

División de fracciones

6

La alumna o el alumno, al finalizar la unidad debe:

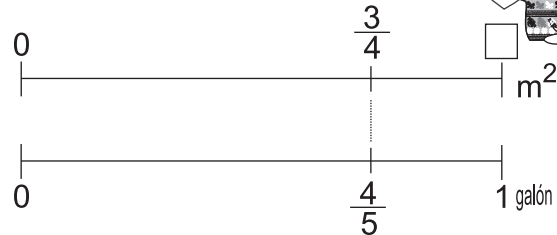
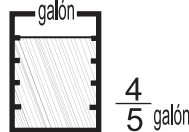
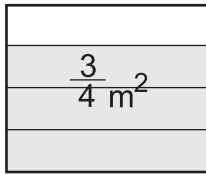
- 1) Realizar cálculo de división de fracción entre fracción.
- 2) Realizar cálculo de división de número natural entre fracción o de fracción entre número natural.
- 3) Interpretar cociente en operaciones con fracciones.
- 4) Utilizar el número recíproco para calcular división con fracciones.
- 5) Resolver problemas aplicando conocimientos sobre división con fracciones.

División de fracción entre fracción (1)

Lea el problema, observe y piense el planteamiento.

Con $\frac{4}{5}$ galón de pintura se pinta $\frac{3}{4} \text{ m}^2$. ¿Cuántos m^2 puede pintar con 1 galón de pintura?

¿Qué pasaría si utilizara 2 galones para pintar los $\frac{3}{4} \text{ m}^2$.
Creo que haría una división. Parece que esto fue lo que aprendió en otro tema?

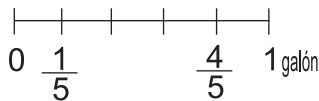
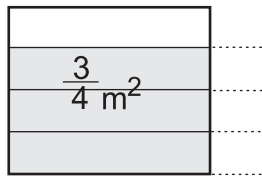


El planteamiento se puede hacer a partir de lo siguiente:

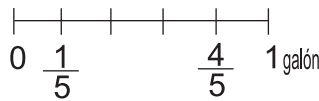
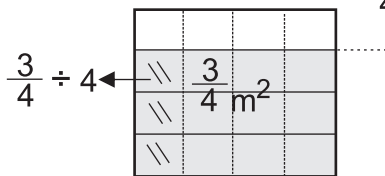
área pintada \div cantidad de galones utilizada = área que se puede pintar con 1 galón.

$$\frac{3}{4} \div \frac{4}{5} = \square$$

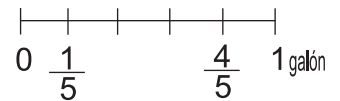
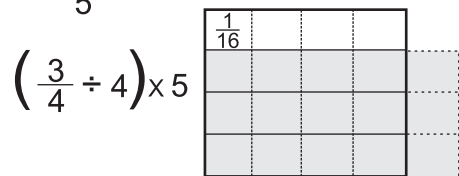
Observe como se puede realizar el cálculo de $\frac{3}{4} \div \frac{4}{5}$.



$\frac{4}{5}$ galón para $\frac{3}{4} \text{ m}^2$



Dividido $\frac{3}{4} \text{ m}^2$ en 4 partes iguales. Esto es para saber lo que puedo pintar con $\frac{1}{5}$ galón.



Multiplico el área que puedo pintar con $\frac{1}{5}$ galón por 5 para saber lo que puedo pintar con el galón. Esto es $\frac{15}{16} \text{ m}^2$

Complete.

$$\frac{3}{4} \div \frac{4}{5} = \left(\frac{3}{4} \div 4 \right) \times 5$$

dividendo divisor

$$= \frac{3}{4 \times 4} \times 5 = \frac{3 \times 5}{4 \times 4} = \square$$

Respuesta:

Cuando se divide fracción entre fracción, se invierte el divisor y se multiplica el dividendo por la fracción invertida.

1) Calcule las divisiones. Exprese el resultado en su forma más simple.

1) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$

2) $\frac{2}{5} \div \frac{2}{5}$

3) $\frac{4}{6} \div \frac{1}{3}$

4) $\frac{4}{6} \div \frac{1}{2}$



Para comprender por qué el problema se resuelve con una división, puede ayudar que sustituyan los datos por cantidades enteras (por ejemplo, que se utilizan 2 galones de pintura para 12 metros cuadrados). En esta clase es importante que comprendan el procedimiento de cálculo de fracción dividido entre fracción. Prepare carteles con las gráficas presentadas y explique despacio cada paso.

