5}{7} \cdot \frac{630}{900} = \frac{3150}{6300} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 3 \cdot 2 = 6$

Se pueden alquilar 6 coches.

EJERCICIOS

Proporcionalidad directa. Repartos

3.35. Los números 3, 5, 18 y *x* forman una proporción. Calcula el valor de *x*.

$\frac{3}{5} = \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 5}{3} = 30$

3.36. Calcula *x* en las siguientes proporciones.

a) $\frac{3}{4} = \frac{9}{x}$ **b)** $\frac{10}{x} = \frac{15}{9}$ **c)** $\frac{8}{12} = \frac{x}{3}$ **d)** $\frac{x}{7} = \frac{18}{42}$

a) $3x = 9 \cdot 4 \Rightarrow x = 12$

b) $10 \cdot 9 = 15x \Rightarrow x = 6$

c) $8 \cdot 3 = 12x \Rightarrow x = 2$

d) $42x = 18 \cdot 7 \Rightarrow x = 3$

3.37. Las magnitudes *A* y *B* son directamente proporcionales. Halla la constante de proporcionalidad y completa la tabla.

A	4	12	…	2	…	…
B	5	...	25	…	1	100

Constante de proporcionalidad: $\frac{4}{5} = 0{,}8$. Tenemos entonces:

$\frac{12}{x} = 0{,}8 \Rightarrow x = 15$

$\frac{y}{25} = 0{,}8 \Rightarrow y = 20$

$\frac{2}{z} = 0{,}8 \Rightarrow z = 2{,}5$

$\frac{t}{1} = 0{,}8 \Rightarrow t = 0{,}8$

$\frac{a}{100} = 0{,}8 \Rightarrow a = 80$

A	**4**	**12**	20	**2**	0,8	80
B	**5**	15	**25**	2,5	**1**	**100**

3.38. La constante de proporcionalidad directa de dos números es 1,25. El mayor es 45. Calcula el menor.

Como el resultado del cociente es mayor que 1, el mayor es dividido por el menor, de modo que $\frac{45}{x} = 1,25 \Rightarrow x = 36$.

El menor es 36.

3.39. Tres fotografías valen 5 euros, 6 fotografías cuestan 9 euros. Razona si el número de fotografías es directamente proporcional a su precio.

Si es directamente proporcional, se tiene que conservar la constante de proporcionalidad.

$0{,}6 = \frac{3}{5} \neq \frac{6}{9} = 0{,}\widehat{6}$.

Por tanto, el número de fotografías no es directamente proporcional a su precio.

3.40. Un coche consume 5,5 litros de gasolina cada 100 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros podrá recorrer con 110 litros?

Los litros de gasolina y los kilómetros recorridos son directamente proporcionales. Entonces:

$\frac{5,5}{100} = \frac{110}{x} \Rightarrow x = 2000$

El coche podrá recorrer 2000 kilómetros.

3.41. Daniel anduvo 6 kilómetros en una hora.
¿Cuánto recorrió en 10 minutos?

Los kilómetros que anda Daniel y el tiempo que tarda en recorrerlos están en relación directamente proporcional. Por tanto, se cumple que (1 hora = 60 minutos):

$\frac{6}{60} = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 1$

Daniel recorrió 1 kilómetro en 10 minutos.

3.42. (TIC) Se sabe que de 15 gramos de remolacha se extraen 2 de azúcar. ¿Cuánta remolacha hay que adquirir para obtener 2 376 kilogramos de azúcar?

Podemos establecer la proporción: $\frac{2}{15} = \frac{2376}{R}$.

De modo que R = 17 820 kilogramos de remolacha.

3.43. Por un grifo salen 38 litros de agua en 5 minutos. ¿Cuántos litros salen en una hora y cuarto?

Como existe una proporcionalidad directa entre los litros de agua que salen del grifo y los minutos, podemos calcular los litros que saldrán en hora y cuarto, que son 75 minutos:

$\frac{5}{38} = \frac{75}{x} \Rightarrow x = \frac{75 \cdot 38}{5} = 570$

En una hora y cuarto salen por el grifo 570 litros.

3.44. (TIC) En un mapa, 14 centímetros representan 238 kilómetros.
¿Cuántos centímetros representarán a otra carretera que mide 306 kilómetros?

Los kilómetros reales y los centímetros que los representan en un mapa están en proporción directa. Entonces:

$\frac{14}{238} = \frac{x}{306} \Rightarrow x = 18$

En el mapa, 18 centímetros equivalen a 306 kilómetros.

3.45. María, Nuria y Paloma han cobrado por un trabajo 344 euros. María ha trabajado 7 horas; Nuria, 5 horas y Paloma, 4 horas. ¿Qué cantidad le corresponde a cada una?

Para que todas cobren por una hora lo mismo, tenemos que hacer un reparto proporcional del dinero según las horas trabajadas. Entonces:

$7k + 5k + 4k = 344 \Rightarrow 16k = 344 \Rightarrow k = 21,5$

De modo que María cobrará 21,5 · 7 = 150,50 euros; a Nuria le corresponden 21,5 · 5 = 107,50 euros, y Paloma ha ganado por el trabajo 21,5 · 4 = 86 euros.

3.46. En una fiesta, tres invitados gastan en refrescos 40 euros. ¿Cuánto pagará cada uno si se llevan 10, 15 y 25 refrescos, respectivamente?

Hacemos un reparto del precio final en función de los refrescos que se lleva cada uno.

$10k + 15k + 25k = 40 \Rightarrow 50k = 40 \Rightarrow k = \frac{40}{50} = 0{,}8$

El que se lleva 10 refrescos paga 8 euros, el que se lleva 15 paga 12 euros, y el que se lleva 25 refrescos paga 20 euros.

3.47. ¿Es lo mismo repartir una cantidad en partes directamente proporcionales a 10, 15 y 20, que en partes directamente proporcionales a 2, 3 y 4?

Si repartimos x en 10, 15 y 20 partes directamente proporcionales y K es la constante de proporcionalidad, tenemos que: $10K + 15K + 20K = x$.

Si repartimos x en 2, 3 y 4 partes inversamente proporcionales y k es la constante de proporcionalidad, tenemos que: $2k + 3k + 4k = x$.

$10K + 15K + 20K = 2k + 3k + 4k \Rightarrow 45K = 9k \Rightarrow 5K = k.$

Si sustituimos en la segunda ecuación el valor de k con relación al valor de K:

$2 \cdot 5K + 3 \cdot 5K + 4 \cdot 5K = x \Rightarrow 10K + 15K + 20K = x$. Por tanto, sí es lo mismo.

3.48. ¿Cómo se reparte un número *N* de forma directamente proporcional a los números *a, b* y *c*? Reparte 360 en partes directamente proporcionales a los números 2, 6 y 18.

Primero hallamos la constante de proporcionalidad que cumple lo siguiente:

$a \cdot k + b \cdot k + c \cdot k = N$

Una vez hallada la constante de proporcionalidad, la parte correspondiente a cada número la calculamos multiplicando el número por la constante de proporcionalidad: $a \cdot k$, $b \cdot k$, $c \cdot k$.

Veamos ahora el reparto de 360 en partes proporcionales a 2, 6 y 18. Seguimos los pasos antes indicados.

Primero calculamos la constante de proporcionalidad: $2k + 6k + 18k = 360 \Rightarrow 26k = 360$.

$k = \frac{360}{26} = 13{,}846$

Ahora calculamos la parte correspondiente a cada número. La parte que corresponde a 2 es $2 \cdot 13{,}846 = 26{,}692$. La parte correspondiente a 6 es 83,076. Y la parte proporcional a 18 es 249,228.

