

Tareas competenciales para preparar las pruebas de diagnóstico

Las tareas competenciales incluidas en este apartado pretenden ser un **material de apoyo** al profesorado en el trabajo por competencias destinado a preparar pruebas de diagnóstico, y en ningún caso tienen la intención de reemplazar el quehacer programador que cada profesor o profesora plantee al respecto.

Las tareas diseñadas tienen como objetivo ayudar al profesorado a determinar el **grado de consecución de las competencias básicas** por parte del alumnado, así como proporcionarle una ejemplificación práctica de «actividades competenciales». Es decir, por un lado, estas tareas buscan orientar al profesorado en el diseño de tareas competenciales, y, por otro, intentan proporcionarle una herramienta útil para «cuantificar» la realidad competencial de sus estudiantes, tanto individual como grupalmente.

Estas tareas deben **integrarse** dentro del **desarrollo continuado** que representa el trabajo por **competencias**, que, en ningún caso, puede responder a momentos esporádicos de ejecución.

Tareas competenciales para preparar las pruebas de diagnóstico

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

1 INDUSTRIA MADERERA

Una empresa de maderas reparte cada pino que tala de la siguiente manera:

- $1/10$ del tronco, cerca de la base, para la fabricación de pilares.
- $1/3$ del resto para hacer vigas.
- De lo que queda, $2/3$ se destina a la fabricación de muebles.
- Y el resto, más flexible por ser madera más joven, para fabricar molduras.

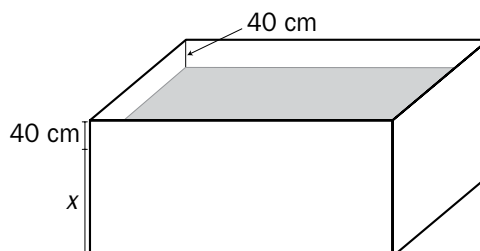
La longitud media de este último tramo de los troncos es de, aproximadamente, 8 metros.

- a) ¿Qué longitud tiene, por término medio, cada tronco?
- b) ¿Qué longitud se dedica a fabricar muebles?
- c) ¿Y cuánto para vigas? ¿Y para pilares?
- d) Consideramos que cada viga tiene una sección cuadrada de $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ y una altura de 6 metros. La sección de la parte aprovechable de los troncos que se destinan a vigas es un cuadrado de, aproximadamente, 84 cm de lado. ¿Cuántas vigas se pueden obtener de cada tronco?

2 HIELO EN UN DEPÓSITO

En cierto depósito con forma de prisma caben 96 m^3 de agua. Un día de invierno, el agua que está embalsada (no hasta el borde) está helada.

La base del depósito, rectangular, mide 8 m de largo y 4 m de ancho, y desde la superficie del hielo hasta el borde del depósito hay 40 cm.

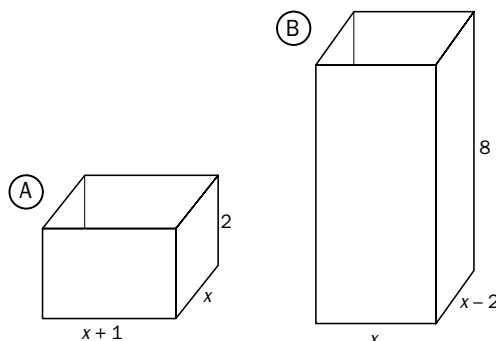


- a) ¿Qué altura alcanza el bloque de hielo?
- b) ¿Qué volumen ocupa el agua helada?
- c) Sabemos que el agua, al congelarse, aumenta $1/14$ de su volumen en estado líquido. ¿Qué cantidad de agua habrá en el depósito cuando el hielo se derrita? ¿Qué altura alcanzará entonces?
- d) ¿En qué porcentaje aumentó la altura del hielo respecto a la del agua en estado líquido?

Nombre y apellidos:

3 CAJAS

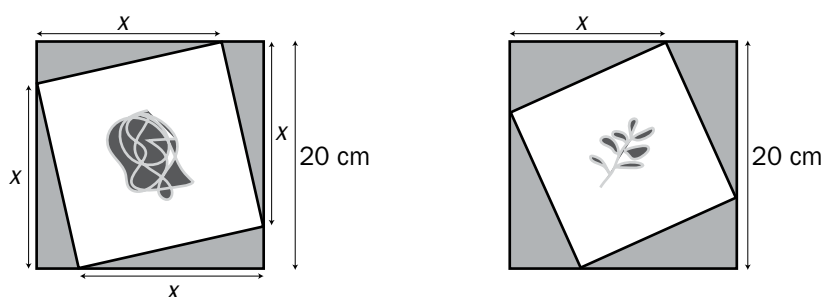
Disponemos de dos modelos de cajas, como las de las figuras, cuya altura es fija y cuya base varía, dependiendo del lado x (las medidas vienen dadas en centímetros).



- Encuentra una expresión algebraica que determine el volumen de cada tipo de caja.
- Encuentra la expresión algebraica que determina la cantidad total de material necesario (superficie) para construir cada tipo de caja (consideramos que tienen tapa con una superficie idéntica a la de la base).
- ¿Para qué valor de x el volumen de ambas cajas será el mismo?
- Para ese valor de x hallado, ¿qué caja necesita más cantidad de material para su construcción?

4 LAS BALDOSAS

Observa este tipo de baldosas cuadradas y sus medidas. Dependiendo de la distancia x marcada, las baldosas son distintas.



- Encuentra una expresión algebraica para el valor de área del cuadrado interior, en función de x .
- En cierta baldosa, el área de este cuadrado interior es de 250 cm^2 . ¿Cuál es la distancia x que separa las esquinas de los dos cuadrados que la forman?

Nombre y apellidos:

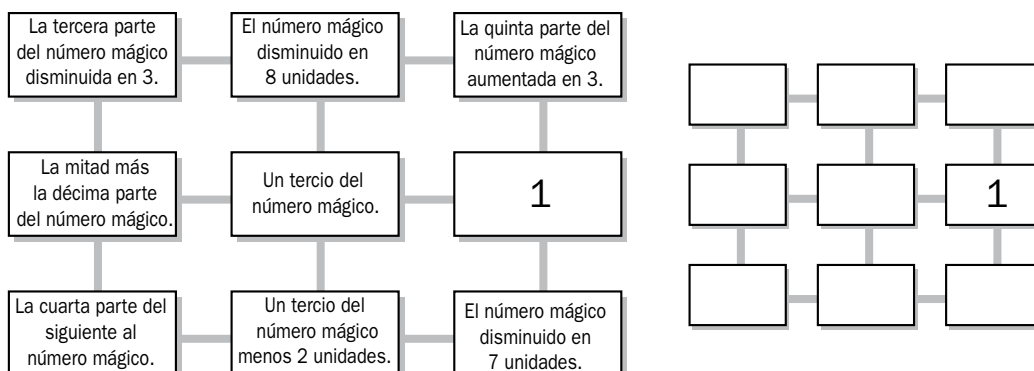
5 LABERINTO ALGEBRAICO

Las expresiones descritas en cada casilla del laberinto que ves aquí están formadas por un número mágico que llamaremos x . En él se cumple la siguiente condición:

- Las sumas de cada fila, columna o diagonal son equivalentes.

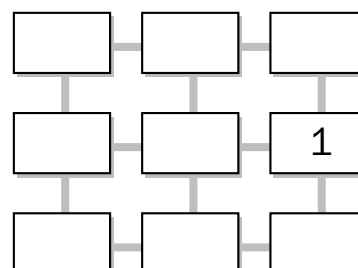
Teniendo esto en cuenta:

a) Traduce a lenguaje algebraico, usando la letra x , las expresiones de cada casilla.



b) Averigua el valor de ese número mágico x teniendo en cuenta la condición descrita.

c) ¿Cuál es el valor numérico de cada casilla?



6 EL CESTO DE FRUTA

En un cesto, 8 docenas de piezas de fruta, entre las que encontramos manzanas, peras y naranjas, se distribuyen así:

- Las manzanas quintuplican a las peras.
- Las naranjas son tantas como la semidiferencia⁽¹⁾ entre manzanas y peras.

¿Cuántas piezas hay de cada clase?

⁽¹⁾Semidiferencia: la mitad de la diferencia entre dos cantidades.

Nombre y apellidos:

7 AJUSTANDO EL EQUIPAJE

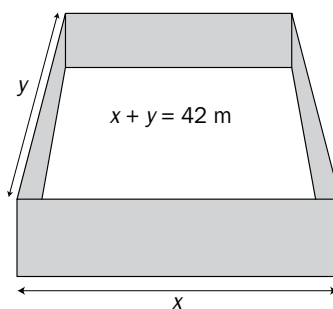
En un viaje por una comarca rural, dos turistas quieren comprar jamones y quesos. El conductor del autobús en el que viajan les exige que sus compras no excedan de 40 kg cada uno.

Tras muchas cuentas, y después de ponerse de acuerdo, cada turista consigue comprar sus 40 kg exactos. Entre los dos llevan 5 jamones (de igual peso cada uno) y 5 quesos (todos del mismo peso). El primero de ellos ha comprado triple número de jamones que de quesos, y el segundo, doble número de quesos que de jamones.

¿Cuánto pesa cada jamón y cada queso?

8 EL GALLINERO

El abuelo de Luis ha comprado 84 metros de valla para construir un corral para sus gallinas. Quiere que sea rectangular, y que uno de sus lados no sea menor que 4 metros.

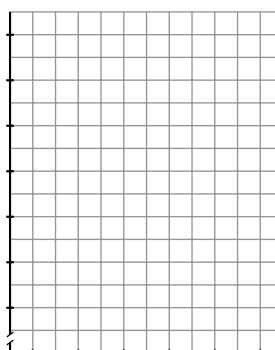


a) Construye una tabla de posibles valores para las longitudes de los lados del rectángulo, x e y , y calcula, en cada caso, el área que ocuparía el gallinero, A .

x	4	8								
y										
A										

b) Expresa algebraicamente la relación entre A y x .

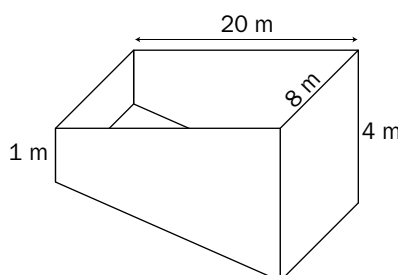
c) Representa gráficamente la relación anterior (x , eje de abscisas y A , eje de ordenadas). ¿Qué medidas deberá tener el corral para que el área sea máxima? ¿Qué forma tendrá en este caso?



Nombre y apellidos:

9 LA PISCINA

Se diseña una piscina con las medidas indicadas en la figura (20 m de largo, 8 metros de ancho y una profundidad que va desde 1 m, en su parte menos profunda, a 4 m, en su parte más profunda).



- ¿Cuál es la superficie del fondo de la piscina?
- ¿Qué cantidad de agua, en litros, cabe en la piscina?
- Se quiere recubrir el fondo y las paredes de la piscina con azulejos cuadrados de 10 cm de lado, que vienen en cajas de 1 000 unidades. ¿Cuál es la cantidad mínima de cajas que se necesitarán?

10 DENSIDAD DE TRÁFICO

Para estudiar la cantidad de vehículos por minuto que pasan por un punto negro de una carretera, en hora punta, la Jefatura de Tráfico hace un muestreo durante 30 días laborables, obteniendo estos datos:

x_i (n.º de coches por minuto)	f_i (n.º de días)
22	8
24	10
26	6
28	4
30	2

- Calcula la moda, la mediana y la media aritmética de esta distribución.
- Calcula la desviación típica.
- Construye un histograma con los datos y marca en él el valor de la media aritmética, aproximadamente.
- Las autoridades están interesadas en saber si la densidad de tráfico es tal que más del 50% de los que forman la muestra están en el intervalo $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$. ¿Es cierto?

Pautas de corrección

1 INDUSTRIA MADERERA

Competencia	Utilizar los números racionales para resolver situaciones de la vida cotidiana.
Elemento de competencia	Descompone la unidad en fracciones.
Contenido	Números racionales: significado y utilización.

Niveles de puntuación:

3. La respuesta correcta es:

- a) Pilares $\rightarrow 1/10$ del tronco.
Queda $9/10$ del tronco.
- Vigas $\rightarrow 1/3$ de $9/10 = 3/10$
Quedan $6/10 = 3/5$.
- Muebles $\rightarrow 2/3$ de $3/5 = 2/5$
Queda $1/5$.
- Molduras $\rightarrow 1/5$
 $1/5$ del tronco son 8 metros.
Cada tronco mide $8 \cdot 5 = 40$ metros.
- b) A muebles se dedica $2/5$ del tronco.
 $2/5$ de 40 metros son 16 metros.
- c) Vigas $\rightarrow 3/10$ de 40 = 12 metros
Pilares $\rightarrow 1/10$ de 40 = 4 metros
- d) De un cuadrado de 0,85 m de lado se pueden obtener, como máximo, 16 cuadrados de 0,2 m de lado.
- Así, se obtienen 16 vigas por cada 6 metros de tronco. Como se destinan 12 metros, se pueden hacer 32 vigas.

2. Resuelve correctamente solo los tres primeros apartados.

1. Contesta correctamente a dos cuestiones y no ofrece argumentaciones.

0. En cualquier otro caso.

2 HIELO EN UN DEPÓSITO

Competencia	Dominar el cálculo de volúmenes como medio para resolver problemas geométricos.
Elemento de competencia	Traduce situaciones reales a esquemas o estructuras matemáticas.
Contenido	Números y medida.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

- a) El depósito tiene una superficie de 32 m^2 .
La altura del depósito es $96 : 32 = 3 \text{ m}$.
El bloque de hielo alcanza una altura de $300 - 40 = 260 \text{ cm} = 2,6 \text{ m}$.
- b) El volumen del agua helada es:
 $8 \cdot 4 \cdot 2,6 = 83,2 \text{ m}^3$.
- c) $83,2 = \frac{15}{14} V_{\text{agua líquida}}$, luego:

$$V_{\text{agua líquida}} = \frac{14 \cdot 83,2}{15} = 77,65 \text{ m}^3$$

El agua alcanzará, aproximadamente, $77,65 : 32 = 2,43 \text{ m}$ de altura.

- d) $\frac{2,6}{2,43} = 1,07$. El porcentaje de aumento es, aproximadamente, del 7%.

2. Resuelve bien, pero el proceso es confuso o incompleto o bien deja de contestar o lo hace incorrectamente, el apartado d).

