

# MATEMÁTICAS EVALUACIÓN DE COMPETENCIAS

RECURSOS  
DIDÁCTICOS



PROYECTO  
CONECTA 2.0

Sm  
SECUNDARIA

4  
ESO  
OPCIÓN  
B



# ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>4</b>
<b>PRUEBAS DE EVALUACIÓN .....</b>	<b>8</b>
<b>Primer trimestre .....</b>	<b>8</b>
Solucionario .....	10
Matriz de evaluación de competencias .....	11
<b>Segundo trimestre .....</b>	<b>12</b>
Solucionario .....	14
Matriz de evaluación de competencias .....	15
<b>Tercer trimestre .....</b>	<b>16</b>
Solucionario .....	18
Matriz de evaluación de competencias .....	19
<b>Prueba final .....</b>	<b>20</b>
Solucionario .....	22
Matriz de evaluación de competencias .....	23

## 1 ¿QUÉ SON LAS COMPETENCIAS BÁSICAS?

Definimos competencia básica como el *conjunto de destrezas, conocimientos y actitudes adecuados al contexto que el alumno debe alcanzar para su realización y desarrollo personal, para la ciudadanía activa, integración social e inserción laboral*. Las competencias configuran, por tanto, una serie de aprendizajes imprescindibles desde un planteamiento integrador y orientado a la aplicación de los saberes adquiridos.

Existen múltiples descripciones de lo que es una competencia, pero en todos los casos se insiste en su carácter alcanzable, holístico, propedéutico, aplicable, funcional y útil para la resolución de problemas.

Por su versatilidad y su carácter genérico, las competencias han de ser sometidas a un **proceso de concreción** que profundice en su significado y facilite el trabajo de adquisición, desarrollo y evaluación de las mismas. Así, cada competencia básica se concreta en una serie de niveles:

- ▶ **Competencia** (primer nivel de concreción).
- ▶ **Subcompetencia** (segundo nivel de concreción). Cada una de las habilidades generales que componen una competencia básica.
- ▶ **Descriptor** (tercer nivel de concreción). Conjunto de tareas genéricas que incluye cada subcompetencia, y que la define, le da sustancia y la adapta al contexto.
- ▶ **Desempeño** (cuarto nivel de concreción). Cada una de las tareas específicas de cada área que posibilitan la observación, el desarrollo y la evaluación de las competencias.

<b>COMPETENCIA</b> 1.º nivel de concreción	Aprender a aprender
<b>SUBCOMPETENCIA</b> 2.º nivel de concreción	Construcción del conocimiento.
<b>DESCRIPTOR</b> 3.º nivel de concreción	Desarrollar el pensamiento crítico y analítico.
<b>DESEMPEÑO</b> 4.º nivel de concreción en el área de Matemáticas	Realiza reflexiones críticas, coherentes y justificadas.

## 2 ¿POR QUÉ TRABAJAR LAS COMPETENCIAS BÁSICAS?

- **Integración de las diferentes áreas del currículo.** Las programaciones convencionales adolecen de una falta considerable de integración de cada una de las materias que componen el currículo, lo que dificulta el carácter multidisciplinar del aprendizaje y limita su aplicabilidad a otros ámbitos. El modelo de competencias básicas introduce un componente holístico, en el que los distintos conceptos y habilidades son dotados de una mayor flexibilidad como mecanismo para implementar las estrategias de aprendizaje del alumnado.
- **Contextualización de los saberes.** Una excesiva abstracción de los conocimientos los desvincula del entorno del alumno. El trabajo por competencias persigue que se propicie la aplicación de los conceptos, las habilidades y las actitudes en el ámbito cotidiano, y que se posibilite una reflexión constructiva y crítica de dicha contextualización a través de la observación, la experimentación y la socialización de los aprendizajes.
- **Transición del alumnado a otros ámbitos.** Desde hace varias décadas, el mercado de trabajo viene utilizando el modelo competencial como elemento en los procesos de selección y como herramienta en la evaluación del desempeño y desarrollo de los trabajadores. Por ello resulta necesario diseñar un espacio educativo común, homologable al mercado laboral creado por la Unión Europea, que facilite la movilidad transfronteriza. Con tal propósito, las competencias básicas configuran el marco común promovido desde diversos organismos, como la OCDE (Informe DeSeCo) o la Unión Europea (Informe PISA o la propia taxonomía competencial sugerida por la Comisión Europea). La Universidad ha emprendido dicha transición hacia la integración de los entornos académico y profesional, sustanciada a través del Plan Bolonia. Es preceptivo, por tanto, que desde todos los niveles educativos se interiorice esta nueva concepción, pues de lo contrario se estaría propiciando una desconexión entre las enseñanzas medias y las superiores. Del mismo modo, y aun prescindiendo de su carácter propedéutico, la Educación Secundaria tendría que preparar a aquellos alumnos que pretendan incorporarse al mundo laboral tras esta etapa para las nuevas directrices imperantes en el mercado.

### 3 LAS COMPETENCIAS BÁSICAS EN EL CURRÍCULO OFICIAL

Según el R. D. 1631/2006, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, el currículo de la LOE queda definido como el *conjunto de objetivos, contenidos, criterios, competencias básicas y métodos pedagógicos que operan en el proceso de enseñanza y aprendizaje*.

El citado real decreto enuncia ocho **competencias básicas**:

- Competencia en comunicación lingüística
- Competencia matemática
- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico
- Tratamiento de la información y competencia digital
- Competencia social y ciudadana
- Competencia cultural y artística
- Competencia para aprender a aprender
- Autonomía e iniciativa personal

Además, el currículo específico desarrollado por la **Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha** incluye una novena competencia, la **competencia emocional**, que recibirá tratamiento en los materiales diseñados para dicha comunidad autónoma.

Por último, también hemos considerado importante reforzar el desarrollo de la capacidad de reflexión y el sentido crítico del alumno a través de la sección *Aprende a pensar*.

En el mismo R. D. 1631/2006 se detallan las características específicas de cada una de las competencias básicas, y se ofrece una explicación de cuál ha de ser la **contribución de cada una de las áreas para su adquisición**. En el caso de **Matemáticas**, la **instrucción oficial advierte sobre los siguientes aspectos**:

- Puede entenderse que todo el currículo de la materia contribuye a la adquisición de la competencia matemática, puesto que la capacidad para utilizar distintas formas de pensamiento matemático, con objeto de interpretar y describir la realidad y actuar sobre ella, forma parte del propio objeto de aprendizaje.
- La discriminación de formas, relaciones y estructuras geométricas, especialmente con el desarrollo de la visión espacial y la capacidad para transferir formas y representaciones entre el plano y el espacio, contribuye a profundizar la competencia en conocimiento e interacción con el mundo físico. La modelización constituye otro referente en esta misma dirección.
- La incorporación de herramientas tecnológicas como recurso didáctico para el aprendizaje y para la resolución de problemas contribuye a mejorar la competencia en tratamiento de la información y competencia digital de los estudiantes, del mismo modo que la utilización de los lenguajes gráfico y estadístico ayuda a interpretar mejor la realidad expresada por los medios de comunicación.
- Las matemáticas contribuyen a la competencia en comunicación lingüística ya que son concebidas como un área de expresión que utiliza continuamente la expresión oral y escrita en la formulación y expresión de las ideas.
- Las matemáticas contribuyen a la competencia en expresión cultural y artística porque el mismo conocimiento matemático es expresión universal de la cultura, siendo, en particular, la geometría parte integral de la expresión artística de la humanidad al ofrecer medios para describir y comprender el mundo y apreciar la belleza de las estructuras que ha creado.
- Los propios procesos de resolución de problemas contribuyen de forma especial a fomentar la autonomía e iniciativa personal porque se utilizan para planificar estrategias, asumir retos y contribuyen a convivir con la incertidumbre controlando al mismo tiempo los procesos de toma de decisiones.
- Las técnicas heurísticas que desarrolla constituyen modelos generales de tratamiento de la información y de razonamiento y consolida la adquisición de destrezas involucradas en la competencia de aprender a aprender tales como la autonomía, la perseverancia, la sistematización, la reflexión crítica y la habilidad para comunicar con eficacia los resultados del propio trabajo.
- La aportación a la competencia social y ciudadana desde la consideración de la utilización de las matemáticas para describir fenómenos sociales. Las matemáticas, fundamentalmente a través del análisis funcional y de la estadística, aportan criterios científicos para predecir y tomar decisiones.

## 4 EL RETO: LA COEXISTENCIA DE DOS PARADIGMAS

El principal reto al que se enfrenta la labor docente con la inclusión de un currículo en el que se contempla la necesidad de evaluar las competencias, es el de compaginar esta novedad con la pervivencia de un modelo educativo basado en la previsión de unos objetivos didácticos. Es cierto que ambos, **objetivos específicos y competencias básicas**, se trabajan a través de los mismos contenidos, pero han de ser evaluados mediante criterios diferentes que, por tanto, exigen la formulación de criterios independientes y la puesta en marcha y registro de dos tipos complementarios de evaluación.