Porcentajes y proporcionalidad

3.49. (TIC) Expresa las siguientes razones en tantos por ciento, en tantos por uno y en tantos por mil.

a) $\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{9}{10}$ **c)** $\frac{20}{12}$ **d)** $\frac{5}{3}$

	Tanto por uno	Tanto por ciento (%)	Tanto por mil (‰)
a)	0,4	40	400
b)	0,9	90	900
c)	1,6667	166,67	1666,7
d)	1,6667	166,67	1666,7

3.50. (TIC) Calcula:

a) El 20% de 650

b) El 0,80% de 2 005

c) El 20% del 30% de 10 000

d) El 50% del 40% del 30% de 1 000 000

a) $650\frac{20}{100} = 130$

b) $2005\frac{0,8}{100} = 16,04$

c) $10\,000\frac{30}{100} = 3000$; $3000\frac{20}{100} = 600$

d) $1\,000\,000\ \frac{30}{100}\frac{40}{100}\frac{50}{100} = 60\,000$

3.51 Un jugador de baloncesto ha conseguido 15 encestes de 20 lanzamientos. ¿Cuál es su porcentaje de aciertos?

Lo resolvemos del siguiente modo: $\frac{15}{20} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 75$

3.52. Calcula el tanto por ciento de café que hay en una mezcla de 4 litros de café y 7 litros de agua.

Como en la mezcla de 11 litros hay 4 de café, $\frac{4}{11}\cdot 100 = 36,36$ %.

3.53. Luis prepara una limonada con 12 litros de agua y 8 litros de zumo de limón. ¿Cuál es el porcentaje de zumo de limón que hay en la limonada?

Líquido total: 12 + 8 = 20

De los 20 litros, 8 son de zumo de limón. Tenemos la relación: $\frac{8}{20} = \frac{L}{100} \Rightarrow L = 40\%$

El porcentaje de zumo de limón es del 40%.

3.54. En el campeonato escolar, el equipo de 3.º de ESO del colegio jugó 50 partidos de los que ganó 20, perdió el 40% y empató los restantes.
¿Ganó o perdió la mayoría de los partidos?

Veamos cuál es el porcentaje de partidos que ganó.

$\frac{50\cdot x}{100} = 20 \Rightarrow x = 40$. Así que el porcentaje de partidos ganados es del 40%.

Ganó y perdió el mismo número de partidos.

3.55. Un teléfono móvil cuesta 85 euros. Halla su nuevo precio si:

a) Se rebaja un 6%.

b) Se encarece un 4%.

a) En este caso hay que restarle un 6% a 85. $85 \cdot \left(1 - \frac{6}{100}\right) = 79,9$.

El nuevo precio es de 79 euros y 90 céntimos.

b) En este caso hay que sumarle un 4% a 85. $85 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right) = 88,4$.

El nuevo precio es de 88 euros y 40 céntimos.

3.56. (TIC) La subida salarial en una empresa en los últimos tres años ha sido del 3%, 2% y 4%.

a) ¿Cuánto cobra actualmente un empleado que cobraba hace tres años 1 600 euros?

b) ¿En qué porcentaje se ha incrementado su sueldo después de tres subidas?

a) Tenemos que ver qué resulta después de aplicarle un 3%, un 2% y un 4% a 1600:

$$\left(\left(1600\cdot\left(1+\frac{3}{100}\right)\right)\left(1+\frac{2}{100}\right)\right)\left(1+\frac{4}{100}\right) = 1600 \cdot 1{,}03 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}04 = 1748{,}20$$

El sueldo del empleado después de estos tres años será de 1748 euros con 20 céntimos.

b) Veamos con qué porcentaje se corresponde la subida a 1748,20 de 1600.

$$1600 \cdot \left(1+\frac{x}{100}\right) = 1748{,}20 \Rightarrow \frac{1600x}{100} = 1748{,}20 - 1600 \Rightarrow x = \frac{148{,}20}{16} = 9{,}26.$$

El porcentaje total en que ha subido el sueldo del empleado en estos tres años es del 9,26%.

3.57. El salario de Rubén en los últimos 4 años ha tenido las siguientes subidas: 2%, 2%, 2% y 2%. ¿Gana ahora un 8% más que hace 4 años?

La subida de sueldo de Rubén es el resultado de añadirle a su sueldo, x, un 2% cuatro veces.

Luego $x\left(1+\frac{2}{100}\right)^4 = x \cdot 1{,}0824 = x\left(1+\frac{8{,}24}{100}\right)$. Después de 4 años gana un 8,24% más.

3.58. El precio de un litro de combustible experimentó diversas variaciones. En enero costaba 0,95 euros y en febrero bajó su precio un 8%. En marzo subió un 3% y en abril subió un 2%.

a) ¿Qué porcentaje ha variado su precio en total?

b) ¿Cuál es su precio en abril?

a) Veamos a qué porcentaje equivale la aplicación de los tres porcentajes.

$$\left(1-\frac{8}{100}\right)\left(1+\frac{3}{100}\right)\left(1+\frac{2}{100}\right) = \left(1-\frac{8}{100}+\frac{3}{100}-\frac{24}{10\,000}\right)\left(1+\frac{2}{100}\right) =$$

$$= 1-\frac{5}{100}-\frac{24}{10\,000}+\frac{2}{100}-\frac{10}{10\,000}-\frac{48}{1\,000\,000} = 1-\frac{3{,}3448}{100}$$. Ha sido rebajado un 3,34%.

b) Aplicamos el porcentaje calculado en el apartado anterior al precio inicial del litro de combustible para saber su precio en abril. $0{,}95 \cdot \left(1-\frac{3{,}34}{100}\right) = 0{,}92$.

El precio del litro de combustible en abril es de 0,92 euros.

3.59. El Club del Libro tiene 100 socios y cada año aumenta su número en un 10%.

a) ¿Cuántos socios tiene al cabo de 5 años?

b) Al cabo de 10 años, ¿consigue duplicar el número inicial de socios?

a) Como tenemos que aplicarle a 100 un porcentaje de subida del 10% 5 veces consecutivas, calculamos primero qué porcentaje final es:

$$\left(1+\frac{10}{100}\right)^5 = 1{,}10^5 = 1{,}61 = 1 + \frac{61}{100}$$

El porcentaje de aumento de socios al cabo de 5 años es de un 61%. Lo que quiere decir que después de 5 años el número de socios es: $100 \cdot \left(1+\frac{61}{100}\right) = 161$.

b) Veamos cuál es el porcentaje de aumento después de 10 años.

$\left(1+\dfrac{10}{100}\right)^{10}$ = 2,59 = 1 + $\dfrac{159}{100}$

El número de socios después de 10 años es: 100 · $\left(1+\dfrac{159}{100}\right)$ = 259.

Así que después de 10 años el número de socios es más del doble de los que había inicialmente. Sí que se duplica el número de socios; es más, no solo se duplica, sino que se pasa del doble.

3.60. Una mercancía se encareció un 10% y luego se abarató también en un 10%. ¿Cuándo vale menos, antes de encarecerla o después de abaratarla?

Sea x el precio inicial de la mercancía. Veamos qué ocurre tras las dos variaciones en el precio: $\left(x\left(1+\dfrac{10}{100}\right)\right)\left(1-\dfrac{10}{100}\right)=x\left(1-\left(\dfrac{10}{100}\right)^2\right)=x\left(1-\dfrac{1}{100}\right)$

El precio después de abaratarla es de $x\left(1-\dfrac{1}{100}\right)$. La mercancía vale menos después de abaratarla.