1. Solo contesta a los dos primeros apartados.

0. En cualquier otro caso.

3 CAJAS

Competencia	Traducir situaciones reales a lenguaje algebraico para resolver problemas.
Elemento de competencia	Utiliza el álgebra para plantear situaciones cotidianas. Resuelve ecuaciones de segundo grado. Halla el valor numérico de expresiones algebraicas para un determinado valor de x .
Contenido	Números y álgebra.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

- a) $V_A = 2 \cdot x \cdot (x + 1) = 2x^2 + 2x$
 $V_B = 8 \cdot x \cdot (x - 2) = 8x^2 - 16x$
- b) $S_A = 2 \cdot x \cdot (x + 1) + 2 \cdot 2 \cdot (x + 1) + 2 \cdot 2 \cdot x = 2x^2 + 10x + 4$
 $S_B = 2 \cdot x \cdot (x - 2) + 2 \cdot 8 \cdot (x - 2) + 2 \cdot 8 \cdot x = 2x^2 + 28x - 32$
- c) $2x^2 + 2x = 8x^2 - 16x \rightarrow 6x^2 - 18x = 0 \rightarrow \rightarrow x = 0$ o $x = 3$.
Solo es válida la solución $x = 3$.

Pautas de corrección

d) Para la caja A

$$2 \cdot 3^2 + 10 \cdot 3 + 4 = 52 \text{ cm}^2$$

Para la caja B

$$2 \cdot 3^2 + 28 \cdot 3 - 32 = 70 \text{ cm}^2$$

Se necesita más material para la caja B.

2. Da las soluciones correctas pero no explica los procesos.

1. Solo resuelve correctamente dos apartados.

0. En cualquier otro caso.

4 LAS BALDOSAS

Competencia	Utilizar las herramientas que proporciona el álgebra para resolver problemas geométricos.
Elemento de competencia	Expresa simbólicamente el valor de una magnitud. Utiliza procedimientos de medida indirecta (teorema de Pitágoras). Resuelve ecuaciones de segundo grado.
Contenido	Álgebra y geometría.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a) El lado del cuadrado interior, l , es la hipotenusa de un triángulo rectángulo de catetos x y $20 - x$.

$$l^2 = x^2 + (20 - x)^2 = 2x^2 - 40x + 400, \text{ que es el área del cuadrado pedido.}$$

b) $l^2 = 250 \text{ cm}^2$. Obtenemos x resolviendo la ecuación $2x^2 - 40x + 400 = 250$, cuyas soluciones son $x = 5$ y $x = 15$.

Interpretación de la solución: A 5 cm de la esquina más próxima y a 15 cm de la más alejada.

2. Resuelve correctamente el apartado a) utilizando los procedimientos indicados, pero no sabe calcular el valor de x en el apartado b).

1. Sabe iniciar el procedimiento de resolución para el apartado a), pero no realiza bien los cálculos algebraicos.

0. En cualquier otro caso.

5 LABERINTO ALGEBRAICO

Competencia	Manejar con soltura expresiones algebraicas.
Elemento de competencia	Comprende enunciados escritos. Traduce mensajes escritos a lenguaje algebraico. Resuelve ecuaciones de primer grado.
Contenido	Números y álgebra.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a)

$\frac{x}{3} - 3$	$x - 8$	$\frac{x}{5} + 3$
$\frac{x}{2} + \frac{x}{10}$	$\frac{x}{3}$	1
$\frac{x}{4} + \frac{1}{4}$	$\frac{x}{3} - 2$	$x - 7$

b) Las sumas de cada fila, columna o diagonal son equivalentes. Tomamos, por ejemplo, e igualamos, la suma de los elementos de la segunda fila con la suma de los elementos de la tercera columna. Obtenemos una ecuación, que resolvemos:

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{x}{10} + \frac{x}{3} + 1 &= \frac{x}{5} + 3 + 1 + x - 7 \rightarrow \\ \rightarrow 28x + 30 &= 36x - 90 \rightarrow \\ \rightarrow 8x &= 120 \rightarrow x = 15 \end{aligned}$$

c) Sustituyendo en cada casilla x por el valor encontrado, 15, obtenemos:

2	7	6
9	5	1
4	3	8

2. Traduce correctamente todas las expresiones pero no resuelve bien la ecuación planteada.

1. Traduce las expresiones pero no sabe cómo utilizarlas para resolver el acertijo.

0. En cualquier otro caso.

Pautas de corrección

6 EL CESTO DE FRUTA

Competencia	Saber traducir un enunciado a lenguaje algebraico para obtener una ecuación que dé la solución del problema.
Elemento de competencia	Traduce enunciados a lenguaje algebraico. Resuelve ecuaciones de primer grado.
Contenido	Álgebra. Lenguaje algebraico y resolución de ecuaciones de primer grado.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

- a) Suponemos que el número de peras es x .
El número de manzanas será, entonces, $5x$. El número de naranjas viene dado por:

$$\frac{5x - x}{2} = \frac{4x}{2} = 2x$$

Con los datos, planteamos y resolvemos la siguiente ecuación:

$$x + 5x + 2x = 96 \rightarrow x = 12$$

Hay, por tanto, 12 peras, 60 manzanas y 24 naranjas.

2. Plantea y resuelve correctamente el problema, pero solo da la solución incompleta $x = 12$.

1. Plantea el problema pero no lo resuelve correctamente.

0. En cualquier otro caso.

7 AJUSTANDO EL EQUIPAJE

Competencia	Elegir el mejor método para resolver un sistema de ecuaciones.
Elemento de competencia	Expresa algebraicamente enunciados. Resuelve sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el método más adecuado.
Contenido	Álgebra. Sistemas de ecuaciones lineales.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

Se debe observar que, dadas las condiciones del problema, el primero solo puede llevar 1 queso y 3 jamones; y el segundo, 4 quesos y 2 jamones. Así, el sistema de

ecuaciones que se plantea y resuelve es el siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} 3j + 1q = 40 \\ 2j + 4q = 40 \end{array} \right\} \begin{array}{l} q = 40 - 3j \\ 2j + 4(40 - 3j) = 40 \end{array} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} j = 12 \text{ kg} \\ q = 4 \text{ kg} \end{array} \right\}$$

2. Plantea el sistema, pero solo da la solución de una incógnita.

1. Plantea el sistema y no lo resuelve o lo resuelve incorrectamente.

0. En cualquier otro caso.

8 EL GALLINERO

Competencia	Utilizar el lenguaje algebraico como medio para describir una situación real.
Elemento de competencia	Extrae información relevante de un fenómeno. Expresa mediante el lenguaje algebraico una propiedad o relación. Analiza una gráfica y extrae información de ella para resolver un problema.
Contenido	Álgebra. Funciones: representación e interpretación.

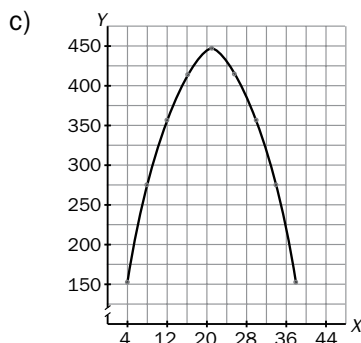
Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a) Por ejemplo:

x	4	8	12	16	20	24	28	32	36	38
y	38	34	30	26	22	18	14	10	6	4
A	152	272	360	416	440	432	392	320	216	152

b) Si uno de los lados del rectángulo mide x , el otro medirá $42 - x$.
Por tanto: $A = x \cdot (42 - x)$.



El valor máximo para A es 441 m^2 , que se obtiene para $x = 21 \text{ m}$.

Pautas de corrección

$42 - x = 21$ m. En este caso el gallinero tiene forma de cuadrado.

2. Resuelve correctamente las cuestiones propuestas en a) y en c), pero no es capaz de hallar la relación pedida en b).

1. No completa la tabla y hace una representación gráfica en la que no se ve claramente que el máximo se alcanza en el punto (21, 441).

0. En cualquier otro caso.

9 LA PISCINA

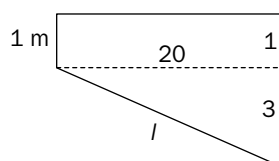
Competencia	Utilizar los conocimientos geométricos para resolver situaciones reales. Dominar el cambio de unidades del Sistema Métrico Decimal.
Elemento de competencia	Resuelve problemas cotidianos mediante procedimientos geométricos que lleven a la medida de diversas magnitudes. Planifica el proceso de resolución de un problema encadenando diversos procesos. Conoce relaciones entre unidades de volumen y de capacidad.
Contenido	Geometría: teorema de Pitágoras, cálculo de áreas y volúmenes. Sistema Métrico Decimal.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a) El ancho del fondo de la piscina mide 8 m.

Para calcular el largo, es necesario aplicar el teorema de Pitágoras.



$$l = \sqrt{20^2 + 3^2} = 20,22 \text{ m}$$

$$\text{Área del fondo} = 8 \cdot 20,22 = 161,76 \text{ m}^2$$

b) El volumen de la piscina se puede calcular hallando el volumen de un prisma recto de base un trapecio rectángulo (bases, 1 m y 4 m; altura, 20 m) y altura 8 m.

$$v = \left(\frac{4 + 1}{2} \cdot 20 \right) \cdot 8 = 400 \text{ m}^3$$

$$400 \text{ m}^3 = 400\,000 \text{ dm}^3 = 400\,000 \text{ l}$$

c) El área del fondo de la piscina más el área de las paredes es:

$$A_F + A_L = 161,76 + 2 \cdot \frac{4 + 1}{2} \cdot 20 + 1 \cdot 8 + 4 \cdot 8 = 301,76 \text{ m}^2$$

Cada baldosa tiene una superficie de 100 cm^2 . Con una caja de 1 000 baldosas se pueden cubrir $100\,000 \text{ cm}^2 = 10 \text{ m}^2$. Necesitamos, como mínimo, 31 de esas cajas.

2. Solo resuelve los dos primeros apartados. Puede, o no, equivocarse en los cálculos.

1. Resuelve solamente el apartado a).

0. En cualquier otro caso.

10 DENSIDAD DE TRÁFICO

Competencia	Utilizar los métodos estadísticos como medio de describir la realidad.
Elemento de competencia	Calcula parámetros estadísticos. Construye gráficos estadísticos. Interpreta resultados.
Contenido	Estadística: parámetros estadísticos, gráficos estadísticos.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a)

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
22	8	176	3 872
24	10	240	5 760
26	6	156	4 056
28	4	112	3 136
30	2	60	1 800
128	30	744	18 624

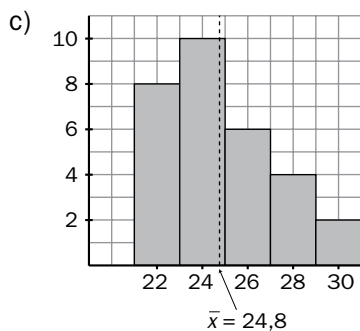
$$M_o = 24 \text{ coches/minuto}$$

$$M_e = 24$$

$$\bar{x} = \frac{744}{30} = 24,8$$

$$b) \sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{18\,624}{30} - 615,04} = 2,4$$

Pautas de corrección



d) $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma) = (22,4; 27,2)$

Los datos 24 y 26 coches por minuto están en el intervalo en un total de 16 días. Por

tanto, 16 datos de 30 están en el intervalo, lo que supone un 53% del total. Sí es cierto.

2. Realiza correctamente los tres primeros apartados pero no sabe interpretar el apartado d) o no lo hace.
1. Comete errores en el apartado b) y la gráfica no está correctamente construida.
0. En cualquier otro caso.

Tareas competenciales para preparar las pruebas de diagnóstico

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

1 REFRESCÁNDOSE

Después de una maratón, la organización ofrece bebida a los atletas participantes. Hay botes de refresco de $\frac{1}{3}$ de litro, de $\frac{2}{5}$ de litro, de $\frac{1}{2}$ litro y de $\frac{3}{4}$ de litro.

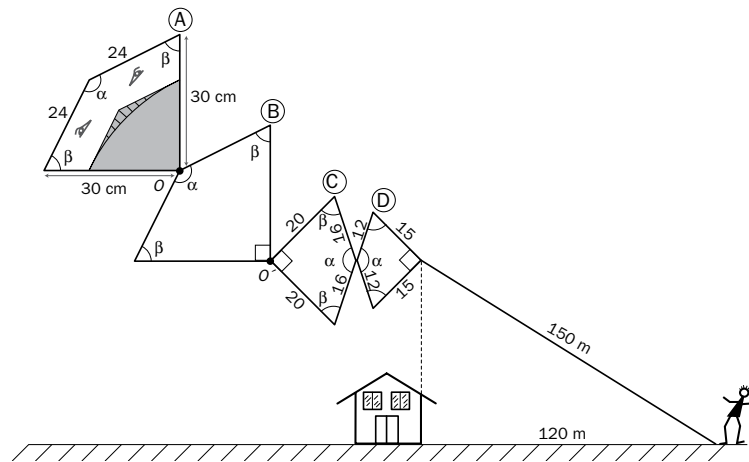
a) Después de llegar a la meta, el atleta A bebe dos botes de $\frac{2}{5}$ y un bote de $\frac{1}{3}$; el atleta B bebe un bote de $\frac{2}{5}$ y dos botes de $\frac{1}{3}$; el atleta C bebe un bote de $\frac{3}{4}$ y tres botes de $\frac{2}{5}$; y, finalmente, el atleta D bebe cuatro botes de $\frac{1}{3}$ y tres botes de $\frac{1}{2}$.

Ordena a los atletas según la cantidad de líquido ingerido, de menor a mayor.

b) Usando solo botes de $\frac{2}{5}$ y de $\frac{1}{3}$, ¿de cuántas formas puede un atleta beber más de un litro de refresco usando la menor cantidad de botes de cada tipo?

c) Cuando un atleta llega a la meta (es de los últimos), ya solo quedan botes de $\frac{3}{4}$ y de $\frac{1}{3}$. Necesita beber dos litros y medio de líquido. ¿Cuál es el menor número de botes con los que lo puede conseguir?

2 LA COMETA DE ARTURO



Esta cometa está formada por cuatro piezas: A, B, C y D.

a) ¿Es A semejante a C? Justifícalo.

b) ¿Es A semejante a D? Justifícalo.

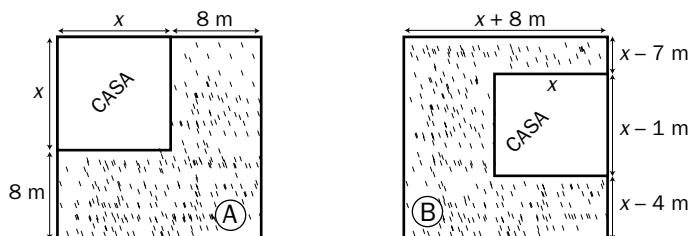
c) La pieza C tiene la misma superficie que la parte sombreada de la pieza A. ¿Mediante qué dos movimientos esta parte sombreada se transforma en C?

d) Arturo está a 120 metros de la casa y el hilo, que está completamente desenrollado, mide 150 metros. ¿A qué altura ha subido la cometa?