Por otro lado, el modelo competencial preconiza el trabajo holístico y la programación multidisciplinar, siguiendo un modelo de trabajo asentado en la Educación Infantil y en el primer ciclo de Educación Primaria que está fundamentado en la elaboración de proyectos didácticos que conciten contenidos curriculares de diferentes áreas.

Dicha tarea requiere una mayor sofisticación en niveles educativos superiores, sobre todo en Educación Secundaria, donde los departamentos didácticos poseen sus propias programaciones y materias adscritas, y por ello es más complejo coordinar un trabajo interdepartamental eficiente y operativo.

## 5 LA RESPUESTA: EL PROYECTO CONECTA 2.0 DE SM

El Proyecto Conecta 2.0 de SM para Educación Secundaria Obligatoria aborda el tratamiento de las competencias básicas desde esta doble dimensión. De un lado, ofrece una metodología para su desarrollo, registro y evaluación. De otro, integra esta novedad curricular en el libro de texto, lo que posibilita trabajar en paralelo ambas categorías.

A partir de las indicaciones ofrecidas por la LOE, el equipo editorial del Grupo SM ha desarrollado un **mapa de competencias** que combina estas instrucciones con los principios que constituyen el Proyecto Educativo del Grupo SM.

El mapa competencial presenta una concreción de las competencias básicas en las subcompetencias y los descriptores que las componen. Estos primeros niveles de concreción son comunes en todos los materiales didácticos diseñados por el Grupo SM, tanto en Educación Primaria como en Educación Secundaria, mientras que es en el último nivel de concreción, en el que se establecen los desempeños, donde el mapa se adecua a cada nivel educativo y materia específica.

Los materiales didácticos elaborados por el Grupo SM abordan las competencias básicas con el siguiente método:

### • En los materiales para el alumno:

A lo largo de todo el **Libro del alumno** se trabajan las ocho competencias básicas, tanto en el desarrollo de los contenidos de la unidad como en secciones específicas:

- Las unidades comienzan con una sección denominada **Desarrolla tus competencias** en la que se presentan actividades para que los alumnos observen y reflexionen sobre situaciones relacionadas con la unidad.
- Al final de cada unidad se plantea una sección denominada **Pon a prueba tus competencias** que desarrolla actividades relacionadas con los descriptores seleccionados en la unidad.

### • En los materiales para el profesor:

En la **Guía Didáctica de cada unidad** se especifican las competencias básicas que se trabajan y se vinculan con los objetivos didácticos.

- Además se explicitan las competencias que se trabajan de manera general en la unidad, a través de los textos, actividades colaborativas, autoevaluaciones, mapas conceptuales, etc.
- Por último, se presenta una **tabla** en la que se concreta el trabajo más específico en competencias básicas. Se detallan las competencias, subcompetencias, descriptores y desempeños, así como la actividad o sección donde se trabajan.

En este **Cuaderno de evaluación por competencias** se ofrecen tres pruebas trimestrales y una prueba global para poder realizar un seguimiento del alumno en competencias básicas.

En **www.smconectados.com** se encuentra, como un recurso más asignado a tu libro, una aplicación informática que te permitirá generar informes de evaluación individuales y de grupo de forma cómoda.

## 6 LA HERRAMIENTA: EL CUADERNO DE EVALUACIÓN DE COMPETENCIAS

Este cuaderno proporciona un conjunto de pruebas de evaluación de las competencias básicas con el que se puede sistematizar el registro de los descriptores desarrollados en cada una de las evaluaciones. Así se obtiene una información contrastada sobre el desarrollo de las competencias básicas en cada trimestre, que se puede adjuntar como información adicional a la evaluación por objetivos. Además, se aporta una prueba final que resume los contenidos de la programación y una selección de los descriptores más relevantes trabajados en el curso.

Las pruebas se acompañan con un solucionario y una tabla específica de registro. En el cuaderno de Matemáticas se trabajan las siguientes competencias:

COMPETENCIAS								
	Lingüística	Matemática	Conocimiento e interacción con el mundo físico	Tratamiento de la información y competencia digital	Social y ciudadana	Cultural y artística	Aprender a aprender	Autonomía e iniciativa personal
Prueba primer trimestre	●	●	●		●			
Prueba segundo trimestre	●	●	●	●				
Prueba tercer trimestre	●	●		●	●	●	●	
Prueba final	●	●		●			●	●

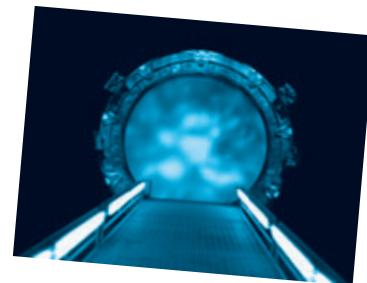
**APELLIDOS:** ..... **NOMBRE:** .....

**FECHA:** ..... **CURSO:** ..... **GRUPO:** .....

## AGUJEROS DE GUSANO

En muchos libros y películas de ciencia ficción aparecen los “agujeros de gusano”, que permiten a los viajeros espaciales recorrer enormes distancias de forma casi instantánea. Los viajeros pueden alcanzar así mundos muy alejados, con climas extraños, y conocer a sus habitantes.

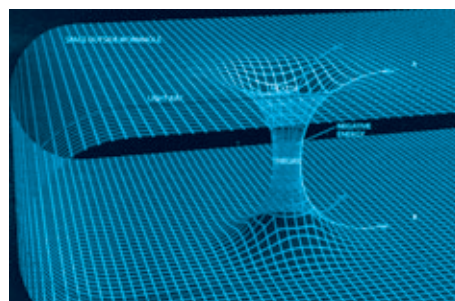
Curiosamente, en la mayor parte de esas películas los extraterrestres tienen costumbres similares a las de algunas culturas terrestres, son relativamente parecidos a los humanos y tienen algún dispositivo traductor que permite la comunicación entre ambas especies antes de que hayan pasado cinco minutos de película...



### 1. Calcula, reflexiona e investiga

- 1.1. Alfa Centauro, a 4,3 años luz de la Tierra, es el sistema estelar más cercano al Sol. Expresa esta distancia en kilómetros, sabiendo que un año luz es la distancia que recorre la luz en un año y que la velocidad de la luz es, aproximadamente, de 300 000 km/s.
- 1.2. Supongamos que construyéramos una nave que viajara a 300 000 km/h. ¿Cuánto tardaría en llegar a Alfa Centauro?
- 1.3. ¿Sabes qué es un agujero de gusano y por qué recibe ese nombre? Busca información y explícaselo a tus compañeros.
- 1.4. Muchas películas tienen errores importantes desde el punto de vista físico: explosiones que suenan en las batallas espaciales, seres de tamaños imposibles, etc. Por ejemplo, la gravedad marciana es, aproximadamente, un tercio de la terrestre, por lo que un viajero a Marte podría dar unos saltos mayores que los de los grandes jugadores de la NBA.

Piensa en películas de este tipo que hayas visto y da ejemplos de errores científicos que aparezcan en ellas.



Fuente: plus magazine.

[www.e-sm.net/4besomatprd47](http://www.e-sm.net/4besomatprd47)

## EL PRINCIPIO DEL PALOMAR

El matemático alemán Dirichlet formuló un principio que lleva su nombre, pero que es más conocido como principio del palomar, por el ejemplo que se usa para explicarlo. Supongamos que hay un palomar con nueve celdas, y que diez palomas entran en el palomar. Entonces, en alguna celda tiene que haber más de una paloma.

Parece un principio bastante inútil, ¿verdad? Las apariencias engañan, y se puede utilizar para demostrar hechos curiosos. Por ejemplo, en una clase de 25 alumnos seguro que hay al menos tres que cumplen años el mismo mes.

En efecto, si repartimos los alumnos (palomas) entre los 12 meses (celdas), como  $25 = 12 \cdot 2 + 1$ , no es posible que haya en cada mes dos o menos alumnos, necesariamente habrá tres o más nacidos en alguno de ellos.



Fuente: Wikipedia Commons

### 2. Razona y utiliza estrategias

- 2.1. ¿Podemos asegurar en el ejemplo anterior que al menos tres alumnos cumplen años en febrero?
- 2.2. Usa este principio para hallar cuántos alumnos podemos asegurar que nacieron en la misma estación.
- 2.3. En un entrenamiento de tenis participaron 30 jugadores. Cada uno jugó al menos un partido, pero no hubo eliminados ni se repitieron enfrentamientos. Prueba que hay al menos dos jugadores que jugaron el mismo número de partidos.



## INTERESES INTERESANTES

Benjamin Franklin (1706-1790) fue un hombre polifacético: inventor, científico, escritor, político...

A su muerte, donó en su testamento 1000 libras a la ciudad de Boston, para que las prestara a un interés compuesto del 5 % anual.