3.61. (TIC) Ricardo compra en rebajas una lavadora cuya etiqueta marca 412 euros. Le hacen un descuento del 30% y le aplican un IVA del 16%.
¿Cuál es el coste final de la lavadora?

Sobre el precio de la lavadora aplicamos los dos porcentajes, el de descuento y el de aumento.

$412\left(1-\dfrac{30}{100}\right)\left(1+\dfrac{16}{100}\right)$ = 334,54. El precio final de la lavadora es de 334,54 euros.

Proporcionalidad inversa. Repartos

3.62. Di cuáles de las siguientes magnitudes son inversamente proporcionales.

a) Tiempo que se tarda en limpiar un monte y número de personas que realizan la limpieza.

b) Espacio recorrido por un móvil y tiempo empleado para recorrer dicho espacio.

c) Tiempo que tarda en hacer un recorrido un avión y su velocidad.

a) Son inversamente proporcionales.

Si somos 5 personas limpiando el monte y tardamos 1 hora, tenemos que la constante de proporcionalidad es 5 · 1 = 5. Si se añaden otras 5 personas más, para conservar la proporción tenemos que 10 · x = 5, de donde vemos que el tiempo que tardamos 10 personas en limpiar el monte es 0,5 horas, que es lo mismo que 30 minutos. Así que al doble de personas, mitad de tiempo. Lo cual es lógico.

b) No son inversamente proporcionales.

Supongamos que un móvil recorre 10 metros en 2 segundos. La constante de proporcionalidad que tendríamos es 10 · 2 = 20. Doblamos el espacio que se debe recorrer, y para que sean inversamente proporcionales las dos magnitudes se debe cumplir que 20 · x = 20. Tenemos entonces que tardaría un segundo. Así, el mismo móvil recorrería mayor espacio en menos tiempo, y esto no tiene sentido.

c) Son inversamente proporcionales.

Fijamos una distancia, y tenemos que un avión a 1000 km/h tarda en recorrerla 5 horas. La constante de proporcionalidad es 1000 · 5 = 5000. En otro momento, esa misma distancia recorrida en avión supone un viaje de 10 horas. Para que se conserve la constante de proporcionalidad, x · 10 = 5000. De modo que la velocidad del avión es de 500 km/h. Es lógico que si el tiempo que se tarda en recorrer una distancia es el doble, sea porque la velocidad es la mitad.

3.63. Pon tres ejemplos de magnitudes proporcionales inversas. ¿A qué se llama constante de proporcionalidad inversa?

– Alumnos que recogen el aula y tiempo empleado en recogerla.
– Tiempo que tarda un tren en recorrer una distancia y su velocidad
– Temperatura y solidez del agua.
Se llama constante de proporcionalidad inversa al producto de las dos magnitudes que se están considerando.

3.64. De las siguientes tablas, determina cuál o cuáles representan algún tipo de proporcionalidad (directa o inversa). Justifica tu respuesta.

a)

x	5	10	15	20	25
y	1	2	3	4	5

b)

x	2	3	4	3	2
y	1	2	3	4	5

c)

x	1	4	5	10	20
y	20	5	4	2	1

d)

x	18	15	13	10	9
y	20	15	14	2	1

e)

x	4	3	6	5	2
y	15	20	10	12	30

f)

x	3	0,9	5	1	9
y	6	20	3,6	18	2

a) Proporcionalidad directa.

Si hacemos para cada una de las columnas el cociente $\frac{x}{y}$, nos da siempre 5.

b) Ningún tipo de proporcionalidad.
No existe proporcionalidad directa. Si hacemos el cociente de la primera columna, tendremos como constante de proporcionalidad 2, pero dicha constante no se conserva al hacer el cociente de la segunda columna, ya que $\frac{3}{2} = 1{,}5$.
Tampoco existe proporcionalidad inversa, basta fijarnos también en las dos primeras columnas para ello. La primera columna nos daría como constante de proporcionalidad 2, mientras que la segunda nos daría que la constante es 6.
c) Proporcionalidad inversa.
Si hacemos para cada una de las columnas el producto $x \cdot y$, nos da siempre 20.
d) Ningún tipo de proporcionalidad.
Basta fijarnos en las dos primeras columnas para ver que no existe una constante de proporcionalidad, ni en el caso de proporcionalidad directa, donde tenemos $\frac{18}{20} = 0{,}9$ y $\frac{15}{15} = 1$, ni en el caso de proporcionalidad inversa, donde tenemos $18 \cdot 20 = 360$ y $15 \cdot 15 = 225$.
e) Veamos si se cumple que todas las columnas conservan el producto.
$4 \cdot 15 = 3 \cdot 20 = 6 \cdot 10 = 5 \cdot 12 = 60$
Sí, son inversamente proporcionales y la constante de proporcionalidad es 60.
f) En este caso: $3 \cdot 6 = 0{,}9 \cdot 20 = 5 \cdot 3{,}6 = 1 \cdot 18 = 18$
Sí, son inversamente proporcionales y la constante de proporcionalidad es 18.

3.65. El agua de un depósito se puede extraer en 200 veces con un bidón de 15 litros. Si el bidón fuera de 25 litros, halla en cuántas veces se extraería.

Relación de proporcionalidad inversa: $200 \cdot 15 = x \cdot 25 \Rightarrow x = 120$ veces
Con un bidón de 25 litros se extraería 120 veces.

3.66. Realizan un trabajo en 2 meses entre 12 personas. Necesitan hacerlo en solo en 18 días. ¿Cuántas personas se deben contratar?

Dos meses son 60 días.

Tenemos una relación de proporcionalidad inversa: $60 \cdot 12 = 720 = 18 \cdot x \Rightarrow x = 40$.

Como ya trabajamos 12, necesitamos contratar 40 – 12 = 28.

Debemos contratar a 28 personas.

3.67. Tres niños se comen un pastel en 16 minutos. ¿En cuánto tiempo se lo comerían cuatro niños?

Relación de proporcionalidad inversa: $3 \cdot 16 = 4 \cdot x \Rightarrow x = 12$ minutos

Cuatro niños comerían en 12 minutos.

3.68. (TIC) Una ganadera tiene pienso para alimentar 320 vacas durante 45 días, pero debe dar de comer a los animales durante 60 días, por lo que decide vender a las que no puede alimentar. ¿Cuántas vacas debe vender?

Relación de proporcionalidad inversa: $320 \cdot 45 = x \cdot 60 \Rightarrow x = 240$

Como puede alimentar a 240, debe vender 320 – 240 = 80 vacas.

3.69. En el colegio se quiere organizar una excursión de fin de curso. Se contrata un autobús con conductor que dispone de 80 plazas y que cuesta 360 euros.
Si solo se ocupan la mitad de las plazas, ¿cuánto debe pagar cada alumno?

Tenemos que $360 \cdot 1 = x \cdot 40 \Rightarrow x = \dfrac{360}{40} = 9$. Cada alumno deberá pagar 9 euros.

3.70. El número de vueltas que dan dos ruedas dentadas es inversamente proporcional al número de dientes de cada rueda.
Una rueda dentada tiene 24 dientes y engrana otra rueda que tiene 5 dientes.
¿Cuántas vueltas dará la primera mientras la segunda da 120 vueltas?

Por ser inversamente proporcionales se cumple que $5 \cdot 120 = 24 \cdot x$. De donde obtenemos un valor para x.

$$x = \frac{600}{24} = 25$$

La rueda con 24 dientes da 25 vueltas, mientras la que tiene 5 dientes da 120.