Nombre y apellidos:

3 LAS PARCELAS

Estas dos figuras representan dos terrenos de la misma superficie. En cada una se ha construido una vivienda, y el resto de la parcela se ha dedicado a jardín.



a) Escribe la expresión algebraica para la superficie de ambas parcelas.

b) Escribe una expresión algebraica para la superficie dedicada a jardín, en cada caso.

c) ¿Cuál es el valor de x para que el área de ambas parcelas sea la misma?

d) ¿Cuál es el área de cada casa para ese valor de x ? ¿Y de cada jardín?

4 EL DINERO DEL COFRE

Mi abuelo guardaba un cofre con monedas de plata en el trastero de la casa del pueblo. Al abrirla, encontré un rollo de papel en el que se podía leer lo siguiente: “Si gastas la tercera parte del total y después la séptima parte de lo que queda, aún te sobrarían tres monedas más la mitad de las que ves en el cofre”.

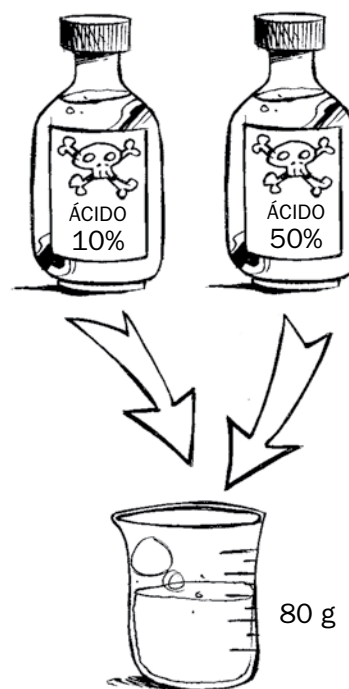
¿Cuántas monedas había en el cofre?

Nombre y apellidos:

5 PRÁCTICA DE LABORATORIO

La encargada de un laboratorio químico tiene dos frascos que contienen cierto ácido diluido en agua. En el frasco A, el 10% es ácido y el resto, agua. En el frasco B, la mezcla es mitad y mitad.

Para hacer un experimento, necesita 80 gramos de una mezcla que tenga 25% de ácido y 75% de agua. ¿Qué cantidad debe coger de cada frasco para conseguirlo?

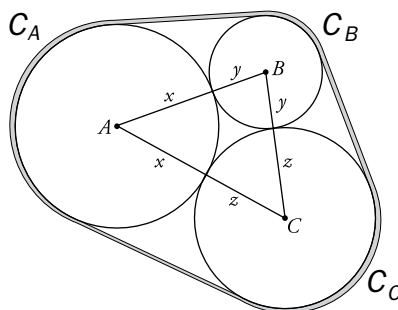
**6 POLEAS**

Esta es la sección de un mecanismo formado por tres rodillos cilíndricos unidos por una polea. La distancia entre los centros de cada rodillo es:

$$\overline{AB} = 14 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = 17 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = 13 \text{ cm}$$



a) ¿Cuál es el radio de cada rodillo? Ayuda: Tienes que plantear un sistema de tres ecuaciones. Fíjate en el gráfico. Para resolverlo, aplica los métodos que conoces.

b) ¿Qué longitud tiene la circunferencia de cada rodillo?

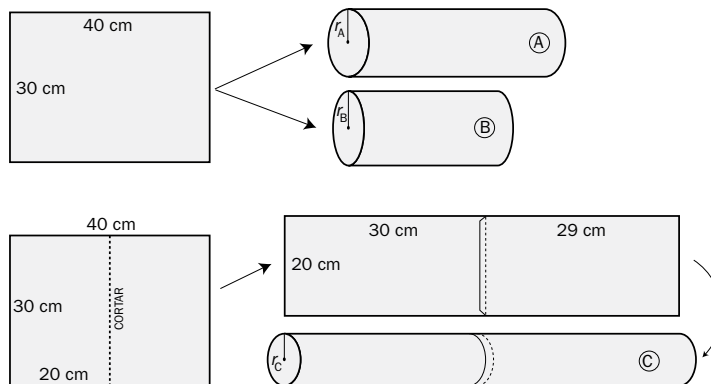
c) ¿Qué superficie tiene la sección de cada rodillo?

Nombre y apellidos:

7 CILINDROS

Se cuenta que Galileo (siglo XVI) se planteó el problema de encontrar, a partir de una pieza rectangular, el cilindro de mayor volumen.

Imagina que haces tú lo mismo a partir de una hoja de papel de 30×40 cm, obteniendo cilindros de tres tipos diferentes, según los procedimientos descritos en las figuras A, B y C.

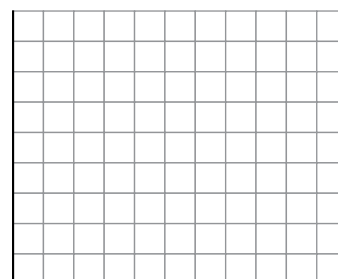


- a) Calcula, en cada caso, el radio del cilindro que obtendrías.
- b) ¿Cuál de los tres cilindros crees que tendrá mayor volumen?
- c) Calcula el volumen de cada cilindro y comprueba si tu estimación es o no correcta.

8 VIAJAR EN TAXI

En una ciudad, la bajada de bandera de los taxis (precio fijo cobrado al viajero al comenzar el servicio) es de 10 euros, y por cada kilómetro recorrido, el cliente paga 0,5 euros.

- a) Construye una tabla de valores para averiguar el precio de viajes de 5, 10, 15, 20, 25 y 30 km.
- b) Encuentra una expresión algebraica que relacione el precio, y , con los kilómetros recorridos, x .
- c) ¿Cuál será el precio de un viaje de ida y vuelta a un lugar situado a 12 km de distancia?



- d) Haz una representación gráfica de la función *precio-kilómetros recorridos*.
- e) ¿Cuántos kilómetros recorrió un viajero que pagó por el servicio 30 euros?

Nombre y apellidos:

9 DÍAS DE CALOR

Las temperaturas máximas alcanzadas en las dos quincenas del mes de julio en una cierta localidad han sido las siguientes:

PRIMERA QUINCENA (A)	
TEMPERATURA (x_i)	N.º DE DÍAS (f_i)
25 °C	3
27 °C	2
29 °C	2
31 °C	1
33 °C	3
35 °C	2
37 °C	2
	15

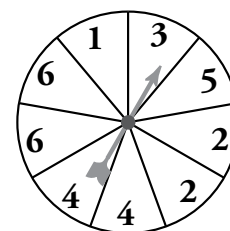
SEGUNDA QUINCENA (B)	
TEMPERATURA (x_j)	N.º DE DÍAS (f_j)
30 °C	4
33 °C	4
36 °C	3
37 °C	2
40 °C	2
	15

- a) ¿Cuál fue la temperatura media en cada quincena?
- b) ¿Cuál es el rango de la variable temperatura en cada quincena?
- c) ¿Cuál es la desviación típica en cada quincena? ¿En cuál de las dos quincenas están los datos más separados de la media?

10 RULETA TRUCADA

Juan ha construido esta ruleta. Al girar, la probabilidad de que la flecha caiga en un número par es doble que la de que caiga sobre un número impar.

Cierta tarde propone a su amiga Marta echar una partida y, con el fin de equilibrar el juego, le propone lo siguiente: “Tú, Marta, ganas si sale un 4 o un 6. Yo ganaré si sale un número impar o un 2.”



Marta pide tiempo para estudiar el juego y las condiciones.

- a) ¿Qué probabilidad tiene cada resultado: 1, 2, 3, 4, 5, 6?
- b) ¿Cuál es la probabilidad que tiene Marta de ganar? ¿Y la de Juan? ¿Es justo el juego?
- c) Tras hacer un estudio, Marta propone estas otras condiciones: “Yo gano si sale un número primo. Tú ganas si sale un 4 o un 6. Nadie gana ni pierde si sale el resultado que queda, un 1”.
- ¿Es ahora justo el juego?

Pautas de corrección

1 REFRESCÁNDOSE

Competencia	Utilizar y relacionar números con sus operaciones básicas.
Elemento de competencia	Utiliza números racionales y sus operaciones. Ordena cantidades dadas en forma de número racional.
Contenido	Números racionales.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a) A bebe $\frac{17}{15} = \frac{68}{60}$; B bebe $\frac{16}{15} = \frac{64}{60}$;

C bebe $\frac{39}{20} = \frac{117}{60}$ y D bebe $\frac{17}{6} = \frac{170}{60}$.

El orden, de menor a mayor, es:
B < A < C < D.

b) Con dos botes de $\frac{2}{5}$ y dos botes de $\frac{1}{3}$:

$$2 \cdot \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{17}{15} > 1 \text{ litro}$$

Con un bote de $\frac{2}{5}$ y dos botes de $\frac{1}{3}$:

$$\frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{16}{15} > 1 \text{ litro}$$

c) Con dos botes de $\frac{3}{4}$ y tres botes de $\frac{1}{3}$:

$$2 \cdot \frac{3}{4} + 3 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ litros}$$

2. No contesta correctamente en cualquiera de los tres apartados y no explica los procesos.

1. Solo contesta a uno de los apartados.

0. En cualquier otro caso.

2 LA COMETA DE ARTURO

Competencia	Reconocer transformaciones entre figuras planas.
Elemento de competencia	Reconoce figuras semejantes. Calcula la razón de semejanza entre figuras.
Contenido	Semejanza. Movimientos en el plano. Teorema de Pitágoras.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a) A sí es semejante a C. Sus ángulos res-

pectivos son iguales y $\frac{24}{16} = \frac{30}{20}$. La razón de semejanza es $\frac{3}{2}$.

b) A sí es semejante a D. Sus ángulos respectivos son iguales y $\frac{24}{12} = \frac{30}{15}$. La razón de semejanza es 2.

c) Mediante un giro de centro O y ángulo -135° y una traslación de vector $\vec{OO'}$.

d) $a = \sqrt{150^2 - 120^2} = \sqrt{8100} = 90 \text{ m}$

2. Responde correctamente a tres de los apartados.

1. Responde a todos los apartados pero las respuestas no son totalmente correctas.

0. En cualquier otro caso.

3 LAS PARCELAS

Competencia	Utilizar el lenguaje algebraico como ayuda para resolver problemas de la vida cotidiana.
Elemento de competencia	Utilizar el álgebra para plantear situaciones cotidianas y resolver problemas
Contenido	Álgebra: ecuaciones.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a) Parcela A $\rightarrow (x + 8)^2 = x^2 + 16x + 64$;
Parcela B $\rightarrow (x + 8) \cdot (3x - 12) = 3x^2 + 12x - 96$

b) Jardín parcela A $\rightarrow (x + 8)^2 - x^2 = 16x + 64$
Jardín parcela B $\rightarrow 3x^2 + 12x - 96 - x \cdot (x - 1) = 2x^2 + 13x - 96$

c) El valor de x que iguala la superficie de ambas parcelas es la solución de la ecuación:

$$x^2 + 16x + 64 = 3x^2 + 12x - 96 \rightarrow x^2 - 2x - 80 = 0, \text{ cuya solución válida es } x = 10.$$

d) Área de la casa A para $x = 10 \rightarrow x^2 = 100 \text{ u}^2$.

Área del jardín A para $x = 10 \rightarrow 16x + 64 = 224 \text{ u}^2$.

Área de la casa B para $x = 10 \rightarrow x \cdot (x - 1) = 90 \text{ u}^2$.

Pautas de corrección

Área del jardín B para $x = 10 \rightarrow$
 $\rightarrow 2x^2 + 13x - 96 = 234 \text{ u}^2.$

2. Resuelve todo excepto el apartado d).
1. Resuelve correctamente dos apartados.
0. En cualquier otro caso.

4 EL DINERO DEL COFRE

Competencia	Traducir un enunciado a lenguaje algebraico.
Elemento de competencia	Plantea y resuelve una ecuación de primer grado a partir de un enunciado.
Contenido	Álgebra. Ecuaciones de primer grado.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:
 Número de monedas que hay en el cofre $\rightarrow x$
 Un tercio de las monedas $\rightarrow \frac{1}{3}x$
 Un séptimo de lo que quedaba $\rightarrow \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3}x$
 Ecuación: $x - \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{7} \cdot \frac{2}{3}x \right) =$
 $= 3 + \frac{x}{2} \rightarrow x = 42$ monedas
2. Plantea bien la ecuación y la resuelve, pero se equivoca en algún paso.
1. Plantea bien la ecuación pero no la resuelve.
0. En cualquier otro caso.

5 PRÁCTICA DE LABORATORIO

Competencia	Elegir el mejor método para resolver un sistema de ecuaciones.
Elemento de competencia	Plantea y resuelve, por el método más adecuado, un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.
Contenido	Álgebra: sistemas de ecuaciones.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

Cantidad, en gramos, que debe coger del frasco A $\rightarrow x$

Cantidad, en gramos, que debe coger del frasco B $\rightarrow y$

Proporción de ácido en la mezcla:

$$\frac{10}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{25}{100} \cdot 80$$

Proporción de agua en la mezcla:

$$\frac{90}{100}x + \frac{50}{100}y = \frac{75}{100} \cdot 80$$

Resolviendo el sistema se obtiene: $x = 50$,
 $y = 30$.

Debe coger 50 gramos del frasco A y 30 gramos del frasco B.

2. Plantea el sistema, lo resuelve y solo llega a la solución de una de las incógnitas.
1. Plantea el sistema pero no lo resuelve.
0. En cualquier otro caso.