Al cabo de 100 años, según sus cálculos, la ciudad tendría 131 000 libras, de las que 100 000 se invertirían en la construcción de edificios públicos, y las 31 000 restantes se volverían a prestar de la misma forma durante otros 100 años.

Al cabo de este tiempo se tendrían más de cuatro millones de libras, que servirían para ayudar a los habitantes de la ciudad.



### 3. Lee, calcula y reflexiona

- 3.1. Tras el primer año, la ciudad tendría  $1000 \cdot 1,05 = 1050$  libras. Tras el segundo,  $1050 \cdot 1,05 = 1102,50$  libras. ¿Qué fórmula nos permitirá calcular el capital disponible después de  $n$  años?
- 3.2. La cantidad obtenida a los 100 años es algo mayor que la prevista por Franklin. ¿Puedes calcularla?
- 3.3. Comprueba que al invertir 31 000 libras durante esos 100 años se obtiene la cantidad indicada.
- 3.4. Un amigo de Franklin quiso saber, por curiosidad, lo que habría ocurrido con esas 1000 libras si no se hubiera hecho la inversión después de 100 años. ¿Qué cantidad se obtiene? ¿Por qué crees que Franklin no lo dispuso de esa forma?
- 3.5. El pararrayos es, sin duda, el invento más conocido de Franklin. ¿Puedes encontrar alguno más?
- 3.6. Franklin no patentó sus inventos, ya que creía que eran un bien para toda la humanidad y no era ético beneficiarse de ellos e impedir el libre acceso a otras personas. Otros inventores pensaban que su trabajo merecía reconocimiento económico, ya que inventar era su medio de vida.  
¿Qué opinas al respecto? Debate con tus compañeros, buscando argumentos a favor de ambas posturas.

## RAYOS Y TRUENOS

El rayo se origina en un tipo de nube, el cumulonimbo. Franklin determinó experimentalmente que el rayo se debía a una diferencia de carga eléctrica, y diseñó el pararrayos como sistema de protección.



Las tormentas son un fenómeno bastante frecuente, se calcula que se producen cerca de 100 rayos cada segundo en el mundo. Afortunadamente, cada vez son menos frecuentes los percances en los que los rayos causan daños a personas, pero es necesario tomar precauciones en caso de tormenta.

### 4. Piensa y contesta

- 4.1. En el aire, la velocidad de la luz es, aproximadamente, de 300 000 km/s, y la del sonido es de unos 331 m/s. ¿Qué relación hay entre ambas velocidades?
- 4.2. Una tormenta está a 30 km de distancia. Cae un rayo. ¿Cuánto tardaremos en ver el relámpago? ¿Y cuánto tardaremos en oír el trueno?
- 4.3. Para calcular de forma aproximada a cuántos kilómetros está la tormenta, contamos los segundos transcurridos desde que vemos el relámpago hasta que oímos el trueno, y dividimos entre 3. ¿Es una buena aproximación? Compara con los datos del apartado anterior.
- 4.4. Los rayos son más peligrosos en campo abierto. Hay una serie de precauciones que se deben tomar si nos sorprende una tormenta al aire libre. Seguramente conoces una: no hay que refugiarse bajo un árbol. Busca otras y haz una lista.

### Agujeros de gusano

- 1.1. Tomando la duración del año como 365,25 días, para pasarlo a segundos multiplicamos por  $24 \cdot 60 \cdot 60$ , lo que nos da un total de 31 557 600 segundos en un año. Multiplicando por la velocidad de la luz se obtiene la distancia recorrida en un año, y multiplicando por 4,3 se halla la distancia pedida, aproximadamente 40 billones de kilómetros.
- 1.2. Tardaría aproximadamente 15 480 años.
- 1.3. El agujero de gusano, o puente de Einstein-Rosen, es un atajo a través del espacio-tiempo, teóricamente posible según la teoría de la relatividad. Para explicar el concepto se compara el universo con la superficie de una manzana. Para llegar de un punto a otro diametralmente opuesto, habría que rodear la superficie, pero un gusano podría excavar directamente un agujero atravesando la manzana.
- 1.4. Respuesta abierta. Además de los mencionados, en la última película de Indiana Jones, este se protege de una explosión nuclear refugiándose... en una nevera. En otras películas, como *Independence Day*, se habla de naves de un cuarto del tamaño de la Luna, con lo que al acercarse tanto a la Tierra, el efecto gravitatorio sería catastrófico.

### El principio del palomar

- 2.1. No, solo podemos asegurar que en algún mes coinciden al menos tres, pero no el mes. Sería posible incluso que todos cumplieran años en enero, por ejemplo.
- 2.2.  $25 = 6 \cdot 4 + 1$ . Al menos 7 cumplen años en la misma estación.
- 2.3. Cada jugador ha jugado algún partido y ninguno ha jugado 30 o más. Por tanto, hay 29 posibilidades para el número de partidos por jugador, por lo que al menos dos habrán jugado el mismo número de partidos.

### Intereses interesantes

- 3.1.  $C(n) = 1000 \cdot 1,05^n$
- 3.2.  $C(100) = 1000 \cdot 1,05^{100} = 131\,501,26$  libras
- 3.3. Se obtienen  $31\,000 \cdot 1,05^{100} = 4\,076\,359$  libras

- 3.4. Se obtienen  $1000 \cdot 1,05^{200} = 17\,292\,580,82$  €. Aunque la cantidad obtenida es mucho mayor, los habitantes de la ciudad no obtendrían ningún beneficio en un plazo de tiempo demasiado largo.
- 3.5. Respuesta abierta. Seguramente se mencionarían las lentes bifocales y la estufa de Franklin, y también se puede destacar que inventó el primer catéter flexible, para ayudar a su hermano, que tenía problemas en el riñón.
- 3.6. Debate. Se pueden dar argumentos a favor de ambas posturas. Convendría motivar la reflexión sobre el paralelismo con problemas muy actuales como el de los derechos de autor, que afecta al tema de la piratería de música, películas, ropa, etc. También se puede introducir el tema del *software* libre en oposición al *software* comercial de grandes empresas como Microsoft.

### Rayos y truenos

- 4.1. Necesitamos usar las mismas unidades, así que pasamos la velocidad del sonido a kilómetros por segundo: 0,331 km/s.

La proporción entre ambas velocidades es

$$\frac{300\,000}{0,331} = 906\,344.$$

- 4.2. La luz tarda  $\frac{30}{300\,000} = 0,0001$  segundos, es decir,

se ve instantáneamente. En cambio, el sonido tarda

$$\frac{30}{0,331} = 90,63 \text{ segundos.}$$

- 4.3. Es una buena aproximación. En el ejemplo anterior, al multiplicar la distancia por 3 se obtiene 90, prácticamente el tiempo que habíamos calculado.
- 4.4. Respuesta abierta. Hay muchas medidas preventivas. Por ejemplo, si se está en casa, desconectar los aparatos eléctricos y no abrir las ventanas. Si se está al aire libre, no hay que correr, hay que alejarse de fuentes de agua y de metales, y no utilizar paraguas.

Competencia 1.º nivel de concreción	Subcompetencia 2.º nivel de concreción	Descriptor 3.º nivel de concreción	Desempeño 4.º nivel de concreción	Lo consigue (4 puntos)	No totalmente (3 puntos)	Con dificultad (2 puntos)	No lo consigue (1 punto)
LINGÜÍSTICA	Comunicación oral	Comprender e interpretar mensajes orales en situaciones comunicativas diversas y con intenciones comunicativas diferentes.	Se expresa con claridad y corrección. <b>Cuestiones 1.3, 1.4 y 3.6.</b>	Su exposición es clara y los contenidos son adecuados.	Su exposición deja algunas dudas o no se entiende perfectamente.	Tiene errores y se explica de forma poco clara.	No es capaz de realizar una exposición clara.
	Comunicación escrita	Leer, buscar, recopilar y procesar la información contenida en un texto.	Extrae la información básica contenida en los enunciados <b>Todas las cuestiones.</b>	Extrae todos los datos de los textos sin errores ni ayuda.	Extrae los datos, pero confunde alguno.	Necesita ayuda para interpretar los textos.	No sabe interpretar los textos o no los lee por completo.
MATEMÁTICA	Razonamiento y argumentación	Seguir determinados procesos de pensamiento.	Utiliza el principio del palomar. <b>Cuestión 2.</b>	Lo entiende y aplica correctamente.	Lo entiende con ayuda.	No lo entiende completamente y tiene dificultades para aplicarlo.	No lo entiende y no es capaz de aplicarlo.
	Resolución de problemas	Utilizar las matemáticas para el estudio y comprensión de situaciones cotidianas.	Aplica cálculos matemáticos al estudio de los viajes espaciales y las tormentas. <b>Cuestiones 1 y 4.</b>	Calcula correctamente e interpreta los resultados.	Tiene algún error de cálculo o interpretación.	Necesita ayuda para calcular o interpretar los resultados.	No lo consigue o no lo intenta.
	Uso de elementos y herramientas matemáticas	Conocer y utilizar los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.) en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana.	Utiliza la notación científica. <b>Cuestión 1.</b> Opera con potencias. <b>Cuestión 3.</b>	Realiza correctamente los cálculos.	Se equivoca en algunos cálculos.	Tiene muchos errores y no sabe hacer algunas operaciones.	No es capaz de operar correctamente y no sabe usar las operaciones indicadas.
CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MUNDO FÍSICO	Aplicación del método científico en diferentes contextos	Diferenciar y valorar el conocimiento científico frente a otras formas de conocimiento.	Analiza conceptos físicos y encuentra errores habituales en la ciencia ficción. <b>Cuestión 1.</b>	Comprende los conceptos y es capaz de encontrar varios ejemplos de errores.	No los comprende totalmente, pero encuentra errores.	Le cuesta encontrar algún ejemplo sin ayuda, pero entiende los de los demás.	No encuentra ejemplos.
SOCIAL Y CIUDADANA	Desarrollo personal y social	Desarrollar el juicio moral para razonar críticamente sobre la realidad, teniendo en cuenta las distintas perspectivas.	Busca argumentos acerca del uso de patentes. <b>Cuestión 3.6.</b>	Encuentra argumentos razonados a favor de ambas posturas.	Encuentra pocos argumentos, o solo en un sentido.	Los argumentos son poco claros y escasos.	No es capaz de formular una reflexión sobre el tema.