3.71. (TIC) En una Olimpiada Europea de Matemáticas se conceden tres premios inversamente proporcionales a los tiempos empleados en la resolución de los ejercicios. Los tiempos de los tres primeros concursantes han sido 3, 5 y 6 horas.
Calcula cuánto dinero recibe cada uno si hay 42 000 euros para repartir.

Hacemos un reparto del dinero inversamente proporcional al tiempo tardado.

$$\frac{1}{3}k + \frac{1}{5}k + \frac{1}{6}k = 42\,000 \Rightarrow \frac{10k + 6k + 5k}{30} = 42\,000 \Rightarrow k = \frac{42\,000 \cdot 30}{21} = 60\,000$$

De modo que el primer premio, que se corresponde con un tiempo de 3 horas, es de 20 000 euros. El segundo premio, correspondiente a un tiempo de 5 horas, es de 12 000 euros. Y el tercer premio, para la persona que ha tardado 6 horas, es de 10 000 euros.

3.72. Reparte 578 en partes inversamente proporcionales a 4, 4 y 18.

Para el reparto hallamos primero la constante de proporcionalidad *k*.

$$\frac{1}{4}k + \frac{1}{4}k + \frac{1}{18}k = 578 \Rightarrow \frac{9k+9k+2k}{36} = 578 \Rightarrow k = \frac{578 \cdot 36}{20} = 1040{,}4$$

La parte que le corresponde a cada 4 es 260,1, y la que le corresponde a 18 es 57,8.

3.73. (TIC) Reparte 4 371 en partes inversamente proporcionales a 3, 4 y 5.

Hacemos el reparto inversamente proporcional:

$$\frac{1}{3}k + \frac{1}{4}k + \frac{1}{5}k = 4371 \Rightarrow \frac{20k+15k+12k}{60} = 4371 \Rightarrow k = 5580$$

La parte que corresponde a 3 es 1860; la que corresponde a 4, 1395, y la que corresponde a 5, 1116.

3.74. ¿Cómo se reparte un número *N* en partes inversamente proporcionales a los números *a*, *b* y *c*? Reparte 360 en partes inversamente proporcionales a los números 2, 6 y 18.

Primero hallamos la constante de proporcionalidad que cumple lo siguiente:

$$\frac{1}{a} \cdot k + \frac{1}{b} \cdot k + \frac{1}{c} \cdot k = N$$

Una vez hallada la constante de proporcionalidad, la parte correspondiente a cada número la calculamos haciendo el producto del número por la constante de proporcionalidad:

$$\frac{1}{a} \cdot k,\ \frac{1}{b} \cdot k,\ \frac{1}{c} \cdot k$$

Veamos ahora el reparto de 360 en partes proporcionales a 2, 6 y 18. Seguimos los pasos antes indicados.

Primero calculamos la constante de proporcionalidad:

$$\frac{1}{2}k + \frac{1}{6}k + \frac{1}{18}k = 360 \Rightarrow \frac{13k}{18} = 360 \Rightarrow k = \frac{360 \cdot 18}{13} = 498{,}461$$

Ahora calculamos la parte correspondiente a cada número.

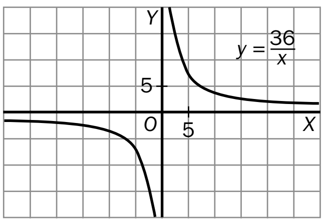
La parte que corresponde a 2 es $\frac{1}{2} \cdot 498{,}461 = 249{,}230$.

La parte correspondiente a 6 es 83,076. Y la parte proporcional a 18 es 27,692.

3.75. Representa gráficamente la relación que existe entre todos los números cuyo producto es 36. Investiga si se trata de una relación proporcional y, en su caso, de qué tipo.

$$x \cdot y = 36 \Rightarrow y = \frac{36}{x}$$

Es una relación inversamente proporcional.



Proporcionalidad compuesta

3.76. Una casa de acogida necesita 5 400 euros para atender a 40 personas durante 15 días. ¿Cuánto necesitará para alojar y alimentar a 50 personas durante 10 días?

Tenemos las siguientes correspondencias:

5400 euros _________ 40 personas _________ 15 días
x euros _____________ 50 personas _________ 10 días
Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa

$$\frac{40}{50} = \frac{5\,400}{x}\cdot\frac{10}{15} \Rightarrow x = 5400 \cdot \frac{10}{15}\cdot\frac{50}{40} = 4500$$

Se necesitarán 4500 euros para alimentar a 50 personas durante 10 días.

3.77. Si 18 camiones transportan 1 200 contenedores en 12 días, ¿cuántos días necesitarán 24 camiones para mover 1 600 contenedores?

Tenemos las siguientes correspondencias:

18 camiones _________ 1200 contenedores _________ 12 días
24 camiones _________ 1600 contenedores _________ x días
Proporcionalidad directa Proporcionalidad directa

$$\frac{1200}{1600} = \frac{18}{24}\cdot\frac{12}{x} \Rightarrow x = 12 \cdot \frac{18}{24}\cdot\frac{1600}{1200} = 12$$

En 12 días, 24 camiones moverán 1600 contenedores.

3.78. En un mes, un equipo de 22 albañiles ha enlosado una acera de 160 metros. ¿Cuántos metros enlosarán 15 albañiles en 22 días?

Tenemos las siguientes correspondencias:

1 mes (= 30 días) _________ 22 albañiles _________ 160 metros
22 días _________________ 15 albañiles _________ *x* metros
Proporcionalidad inversa Proporcionalidad directa

$$\frac{22}{15} = \frac{22}{30}\cdot\frac{160}{x} \Rightarrow x = 160 \cdot \frac{22}{30}\cdot\frac{15}{22} = 80$$

Quince albañiles en 22 días enlosarán 80 metros.

3.79. Un campamento de la Cruz Roja con 1 800 refugiados tiene víveres para tres meses si se distribuyen raciones de 800 gramos por día.
¿Cuál debería ser la ración si hubiese 2 100 refugiados y estos víveres tuvieran que durar 4 meses?

Tenemos las siguientes correspondencias:

1800 refugiados _________ 3 meses _________ 800 gramos
2100 refugiados _________ 4 meses _________ *x* gramos
Proporcionalidad inversa Proporcionalidad inversa

$$\frac{3}{4} = \frac{2100}{1800}\cdot\frac{x}{800} \Rightarrow x = 800 \cdot \frac{3}{4}\cdot\frac{1800}{2100} = 514{,}28$$

Las raciones para 2100 refugiados durante 4 meses serían de 514,28 gramos.

3.80. Transportar 720 cajas de libros a 240 kilómetros cuesta 4 320 euros. ¿Cuántas cajas se han llevado a 300 kilómetros, si se han pagado 6 187,50 euros?

Método de reducción a la unidad:

720 cajas	240 km	4320 euros
1 caja	240 km	$\frac{4320}{720} = 6$ euros
1 caja	1 km	$\frac{6}{240} = 0{,}025$ euros
1 caja	300 km	$300 \cdot 0{,}025 = 7{,}50$ euros
x cajas	300 km	$7{,}50 \cdot x = 6187{,}50$ euros

Luego $x = \frac{6187{,}50}{7{,}50} = 825$ cajas hemos transportado.

3.81. Practica la proporcionalidad compuesta en: www.e-sm.net/3esoz13

PROBLEMAS

3.82. La producción de bolígrafos y cuadernos está en una relación de 8 a 5. Si la producción de bolígrafos disminuye en un 15% y la de cuadernos aumenta en un 20%, ¿en qué relación queda la producción? (Expresa la relación en números enteros)

Calculamos la disminución de bolígrafos: $8 \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 6{,}8$.

Calculamos el aumento de cuadernos: $5 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 6$.