6 POLEAS

Competencia	Utilizar la resolución de sistemas de ecuaciones para encontrar la solución a un problema.
Elemento de competencia	Planifica un proceso de resolución. Plantea un sistema de ecuaciones y lo resuelve. Utiliza fórmulas apropiadas para obtener medidas indirectas.
Contenido	Álgebra: sistemas de ecuaciones. Geometría: longitudes y áreas de figuras planas.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 14 \\ \text{a) } x + z = 17 \\ y + z = 13 \end{array} \right\}$$

Resolviendo por sustitución sucesivamente, se obtiene $x = 9$, $y = 5$, $z = 8$.

$$\text{b) Longitud } C_A = 2 \cdot \pi \cdot x = 2 \cdot \pi \cdot 9 = 56,55 \text{ cm}$$

$$\text{Longitud } C_B = 2 \cdot \pi \cdot y = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 31,42 \text{ cm}$$

$$\text{Longitud } C_C = 2 \cdot \pi \cdot z = 2 \cdot \pi \cdot 8 = 50,27 \text{ cm}$$

Pautas de corrección

$$\text{c) Superficie } C_A = \pi \cdot x^2 = \pi \cdot 81 = 254,47 \text{ cm}^2$$

$$\text{Superficie } C_B = \pi \cdot y^2 = \pi \cdot 25 = 78,54 \text{ cm}^2$$

$$\text{Superficie } C_C = \pi \cdot z^2 = \pi \cdot 64 = 201,06 \text{ cm}^2$$

2. Resuelve correctamente solo dos de las cuestiones.

1. Resuelve correctamente solo una de las tres cuestiones.

0. En cualquier otro caso.

7 CILINDROS

Competencia	Dominar el cálculo de volúmenes para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Analiza el proceso de reconstrucción de una figura espacial. Estima medidas y las comprueba utilizando las fórmulas apropiadas.
Contenido	Geometría: cálculo de longitudes y volúmenes.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

$$\text{a) Longitud de la base del cilindro } A = 30 \text{ cm} = 2 \cdot \pi \cdot r_A \rightarrow r_A = 4,77$$

$$\text{Longitud de la base del cilindro } B = 40 \text{ cm} = 2 \cdot \pi \cdot r_B \rightarrow r_B = 6,37$$

$$\text{Longitud de la base del cilindro } C = 20 \text{ cm} = 2 \cdot \pi \cdot r_C \rightarrow r_C = 3,18$$

b) Respuesta abierta. La estimación correcta es: cilindro B.

$$\text{c) } V_A = \pi \cdot r_A^2 \cdot 40 = 2859,22 \text{ cm}^3$$

$$V_B = \pi \cdot r_B^2 \cdot 30 = 3824,29 \text{ cm}^3$$

$$V_C = \pi \cdot r_C^2 \cdot 59 = 1874,38 \text{ cm}^3$$

2. Todo el proceso es correcto excepto la estimación.

1. Obtiene el radio en cada caso pero no el volumen.

0. En cualquier otro caso.

8 VIAJAR EN TAXI

Competencia	Saber encontrar la función que describe una situación cotidiana.
Elemento de competencia	Analiza fenómenos físicos, sociales o cotidianos. Encuentra la expresión analítica de una relación funcional. Construye tablas de valores y elabora gráficas con los datos.
Contenido	Funciones lineales.

Niveles de puntuación:

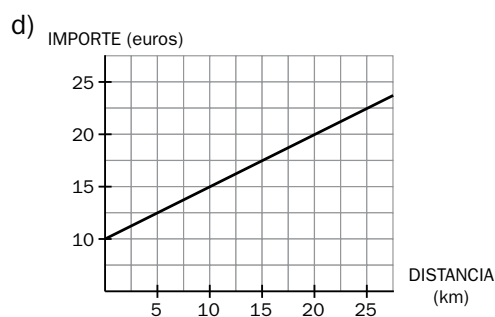
3. La solución correcta es:

a)

x	0	5	10	15	20	25	30
y	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25

$$\text{b) } y = 10 + 0,5x$$

$$\text{c) } y = 10 + 0,5 \cdot (12 + 12) = 22 \text{ euros}$$



$$\text{e) } 30 = 10 + 0,5x \rightarrow x = 40 \text{ km}$$

2. Responde correctamente a todas las cuestiones, pero no obtiene la expresión analítica de la función.

1. Solo elabora la tabla y construye la gráfica.

0. En cualquier otro caso.

9 DÍAS DE CALOR

Competencia	Utilizar elementos estadísticos para modelizar procesos cotidianos.
Elemento de competencia	Calcula parámetros estadísticos. Interpreta información a partir de los resultados obtenidos.
Contenido	Estadística: parámetros estadísticos.

Pautas de corrección

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

PRIMERA QUINCENA (A)			
x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
25	3	75	1875
27	2	54	1458
29	2	58	1682
31	1	31	961
33	3	99	3267
35	2	70	2450
37	2	74	2738
15	461	14431	

SEGUNDA QUINCENA (B)			
x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
30	4	120	3600
33	4	132	4356
36	3	108	3888
37	2	74	2738
40	2	80	3200
15	514	17782	

a) $\bar{x}_A = 30,73 \text{ }^\circ\text{C}$

$\bar{x}_B = 34,27 \text{ }^\circ\text{C}$

b) Rango en A = $37 - 25 = 12$

Rango en B = $40 - 30 = 10$

c) $\sigma_A = \sqrt{\frac{14431}{15} - 944,33} = 4,21$

$\sigma_B = \sqrt{\frac{17782}{15} - 1174,43} = 3,32$

Los datos están más separados de la media en la primera quincena; la desviación típica es mayor.

2. Responde correctamente los apartados primero y tercero.

1. Solo contesta al primer apartado o al tercero.

0. En cualquier otro caso.

10 RULETA TRUCADA

Competencia	Utilizar los cálculos probabilísticos como medio para predecir sucesos.
Elemento de competencia	Determina y asigna probabilidades a los sucesos de un experimento.
Contenido	Cálculo de probabilidades: ley de Laplace.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a) $P[1] = 1/9$ $P[2] = 2/9$ $P[3] = 1/9$
 $P[4] = 2/9$ $P[5] = 1/9$ $P[6] = 2/9$

b) $P[\text{Marta gana}] = P[4 \text{ ó } 6] = 4/9$

$P[\text{Juan gana}] = P[1, 2, 3 \text{ ó } 5] = 5/9$

El juego no es justo.

c) $P[\text{Marta gana}] = P[2, 3 \text{ ó } 5] = 4/9$

$P[\text{Juan gana}] = P[4 \text{ ó } 6] = 4/9$

$P[\text{Nadie gana ni pierde}] = 1/9$

Ahora el juego sí es justo porque ambos jugadores tienen la misma probabilidad de ganar.

2. Resuelve correctamente dos apartados cualesquiera.

1. Resuelve el primer apartado, pero no sabe interpretar ni resolver los otros dos apartados.

0. En cualquier otro caso.

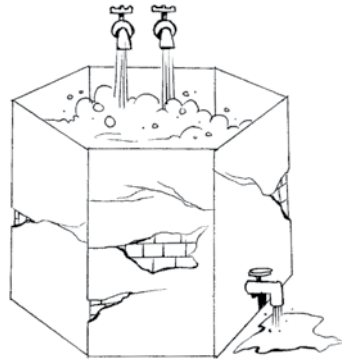
Tareas competenciales para preparar las pruebas de diagnóstico

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

1 GRIFOS

Dos grifos A y B llenan un depósito, actuando por separado, en 10 horas y 12 horas, respectivamente. El desagüe lo vacía en 20 horas.



El encargado del depósito ha abierto los dos grifos a la vez, pero, gran error, ha olvidado cerrar el desagüe.

- ¿Qué fracción del depósito se llenará en una hora?
- ¿Cuánto habría tardado el depósito en llenarse si el encargado no hubiese cometido ningún error? Con esta anomalía, ¿cuánto tardará en llenarse el depósito?
- El depósito es un prisma hexagonal regular de 3 metros de altura, y la arista de la base mide un metro. ¿Qué cantidad de agua almacenada, en litros, habrá al cabo de 5 horas?

2 EXCURSIÓN CICLISTA

Un ciclista de fin de semana sabe que su velocidad media, a ritmo normal, es de 20 km/h. En cubrir la distancia entre dos puntos A y B más $\frac{2}{3}$ de esa distancia ha tardado 3 horas.

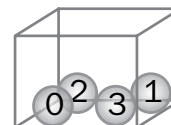
- ¿Cuánto distan los puntos A y B?
- ¿Qué tiempo tardó, desde que inició el recorrido, hasta que llegó al punto de partida A?

Nombre y apellidos:

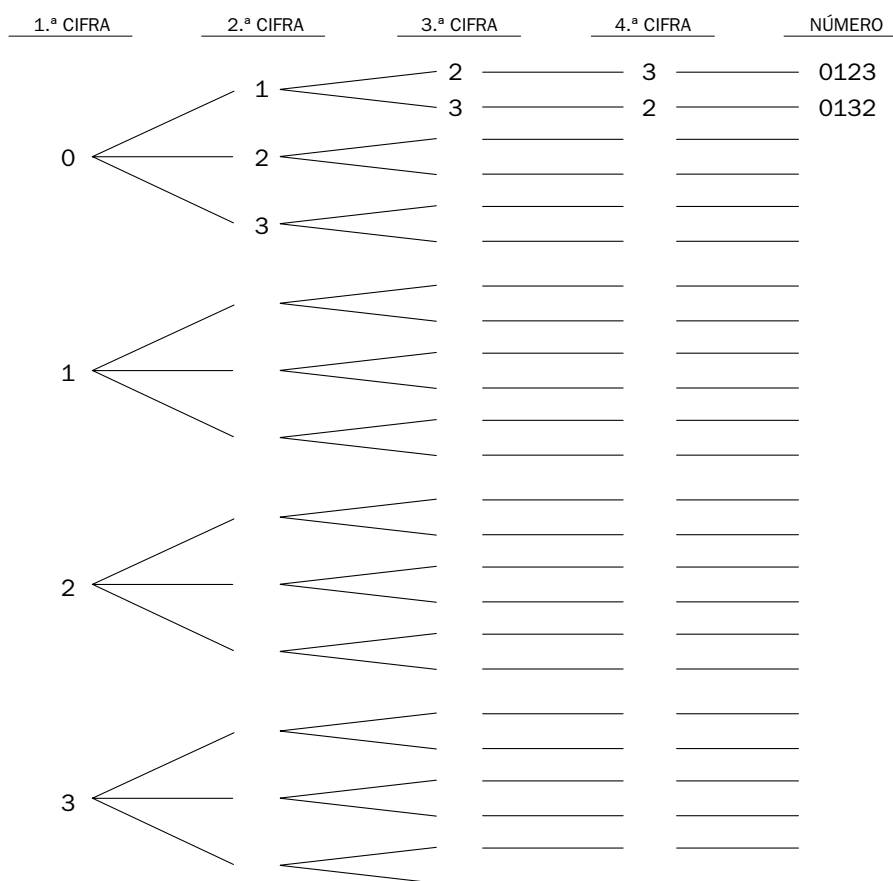
3 FORMANDO NÚMEROS

En cierta urna hay 4 bolas, numeradas del 0 al 3. Para formar números con ellas, se procede de la siguiente manera:

- Las bolas se extraerán de una en una y no se volverán a reponer.
- La primera bola extraída corresponderá a las unidades de millar.
- La segunda bola, a las centenas.
- Tercera bola, decenas.
- Cuarta bola, unidades.



a) Se quiere saber cuántos números distintos se pueden obtener. Completa este esquema y avanza el resultado:



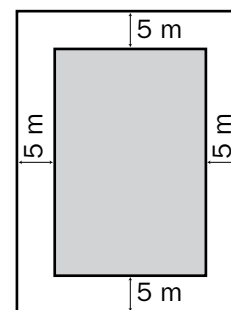
- b) ¿Cuál es el menor número que puede salir? ¿Y el mayor?
- c) Imaginemos que, tras extraer cada bola, se devuelve a la urna. ¿Cuántos números de cuatro cifras se podrían obtener?
- d) ¿Cuál sería en este último caso el menor número posible? ¿Y el mayor?

Nombre y apellidos:

4 LA PLAZA AMPLIADA

La plaza de un pueblo es rectangular. Su longitud es una vez y media su anchura. El ayuntamiento ha decidido ampliarla 5 m por cada lado.

Beatriz ha leído en el periódico local que la ampliación supondrá un aumento de la superficie en unos 1600 m². Por curiosidad, decide investigar sobre las dimensiones de la plaza.



- Encuentra una expresión algebraica para la superficie de la plaza antes de las obras.
- Encuentra una expresión algebraica para la superficie de la nueva plaza.
- ¿Cuáles eran las dimensiones de la antigua plaza? ¿Cuáles serán las de la nueva? ¿Qué superficie tendrá la nueva plaza?

5 EXCURSIÓN POR EL CAMPO

Julia y su abuela deciden ir de excursión a ver una laguna cerca de su pueblo. Salen juntas del pueblo, pero Julia irá en bicicleta y la abuela, a pie.



La velocidad que lleva Julia es de unos 20 km/h. Cuando llega a la laguna, decide seguir hasta una chopera situada a 30 km del pueblo. Inmediatamente regresa y llega a la laguna a la vez que su abuela, que ha llevado una velocidad media de 5 km/h.

- Halla el tiempo t que tarda Julia en completar su periplo y encontrarse con su abuela. ¿Podrías averiguar a qué distancia está la laguna del pueblo?
- ¿Cuánto tiempo tardó Julia en ir de la laguna a la chopera y volver hasta encontrarse con su abuela?
- ¿Cuánto tiempo le llevó a Julia ir desde el pueblo a la laguna?

Nombre y apellidos:

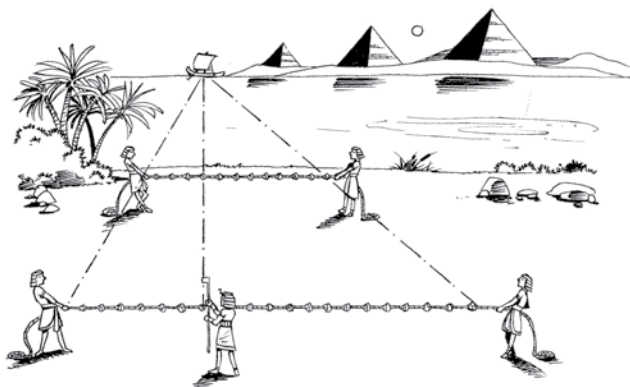
6 TALES Y EL RÍO NILO

“Egipto es un don del Nilo”, decía el historiador griego Herodoto. Se cuenta que Tales de Mileto (624-548 a.C.), comerciante y viajero, aficionado a la geometría, impresionado por la belleza y magnitud del río Nilo, midió su anchura desde un cierto lugar de la orilla.

$$\overline{AB} = 60 \text{ m}$$

$$\overline{A'B'} = 40 \text{ m}$$

$$\overline{CC'} = 60 \text{ m}$$



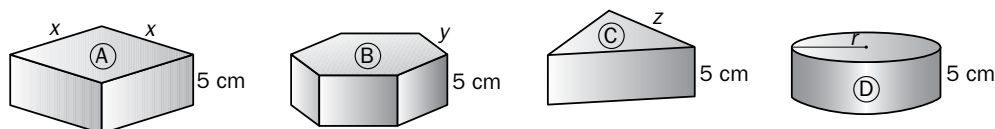
Para ello, usando las cuerdas de nudos que utilizaban los agrimensores egipcios para parcelar los terrenos, y tomando como referencia un barco que se encontraba en la orilla opuesta, realizó la triangulación que ves en la figura.

a) ¿Son semejantes los triángulos OAB y $OA'B'$? Justifica la respuesta.

b) ¿Cuál sería la medida aproximada de la anchura OC' del río?