**APELLIDOS:** ..... **NOMBRE:** .....

**FECHA:** ..... **CURSO:** ..... **GRUPO:** .....

**¡PIRATAS!**

Cuando se habla de piratas, vienen a la mente numerosos personajes de películas y libros: Long John Silver, el Capitán Garfio, Jack Sparrow, etc. Personajes terribles, como Barbanegra, que se “adornaba” así para entrar en combate:

*Antes de lanzarse a la batalla se colocaba cerillas encendidas bajo el sombrero. Eran largos palillos de arder lento, hechos de cuerda de cáñamo mojado en salitre y agua de sal. Su cara, con los feroces ojos y el pelo enmarañado de la barba, estaba enmarcada en humo y parecía un demonio salido del infierno.*

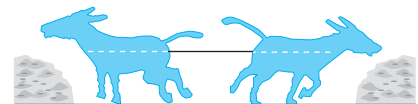


**1. Investiga y calcula**

- 1.1. Tres piratas robaron una cierta cantidad de monedas. Sin contarlas, decidieron repartirlas a la mañana siguiente. Por la noche, uno de ellos se levantó y se guardó la mitad de las monedas más media moneda. Un rato después, otro se levantó y cogió la mitad de las que quedaban más media moneda. Finalmente, el tercero también se levantó y cogió la mitad del resto más media moneda. A la mañana siguiente solo quedaban 30 monedas pero los piratas, para no descubrir su trampa, disimularon y las repartieron como si no hubiera pasado nada. ¿Cuántas monedas había al principio? ¿Cuántas se llevó cada uno?
- 1.2. El botín del último saqueo fueron 30 sacos de monedas de oro pero uno de los piratas ha cambiado uno de los sacos por otro lleno de monedas falsas. La única diferencia aparente es que las monedas reales pesan 1 gramo cada una, y las falsas, 0,9 gramos. ¿Puedes hallar cuál es el saco falso con una sola pesada?

**LOS BURROS TOZUDOS**

Dos burros están atados con una cuerda, y situados entre dos montones de comida. La cuerda no es suficientemente larga para que los dos lleguen a los montones, por mucho que tiren, y sus fuerzas son iguales, por lo que ninguno puede imponerse.

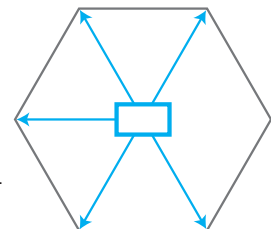


Después de tirar durante un rato, los dos burros encuentran la forma de poder alcanzar la comida.



**2. Piensa, razona y concluye**

- 2.1. ¿Qué hicieron para poder comer?
- 2.2. Ahora, los burros ocupan cinco vértices de un hexágono regular. En el centro hay un cajón, al que están atados todos los burros, y cada uno tira alejándose de él. ¿Hacia dónde se moverá el cajón?
- 2.3. Si uno de los burros se desata y sale corriendo, ¿hacia dónde se moverá el cajón?
- 2.4. Ahora ya solo quedan tres burros, que se colocan en los vértices dejando entre cada pareja un vértice libre. El primer burro es muy burro, y tira con el doble de fuerza que antes. El segundo piensa: “A burro no me gana nadie”, y tira con el triple de fuerza que antes. ¿Podrá evitar el tercer burro que el cajón se mueva? ¿Con qué fuerza tendrá que tirar para que el cajón se mueva hacia el vértice que lo separa del segundo burro?



## LAS LEYES DE LA HERENCIA

Muchas características físicas se transmiten de padres a hijos. El color de ojos o del pelo son características presentes en los genes de cada individuo y que dependen de la herencia recibida. Gregor Mendel (1822-1884) realizó investigaciones sobre cruces entre plantas, principalmente un tipo de guisantes, que le llevaron a enunciar las leyes que llevan su nombre, sobre la transmisión de la herencia genética.



El color de un guisante, por ejemplo, depende de un gen que presenta dos alelos (alternativas): uno determina el color amarillo, dominante, y otro determina el color verde, recesivo. Para que el color sea amarillo, el gen debe tener los dos alelos iguales.

A partir de una célula diploide (dos alelos de cada gen) se originan los gametos, células reproductoras, que son haploides (un alelo de cada gen). Por ejemplo, si usamos  $A$  y  $a$  para representar los alelos que determinan el color del guisante, de una célula  $Aa$  se obtendrían gametos con alelos  $A$  y  $a$ .

### 3. Investiga y contesta

Si alguno de los conceptos que vamos a utilizar no te resulta claro, busca información acerca de las leyes de Mendel en internet, para poder realizar las siguientes actividades.

- 3.1. Una especie de guisante puede ser amarilla ( $A$ ) o verde ( $a$ ). La letra mayúscula indica el alelo dominante, es decir, el que se manifiesta exteriormente en células que presentan ambos alelos. ¿Qué indicaría la notación  $Aa$ ? ¿De qué color sería el guisante?
- 3.2. Con  $B$  y  $b$  vamos a representar los alelos que determinan si la piel es lisa o rugosa, respectivamente. Si un guisante es  $Aabb$ , ¿qué apariencia tendrá? ¿Cómo podrán ser los gametos obtenidos?
- 3.3. Mendel empezó fijándose en un solo carácter, el color. Cruzó dos plantas genéticamente puras, una de color amarillo y otra verde, y vio que toda la primera generación ( $F_1$ ) tenía semillas amarillas.

Al cruzar las plantas obtenidas, la generación  $F_2$  estaba formada por plantas amarillas y verdes, en proporción 3:1.

Si las plantas de la generación parental eran  $AA$  y  $aa$ , respectivamente, de la primera saldrían solo gametos con  $A$ , y de la segunda, gametos con  $a$ , por lo que al cruzar las plantas se obtendría que todas las de la generación  $F_1$  serían  $Aa$ . ¿Qué ocurriría al cruzar dos plantas de la generación  $F_1$ ? Completa la tabla y explica los resultados.

Gametos de $F_1$		

Generación  $F_2$

$F_1$		$X$					
$AaBb$		$AaBb$					
	$AB$	$Ab$	$aB$	$ab$			
$AB$	$AABB$	$AABb$	$AaBB$	$AaBb$			
$Ab$	$AABb$	$AAbb$	$AaBb$	$Aabb$			
$aB$	$AaBB$	$AaBb$	$aaBB$	$aaBb$			
$ab$	$AaBb$	$Aabb$	$aaBb$	$aabb$			
$F_2$	$9/16AB$	$3/16Ab$	$3/16aB$	$9/16ab$			

- 3.4. A continuación, Mendel se fijó en dos caracteres a la vez: el color y la rugosidad de la piel, representados como se indica en el apartado 2. Cruzó dos tipos de plantas,  $AABB$  y  $aabb$ , y vio que los caracteres eran independientes. ¿Cómo fueron las generaciones  $F_1$  y  $F_2$ ? Indica el aspecto exterior (fenotipo) y los caracteres genéticos de cada una (genotipo), y la proporción en la que aparece cada una.

- 3.5. David y Laura tienen tres hijos varones. El sexo de los hijos está determinado por los cromosomas  $X$  e  $Y$ , de forma que una mujer tiene los cromosomas  $XX$ , y un hombre,  $XY$ . ¿Qué posibilidades hay de que un hijo de una pareja sea hombre o mujer? En el caso de David y Laura, ¿qué es más probable, que el siguiente hijo sea niño o niña?