La relación que tenemos después de las variaciones de producción es: $\frac{6{,}8}{6} = \frac{17}{15}$.

Así, la relación de bolígrafos y cuadernos es de 192 a 85.

3.83. (TIC) Un cultivo de bacterias de un laboratorio tiene 120 000 bacterias. Una enfermedad produce la muerte del 16% de su población. Tratadas las bacterias supervivientes con un producto muy eficaz se consigue aumentar la población en un 14%. Entonces, ¿cuántas bacterias forman la población finalmente?

Las bacterias que quedan después de la enfermedad son: $120\,000 \cdot \left(1 - \frac{16}{100}\right) = 100\,800$.

Tratando las bacterias con el producto ocurre que: $100\,800 \cdot \left(1 + \frac{14}{100}\right) = 114\,912$.

Así, finalmente tenemos una población de 114 912 bacterias.

3.84. Observa el anuncio de rebajas.

a) ¿Están rebajados estos artículos proporcionalmente?

b) Si no es así, ¿cuál lo está más?

a) La relación entre los precios antes de las rebajas es de $\frac{59,85}{31,50}$ = 1,9.

La relación entre los precios después de las rebajas es de $\frac{50}{23,9}$ = 2,09.

Si los artículos estuviesen rebajados proporcionalmente, se conservaría la constante de proporcionalidad entre los precios, y no es así. Luego no están rebajados proporcionalmente.

b) Calculamos cuál es el descuento del pijama y el de los zapatos:

$31,50 \cdot \left(1-\frac{x}{100}\right) = 23,9 \Rightarrow 31,50 - 23,90 = 31,50 \cdot \frac{x}{100} \Rightarrow x = 24,13$

$59,85 \cdot \left(1-\frac{x}{100}\right) = 50 \Rightarrow 59,85 - 50 = 59,85 \cdot \frac{x}{100} \Rightarrow x = 16,45$

El descuento del pijama es de un 24,13%, y el de los zapatos, de un 16,45%.

Es mayor el descuento del pijama.

3.85. En un centro escolar, de los 210 alumnos de 3.º de ESO se inscriben en una actividad extraescolar 170. Mientras que de los 160 alumnos de 4.º de ESO se apuntan 130.

¿Qué curso ha mostrado más interés por la actividad?

$\frac{170}{210} = \frac{x}{100} \Rightarrow x$ = 80,95% participan en la actividad de 3.º de ESO.

$\frac{130}{160} = \frac{y}{100} \Rightarrow x$ = 81,25% participan en la actividad de 4.º de ESO.

Muestran más interés los alumnos de 4.º de ESO.

3.86. Una fiesta de disfraces tiene una relación chicos-chicas de 5 a 3. Llegan 3 chicas más y la relación pasa a ser de 10 a 7.

¿Cuántas personas hay en la fiesta?

Inicialmente tenemos una relación de $\frac{5}{3} = \frac{5x}{3x}$, donde $5x$ es el número de chicos, y $3x$, el de chicas.

Cuando llegan las chicas: $\frac{5x}{3x+3} = \frac{10}{7} \Rightarrow 35x = 30x + 30 \Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow x = 6$.

Podemos ahora calcular el número de gente que hay en la fiesta: 5 · 6 = 30 chicos, y
3 · 6 + 3 = 21 chicas. Hay 51 personas en la fiesta.

3.87. Los ingredientes de una receta para un postre casero son: 1 vaso de mantequilla; 3 huevos; 1,5 vasos de azúcar; 2 vasos de harina.
Si solo tenemos 2 huevos, ¿cómo debemos modificar los restantes ingredientes de la receta para poder hacer el postre?

$\frac{1}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$ de vaso de mantequilla

$\frac{1{,}5}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 1$ vaso de azúcar

$\frac{2}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$ de vaso de harina

3.88. Dos empresas alquilan un almacén por 3 500 euros. La primera guarda 40 contenedores y la segunda 300 sacos.
¿Cuánto tendría que pagar cada una si un contenedor ocupa lo mismo que 10 sacos?

Tenemos la relación $\frac{1 \text{ contenedor}}{10 \text{ sacos}} = \frac{40 \text{ contenedores}}{400 \text{ sacos}}$. Ahora que tenemos todo expresado en la misma unidad, podemos hacer un reparto proporcional.

$400k + 300k = 3500 \Rightarrow 700k = 3500 \Rightarrow k = \frac{3500}{700} = 5$

La empresa de los contenedores paga 2000 euros, y la que guarda sacos, 1500.

3.89. Dos talleres aceptan realizar un trabajo en colaboración cobrando entre las dos 3 000 euros. Uno, con tres personas, trabajó 5 días. El otro, con 4 personas, trabajó 6 días.
¿Qué dinero debe recibir cada empresa?

La primera tuvo 3 personas trabajando 5 días, lo que supone 15 pagas. Le corresponden x euros.
La segunda tuvo 4 personas trabajando 6 días, lo que supone 24 pagas. Le corresponden $3000 - x$ pagas.

$\frac{15}{x} = \frac{24}{3000 - x} \Rightarrow 45\,000 - 15x = 24x \Rightarrow 45\,000 = 39x \Rightarrow x = \frac{45000}{39} = 1153{,}85$

La primera empresa tiene que recibir 1153,85 euros, y la segunda, 1846,15.

3.90. (TIC) Un propietario alquila una finca de 105 000 metros cuadrados a tres labradores, distribuyéndola entre los tres proporcionalmente al número de personas de cada familia. La familia del labrador *A* se compone de 4 personas, la del *B* de 5 y la del *C* de 6.
Calcula la parte de terreno que le corresponde a cada uno.

Hacemos el reparto proporcional: $4k + 5k + 6k = 105\,000 \Rightarrow 15k = 105\,000 \Rightarrow k = 7000$.

A la familia del labrador *A* le corresponden 28 000 metros cuadrados. La familia del labrador *B* tendrá un terreno de 35 000 metros cuadrados. Y la del labrador *C* se queda con 42 000 metros cuadrados.

3.91. En una prueba ciclista se reparte un premio de 16 650 euros, entre los tres primeros corredores, de modo inversamente proporcional al tiempo que han tardado en llegar. El primero tarda 12 minutos, el segundo 15 minutos y el tercero 18.

¿Cuánto le corresponde a cada uno?

Sea k la constante de proporcionalidad inversa.

Al primero le corresponden $\frac{k}{12}$; al segundo, $\frac{k}{15}$, y al tercero, $\frac{k}{18}$.

Así, $\frac{k}{12}+\frac{k}{15}+\frac{k}{18} = 16\,650 \Rightarrow \frac{37k}{180} = 4160 \Rightarrow k = 81\,000$

El primero recibe $\frac{81000}{12} = 6750$ euros; el segundo, $\frac{81000}{15} = 5400$, y el tercero, $\frac{81000}{18} = 4500$.

3.92. Una persona leyendo 4 horas diarias, a razón de 15 páginas por hora, tarda en leer un libro 10 días.

Si leyendo a razón de 12 páginas por hora tardase 20 días, ¿cuántas horas diarias leería?

15 pág/h. Se tardan 10 días leyendo 4 horas diarias.

15 pág/h. Se tardan 10 días leyendo $4 \cdot 15 = 60$ páginas diarias.

15 pág/h. Se tarda 1 día leyendo $4 \cdot 15 \cdot 10 = 600$ páginas diarias.

12 pág/h. Se tarda 1 día leyendo $\frac{600}{12} = 50$ horas diarias.

12 pág/h. Se tardan 20 días leyendo $\frac{50}{20} = 2$ horas y media diarias.