7 CAJAS DE BOMBONES

El departamento de logística de una empresa fabricante de bombones quiere lanzar al mercado una nueva variedad, en cajas de 1000 cm^3 de volumen. Se barajan varios modelos para la caja:



A → base cuadrada; B → base hexagonal regular; C → base triángulo equilátero;
D → base circular

Todos ellos deben cumplir una condición: la altura de la caja debe ser de 5 cm.

El departamento elegirá el modelo que menor coste de producción represente, es decir, aquel que necesite menor cantidad de cartón para su construcción, tapa incluida.

¿Qué modelo elegirán?

Nombre y apellidos:

8 GASTO DE ENERGÍA

José recibe en su casa ofertas de dos compañías eléctricas:

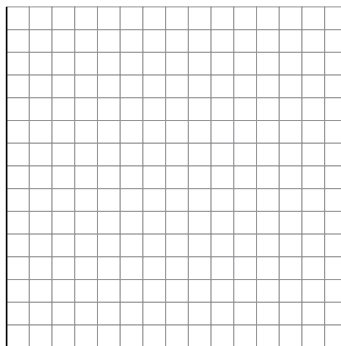
COMPAÑÍA A	COMPAÑÍA B
<ul style="list-style-type: none"> • Cuota fija de abono⁽¹⁾ bimensual de 18 euros. • 0,10 euros por cada kWh consumido. 	<ul style="list-style-type: none"> • Cuota fija de abono⁽¹⁾ bimensual de 24 euros. • 0,08 euros por cada kWh consumido.

(1) La cuota fija de abono es lo que se paga en cada recibo sin consumir electricidad.

José decide hacer un estudio de ambas ofertas.

a) Forma una tabla de valores para ambas ofertas que relacione la potencia consumida (0, 100, 200, 300, ... kWh) con el importe abonado (euros).

b) Representa en una misma gráfica la información obtenida para ambas ofertas.



c) Encuentra la expresión analítica de la función que relaciona la potencia, x , con el importe, y , en ambos casos.

d) ¿Para qué valor de x el importe es el mismo en ambas ofertas? ¿Qué oferta es más ventajosa a partir de ese valor de x ?

e) Si pagáramos un recibo de 60 euros, ¿para cuál de las ofertas es mayor el consumo? ¿Cuál sería ese consumo en cada caso?

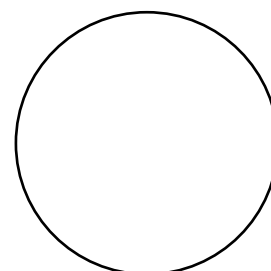
Nombre y apellidos:

9 TEST DE INTELIGENCIA

En una clase de 30 alumnas y alumnos se ha hecho una prueba para medir la capacidad de razonamiento. La mínima puntuación era un 1 y la máxima, un 10. Los datos que se han registrado los tienes en esta tabla:

PUNTUACIÓN (x_i)	N.º DE ESTUDIANTES (f_i)
1	3
2	2
3	2
4	4
5	6
6	3
7	5
8	2
9	2
10	1
	30

- a) Halla la moda, la mediana y la media.
- b) Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación (cociente entre la desviación típica y la media).
- c) Calcula el porcentaje de estudiantes cuya puntuación es superior a la media en, al menos, 2 puntos.
- d) ¿Qué porcentaje de estudiantes se encuentra en el intervalo $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$?
- e) Haz una representación de los estudiantes de la clase, según su capacidad, en un diagrama de sectores:
- Si la nota obtenida es de 1 a 3, capacidad baja (B)
 - Si la nota obtenida es de 4 a 6, capacidad media baja (MB)
 - Si la nota obtenida es de 7 a 8, capacidad media alta (MA)
 - Si la nota obtenida es de 9 a 10, capacidad alta (A)



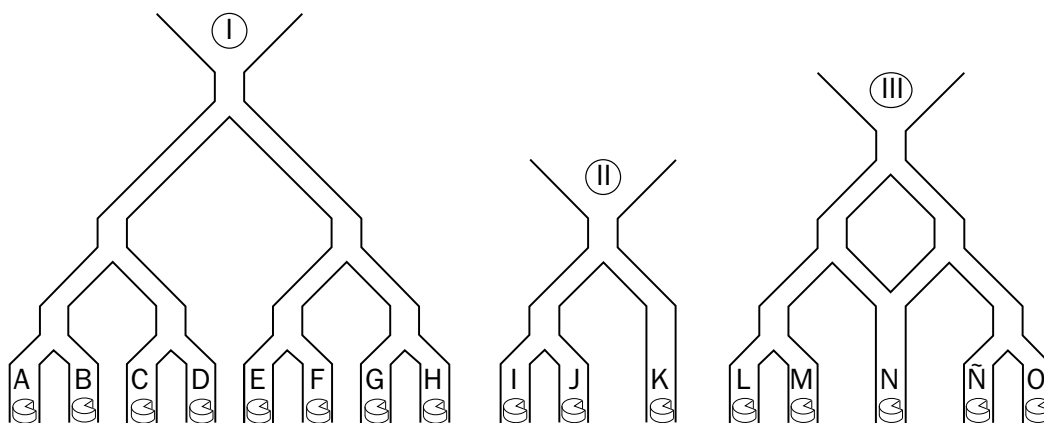
Nombre y apellidos:

10 LOS RATONES Y EL QUESO

En el laboratorio de matemáticas de cierto instituto hay tres laberintos, I, II y III, con los que los estudiantes de 3.º de ESO van a hacer un experimento. La ficha de su trabajo dice así:

Se colocarán 32 ratones en cada una de las bocas de los laberintos.

Los ratones recorrerán los caminos y, cuando lleguen a una bifurcación, tanto les dará ir por la izquierda como por la derecha. Cada laberinto consta de varias salidas, al final de las cuales los ratones podrán compartir el queso que allí encontrarán.



- ¿Cuántos ratones esperas que lleguen a cada salida del laberinto I?
- ¿Cuántos a cada salida del laberinto II?
- ¿Cuántos a cada salida del laberinto III?
- Si fueses un ratón, te gustaría comer tanto queso como pudieses. ¿Qué laberinto elegirías entre los tres? ¿Y cuál elegirías entre el II y el III? ¿Por qué?

Pautas de corrección

1 GRIFOS

Competencia	Dominar el cálculo con números racionales para resolver problemas aritméticos.
Elemento de competencia	Utiliza números racionales para representar un fenómeno cotidiano. Opera con números racionales para resolver problemas. Conoce y aplica fórmulas para hacer mediciones indirectas.
Contenido	Números racionales. Operaciones con números racionales. Volumen de cuerpos geométricos.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

- a) En una hora, A llena $\frac{1}{10}$ del depósito, B llena $\frac{1}{12}$ del depósito y el desagüe vacía $\frac{1}{20}$ del depósito.

Así, al cabo de una hora, estará lleno:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{8}{60} = \frac{2}{15} \text{ del depósito.}$$

- b) Sin estar el desagüe abierto, en una hora se llenaría:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{12} = \frac{11}{60} \text{ del depósito.}$$

Para llenarse, se necesitarían:

$$\frac{60}{11} \text{ horas} \approx 5,45 \text{ horas} = 5 \text{ h } 27 \text{ min}$$

Ahora, con el desagüe abierto, si en una hora se llena $\frac{2}{15}$ del depósito, para llenarse completamente se necesitarán:

$$\frac{15}{2} \text{ horas} = 7,5 \text{ horas} = 7 \text{ h } 30 \text{ min}$$

- c) Calculamos el volumen del depósito.

Apotema de la base:

$$\sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,86 \text{ m}$$

$$A_{\text{base}} = \frac{6 \cdot 1 \cdot 0,86}{2} = 2,6 \text{ m}^2$$

$$V_{\text{depósito}} = A_{\text{base}} \cdot \text{altura} = 2,6 \cdot 3 = 7,8 \text{ m}^3 = 7800 \text{ litros}$$

Al cabo de 5 h estará lleno el $\frac{2 \cdot 5}{15} = \frac{2}{3}$ del depósito.

En el depósito habrá:

$$\frac{2}{3} \cdot 7800 = 5200 \text{ litros de agua}$$

2. Resuelve correctamente dos de los apartados.

1. Resuelve solo la primera cuestión.

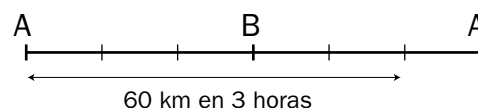
0. En cualquier otro caso.

2 EXCURSIÓN CICLISTA

Competencia	Utilizar las operaciones con unidades del Sistema Métrico Decimal.
Elemento de competencia	Utiliza números racionales para expresar información. Utiliza un esquema para representar una situación. Resuelve problemas cotidianos operando con números racionales.
Contenido	Números racionales. Operaciones y problemas.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:



- a) En el esquema se observa que $\frac{5}{3}$ del recorrido total son 60 km.

$$\frac{1}{3} \text{ del recorrido de A a B serán } 12 \text{ km.}$$

La distancia entre A y B es 36 km.

- b) La distancia recorrida, entre la ida y la vuelta, es 72 km.

Tardará en recorrer esta distancia:

$$\frac{72}{20} \text{ horas} = 3 \text{ h } 36 \text{ min}$$

2. Resuelve bien el primer apartado y no llega a concluir el segundo.

1. Solo resuelve bien el primer apartado.

0. En cualquier otro caso.

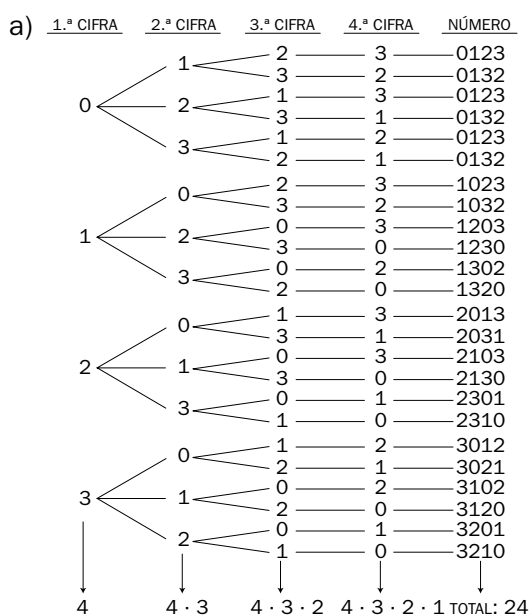
Pautas de corrección

3 FORMANDO NÚMEROS

Competencia	Conocer las propiedades de los números para resolver problemas aritméticos.
Elemento de competencia	Particulariza, busca regularidades. Conoce técnicas de conteo numérico. Utiliza las potencias.
Contenido	Números.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:



Hay 4 posibles resultados para las unidades de millar; $4 \cdot 3 = 12$ para las centenas; $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ para las decenas y $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ para las unidades.

En total se pueden conseguir:
 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ números distintos.

- b) El menor número es el 0123. El mayor es el 3210.
- c) Si se reponen las bolas después de cada extracción, hay 4 posibilidades para las unidades de millar; por cada unidad de millar, hay 4 posibilidades para las centenas, es decir, $4^2 = 16$; y así sucesivamente, $4^3 = 64$ posibilidades para las decenas y 4^4 posibilidades para las unidades. En total se pueden conseguir $4^4 = 256$ resultados distintos.
- d) El número menor es ahora el 0000 y el mayor, el 3333.

2. Resuelve correctamente tres de los cuatro apartados.

1. Solo resuelve dos apartados.

0. En cualquier otro caso.

4 LA PLAZA AMPLIADA

Competencia	Traducir un enunciado a lenguaje algebraico para resolver problemas de la vida cotidiana.
Elemento de competencia	Expresa algebraicamente los datos de un problema. Opera con polinomios. Resuelve ecuaciones de primer grado. Interpreta resultados.
Contenido	Expresiones algebraicas. Ecuaciones de primer grado.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a) Si la plaza tiene x metros de ancho, tendrá $\frac{3x}{2}$ metros de largo. Su superficie es

$$S_1 = x \cdot \frac{3x}{2} = \frac{3x^2}{2}$$

b) Al aumentar 5 m por cada lado, las nuevas dimensiones serán $x + 10$ y $\frac{3x}{2} + 10$, y la nueva superficie será:

$$S_2 = (x + 10) \cdot \left(\frac{3x}{2} + 10 \right) = \frac{3x^2}{2} + 25x + 100$$

c) Si el incremento de superficie ha sido de 1600 m^2 , $\frac{3x^2}{2} + 25x + 100 - \frac{3x^2}{2} = 1600$.

Es decir, $25x + 100 = 1600 \rightarrow x = 60$.

Por tanto, la antigua plaza medía 60 m de ancho por 90 m de largo. La nueva medirá 70 m de ancho por 100 m de largo y su superficie será de 7000 m^2 .

2. Resuelve bien los dos primeros apartados, pero no plantea bien la ecuación que resuelve el tercero.

1. Solo resuelve correctamente el primer apartado.

0. En cualquier otro caso.

Pautas de corrección

5 EXCURSIÓN POR EL CAMPO

Competencia	Elegir el mejor método para resolver un sistema de ecuaciones.
Elemento de competencia	Expresa algebraicamente los datos de un problema. Relaciona magnitudes de velocidad, espacio y tiempo. Plantea y resuelve un sistema de ecuaciones. Interpreta resultados.
Contenido	Álgebra: sistemas de ecuaciones.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

- a) Cada una emplea un mismo tiempo t en hacer su recorrido.

Mientras que la abuela camina una distancia de x kilómetros, Julia recorre con su bicicleta una distancia:

$$30 + 30 - x = 60 - x \text{ kilómetros}$$

Teniendo en cuenta sus velocidades medias, 5 km/h y 20 km/h, y que $e = v \cdot t$,

$$\left. \begin{array}{l} 60 - x = 20t \\ x = 5t \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 60 - 5t = 20t \end{array} \right\}$$

$$t = \frac{60}{25} \text{ horas} = 2 \text{ h } 24 \text{ min}$$

La distancia que hay desde el pueblo a la laguna es:

$$x = 5 \cdot \frac{60}{25} = 12 \text{ km}$$

- b) De la laguna a la chopera hay 18 km. Julia tardó en hacer los 36 km de ida y vuelta un tiempo:

$$t = \frac{e}{v} = \frac{36}{20} = 1 \text{ h } 48 \text{ min}$$

- c) Del pueblo a la laguna Julia tardó:

$$2 \text{ h } 24 \text{ min} - 1 \text{ h } 48 \text{ min} = 36 \text{ min}$$

2. Plantea y resuelve correctamente solo la primera cuestión.

1. Plantea y resuelve el sistema de ecuaciones, pero no interpreta correctamente la solución que encuentra.

0. En cualquier otro caso.

6 TALES Y EL RÍO NILO

Competencia	Dominar los conceptos geométricos para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Relaciona figuras semejantes. Aplica el teorema de Tales a una situación real. Resuelve ecuaciones de primer grado.
Contenido	Semejanza. Teorema de Tales.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

- a) Los triángulos son semejantes, ya que sus ángulos respectivos son iguales: \hat{O} es común, $\hat{A} = \hat{A}'$ y $\hat{B} = \hat{B}'$ (tienen un lado común y los otros son paralelos).