- 3.6. El gen responsable de la hemofilia solamente está presente en el cromosoma  $X$ . Una mujer tiene dos copias de ese gen, por lo que para ser hemofílica, ambas deberían funcionar mal. En cambio, el hombre solamente tiene una, por lo que será hemofílico si esa copia no funciona bien. Hay muy pocas mujeres hemofílicas. El padre solamente puede ser hemofílico o estar sano. Halla el porcentaje de hijos e hijas enfermos esperado si la madre es portadora y si no lo es.

¿Qué sabes acerca de esta enfermedad? Investiga y elabora un pequeño informe.



**¡Piratas!**

- 1.1.** Se puede resolver mediante una ecuación o usando una estrategia de resolución de problemas: empezar por el final y deshacer los pasos anteriores.

$$x - 7 = 240$$

Inicialmente había 247 monedas. El primer pirata se llevó 134 monedas, el segundo 72 y el tercero 41.

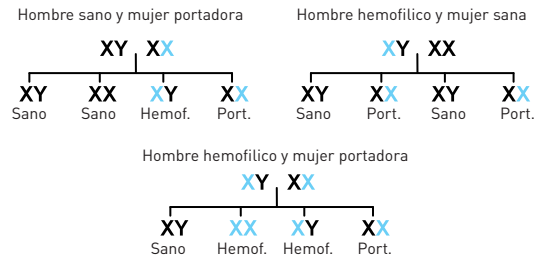
- 1.2.** Se puede tomar una moneda del primer saco, dos del segundo, y así hasta el penúltimo saco, del que tomaría 29 monedas. Al pesarlas, deberían sumar  $1 + 2 + 3 + \dots + 29 = 435$  gramos, si todas fueran buenas. Dividiendo el peso que falta entre 0,1 se obtiene el número de monedas falsas y se determina el saco.

**Los burros tozudos**

- 2.1.** Los dos fueron primero a un montón y luego al otro. Cooperando pudieron lograr su objetivo.
- 2.2.** Las fuerzas de los burros que ocupan vértices opuestos se anulan. El cajón se mueve hacia el quinto burro, el opuesto a la posición libre.
- 2.3.** Depende del burro que se haya soltado. Si es el que no tenía ninguno enfrente, el cajón no se moverá. Si es otro, seguirá habiendo dos burros cuyas fuerzas se anulan, y el cajón se moverá siguiendo la dirección de la bisectriz del ángulo que forman los vectores de los otros dos burros. Se puede pedir que hagan el dibujo.
- 2.4.** El cajón se moverá, ya que el vector resultante de la fuerza aplicada por los dos primeros no tiene la dirección de la del tercero. Para que se mueva hacia donde quiere el tercer burro, tendrá que aplicar la misma fuerza que el segundo.

**Las leyes de la herencia**

- 3.1.** El guisante tiene los dos alelos, y será del color dominante, amarillo.
- 3.2.** Será amarillo y rugoso. Habrá gametos de dos tipos:  $Ab$  y  $ab$ .
- 3.3.** De la generación F1 saldrían gametos  $A$  y  $a$ . Al cruzarse, se obtendrían  $AA$ ,  $Aa$ ,  $Aa$  y  $aa$ . El 25% son amarillas puras; el 50%, amarillas híbridas, y el 25%, verdes puras.
- 3.4.** La respuesta está en el gráfico que aparece a la izquierda de esta cuestión.
- 3.5.** La probabilidad de que nazca un niño o una niña es la misma. Es independiente de los resultados anteriores.
- 3.6.** La información aparece en el siguiente esquema, basado en el que se encuentra en la página web de Fedhemo.



Se puede encontrar la información necesaria acerca de esta enfermedad en esa misma página, [www.e-sm.net/4besomatprd48](http://www.e-sm.net/4besomatprd48).

Competencia 1.º nivel de concreción	Subcompetencia 2.º nivel de concreción	Descriptor 3.º nivel de concreción	Desempeño 4.º nivel de concreción	Lo consigue (4 puntos)	No totalmente (3 puntos)	Con dificultad (2 puntos)	No lo consigue (1 punto)
LINGÜÍSTICA	Comunicación escrita	Aplicar de forma efectiva habilidades lingüísticas y estrategias no lingüísticas para interactuar y producir textos escritos adecuados a la situación comunicativa.	Produce un texto coherente, razonado y sin errores ortográficos. <b>Cuestión 3.6.</b>	Redacta de forma argumentada, coherente y sin errores.	Redacta de forma razonada, pero su argumentación es incompleta o el texto tiene faltas.	Logra redactar sus ideas, pero con dificultades tanto en coherencia como en ortografía.	No logra expresar sus ideas de forma aceptable.
MATEMÁTICA	Resolución de problemas	Utilizar las matemáticas para el estudio y comprensión de situaciones cotidianas.	Usa tablas y técnicas para comprender los mecanismos de la herencia. <b>Cuestión 3.</b>	Realiza correctamente la actividad.	Tiene algunos fallos al resolver las cuestiones.	Le cuesta realizar correctamente los cálculos o interpretar los datos	No realiza la actividad.
		Aplicar estrategias de resolución de problemas adecuadas a cada situación.	Resuelve las cuestiones usando la estrategia de empezar por el final. <b>Cuestión 1</b>	Resuelve todos los apartados.	Necesita alguna pista para empezar, pero termina resolviéndolos.	Necesita bastante ayuda en todos los apartados.	No llega a ninguna solución.
	Uso de elementos y herramientas matemáticos	Conocer y utilizar los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.) en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana.	Utiliza elementos matemáticos en diferentes contextos <b>Todas las cuestiones.</b>	Utiliza sucesiones, vectores, porcentajes, etc., de forma adecuada.	Comete algunos errores.	Tiene muchos errores o no emplea bien algunos términos.	No resuelve las cuestiones planteadas.
CONOCIMIENTO E INTERACCIÓN CON EL MUNDO FÍSICO	Aplicación del método científico en diferentes contextos	Realizar predicciones con los datos que se poseen, obtener conclusiones basadas en pruebas y contrastar las soluciones obtenidas.	Usa vectores. <b>Cuestión 2.</b> Predice las generaciones. <b>Cuestión 3.</b>	Realiza predicciones correctas y contrasta los datos con los compañeros.	Tiene pequeños fallos, pero los encuentra y corrige sin dificultad.	Necesita ayuda para poder completar los ejercicios.	No es capaz de responder a las cuestiones planteadas.
	Conocimiento y valoración del desarrollo científico-tecnológico	Conocer los procesos científico-tecnológicos más importantes que permiten el desarrollo y el mantenimiento de la vida y valorarlos.	Conoce las leyes de Mendel sobre la transmisión de la herencia. <b>Cuestión 3.</b>	Resuelve correctamente todas las cuestiones.	Tiene pequeños fallos, pero es capaz de entenderlos y corregirlos.	Tiene muchos fallos y le cuesta entender los conceptos básicos.	No entiende los conceptos o no realiza la actividad.
TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN Y COMPETENCIA DIGITAL	Obtención, transformación y comunicación de la información	Buscar y seleccionar información con distintas técnicas y utilizar nuevas fuentes a medida que van apareciendo.	Utiliza internet para encontrar información sobre Mendel, la genética y la hemofilia. <b>Cuestión 3.</b>	Encuentra toda la información necesaria.	Encuentra casi toda la información y completa el resto con ayuda.	Necesita ayuda para encontrar casi toda la información.	No es capaz de hallar la información necesaria.

APELLIDOS: ..... NOMBRE: .....

FECHA: ..... CURSO: ..... GRUPO: .....

## EL NUEVO DELEGADO

Alba, Blanca, Carlos y Daniel se presentan a las elecciones del Consejo escolar:

El sistema de elección es eliminatorio, de forma que en cada votación se elimina al candidato menos votado. Las preferencias son:

- 17 alumnos elegirían primero a Carlos, después a Alba, luego a Daniel y en último lugar a Blanca (simbólicamente, [C, A, D, B]).
- Hay 32 partidarios de (A, B, D, C) y 34 partidarios de (D, B, C, A).
- La opción (B, A, C, D) tiene 17 partidarios.



Cuando un candidato quede eliminado, sus partidarios votarán al que ocupe el segundo lugar en su lista de preferencias, y así sucesivamente. Por ejemplo, los del primer grupo votarán a Alba antes que a Blanca.

### 1. Analiza y reflexiona

- 1.1. ¿Qué candidato ganaría las elecciones si solo se realizara una votación, como se hace habitualmente?
- 1.2. Uno de los candidatos propone que se hagan eliminatorias enfrentando a los candidatos de dos en dos, es decir, que se elimine uno entre Alba y Blanca, uno entre Carlos y Daniel, y finalmente se vote entre los dos que quedan. ¿Quién crees que hizo la propuesta?
- 1.3. ¿Puede ganar Carlos usando este sistema? ¿Cuáles serán los enfrentamientos?
- 1.4. Encuentra los enfrentamientos que habría que hacer para que ganara cada candidato.
- 1.5. ¿Qué funciones tiene el Consejo escolar? ¿Y los delegados de clase? Haz un pequeño informe.