3.93. Ocho bombillas iguales, encendidas 4 horas diarias, han consumido 48 kWh en 30 días.¿Cuánto consumirán 6 bombillas iguales a las anteriores, encendidas 3 horas diarias, durante 20 días?

8 bombillas	4 horas	30 días	48 kW h
6 bombillas	3 horas	20 días	x kW h

Se puede pasar a proporcionalidad simple fácilmente:

4 horas en 30 días son 120 horas, 8 bombillas son 960 horas.

3 horas en 20 días son 60 horas, 6 bombillas son 360 horas.

Ahora, proporcionalmente:

$$\frac{360}{48} = \frac{360}{x} \Rightarrow \frac{48 \cdot 360}{960} = 18 \text{ kW h}$$

3.94. (TIC) De un terreno, un hombre ha segado cinco octavos , y su hijo, un tercio. El hombre necesita 2 horas y 24 minutos para segar lo que le falta. ¿Cuánto tiempo le habría costado segar solo todo el terreno?

Terreno segado: $\frac{5T}{8} + \frac{T}{3} = \frac{23T}{24}$

Terreno que falta por segar: $T - \frac{23T}{24} = \frac{T}{24}$

Si en segar $\frac{T}{24}$ tarda 2 h y 24 min, en segar T tardará (2 h 24 min) · 24 = 57 h 36 min.

Le habría costado 57 horas y 36 minutos.

3.95. Durante la primera cuarta parte de la liga de baloncesto, el equipo del colegio ha obtenido un 40% de los puntos posibles.
¿Qué porcentaje de puntos debe lograr en el resto de la liga para que al final tenga el 70% de los puntos posibles?

Total de puntos: T. 1.ª cuarta parte: $\frac{T}{4}$. En las otras tres cuartas partes: $\frac{3T}{4}$

$$\left.\begin{array}{l} 40\%\ de\ \frac{T}{4} = \frac{T}{4}\cdot\frac{40}{100} \\ x\%\ de\ \frac{3T}{4} = \frac{3T}{4}\cdot\frac{x}{100} \\ 70\%\ de\ T = T\cdot\frac{70}{100} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{40T}{400} + \frac{3Tx}{400} = \frac{70T}{100} \Rightarrow T\left(\frac{40}{100} + \frac{3x}{400}\right) = T\cdot\frac{70}{100}$$

$\frac{40+3x}{400} = \frac{70}{100} \Rightarrow 40 + 3x = 280 \Rightarrow 3x = 240 \Rightarrow x = 80$

Luego debe hacer el 80% de los puntos.

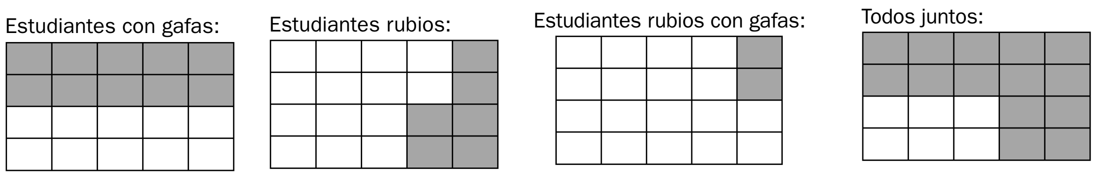
3.96. (TIC) En las Olimpiadas de 1948, Olga Gyarmati saltó 5,69 metros en longitud y ganó la medalla de oro. En las Olimpiadas de 1988, 40 años después, Jackie Joyner tuvo que saltar 7,40 metros para poder ganar la medalla de oro.
Si el porcentaje de aumento siguiera manteniéndose, ¿cuánto tendría que saltar una atleta para ganar la medalla de oro en longitud en las Olimpiadas del año 2028?

De 5,69 a 7,40 aumenta 1,71 metros: $\frac{5,69}{1,71} = \frac{100}{P} \Rightarrow P = \frac{171}{5,69}$ = 30,05.

De 7,40 aumenta x. $\frac{7,40}{x} = \frac{100}{33,05} \Rightarrow x = \frac{222,37}{100}$ = 2,22377 ≈ 2,22 metros.

Luego debería saltar 7,40 + x = 7,40 + 2,22 = 9,62 metros.

3.97. En una clase el 50% de los estudiantes lleva gafas, el 30% es rubio y el 10% es rubio y lleva gafas. ¿Cuántos no son rubios ni llevan gafas?



Los cuadros en blanco representan el porcentaje de estudiantes que no son rubios y no llevan gafas: 6 · 5% = 30%.

3.98. (TIC) Para elaborar 100 kilogramos de masa de pan se necesitan 40 litros de agua, medio kilogramo de levadura, tres cuartos de kilogramo de sal y cierta cantidad de harina. En la cocción la masa pierde el 15% del peso. ¿Cuántos kilogramos de harina hay que emplear para obtener 500 kilogramos de pan?

Harina $= 100 - 40 - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{235}{4}$

$500 = \text{masa} - 0{,}15 \cdot \text{masa} = 0{,}85 \cdot \text{masa} = \text{masa} \cdot \frac{85}{100}$

$\frac{500 \cdot 100}{85} = \frac{10000}{17}$ kg de masa para 500 kg de pan

Calculamos la harina en la masa: $\frac{100}{\frac{235}{4}} = \frac{\frac{10000}{17}}{x} \Rightarrow x = \frac{\frac{10000}{17} \cdot \frac{235}{4}}{100} = 345{,}58$ kg

3.99. Se reparte un número *N*, en partes inversamente proporcionales a 4, 5 y 9. La parte correspondiente a 4 es 900. ¿Qué les corresponde a los otros dos números, y qué número es *N*?

Sea k la constante de proporcionalidad inversa.

A 4 le corresponden $\frac{k}{4} = 900$, luego $k = 3600$.

A 5 le corresponden $\frac{3600}{5} = 720$.

A 9 le corresponden $\frac{3600}{9} = 400$.

Luego el número $N = 900 + 720 + 400 = 2020$

3.100. (TIC) Ana lleva su coche para sustituir una pieza estropeada. Al recogerlo, ve en la factura que la pieza de recambio le ha costado un tercio del precio de la mano de obra. Si el importe total ha sido de 371,20 euros, incluido el IVA, ¿cuál es el precio de la mano de obra?

El IVA es el 16%, por lo que la pieza más la mano de obra es: $371{,}20 : \left(1 + \frac{16}{100}\right) = 320$ €

$\frac{1}{3}x + x = 320 \Rightarrow \frac{4}{3}x = 320 \Rightarrow x = 240$ €

El precio de la mano de obra es de 240 euros.

3.101. El número de alumnos de un centro matriculados en ESO está entre 1 650 y 1 700. Se sabe que exactamente el 54% está matriculado en ESO. ¿Cuántos alumnos hay en el centro?

La solución tiene que ser un número entero, puesto que el número de personas es entero.
Lo mismo pasa con el 54% de la solución.
x: número de alumnos de ESO
y: número de alumnos del centro

$\frac{x}{y} = \frac{54}{100} = \frac{27}{50}$

Como 1650:27 = 61,11 y 1700:27 = 62,96 se deduce que $\frac{x}{y} = \frac{27 \cdot 62}{50 \cdot 62} = \frac{1674}{3100}$ como única posibilidad. En el centro hay 3100 alumnos.

AMPLIACIÓN

3.102. Cada una de las dos dimensiones de un rectángulo ha aumentado un 20%. ¿Cuál ha sido el porcentaje de incremento del área?

a) 40% b) 144% c) 44% d) 400%

Área anterior: bh

Área actual: $1{,}2b \cdot 1{,}2h = 1{,}44bh$

Diferencia = $0{,}44\ bh$ = 44% de incremento

La respuesta correcta es la c.