- b) Aplicando la semejanza de triángulos:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{OC}}{\overline{OC'}} \rightarrow \frac{60}{40} = \frac{60+x}{x} \rightarrow$$

$$\rightarrow 60x = 40 \cdot (60 - x) \rightarrow$$

$$\rightarrow 20x = 2400 \rightarrow x = 120 \text{ m}$$

2. Resuelve el problema pero no justifica suficientemente la semejanza de los triángulos.

1. Justifica la semejanza de triángulos pero no plantea bien las relaciones de proporcionalidad.

0. En cualquier otro caso.

7 CAJAS DE BOMBONES

Competencia	Utilizar los conocimientos sobre áreas y volúmenes para resolver problemas geométricos.
Elemento de competencia	Utiliza fórmulas para realizar medidas indirectas de longitudes, áreas y volúmenes. Resuelve ecuaciones.
Contenido	Geometría: áreas y volúmenes de cuerpos geométricos.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

Calcularemos las dimensiones que debe tener cada caja considerando que su volumen debe ser de 1000 cm^3 y su altura, 5 cm.

Pautas de corrección

• MODELO A

$$V_A = A_{\text{BASE}} \cdot \text{altura} \rightarrow 1000 = 5x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 = 200 \rightarrow x = 14,14 \text{ cm}$$

$$A_{\text{TOTAL}} = 4 \cdot x \cdot 5 + 2x^2 =$$

$$= 20 \cdot 14,14 + 2 \cdot 199,94 =$$

$$= 682,68 \text{ cm}^2$$

• MODELO B

$$\text{Apotema de la base} = \sqrt{y^2 - \frac{y^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} y$$

$$V_B = A_{\text{BASE}} \cdot \text{altura} \rightarrow$$

$$\rightarrow 1000 = \frac{6y \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} y}{2} \cdot 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow 2000 = 15\sqrt{3}y^2 \rightarrow y = 8,77 \text{ cm}$$

$$A_{\text{TOTAL}} = 6 \cdot 5y + 2 \cdot \frac{6y \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} y}{2} =$$

$$= 30y + 3\sqrt{3}y^2 =$$

$$= 30 \cdot 8,77 + 3\sqrt{3} \cdot 76,91 =$$

$$= 662,74 \text{ cm}^2$$

• MODELO C

$$\text{Altura del triángulo} = \sqrt{z^2 - \frac{z^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} z$$

$$V_C = A_{\text{BASE}} \cdot \text{altura} \rightarrow$$

$$\rightarrow 1000 = \frac{z \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} z}{2} \cdot 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4000 = 5\sqrt{3}z^2 \rightarrow z = 21,49 \text{ cm}$$

$$A_{\text{TOTAL}} = 3 \cdot 5z + 2 \cdot \frac{z \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} z}{2} =$$

$$= 15z + \frac{1}{2}\sqrt{3}z^2 =$$

$$= 15 \cdot 21,49 + \sqrt{3} \cdot 230,91 =$$

$$= 722,3 \text{ cm}^2$$

• MODELO D

$$V_D = A_{\text{BASE}} \cdot \text{altura} \rightarrow 1000 = \pi \cdot r^2 \cdot 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow 1000 = 15,71r^2 \rightarrow r = 7,98 \text{ cm}$$

$$A_{\text{TOTAL}} = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot 5 =$$

$$= 2\pi \cdot 63,68 + 10\pi \cdot 7,98 =$$

$$= 650,81 \text{ cm}^2$$

El más económico es el modelo cilíndrico, el D.

2. Calcula correctamente los datos necesarios para tres de los cuatro modelos.

1. Realiza correctamente los cálculos solo para dos modelos.

0. En cualquier otro caso.

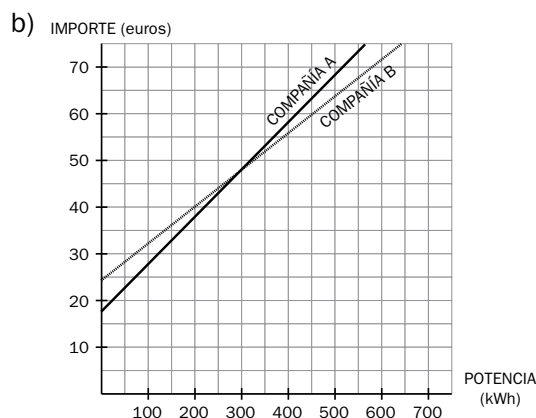
8 GASTO DE ENERGÍA

Competencia	Representar e interpretar los datos de un fenómeno cotidiano a partir de la información disponible.
Elemento de competencia	Extrae información relevante sobre un fenómeno cotidiano. Expresa mediante tablas, gráficas y lenguaje algebraico una relación entre dos magnitudes. Interpreta dicha relación.
Contenido	Funciones.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a)	COMPañÍA A	x (kWh)	0	100	200	300	400	500
		y (€)	18	28	38	48	58	68
	COMPañÍA B	x (kWh)	0	100	200	300	400	500
		y (€)	24	32	40	48	56	64



c) COMPañÍA A $\rightarrow y = 18 + 0,10x$

COMPañÍA B $\rightarrow y = 24 + 0,08x$

d) $18 + 0,10x = 24 + 0,08x \rightarrow$

$\rightarrow 0,02x = 6 \rightarrow x = 300 \text{ kWh}$

A partir de este valor, $x = 300 \text{ kWh}$, es más ventajosa la oferta de la compañía B.

e) A partir de un importe de 48 euros es más ventajosa la oferta de la compañía B; lue-

Pautas de corrección

go para una factura de 60 euros el consumo con esta compañía es mayor.

$$\text{COMPAÑÍA A} \rightarrow 60 = 18 + 0,10x \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 420 \text{ kWh}$$

$$\text{COMPAÑÍA B} \rightarrow 60 = 24 + 0,08x \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 450 \text{ kWh}$$

2. Resuelve correctamente tres de los cinco apartados.

1. Resuelve correctamente solo los dos primeros apartados.

0. En cualquier otro caso.

9 TEST DE INTELIGENCIA

Competencia	Utilizar los métodos estadísticos para interpretar información dada.
Elemento de competencia	Calcula parámetros estadísticos. Compara e interpreta resultados. Expresa información mediante gráficos estadísticos.
Contenido	Estadística.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a)

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$f_i \cdot x_i^2$
1	3	3	3
2	2	4	8
3	2	6	18
4	4	16	64
5	6	30	150
6	3	18	108
7	5	35	245
8	2	16	128
9	2	18	162
10	1	10	100
	30	156	986

$$M_o = 5$$

$$M_e = 5$$

$$\bar{x} = \frac{156}{30} = 5,2$$

$$\text{b) } \sigma = \sqrt{\frac{986}{30} - 5,2^2} = 2,41$$

$$\text{c.v.} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2,41}{5,2} = 0,46$$

c) Alumnos con una puntuación superior a $5,2 + 2 = 7,2$ hay cinco, lo que supone un 16,67% del total ($5/30 = 0,1667$).

d) $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma) = (2,79; 7,61)$. En este intervalo hay 20 estudiantes, lo que supone ($20/30 = 0,6667$) un 66,67% del total.

e) Capacidad baja:

$7/30 = 0,2333 \rightarrow 23,33\%$ (le corresponde un sector de, aproximadamente, 84°).

Capacidad media:

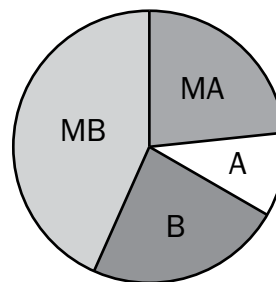
$13/30 = 0,4333 \rightarrow 43,33\%$ (le corresponde un sector de, aproximadamente, 156°).

Capacidad media alta:

$7/30 = 0,2333 \rightarrow 23,33\%$ (le corresponde un sector de, aproximadamente, 84°).

Capacidad alta:

$3/30 = 0,1 \rightarrow 10\%$ (le corresponde un sector de 36°).



2. Responde correctamente a tres de los cinco apartados.

1. Solo responde a dos de los apartados.

0. En cualquier otro caso.

10 LOS RATONES Y EL QUESO

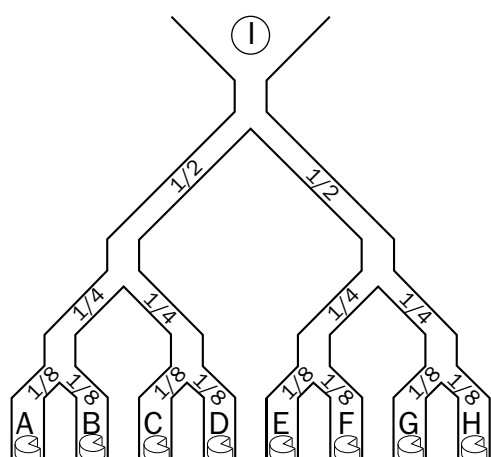
Competencia	Utilizar el cálculo probabilístico para hacer predicciones sobre sucesos.
Elemento de competencia	Determina y asigna probabilidades a sucesos.
Contenido	Azar y probabilidad.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

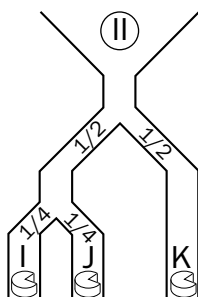
a) La probabilidad de que un ratón del laberinto I opte por cada uno de los caminos es la siguiente:

Pautas de corrección



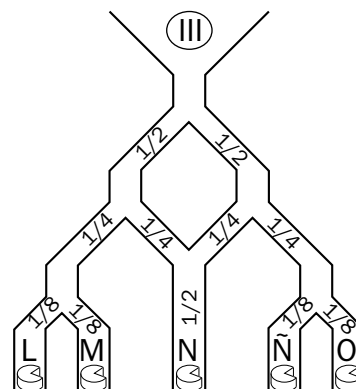
Observando el gráfico, está claro que se debe esperar que a cada salida lleguen $1/8$ de los ratones que entran, es decir, 4 ratones en cada salida.

- b) La probabilidad de que un ratón del laberinto II opte por cada uno de los caminos es la siguiente:



Observando el gráfico, está claro que se debe esperar que tanto a la salida I como a la salida J lleguen $1/4$ de los ratones que entran, es decir, 8 ratones a cada una de estas salidas. Y $1/2$ de los ratones, 16 en total, a la salida K.

- c) La probabilidad de que un ratón del laberinto III opte por cada uno de los caminos es la siguiente:



Se debe esperar que a cada una de las salidas L, M, — y O lleguen $1/8$ de los ratones, es decir, 4 a cada una y $1/2$ (16 ratones) a la salida N.

- d) Entre I, II y III, se debería elegir I, ya que en cada salida habría solo 4 ratones para compartir el queso.

Entre II y III, sería preferible el III. En él, la probabilidad de que toque compartir el queso con otros tres ratones es bastante alta (llegan 4, 4, 16, 4, 4). En el II, en el mejor de los casos, habría que compartirlo con otros 7 ratones (llegan 8, 8, 16).

2. Resuelve correctamente solo los dos o los tres primeros apartados.
1. Solo resuelve bien uno de los dos primeros apartados.
0. En cualquier otro caso.

Tareas competenciales para preparar las pruebas de diagnóstico

Nombre y apellidos:

Curso: Fecha:

1 GRACIAS POR NO FUMAR

La dirección de un hospital decide hacer una encuesta entre todos sus trabajadores (personal sanitario y de servicios) sobre la adicción al tabaco. Descubre, tras estudiar los datos de la encuesta, que 5 de cada 8 hombres y 4 de cada 5 mujeres son fumadores habituales.

a) La dirección considera “preocupante” que los fumadores sean más del 60%. En base a ello, ¿son “preocupantes” los datos recogidos? Razona la respuesta.

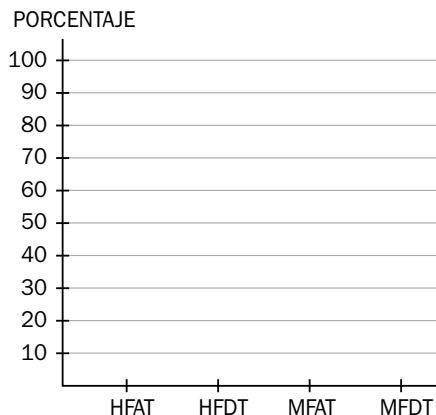
La dirección decidió someter a una terapia de un año al personal fumador. Al cabo de ese tiempo, se constató que $\frac{2}{3}$ de los hombres que fumaban dejaron de hacerlo, y que $\frac{2}{5}$ de las mujeres fumadoras ya no lo eran.

b) ¿Qué fracción del personal masculino del hospital no son ahora fumadores? ¿Y del personal femenino?

c) ¿Cuál de estos porcentajes, 20%, 30% o 40%, refleja mejor la proporción de hombres fumadores en la actualidad? Justifica la respuesta.

d) ¿Cuál de estos porcentajes, 40%, 50% o 60%, refleja mejor la proporción de mujeres fumadoras? Justifica la respuesta.

e) Construye un diagrama de barras en el que quede reflejado el porcentaje de hombres y mujeres fumadores antes y después del tratamiento.



HFAT: Hombre fumador antes del tratamiento

HFDT: Hombre fumador después del tratamiento

MFAT: Mujer fumadora antes del tratamiento

MFDT: Mujer fumadora después del tratamiento

Nombre y apellidos:

2 PERSECUCIÓN

El banco del pueblo ha sido atracado. Los ladrones huyen con el botín en un todo-terreno a una velocidad de 80 km/h. Unos treinta minutos después, la policía del condado sale en persecución de la banda, con su coche celular, a una velocidad de 110 km/h, por una carretera que lleva a la frontera, distante unos 220 km.

a) ¿Podrá la policía alcanzar a los ladrones antes de que estos escapen a otro país? Razona la respuesta.

b) ¿Qué ocurriría si los ladrones, 30 minutos después de iniciar la huida, cambian de vehículo utilizando un coche que vaya a 90 km/h? Justifica la respuesta calculando el tiempo que tardaría en alcanzarles la policía y la distancia desde el pueblo a la que eso ocurriría.