## ¿DE QUÉ COLOR ES MI SOMBRERO?

Jesús, Pablo y María están colocados en fila india. Itziar trae cinco sombreros, tres azules y dos grises, y coloca uno a cada uno de los amigos. Cada uno solamente ve el color del sombrero de los que tiene delante, pero no el del suyo propio.

María, la última de la fila, dice:

—¡Vaya! No sé de qué color es mi sombrero.

Pablo, que es el segundo, dice:

—¡Caramba! Yo tampoco lo sé.

Jesús, que está de cara a la pared y no puede ver nada, dice:

—¡Yo sí sé de qué color es mi sombrero, es...!

No hemos podido oír lo que dijo Jesús. ¿Podrías deducirlo?

### 2. Utiliza las pistas, razona y deduce

- 2.1. ¿De qué color es el sombrero? Si no puedes responder, pasa a la pista siguiente.
- 2.2. Si María hubiera visto dos sombreros grises, sabría que el suyo es azul. Como no ha podido responder, alguno de los sombreros de delante es gris. ¿Sabes ya el color que dijo Jesús?
- 2.3. Última pista: ¿Pablo podría saber de qué color es su sombrero sabiendo lo que ha dicho María y viendo el de Jesús? ¿Qué tendría que pasar?
- 2.4. ¿Sabes algún acertijo lógico parecido? Díselo a tus amigos y tratad de resolver los que se planteen.



## LAS MATEMÁTICAS EN LA ARQUITECTURA

Las matemáticas son fundamentales en la construcción de edificios. Para empezar, los arquitectos deben realizar los cálculos precisos para diseñar estructuras que aguanten el peso y resistan el paso del tiempo.

Pero las matemáticas también ayudan a conseguir otro objetivo: la belleza de los edificios construidos.

Arquitectos de gran renombre, como Gaudí, Calatrava, Gehry..., son famosos por el estilo característico de sus obras, en las que utilizan formas geométricas para conseguir construcciones impactantes.



### 3. Investiga, dibuja y calcula

**3.1.** Nombra elementos geométricos que hayas estudiado este curso y que aparezcan en la arquitectura, dando ejemplos concretos. Para hacerlo, puedes empezar buscando edificios famosos y estudiando sus elementos.



**3.2.** En la imagen aparece una foto de la plaza de San Pedro, en el Vaticano, diseñada por Bernini. La figura geométrica que puedes ver es una elipse de extraordinarias dimensiones: más de 64 000 metros cuadrados.

¿Es muy grande esa plaza? Depende de con qué la compares... Por ejemplo, relaciona la superficie con la de tu casa, con la de un campo de fútbol y con la superficie del Pentágono en Estados Unidos (280,7 metros de lado).

**3.3.** Si has visto la película *Ágora*, de Alejandro Amenábar, te sonará el nombre de Hipatia, una científica que investiga sobre las elipses. Busca información sobre este personaje y haz un breve informe sobre su vida y obra y preséntalo en la forma que prefieras: mural, exposición, informática...



**3.4.** ¿Cuántas mujeres matemáticas (o científicas, en general) conoces? ¿Por qué crees que hay tanta desproporción entre los hombres y las mujeres famosos en este campo? Seguramente te costará menos nombrar algunas escritoras. ¿Crees que las mujeres están menos capacitadas para el estudio de las ciencias? Debate con tus compañeros sobre este tema.

**3.5.** En otras ciudades del mundo hay también plazas famosas por su diseño, su belleza, su tamaño o su historia. Un ejemplo es la Plaza de la Concordia, en París, que tiene forma octogonal.

Imagina que construimos un octógono a partir de una cartulina de  $20 \times 30$  cm en la que recortamos cuatro triángulos rectángulos isósceles iguales de las esquinas. Si el octógono obtenido tiene un área de  $550 \text{ cm}^2$ , ¿cuál será su perímetro?

**3.6.** La plaza de la Concordia ha sido escenario de acontecimientos históricos muy relevantes. Busca información sobre ellos y redacta un breve resumen.

### El nuevo delegado

- 1.1. El que más apoyos recibiría sería Daniel, que tendría 34 votos.
- 1.2. Alba perderá con Blanca (49 a 51) y Carlos perderá con Daniel (34 a 66). Finalmente, Blanca perderá con Daniel (49 a 51). Parece que fue Daniel el autor de la propuesta.
- 1.3. Como Carlos pierde con Daniel y con Blanca, debería tratar de eliminarlos y enfrentarse solamente a Alba. De los dos, Daniel tiene más partidarios, así que el primer enfrentamiento será Daniel contra Blanca, que ganará Daniel. El siguiente será Alba contra Daniel, que ganará Alba, y el último, Carlos contra Alba, que ganará Carlos.
- 1.4. Como ya hemos visto lo que hay que hacer para que ganen Carlos y Daniel, dispondremos los enfrentamientos para que ganen Alba y Blanca.  
Alba solo gana directamente a Daniel, así que hace que Daniel elimine a los otros:  $BD - CD - AD$ .  
Blanca ganaría a Alba y Carlos, así que tiene que eliminar a Daniel:  $AD - BC - AB$ .
- 1.5. Una vez que hayan buscado la información y entregado el informe, se puede proceder a la exposición de los mismos mostrando también lo que dice sobre el Consejo escolar y los delegados alguna referencia oficial como lo establecido en la propia Ley Orgánica de Educación.  
([www.e-sm.net/4besomatprd49](http://www.e-sm.net/4besomatprd49))

### ¿De qué color es mi sombrero?

La pista 2 nos dice que Pablo y Jesús no llevan los dos sombrero gris. Si el de Jesús fuera gris, Pablo sabría con seguridad que el suyo es azul. Como no ha podido decir el color, el sombrero de Jesús es azul.

La respuesta a la última cuestión es libre. Habría que intentar plantear problemas que se resuelvan usando la lógica, sin trampas: el clásico de la barca con el pastor, la oveja y la col, o alguno de guardianes que siempre dicen la verdad o siempre mienten. Se puede buscar alguno para proponerlo.

### Las matemáticas en la arquitectura

- 3.1. Respuesta abierta. Sería interesante encontrar ejemplos cercanos, de su misma ciudad o pueblo. En este sentido es aconsejable que el profesor prepare previamente tales ejemplos.
- 3.2. Tomando las medidas de una casa de 64 metros cuadrados, las de un campo de fútbol de  $100 \times 75 = 7500$  metros cuadrados y el Pentágono de 135 561, la superficie de la plaza de San Pedro equivale aproximadamente a la de 1000 casas, 8,5 campos de fútbol y 0,47 veces el Pentágono.
- 3.3. Hipatia vivió entre los siglos IV y V d.C. Hija de un matemático y astrónomo, fue una gran maestra en Alejandría. Filósofa, astrónoma y matemática, es una de las primeras mujeres científicas reconocidas.
- 3.4. Debate. Evidentemente, las mujeres no tienen menos capacidad para las ciencias, y la desproporción se debe a circunstancias sociales y al papel secundario de la mujer en la mayor parte de las culturas antiguas.  
  
Como complemento, sería interesante ver el documental "Mujeres matemáticas", de la serie de televisión *Universo matemático*, de Antonio Pérez Sanz.
- 3.5. Como hemos quitado 50 centímetros cuadrados, el cateto de cada triángulo mide 5 centímetros y la hipotenusa  $5\sqrt{2}$  centímetros. El perímetro del octógono mide  $2 \cdot 10 + 2 \cdot 20 + 4 \cdot 5\sqrt{2} \approx 88,28$  centímetros.
- 3.6. Durante la Revolución Francesa, la Plaza de la Concordia recibía el nombre de Plaza de la Revolución y en ella se instaló la guillotina.