3.103. Un litro de una mezcla de pintura contiene un 10% de negro. ¿Cuántos mililitros de pintura negra hay que añadir a la mezcla para que tenga un 50% de negro?

a) 450 b) 800 c) 600 d) 400

Composición actual: 100 mL de negro, 900 mL del resto. Añadimos x mL de negro, resultando $100 + x$ mL de negro y $1000 + x$ mL en total. Queremos que $100 + x = \frac{1000 + x}{2}$, $x = 800$ mL.

La respuesta correcta es la b.

3.104. En una semana hice dos veces el mismo viaje. La segunda vez fui un 25% más rápido que la primera. ¿En qué porcentaje disminuyó el tiempo empleado?

a) 25% b) 20% c) 40% d) 50%

Velocidad en la primera vez: v. Tiempo = $\frac{d}{v} = t$

Velocidad en la segunda vez: $v + \frac{v}{4} = \frac{5v}{4}$. Tiempo = $\frac{d}{\frac{5v}{4}} = \frac{4}{5}t$

El tiempo ha disminuido en $\frac{1}{5}$ de t, es decir, en un 20%.

La respuesta correcta es la b.

3.105. Se contrató a 12 obreros para ejecutar una obra y al cabo de 8 días habían hecho la quinta parte. ¿Cuántos obreros hubo que contratar para terminar la obra en 6 días más?

a) 52 b) 48 c) 32 d) 16

En ocho días, 12 obreros habían hecho 1/5 de la obra. En seis días, $12 + x$ obreros deben hacer $\frac{4}{5}$ de la obra. En un día, un obrero hará $\frac{1}{5 \cdot 8 \cdot 12} = \frac{1}{480}$ de la obra. En seis días, un obrero hará $\frac{6}{480}$ de la obra, con lo que 16 obreros harán $\frac{1}{5}$, y 64 harán los $\frac{4}{5}$ de la obra que faltan. Así pues, como ya trabajaban 12, habrá que contratar a 52.

La respuesta correcta es la a.

3.106. Paseando voy a 4 kilómetros por hora, pero si ando rápido voy a 6. Si en vez de pasear voy andando rápido de casa al instituto, ahorro 4 minutos menos un cuarto de minuto. ¿Cuántos kilómetros hay desde mi casa al instituto?

a) 1,25 b) 3,75 c) 75 d) 0,75

Si voy a 4 km/h, tardo t minutos, y si voy a 6 km/h, tardo t – 3,75.

4 km/h = $\frac{1}{15}$ km/min, y 6 km/h = $\frac{1}{10}$ km/min. Así pues, $\frac{1}{15} = \frac{d}{t}$ y $\frac{1}{10} = \frac{d}{t - 3{,}75}$, con lo que $\frac{t}{15} = \frac{t - 3{,}75}{10}$, por lo que $t = \frac{45}{4}$ minutos, y $d = \frac{3}{4}$ km.

La respuesta correcta es la d.

3.107. A una media de 30 kilómetros por hora, un ciclista llegará a su cita con una hora de adelanto, pero si sólo fuera a 20 kilómetros por hora, llegaría con una hora de retraso. ¿A qué velocidad media debe ir para llegar en punto?

a) 22 km/h b) 23 km/h c) 24 km/h d) 25 km/h

La diferencia de los tiempos empleados con una u otra velocidad es de 2 horas, con lo que $\frac{d}{30} + 2 = \frac{d}{20}$, así que d = 120 km. Así pues, si va a 30 km/h, tarda 4 horas, y como debe tardar 5 horas, deberá ir a $\frac{120}{5}$ = 24 km/h.

AUTOEVALUACIÓN

3.1. Señala si hay proporcionalidad y, en su caso, de qué tipo entre las magnitudes

a) Número de kilogramos de peras y precio que se ha de pagar por ellos.

b) Tiempo en recorrer 200 kilómetros y velocidad.

c) Peso y edad de una persona.

a) Son directamente proporcionales. Si doblamos el número de kilos de peras que compramos, también se dobla el precio que debemos pagar por ellas.

b) Son inversamente proporcionales porque $v \cdot t = 200$ que es constante.

c) No son directamente proporcionales. No existe ninguna relación entre estas dos magnitudes.

3.2. Halla el valor de x para que se cumpla la proporción. $\frac{x}{24} = \frac{60}{288}$

$288 \cdot x = 60 \cdot 24 \Rightarrow x = \frac{1440}{288} = 5$

3.3. Tres grupos, *A*, *B* y *C*, de 3º de ESO van al teatro y pagan en total por las entradas 120 euros. Halla lo que paga cada grupo sabiendo que del *A* van 20 alumnos, del *B*, 15, y del *C*, 25.

Hacemos un reparto proporcional: $20k + 15k + 25k = 120 \Rightarrow 60k = 120 \Rightarrow k = 2$

Los alumnos del primer grupo deben pagar 40 euros; los del segundo, 30, y los del tercero, 50.

3.4. ¿Es cierto que disminuir una cantidad en un 25% equivale a multiplicarla por 0,75?

$x\left(1-\frac{25}{100}\right) = x\left(\frac{100-25}{100}\right) = x\frac{75}{100} = x \cdot 0{,}75$. La afirmación es cierta.

3.5. El precio de un piso subió un 10% un año y un 5% al siguiente. ¿Qué porcentaje total subió?

$\left(x\left(1+\frac{10}{100}\right)\right)\left(1+\frac{5}{100}\right) = \left(x+\frac{10x}{100}\right)\left(1+\frac{5}{100}\right) = x + \frac{10x}{100}+\frac{5x}{100}+\frac{50x}{10\,000} = x\left(1+\frac{15{,}5}{100}\right)$

Sube un 15,5%.

3.6. Un libro marca 24 euros y tiene una rebaja del 25%.
¿Cuánto costará si el IVA es del 4%?

Aplicamos al precio del libro el descuento y luego el IVA: $\left(24\left(1-\frac{25}{100}\right)\right)\left(1+\frac{4}{100}\right) = 18{,}72$.

El cliente paga por el libro 18,72 euros.

3.7. El depósito de la calefacción de un edificio tiene gasoil para 30 días, si se enciende 10 horas diarias.
¿Para cuántos días tendrá combustible si se enciende en las mismas condiciones 12 horas diarias?

Las magnitudes son inversamente proporcionales, de modo que: $30 \cdot 10 = x \cdot 12 \Rightarrow x = 25$.
Habrá combustible para 25 días.

3.8. Para recoger en 16 días la aceituna de un olivar se necesitan 30 personas. ¿Cuánto tiempo emplearían 20 personas?

Las magnitudes son inversamente proporcionales: $30 \cdot 16 = 20 \cdot x \Rightarrow x = 24$
Tardarán 24 días en recoger las aceitunas de la finca de olivos.

3.9. Cinco máquinas iguales envasan 20 000 botellas de agua funcionando 5 horas. ¿Cuánto tiempo tardan 6 máquinas si envasan 40 000?

5 máquinas envasan 20 000 botellas en 5 horas.

1 máquina envasa 20 000 botellas en $5 \cdot 5 = 25$ horas.

1 máquina envasa 1 botella en $\frac{25}{20\,000} = 1{,}25 \cdot 10^{-3}$ horas.

6 máquinas envasan 1 botella en $\frac{1{,}25 \cdot 10^{-3}}{6} = 2{,}08 \cdot 10^{-4}$ horas.

6 máquinas envasan 40 000 botellas en $2{,}08 \cdot 10^{-4} \cdot 40\,000 = 8{,}3$ horas.