3 TERRENO PARA UNA PISCINA

Los padres de Ana tienen una finca rectangular de 200 m de largo por 150 m de ancho. Desean colocar una piscina en la esquina superior derecha, de forma que el terreno que ocupe esta, que incluye la piscina en sí más una zona alrededor para tomar el sol, sea un rectángulo triple de largo que de ancho y con una superficie aproximada de 1 200 m².

a) Haz un dibujo que represente el problema.

b) ¿Cuáles son las dimensiones del recinto de la piscina?

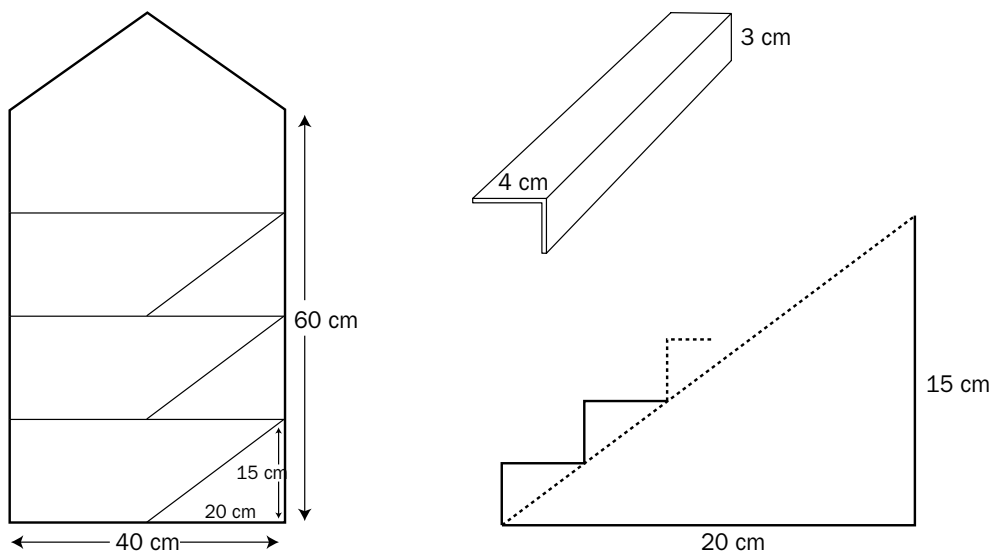
c) Si quisieran vallar toda la finca, ¿cuántos rollos de alambre metálico, de 35 m cada rollo, necesitarían? ¿Y cuál sería el presupuesto para hacerlo si un metro de ese alambre vale 50 euros?

d) ¿Qué superficie de finca, en hectáreas, les quedará libre para edificar una casa con jardín?

Nombre y apellidos:

4 ESCALERA PARA UNA CASA DE MUÑECAS

Un miniaturista diseña una casa de muñecas que, vista en sección, tiene 40 cm de fondo y 60 cm de alto.



Quiere dividirla en cuatro plantas de 15 cm de alto cada una. Diseña una escalera para las tres primeras plantas, cuya rampa subirá tan alto como la pared del fondo y estará separada de esta unos 20 cm.

a) ¿Cuántos escalones de 3 cm de alto por 4 cm de ancho podrá colocar en cada rampa?

b) Quiere que la escalera, vista de frente, tenga 10 cm de ancho. Busca en un catálogo una moldura en ángulo recto de dimensiones iguales a las de los escalones, y que se vende en listones de 1,5 m de longitud.

¿Cuántos de esos listones deberá comprar para forrar los escalones de toda la casa?

Nombre y apellidos:

5 PRESUPUESTO PARA OCIO

Luis celebra su cumpleaños con la pandilla de su clase de 3.º de ESO y quiere invitarles a merendar y a ver una película en el cine. En total son 10 personas.

En un folleto de una cadena de hamburguesas lee:

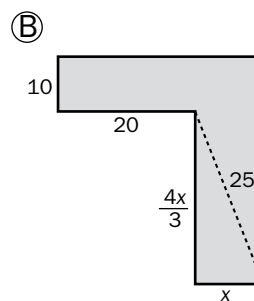
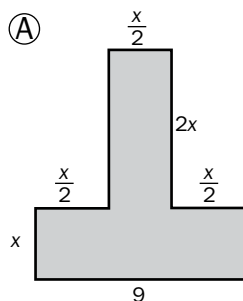
Merienda y entrada al cine: 10,20 euros	¡OFERTA! 3 meriendas y 3 entradas al cine (una entrada gratis) 24,60 euros
--	---

a) Explica el proceso que seguirá Luis para encontrar el valor de una merienda y una entrada. Calcula esos valores.

b) ¿Tendrá suficiente con los 80 euros de su hucha? Justifica la respuesta.

6 COMPARANDO AREAS Y PERÍMETROS

Observa las siguientes figuras:



a) Escribe, mediante una expresión algebraica (sin calcular el valor de x), el perímetro y el área de cada una de ellas.

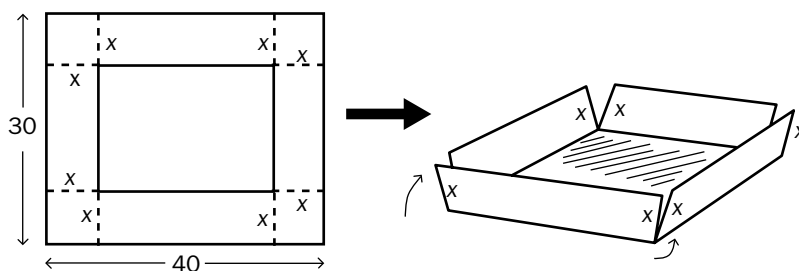
b) Describe un procedimiento para hallar el valor de x en cada caso y calcúlalo.

c) ¿Qué figura tiene mayor perímetro? ¿Y mayor área?

Nombre y apellidos:

7 FABRICANDO CAJAS DE BOMBONES

En una empresa de paquetería se quieren construir cajas rectangulares para bombones. Disponen de planchas de cartón de 40 cm × 30 cm y el procedimiento de construcción es tal como se indica en la figura. La altura de la caja es igual al lado del cuadrado, x , que se corta en cada esquina.



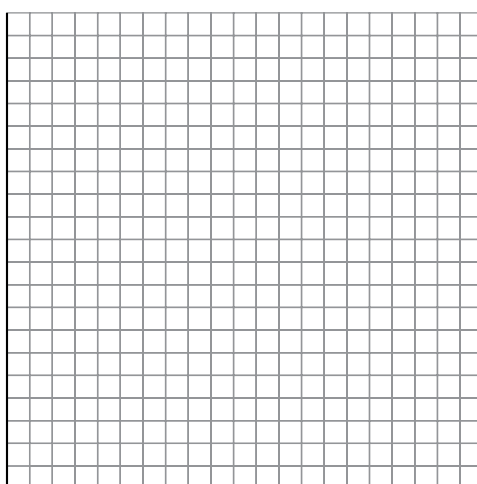
Las cajas pueden ser de varias alturas: desde 2 cm (altura mínima), hasta 10 cm (altura máxima).

a) ¿Qué superficie tendrá la base de la caja si la altura de esta fuera de 2 cm? ¿Y si fuera de 4 cm?

b) Completa la tabla que relaciona S (superficie, en cm^2 , de la base de la caja) con x (altura, en cm, de la caja).

x (cm)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
S (cm^2)									

c) Construye una gráfica que refleje, aproximadamente, los datos de la tabla (toma una escala adecuada para el eje horizontal x y otra para el eje vertical S).



d) ¿Es una función creciente o decreciente? ¿Entre qué valores de x (dominio de la función) está definida la función? ¿Cuál es el recorrido de S ?

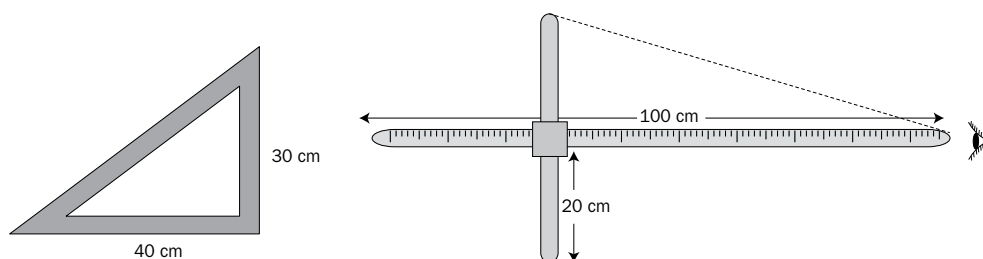
Nombre y apellidos:

8 MIDIENDO EN EL PATIO DEL INSTITUTO

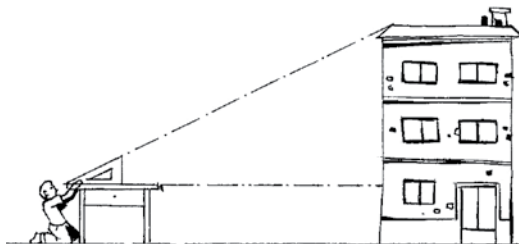
Hoy hace un día soleado y durante la clase de Matemáticas hemos salido al patio a medir la altura del edificio principal.

El profesor ha dividido la clase en dos grupos y ha propuesto a cada uno un procedimiento de medida.

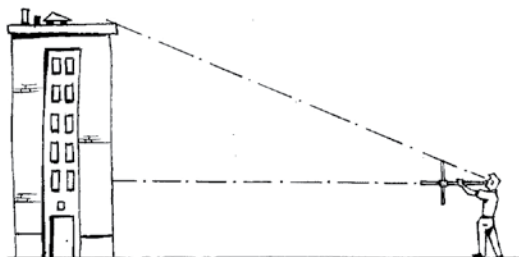
- 1°. Usando escuadra de 40 cm por 30 cm, una mesa de clase (altura de la mesa 1 m) y cinta métrica.
- 2°. Usando el báculo de Jacob (instrumento de medida del siglo xv).



- a) Mi grupo se pone a la tarea. Colocamos la escuadra sobre la mesa, en ángulo recto, de forma que siguiendo la línea de la hipotenusa vemos el borde superior del edificio. Medimos y, desde el observador a la pared, hay unos 10 m. ¿Qué proceso seguiremos para medir la altura del edificio? ¿Cuál será esta medida?



- b) Daniel, que mide 1,50 m, se coloca a 21 m del edificio. Coge el báculo paralelo al suelo y mueve el brazo vertical de este instrumento hasta que su extremo superior, el borde del tejado y el ojo de Daniel están alineados, como se ve en la figura.



La distancia entre el ojo de Daniel y el extremo superior del báculo es de 60 cm, y la parte superior del brazo del báculo mide 20 cm.

Explica el proceso matemático que seguiremos para medir la altura del edificio. ¿Cuál será este valor?

Nombre y apellidos:

9 CALIFICACIONES DE MATEMÁTICAS

El profesor de Matemáticas quiere comparar las notas obtenidas por sus dos clases de 3.º de ESO en el mes de junio.

Las calificaciones obtenidas se reflejan en las tablas adjuntas:

GRUPO A (30 ALUMNOS)		GRUPO B (31 ALUMNOS)	
CALIFICACIONES (x_i)	N.º DE ALUMNOS (f_i)	CALIFICACIONES (x_i)	N.º DE ALUMNOS (f_i)
1	2	1	0
2	2	2	3
3	3	3	2
4	3	4	5
5	6	5	6
6	5	6	7
7	3	7	3
8	3	8	2
9	3	9	2
10	1	10	1

a) Representa los resultados en un diagrama de barras.

b) ¿Cuál es la moda y la mediana en cada caso?

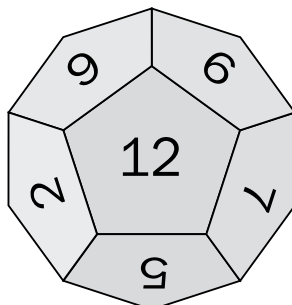
c) ¿Qué clase tiene mejor media (\bar{x}) de notas?

d) Calcula las desviaciones típicas σ de cada grupo y el coeficiente de variación $\frac{\sigma}{\bar{x}}$.
¿Qué grupo presenta una mayor variación de notas respecto a la media?

Nombre y apellidos:

10 PARTIDA DE DADOS

Luis y Antonio deciden pasar la tarde con un juego de mesa. Consiste en que cada uno avanza con su ficha, por un tablero con casillas numeradas desde la salida, 1, hasta la meta, 50.



Utilizarán un dado con forma de dodecaedro (12 caras pentagonales numeradas del 1 al 12).

Luis propone lo siguiente:

Si al tirar él, sale impar o múltiplo de 4, su ficha avanza dos casillas. Si sale otro resultado, no mueve si está en la salida o retrocede una casilla en cualquier otro caso.

Si tira Antonio y sale par o múltiplo de 3, Antonio avanza su ficha dos casillas, y, en otro caso, no mueve o retrocede una al igual que Luis.

Un poco despistado, Antonio acepta.

a) Construye el conjunto de resultados que favorecen a cada uno y justifica si el juego es o no justo. ¿Quién tiene mayor probabilidad de ganar, Luis o Antonio?

b) ¿Cómo podríamos corregir las normas del juego de forma que los dos tuvieran las mismas probabilidades de victoria? Indica dos maneras de solucionarlo.

c) ¿Sería justo el juego si Luis pudiese mover en el caso en que saliesen los tres primeros números pares, mientras que a Antonio le favoreciesen los tres primeros impares? En este caso, ¿cuál sería el resultado final más probable del juego? Justifica las respuestas.

Pautas de corrección

1 GRACIAS POR NO FUMAR

Competencia	Interpretar y transmitir información numérica y gráfica.
Elemento de competencia	Entiende datos numéricos y extrae información de ellos. Elabora gráficos estadísticos con la información proporcionada por los datos.
Contenido	Aritmética y estadística.

Niveles de puntuación:

3. La respuesta correcta es:

a) Los datos son preocupantes, ya que:

5 de cada 8 hombres supone el 62,5% de los hombres.

Y 4 de cada 5 mujeres equivale al 80% de las mujeres.

b) Antes del tratamiento no fumaban $\frac{3}{8}$ de los hombres.

Con el tratamiento lo han dejado $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{8} =$

$$= \frac{10}{24} = \frac{5}{12} \text{ de los hombres.}$$

Ahora, $\frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{9 + 10}{24} = \frac{19}{24}$ de los hombres no fuman.

Antes del tratamiento no fumaban $\frac{1}{5}$ de las mujeres.