Competencia 1.º nivel de concreción	Subcompetencia 2.º nivel de concreción	Descriptor 3.º nivel de concreción	Desempeño 4.º nivel de concreción	Lo consigue (4 puntos)	No totalmente (3 puntos)	Con dificultad (2 puntos)	No lo consigue (1 punto)
LINGÜÍSTICA	Comunicación escrita	Aplicar de forma efectiva habilidades lingüísticas y estrategias no lingüísticas para interactuar y producir textos escritos.	Produce un texto coherente, razonado y sin errores ortográficos. <b>Cuestiones 1.5 y 3.6.</b>	Redacta de forma argumentada, coherente y sin errores.	Redacta de forma razonada, pero su argumentación es incompleta o el texto tiene faltas.	Redacta sus ideas, con dificultades tanto en coherencia como en ortografía.	No logra expresar sus ideas de forma aceptable.
MATEMÁTICA	Razonamiento y argumentación	Practica razonamientos que lleven a la solución de los problemas o a la obtención de la información.	Resuelve de forma razonada un enigma. <b>Cuestión 2.</b>	Llega a la solución correcta y sin utilizar las pistas.	Necesita alguna pista. Llega a la solución correcta.	Necesita más ayuda y le cuesta llegar a la solución.	No llega a ninguna solución.
	Uso de elementos y herramientas matemáticas	Conocer y utilizar los elementos matemáticos básicos en situaciones de la vida cotidiana.	Resuelve problemas de geometría plana. <b>Cuestión 3.</b>	Resuelve todas las cuestiones geométricas planteadas.	Resuelve las cuestiones, pero comete errores de cálculo.	Comete muchos errores porque no comprende bien los conceptos.	No sabe resolver las cuestiones geométricas planteadas
	Resolución de problemas	Utilizar las matemáticas para el estudio y comprensión de situaciones cotidianas.	Relaciona y compara los datos obtenidos con otras medidas. <b>Cuestiones 3.3 y 3.4.</b>	Interpreta correctamente los resultados de todos los cálculos.	Interpreta los resultados, pero no siempre en el sentido correcto.	Alcanza la solución, pero tiene dificultades para comprenderla.	No interpreta ningún resultado.
SOCIAL Y CIUDADANA	Desarrollo personal y social	Conocer y comprender la realidad histórica y social del mundo y su carácter evolutivo.	Conoce dónde y cuándo se desarrolló la Revolución Francesa y su significado histórico. <b>Cuestión 3.6.</b>	Sitúa geográfica y temporalmente la Revolución Francesa y conoce en qué consistió.	Sitúa geográfica y temporalmente la Revolución Francesa pero no percibe su importancia.	Solo sitúa geográficamente la Revolución Francesa.	No consigue situar ni temporal ni geográficamente la Revolución Francesa.
	Participación cívica, convivencia y resolución de conflictos	Practicar la ciudadanía democrática a través del ejercicio de los derechos y deberes propios y ajenos.	Analiza cómo participa el alumnado en su centro. <b>Cuestión 1.</b>	Explica las funciones del Consejo escolar y del delegado.	No explica completamente las funciones. Le faltan datos.	No sabe explicar en qué consisten. Con ayuda, revisa su resumen.	No realiza el resumen pedido.
			Analiza la discriminación histórica de la mujer. <b>Cuestión 3.4.</b>	Entiende que la sociedad condiciona el papel de la mujer en la ciencia.	Le cuesta encontrar ejemplos, pero llega a la misma conclusión.	Expresa muchas dudas o tiene prejuicios que le cuesta desterrar.	No participa de forma constructiva.
CULTURAL Y ARTÍSTICA	Sensibilidad artística	Comprender y valorar críticamente diversas manifestaciones culturales y artísticas.	Valora la presencia de las matemáticas en la arquitectura. <b>Cuestión 3.</b>	Encuentra numerosos ejemplos.	Encuentra algunos ejemplos, pero poco variados.	Le cuesta encontrar ejemplos.	No encuentra ejemplos.
TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN	Obtención, transformación y comunicación de la información	Comunicar la información y los conocimientos adquiridos empleando diferentes lenguajes y recursos.	Realiza una presentación en cualquier formato. <b>Cuestiones 3.3. y 3.6.</b>	Realiza una presentación cuidada y apropiada.	La presentación tiene algunos fallos de forma o contenido.	Hace una presentación descuidada o incompleta.	No realiza ninguna presentación adecuada.
APRENDER A APRENDER	Construcción del conocimiento	Valorar la diversidad de respuestas posibles ante un mismo problema.	Busca estrategias para lograr el resultado deseado. <b>Cuestiones 1 y 2.</b>	Resuelve ambos problemas sin importar el método.	Resuelve ambos con alguna ayuda.	Le cuesta llegar a la solución.	No resuelve ninguna cuestión.

APELLIDOS: ..... NOMBRE: .....

FECHA: ..... CURSO: ..... GRUPO: .....

## AVE, CÉSAR

César, ingeniero encargado de comunicar varias localidades mediante el AVE, ha conseguido elaborar un presupuesto en el que figuran los precios de unir cada par de localidades y el tiempo de trayecto que resultaría.

### 1. Prueba, analiza y planifica

1.1. César busca que la red sea lo más barata posible y que se pueda ir de cualquier punto a cualquier otro, no importa el tiempo que sea preciso.

Como va a cobrar 7,5 millones, le interesará que cueste menos de esa cantidad. Busca una red que cumpla esas condiciones y compara tu resultado con el de tus compañeros. ¿Cuál de vuestras redes es la que suma menos tiempo de trayectos?



1.2. La ciudad 1 se encuentra en el centro del país, y se necesita una red que permita llegar desde cualquier otra ciudad a esa en un máximo de cuatro horas. El presupuesto para esa red sube hasta 8,5 millones de euros. Busca la solución más rentable.

De la ciudad	A la ciudad	Cuesta (millones de euros)	Tiempo (minutos)
1	2	1,7	120
1	3	1,5	200
1	4	1,0	80
1	5	1,5	240
1	6	1,8	120
1	7	2,0	160
2	3	1,4	200
2	4	1,6	160
2	5	1,1	240
2	6	1,3	320
2	7	1,1	120
3	4	1,4	40
3	5	1,3	160
3	6	1,9	120
3	7	1,0	320
4	5	1,1	160
4	6	1,3	80
4	7	2,1	40
5	6	1,5	120
5	7	1,0	200
6	7	2,0	80

## EL NÚMERO MISTERIOSO

Iker ha elegido un número de cuatro cifras con, al menos, tres distintas. Ordena estas cifras de distintas formas y elige las dos con las que se obtienen el mayor y el menor número posibles. Resta esos números y repite la operación con el que ha obtenido. Si en alguna ocasión le sale un resultado de tres cifras, como 345, lo escribe con un cero delante: 0345, y sigue operando.

### 2. Utiliza y juega con los números

2.1. El número que escogió fue el 2588. En el primer paso escribió los números 8852 y 2588, los restó y obtuvo 6264. Repite la operación con este número y los resultados sucesivos. ¿Qué ocurre?

2.2. El número 6174 es conocido como la constante de Kaprekar. ¿Se obtendría ese valor si el número inicial no tuviera al menos tres cifras distintas? ¿Qué ocurre en esos casos?

2.3. ¿Cuántos pasos hacen falta para llegar al 6174? Prueba con varios números.

2.4. ¿Existe alguna constante similar para números de tres cifras? Trata de encontrarla.

## EN EL RESTAURANTE

María hace la crítica gastronómica para un periódico. En cada restaurante al que va pide un primer plato, un segundo plato y un postre, puntúa cada uno de ellos de 1 a 10, sin decimales, y suma las tres notas.

La semana pasada, María visitó tres restaurantes, pero se ha hecho un lío con las puntuaciones. ¿Podrías ayudarla a recuperar los datos que ha perdido?

Por suerte, María si recuerda algunos datos. En los tres restaurantes, todos los platos obtuvieron como mínimo un cinco. El restaurante *La Langosta Suculenta* sumó 26 puntos, *La Casa del Caracol*, tuvo una nota media de 6 puntos, y *El Tragón Satisfecho* logró 22 puntos.



### 3. Calcula y deduce

- 3.1. ¿Puede haber algún restaurante que obtuviera la máxima puntuación en alguno de sus platos? ¿Y en más de uno de ellos?
- 3.2. María cree recordar que en cada restaurante los tres platos obtuvieron puntuaciones distintas, y siempre le dio la mayor al postre. ¿Es posible? ¿Qué notas puede haber obtenido cada uno de ellos?
- 3.3. El periódico ha decidido mejorar la sección gastronómica. Se considera que una sola visita no es suficiente para evaluar cada restaurante, y se decide mandar a varios críticos en días separados, para que valoren el menú. Las puntuaciones obtenidas han sido las siguientes:

<i>La Langosta Suculenta</i>	26	21	23	16	15	24	27	20	29	24
<i>La Casa del Caracol</i>	18	20	17	17	2	18	20	18	21	20
<i>El Tragón Satisfecho</i>	22	15	15	17	10	20	21	20	28	20

Calcula la nota media y la desviación típica de cada restaurante.

- 3.4. En la tabla anterior, las notas de los críticos aparecen siempre en el mismo orden. Por ejemplo, las de María son las que aparecen en primer lugar. ¿Hay algún crítico que se aparte demasiado de las notas medias? ¿Qué notas crees que no son correctas?



- 3.5. Cuando varias personas tienen que puntuar algo (una competición de gimnasia, las notas de un examen, etc.), se suelen descartar las notas que difieren demasiado de la media y generalmente se eliminan la más alta y la más baja. Calcula según este criterio las medias de los tres restaurantes. ¿Qué ocurre?

- 3.6. El crecimiento de internet ha hecho que podamos encontrar valoraciones de todo tipo de productos: restaurantes, libros, películas, etc. ¿Qué criterio sigues a la hora de elegir una película para ir a verla la cine? ¿Te influyen las críticas de los periódicos, las opiniones en internet de otras personas que ya la han visto, las opiniones de tus amigos? ¿Por qué? Hablad en pequeños grupos, y después exponed vuestros puntos de vista a toda la clase.