3.10. Para pintar un muro de 8 metros de largo y 2,5 metros de alto se han utilizado 2 botes de 1 kilo de pintura. ¿Cuántos botes de 5 kilos se necesitarán para pintar un muro de 50 metros de largo y 2 de alto?

Calculamos el área de las paredes: $8 \cdot 2,5 = 20$ m^{2}; $50 \cdot 2 = 100$ m^2

20 m^2 _________ 2 botes _________ 1 kilogramo

100 m^2 _________ x botes _________ 5 kilogramos

Proporcionalidad directa   Proporcionalidad inversa

$$\frac{2}{x} = \frac{20}{100}\cdot\frac{5}{1} \Rightarrow x = 2 \cdot \frac{100}{20}\cdot\frac{1}{5} = 2$$

Hacen falta dos botes de 5 kilogramos de pintura para pintar una pared de 100 m^2.

PON A PRUEBA TUS COMPETENCIAS

Estima y aplica > Contar muchos con pocos

3.1. Teniendo en cuenta la fotografía y la escala a la que se encuentra la imagen, determina las dimensiones de la plaza (considérala limitada al rectángulo del centro).

En el dibujo, la plaza es un rectángulo de dimensiones 2 × 2,7 cm. Como la escala es de 1 : 8000, las dimensiones de la plaza serán de 16 000 × 21 600 cm, esto es, 160 × 216 m.

3.2. Suponiendo que se llenara de gente en toda su extensión, rellena la siguiente tabla calculando, en cada caso, su capacidad para diferentes estimaciones del número de personas por metro cuadrado.

Personas por m^2	Capacidad
4	$4 \cdot 160 \cdot 216 = 138\,240$
6	$6 \cdot 160 \cdot 216 = 207\,360$
9	$9 \cdot 160 \cdot 216 = 311\,040$

3.3. Busca cuál es la población actual de París y cuál era al inicio de la Revolución en 1789. Calcula, para las cantidades que has estimado en la tabla anterior, qué porcentaje de los habitantes de París se podían concentrar en la plaza de la Concordia en aquel momento histórico y qué porcentaje de habitantes se pueden concentrar en la actualidad.

En 2007, la población era ligeramente superior a 12 000 000, y en 1789, de 650 000.
Porcentaje en 1789 (4 personas por m^2): (138 240/650 000) · 100 = 21,3%
Porcentaje en 2007(4 personas por m^2): (138 240/12 000 000) · 100 = 1,1%
Porcentaje en 1789 (6 personas por m^2): (207 360/650 000) · 100 = 31,9%
Porcentaje en 2007(6 personas por m^2): (207 360/12 000 000) · 100 = 1,7%
Porcentaje en 1789 (9 personas por m^2): (311 040/650 000) · 100 = 47,8%
Porcentaje en 2007(9 personas por m^2): (311 040/12 000 000) · 100 = 2,6%

Investiga y deduce > ¡Gota fría, alerta roja!

3.1. Calcula hasta qué altura llegaría el agua caída en un recipiente de 1 m^2 de superficie.

400 litros equivalen a 400 dm^3, que son 0,4 m^3.

En un cubo de base 1 m^2, la altura a la que llegaría el agua para que contenga 0,4 m^3 debe ser de 0,4 m, es decir, 40 cm.

3.2. Si el recipiente fuera un tubo cilíndrico de 10 cm^2 de base, ¿hasta qué altura llegaría el agua?

La altura es la misma en cualquier recipiente con forma cilíndrica o con forma de prisma, pues su volumen es *área de la base* $\times$ *altura*, y la cantidad de agua que entra por la base superior (boca o zona abierta del recipiente) es directamente proporcional a su área.

3.3. Si la región en la que se produjo el fenómeno de la gota fría tenía una superficie aproximada de 50 km^2, estima la cantidad de agua que cayó ese día en toda la región.

50 km^2 es igual a $50 \cdot 10^6$ m^2, por lo que la cantidad de agua caída en toda la región fue:

$400 \cdot 50 \cdot 10^6$ litros = 20 000 000 000 dm^3 = 20 000 000 m^3.

3.4. Busca en qué zona de España están el pueblo de Beniarbeig y el río Girona, y haz una tabla con los datos de precipitación anual y máxima en un día registrados en los últimos 10 años en el pueblo.

El río Girona es un corto río costero del norte de la provincia de Alicante (España) que desemboca en el mar Mediterráneo. Tiene 38,6 kilómetros de longitud. Atraviesa los términos municipales de Orba, Tormos, Sagra, Ráfol de Almunia, Benimeli, Sanet y Negrals, Beniarbeig, Ondara, Vergel y Els Poblets.

Aprende a pensar > El efecto invernadero

3.1. En el siguiente gráfico de sectores se muestra la composición en volumen aproximada del aire en la troposfera. Completa la tabla de la derecha recordando que, en el gráfico, el ángulo del sector que corresponde a cada gas es directamente proporcional a su porcentaje de abundancia.

Gas	Porcentaje
Nitrógeno	**78%**
Oxígeno	**21%**
Argón	0,94%
Otros gases	< 0,04%

3.2. Si tenemos un globo con 8,5 litros de aire, calcula de forma aproximada los litros que corresponden al nitrógeno y los que corresponden al oxígeno.

$8{,}5 \cdot \left(\frac{78}{100}\right)$ = 6,63 litros de nitrógeno

$8{,}5 \cdot \left(\frac{21}{100}\right)$ = 1,785 litros de oxígeno

3.3. El aire dentro del globo está sometido a una presión de 1,5 atmósferas; si lo comprimimos hasta que tenga una presión de 4,5 atmósferas, conservando su temperatura, ¿qué volumen ocupará?

Al triplicarse la presión, su volumen se reducirá a la tercera parte, ya que son magnitudes inversamente proporcionales, es decir, su volumen será de 8,5 : 3 = 2,83 litros.

3.4. La gráfica muestra la concentración de CO_2 atmosférico y la temperatura media de la Tierra en los últimos siglos. ¿Puedes explicar su rápido aumento a partir del siglo XIX?

El consumo de energía se disparó a partir de la Revolución Industrial.

3.5. Las unidades "ppm" significan "partes por millón", es decir, dan la proporción de CO_2 tomando como referencia un millón en vez del 100 que se toma en los porcentajes. Calcula con los datos de la gráfica el volumen de CO_2 que contenía un metro cúbico de aire en 1700, 1800, 1900 y 2000.

En 1700 había 275 ppm.

En 1800 había 285 ppm.

En 1900 había 300 ppm.

En 2000 había 380 ppm.

3.6. ¿Crees que cada uno de nosotros tiene una responsabilidad directa en el incremento del efecto invernadero? ¿En qué sentido? ¿Qué acciones concretas podemos llevar a cabo de forma individual para reducir el efecto invernadero? Debátelo en http://matematicas20.aprenderapensar.net/.

Respuesta personal

Proyecto editorial: **Equipo de Educación Secundaria del Grupo SM**

Autoría: **Rafaela Arévalo, José Luis González, Juan Alberto Torresano**

Edición: **Elena Calvo, Miguel Ángel Ingelmo, Yolanda Zárate**

Corrección: **Ricardo Ramírez**

Ilustración: **Félix Anaya, Modesto Arregui, Juan Francisco Cobos, Domingo Duque, Félix Moreno,**

Diseño: **Pablo Canelas, Alfonso Ruano**

Maquetación: **SAFEKAT S. L.**

Coordinación de diseño: **José Luis Rodríguez**

Coordinación editorial: **Josefina Arévalo**

Dirección del proyecto: **Aída Moya**

Impreso en España – *Printed in Spain*