Con el tratamiento lo han dejado $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{5} =$

$$= \frac{8}{25} \text{ de las mujeres.}$$

Ahora, $\frac{1}{5} + \frac{8}{25} = \frac{5 + 8}{25} = \frac{13}{25}$ de las

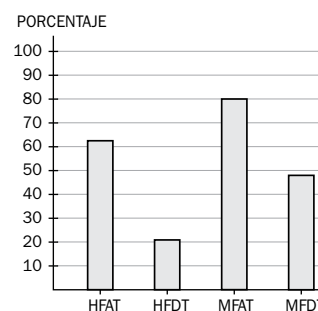
mujeres no fuman.

c) La fracción de hombres que fuman es:

$$1 - \frac{19}{24} = \frac{5}{24} = 0,208333\dots, \text{ próximo al } 20\%.$$

d) La fracción de mujeres que sigue fumando es $1 - \frac{13}{25} = \frac{12}{25} = 0,48$, cantidad próxima al 50%.

e)



2. Contesta correctamente a tres de las cuestiones.

1. Contesta correctamente a dos cuestiones.

0. En cualquier otro caso.

2 PERSECUCIÓN

Competencia	Extraer información de un texto.
Elemento de competencia	Resuelve problemas en los que tiene que operar con medidas de longitud y de tiempo.
Contenido	Aritmética.

Niveles de puntuación:

3. La respuesta correcta es:

a) El tiempo que tarda cada uno en hacer los 220 km es:

Ladrones $\rightarrow 220 : 80 = 2,75$ horas = 2 h 45 min

Policía $\rightarrow 220 : 110 = 2$ horas

Aunque la policía salió 30 minutos más tarde, sí les alcanza, a la hora y cincuenta minutos del atraco.

b) En media hora los ladrones recorren, con el todoterreno, 40 km.

Lo que les queda por recorrer hasta la frontera, 180 km, lo hacen en 2 horas (su velocidad es de 90 km/h).

La policía tarda 2 horas en recorrer los 220 km, más media hora que llevan de retraso, dos horas y media.

La policía los alcanza justo en la frontera, dos horas después de iniciada la persecución; es decir, dos horas y media después del atraco.

2. Contesta correctamente a las cuestiones, pero no da razones de sus resultados.

1. Contesta correctamente a solo una de las cuestiones.

0. En cualquier otro caso.

Pautas de corrección

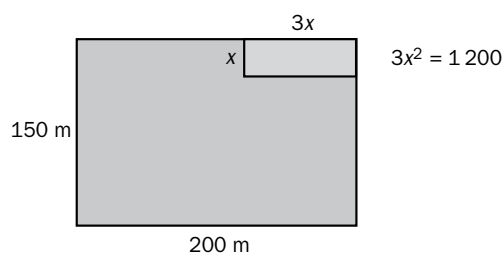
3 TERRENO PARA UNA PISCINA

Competencia	Conocer, bajo una perspectiva matemática, el medio que nos rodea.
Elemento de competencia	Representa información gráficamente. Opera con unidades de medida. Resuelve ecuaciones de segundo grado.
Contenido	Unidades de medida. Medida de superficies. Resolución de ecuaciones.

Niveles de puntuación:

3. La respuesta correcta es:

a)



b) $3x^2 = 1200 \rightarrow x^2 = 400 \rightarrow x = 20$

El recinto de la piscina medirá 60 m de largo y 20 m de ancho.

c) Perímetro de la finca:

$$2 \cdot 200 + 2 \cdot 150 = 700 \text{ m}$$

Necesitan $700 : 35 = 20$ rollos de alambre.

Los 700 m de alambre cuestan:

$$700 \cdot 50 = 35\,000 \text{ €}$$

d) La finca tiene una superficie total de:

$$200 \cdot 150 = 30\,000 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ ha} = 10\,000 \text{ m}^2$$

Les quedan libres:

$$30\,000 - 1200 = 28\,800 \text{ m}^2 = 2,88 \text{ ha}$$

2. Contesta correctamente a las cuestiones, pero no explica cómo ha llegado a sus resultados.

1. Contesta correctamente a solo una de las cuestiones.

0. En cualquier otro caso.

4 ESCALERA PARA UNA CASA DE MUÑECAS

Competencia	Interpretar y transmitir información numérica y gráfica.
Elemento de competencia	Opera con unidades de medida. Es capaz de entender información dada en forma gráfica.
Contenido	Unidades de medida.

Niveles de puntuación:

3. La respuesta correcta es:

a) Tanto a lo alto como a lo ancho caben 5 escalones:

$$\text{Alto} \rightarrow 15 : 3 = 5$$

$$\text{Ancho} \rightarrow 20 : 4 = 5$$

b) 1,5 m = 150 cm

Con 150 cm tiene para forrar:

$$150 : 10 = 15 \text{ escalones}$$

Como tiene 3 tramos de escalera, con 5 escalones cada uno (es decir, 15 escalones), con un solo listón tiene suficiente.

2. Contesta correctamente a las cuestiones, pero no explica cómo ha llegado a sus resultados.

1. Contesta correctamente a solo una de las cuestiones.

0. En cualquier otro caso.

5 PRESUPUESTO PARA OCIO

Competencia	Analizar un texto y comprender la información contenida en él.
Elemento de competencia	Utiliza de manera efectiva el cálculo numérico y el planteamiento y resolución de ecuaciones para la resolución de problemas.
Contenido	Aritmética. Ecuaciones.

Niveles de puntuación:

3. La respuesta correcta es:

a) Llamamos: merienda $\rightarrow m$;
entrada al cine $\rightarrow e$

$$\left. \begin{array}{l} m + e = 10,20 \\ 3m + 2e = 24,60 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} 2m + 2e = 20,40 \\ 3m + 2e = 24,60 \end{array} \right\} \rightarrow$$

Pautas de corrección

$$\rightarrow \left. \begin{array}{l} m = 24,60 - 20,40 = 4,20 \\ e = 10,20 - 4,20 = 6 \end{array} \right\}$$

Una merienda vale 4,20 €, y una entrada de cine, 6 €.

- b) Luis puede invitar a sus amigos pagando 9 invitaciones oferta (3 paquetes) y una más sin oferta. La invitación le costará:

$$3 \cdot 24,60 + 10,20 = 84 \text{ €}$$

No tiene suficiente con lo que tiene ahorrado.

2. Contesta correctamente a las cuestiones, pero no explica cómo ha llegado a sus resultados.

1. Contesta correctamente a solo una de las cuestiones.

0. En cualquier otro caso.

6 COMPARANDO ÁREAS Y PERÍMETROS

Competencia	Modelizar la realidad mediante lenguaje matemático.
Elemento de competencia	Utiliza el lenguaje algebraico para describir elementos de la realidad.
Contenido	Lenguaje algebraico. Áreas y perímetros.

Niveles de puntuación:

3. La respuesta correcta es:

- a) Perímetro de A:

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} + 2x + \frac{x}{2} + x + 9 + x + \frac{x}{2} + 2x &= \\ = \frac{15}{2}x + 9 \end{aligned}$$

Perímetro de B:

$$\begin{aligned} 20 + x + 10 + \frac{4}{3}x + x + \frac{4}{3}x + 20 + 10 &= \\ = \frac{14}{3}x + 60 \end{aligned}$$

$$\text{Área de A} = 2x \cdot \frac{x}{2} + 9x = x^2 + 9x$$

$$\begin{aligned} \text{Área de B} &= (20 + x) \cdot 10 + \frac{4}{3}x \cdot x = \\ &= 200 + 10x + \frac{4}{3}x^2 \end{aligned}$$

b) En la figura A, $3 \frac{x}{2} = 9 \rightarrow 3x = 18 \rightarrow$
 $\rightarrow x = 6$

En la figura B, se puede partir el triángulo rectángulo formado por los catetos de medidas $\frac{4}{3}x$ y x y por la hipotenusa de medida 25:

$$25^2 = \left(\frac{4}{3}x\right)^2 + x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 625 = \frac{16}{9}x^2 + x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 625 = \frac{25}{9}x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \sqrt{\frac{625 \cdot 9}{25}} = \sqrt{25 \cdot 9} = 15$$

c) Perímetro de A = $\frac{15}{2} \cdot 6 + 9 = 54 \text{ u}$

Perímetro de B = $\frac{14}{3} \cdot 15 + 60 = 130 \text{ u}$

Área de A = $6^2 + 9 \cdot 6 = 90 \text{ u}^2$

Área de B = $200 + 10 \cdot 15 + \frac{4}{3} \cdot 15^2 =$
 $= 650 \text{ u}^2$

Es mayor el perímetro de B y es mayor el área de B.

2. Contesta correctamente a las cuestiones, pero no explica cómo ha llegado a sus resultados.

1. Contesta correctamente a solo una de las cuestiones.

0. En cualquier otro caso.

7 FABRICANDO CAJAS DE BOMBONES

Competencia	Entender información escrita e información gráfica.
Elemento de competencia	Relaciona información escrita con información gráfica. Utiliza procedimientos matemáticos para el conocimiento de la realidad.
Contenido	Funciones y gráficas.

Pautas de corrección

Niveles de puntuación:

3. La respuesta correcta es:

a) Si la altura fuese de 2 cm, el área sería:

$$(30 - 4) \cdot (40 - 4) = 936 \text{ cm}^2$$

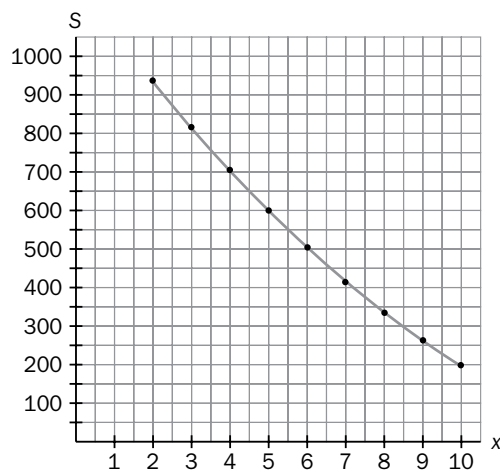
Si la altura fuese de 4 cm, el área sería:

$$(30 - 8) \cdot (40 - 8) = 704 \text{ cm}^2$$

b)

x (cm)	S (cm ²)
2	936
3	816
4	704
5	600
6	504
7	416
8	336
9	264
10	200

c)



La función es decreciente.

La función está definida para todos los valores de x comprendidos entre 2 cm y 10 cm.

Los valores de S están comprendidos entre 936 cm^2 y 200 cm^2 .

2. Contesta correctamente a las cuestiones, pero no explica cómo ha llegado a sus resultados.

1. Contesta correctamente a solo una de las cuestiones.

0. En cualquier otro caso.

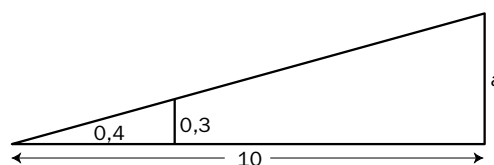
8 MIDIENDO EN EL PATIO DEL INSTITUTO

Competencia	Utilizar procedimientos matemáticos para el conocimiento del medio que nos rodea.
Elemento de competencia	Sabe utilizar distintos métodos para medir longitudes. Aplica elementos geométricos para la resolución de problemas.
Contenido	Semejanza.

Niveles de puntuación:

3. La respuesta correcta es:

a) Tenemos dos triángulos semejantes:

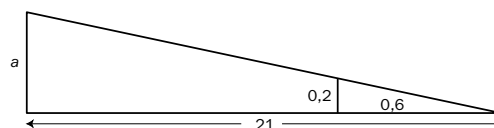


$$\frac{0,4}{10} = \frac{0,3}{a} \rightarrow 0,4a = 3 \rightarrow a = \frac{3}{0,4} \rightarrow a = 7,5 \text{ m}$$

La altura del edificio es:

$$7,5 \text{ m} + 1 \text{ m} = 8,5 \text{ m}$$

b) Tenemos dos triángulos semejantes:



$$\frac{0,6}{21} = \frac{0,2}{a} \rightarrow 0,6a = 4,2 \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{4,2}{0,6} \rightarrow a = 7 \text{ m}$$

La altura del edificio es:

$$7 \text{ m} + 1,5 \text{ m} = 8,5 \text{ m}$$

2. Contesta correctamente a las cuestiones, pero no explica cómo ha llegado a sus resultados.

1. Contesta correctamente a solo una de las cuestiones.

0. En cualquier otro caso.

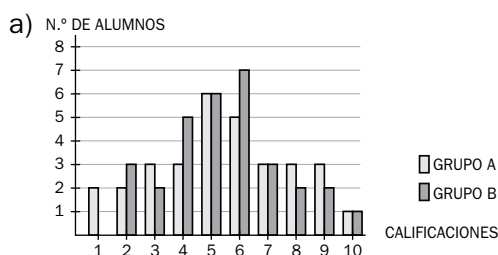
Pautas de corrección

9 CALIFICACIONES DE MATEMÁTICAS

Competencia	Explicar fenómenos reales con la ayuda de la estadística.
Elemento de competencia	Extrae información de un conjunto de datos. Escribe de forma clara y concisa conclusiones.
Contenido	Estadística.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:



b) La moda en el grupo A es 5. Y en el B, 6.

La mediana en A es 5. En B es 5.

$$c) \bar{x}_A = \frac{168}{30} = 5,6$$

$$\bar{x}_B = \frac{179}{31} = 5,78$$

$$d) \sigma_A = \sqrt{\frac{1096}{30} - 5,6^2} = 2,27$$

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{\bar{x}_A} = 0,41$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{1049}{31} - 5,78^2} = 0,65$$

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} = 0,11$$

El grupo A presenta una mayor variación respecto a la media.

2. Contesta correctamente a las cuestiones, pero no explica cómo ha llegado a sus resultados.

1. Contesta correctamente a solo una de las cuestiones.

0. En cualquier otro caso.

10 PARTIDA DE DADOS

Competencia	Utilizar el cálculo de probabilidades para analizar un fenómeno.
Elemento de competencia	Analiza un juego utilizando el cálculo de probabilidades.
Contenido	Probabilidad.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a) Luis gana si sale 1, 3, 5, 7, 9, 11, 4, 8 ó 12 (nueve resultados)

Antonio gana si sale 2, 4, 6, 8, 10, 12, 3 ó 9 (ocho resultados)

La probabilidad de ganar de Luis es:

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

La probabilidad de ganar de Antonio es:

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Luis tiene mayor probabilidad de ganar.

b) Por ejemplo:

— Luis mueve si sale número par. Antonio mueve si sale número impar.

— Luis mueve si sale 1, 2, 3, 10, 11 ó 12. Antonio mueve si sale 4, 5, 6, 7, 8 ó 9.

c) Sí sería justo. Los dos tienen la misma probabilidad de ganar, $\frac{1}{2}$.

2. Contesta correctamente a las cuestiones, pero no explica cómo ha llegado a sus resultados.

1. Contesta correctamente a solo una de las cuestiones.

0. En cualquier otro caso.