### AVE, César

- 1.1. Eligiendo las rutas más baratas, se obtiene el mejor resultado económico. Por ejemplo, construyendo los tramos 1-4, 2-7, 3-7, 4-5, 5-7, y 6-7 se gastan 7,2 millones. Esa red suma 960 minutos.
- 1.2. El tiempo máximo para llegar a la ciudad 1 es de 240 minutos, por lo que elegimos las rutas que requieran menos tiempo. Combinar ambos factores es una tarea muy complicada. La ruta obtenida eligiendo los tramos 1-4, 1-6, 1-2, 2-7, 3-4 y 5-4 cuesta 8,1 millones de euros.

En ambos apartados conviene hacer un esquema de la línea ferroviaria obtenida, para asegurar que se cumplen las condiciones pedidas. Se puede relacionar con los grafos o hablar acerca del algoritmo de Kruskal.

### El número misterioso

- 2.1.  $6642 - 2466 = 4176$   
 $7641 - 1467 = 6174$   
 De nuevo,  $7641 - 1467 = 6174$   
 A partir de aquí se obtiene siempre el mismo número, 6174.
- 2.2. Si el número tiene todas sus cifras iguales, el resultado de la primera resta es 0.  
 Si tiene tres cifras iguales, o dos pares de cifras iguales, se obtiene la constante de Kaprekar siempre que consideremos que  $99 = 0099$ .
- 2.3. El valor 6174 se obtiene en un máximo de siete pasos. Por ejemplo, con el 8354 se necesitan esos pasos.
- 2.4. Con números de tres cifras (que no sean todas iguales) se llega también a un mismo número, 495.
- 2.5. Hay uno pequeño, el nueve, ya que  $9 \cdot 9 = 81$  y  $8 + 1 = 9$ . Algunos más son 45 y 55.  
 Como detalle curioso, todos los números formados por nueves son números de Kaprekar.

### En el restaurante

- 3.1. El primero pudo obtener incluso dos dieces. El segundo no y el tercero obtuvo como máximo uno.
- 3.2. Con esas condiciones, estas son las puntuaciones posibles:  
*La Langosta Suculenta*: 7, 9, 10 o 9, 7, 10.  
*La Casa del Caracol*: 5, 6, 7 o 6, 5, 7.  
*El Tragón Satisfecho*: 5, 7, 10 o 7, 5, 10 o 5, 8, 9 o 8, 5, 9 o 6, 7, 9 o 7, 6, 9.
- 3.3. Estas son las medias y desviaciones típicas:  
*La Langosta Suculenta*: 22,5 y 4,32  
*La Casa del Caracol*: 17,1 y 5,2  
*El Tragón Satisfecho*: 18,8 y 4,62
- 3.4. El crítico número 5 da puntuaciones mucho más bajas. El número 9 se desvía demasiado hacia arriba en el primer restaurante y en el tercero.
- 3.5. Estas son las medias y desviaciones típicas en esas condiciones:  
*La Langosta Suculenta*: 22,6 y 3,31  
*La Casa del Caracol*: 18,5 y 1,22  
*El Tragón Satisfecho*: 18,75 y 2,54  
 Las notas del resto de los críticos se ajustan más a la media. En el segundo caso, en el que solo había una nota anómala, la diferencia con el dato anterior es bastante importante.
- 3.6. Respuesta abierta. Como ideas para la reflexión, se puede comentar si es fiable la opinión de un crítico de cine, o la de una persona desconocida, la fiabilidad de la información que se da de forma anónima en internet, etc.

Competencia 1.º nivel de concreción	Subcompetencia 2.º nivel de concreción	Descriptor 3.º nivel de concreción	Desempeño 4.º nivel de concreción	Lo consigue (4 puntos)	No totalmente (3 puntos)	Con dificultad (2 puntos)	No lo consigue (1 punto)
LINGÜÍSTICA	Comunicación oral	Expresar oralmente pensamientos, emociones, vivencias y opiniones de forma coherente y adecuada en diferentes contextos.	Expone sus argumentos de forma oral y escucha las opiniones de sus compañeros. <b>Cuestión 3.5.</b>	Argumenta de forma adecuada y expresa con claridad sus opiniones.	Sus argumentos no quedan totalmente claros o tiene dificultades para presentarlos correctamente.	Le cuesta argumentar o lo hace de forma confusa.	No logra expresar sus ideas de forma aceptable.
MATEMÁTICA	Uso de elementos y herramientas matemáticas	Conocer y utilizar los elementos matemáticos básicos (distintos tipos de números, medidas, símbolos, elementos geométricos, etc.) en situaciones reales o simuladas de la vida cotidiana.	Utiliza y opera correctamente. <b>Cuestiones 1, 2 y 3.</b> Utiliza la estadística para el estudio de situaciones reales. <b>Cuestión 3.</b> Representa con grafos la información. <b>Cuestión 1.</b>	Realiza correctamente todos los cálculos.	Realiza bien los cálculos, pero comete errores ocasionales.	Tiene dificultades para realizar los cálculos y comete errores frecuentes.	No es capaz de realizar los cálculos requeridos.
	Resolución de problemas	Utilizar las matemáticas para el estudio y comprensión de situaciones cotidianas.	Utiliza la estadística para el estudio de situaciones reales. <b>Cuestión 3.</b>	Comprende y maneja correctamente los datos.	Le cuesta comprender o manejar los datos.	Necesita mucha ayuda para completar los ejercicios.	No comprende o no realiza las actividades.
TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN Y COMPETENCIA DIGITAL	Uso ético y responsable de la información y las herramientas tecnológicas	Evaluar la calidad y fiabilidad de las fuentes de información. Valorar de forma crítica y reflexiva la información disponible y las fuentes de las que procede.	Analiza la validez de las opiniones de diversas fuentes como guía para tomar decisiones. <b>Cuestión 3.</b>	Es capaz de decidir en función de las opiniones, valorándolas críticamente.	En ocasiones da demasiada importancia a las opiniones a la hora de decidir.	Se deja llevar por las opiniones que recibe.	No es capaz de hacer la valoración o no la realiza.
APRENDER A APRENDER	Construcción del conocimiento	Mostrar curiosidad y gusto por aprender.	Descubre propiedades numéricas curiosas. <b>Cuestión 2.</b>	Se interesa por las propiedades de ciertos números.	Realiza correctamente el ejercicio.	Tiene problemas, principalmente por errores de cálculo	No es capaz de realizar el ejercicio.
AUTONOMÍA E INICIATIVA PERSONAL	Planificación y realización de proyectos	Afrontar los problemas de forma creativa.	Describe las redes apropiadas. <b>Cuestión 1.</b>	Encuentra las redes, y mejora los resultados.	Encuentra redes suficientes, pero no las mejora	Lo intenta, pero no encuentra las redes sin ayuda.	No resuelve las cuestiones planteadas.

Proyecto editorial: **Equipo de Educación Secundaria del Grupo SM**

Autoría: **Miguel Nieto**

Colaboración y edición: **Juan A. Torresano, Arturo García**

Corrección: **Ricardo Ramírez**

Ilustración: **Modesto Arregui, Javier López**

Fotografía: **Sergio Cuesta/Archivo SM; Hisham F. Ibrahim. PHOTOLINK/PHOTODISC; CORBIS/CORDON PRESS; DIGITAL VISION; BRAND X PICTURES; THIMKSTOCK; 123RF; ALBUM; AGE FOTOSTOCK**

Diseño: **Pablo Canelas, Alfonso Ruano**

Maquetación: **Safekat, S. L.**

Coordinación de diseño: **José Luis Rodríguez**

Coordinación editorial: **Josefina Arévalo**

Dirección del proyecto: **Aída Moya**

**Gestión de las direcciones electrónicas:**

Debido a la naturaleza dinámica de internet, Ediciones SM no puede responsabilizarse por los cambios o las modificaciones en las direcciones y los contenidos de los sitios web a los que remite en este libro.

Con el objeto de garantizar la adecuación de las direcciones electrónicas de esta publicación, Ediciones SM emplea un sistema de gestión que redirecciona las URL que con fines educativos aparecen en la misma hacia diversas páginas web. Ediciones SM declina cualquier responsabilidad por los contenidos o la información que pudieran albergar, sin perjuicio de adoptar de forma inmediata las medidas necesarias para evitar el acceso desde las URL de esta publicación a dichas páginas web en cuanto tenga constancia de que pudieran alojar contenidos ilícitos o inapropiados. Para garantizar este sistema de control es recomendable que el profesorado compruebe con antelación las direcciones relacionadas y que comunique a la editorial cualquier incidencia a través del correo electrónico [ediciones@grupo-sm.com](mailto:ediciones@grupo-sm.com).

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, [www.cedro.org](http://www.cedro.org)) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra, a excepción de las páginas que incluyen la leyenda de "Página fotocopiable".