División de fracción entre fracción (2)

Observe cómo se puede simplificar el cálculo de $\frac{8}{10} \div \frac{6}{5}$

$$\begin{aligned} \frac{8}{10} \div \frac{6}{5} &= \frac{8}{10} \times \frac{5}{6} \\ &= \frac{\cancel{4}^2 \times \cancel{5}^1}{\cancel{10}_2 \times \cancel{6}_3} \\ &= \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

En la división de fracciones también puede simplificar antes del cálculo.



Ahora observe otros cálculos.



$$5 \div \frac{5}{6}$$

$$\begin{aligned} 5 \div \frac{5}{6} &= \frac{5}{1} \div \frac{5}{6} \\ &= \frac{5}{1} \times \frac{6}{5} \\ &= \frac{30}{5} = 6 \end{aligned}$$

$$\frac{3}{4} \div 3$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{4} \div 3 &= \frac{3}{4} \div \frac{3}{1} \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$



1) Realice las divisiones. Simplifique antes de realizar el cálculo.

1) $\frac{3}{8} \div \frac{7}{10}$

2) $\frac{3}{4} \div \frac{6}{7}$

3) $\frac{8}{15} \div \frac{14}{45}$

4) $\frac{4}{9} \div \frac{5}{6}$

2) Realice los cálculos. Exprese el resultado en su forma más simple.

1) $4 \div \frac{3}{5}$

2) $7 \div \frac{5}{6}$

3) $1 \div \frac{2}{3}$

4) $6 \div \frac{8}{9}$

5) $\frac{3}{5} \div 2$

6) $\frac{6}{7} \div 3$

7) $\frac{14}{15} \div 7$

8) $\frac{1}{10} \div \frac{6}{7}$

9) $4 \div 2\frac{1}{5}$

10) $8 \div 1\frac{2}{3}$

11) $2\frac{3}{8} \div 3$

12) $1\frac{2}{6} \div 10$

Ejemplifique el procedimiento para cada tipo de cálculo presentado en esta página.



División de fracciones mixtas

Observe la manera como se calcula $1 \frac{2}{3} \div 1 \frac{1}{4}$.



$$\begin{aligned} 1 \frac{2}{3} \div 1 \frac{1}{4} &= \frac{5}{3} \div \frac{5}{4} \\ &= \frac{\cancel{5}^1}{3} \times \frac{4}{\cancel{5}_1} \\ &= \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3} \end{aligned}$$



Cuando se divide fracciones mixtas, se convierten en fracciones impropias y se realiza el cálculo.

1) Realice los cálculos. Exprese el resultado en su forma más simple.

1) $1 \frac{2}{7} \div 1 \frac{3}{5}$

2) $2 \frac{1}{4} \div 2 \frac{1}{3}$

3) $2 \frac{1}{3} \div 2 \frac{2}{5}$

4) $2 \frac{3}{4} \div 2 \frac{1}{3}$

5) $\frac{3}{7} \div 2 \frac{4}{5}$

6) $1 \frac{1}{3} \div \frac{5}{11}$

7) $6 \frac{1}{5} \div 2$

8) $\frac{3}{8} \div 2 \frac{1}{4}$

9) $1 \frac{11}{14} \div \frac{5}{7}$

10) $6 \div 1 \frac{4}{5}$



Ejemplifique el procedimiento.

División y relación con el cociente

Realice cada cálculo.



$$10 \div \frac{1}{2} =$$



$$10 \div 1\frac{1}{4} =$$

Recuerde:

Dividendo Divisor Cociente

$$10 \div \frac{1}{2} = \square$$

Dividendo Divisor Cociente

$$10 \div 1\frac{1}{4} = \square$$

¿En cuál de las dos divisiones el cociente es menor que 10? ¿En cuál es mayor que 10? ¿Puede decir alguna conclusión al observar los resultados?

En la división de fracciones, cuando el divisor es menor que 1, el cociente es mayor que el dividendo.



1) Escriba las operaciones que dan un cociente menor que 8.

$$8 \div \frac{1}{3}$$

$$8 \div 1\frac{1}{6}$$

$$8 \div \frac{2}{5}$$

$$8 \div \frac{4}{10}$$

2) Escriba las operaciones que dan un cociente mayor que 12.

$$12 \div 1\frac{1}{3}$$

$$12 \div \frac{1}{4}$$

$$12 \div 1\frac{1}{7}$$

$$12 \div \frac{3}{4}$$

3) Escriba las operaciones que dan un cociente menor que 100.

$$100 \div \frac{1}{3}$$

$$100 \div \frac{1}{9}$$

$$100 \div \frac{1}{100}$$

$$100 \div 1\frac{3}{4}$$

4) Escriba las operaciones que darían un cociente mayor que "a".

$$a \div 10\frac{1}{5}$$

$$a \div \frac{15}{100}$$

$$a \div 1\frac{1}{8}$$

$$a \div \frac{3}{4}$$

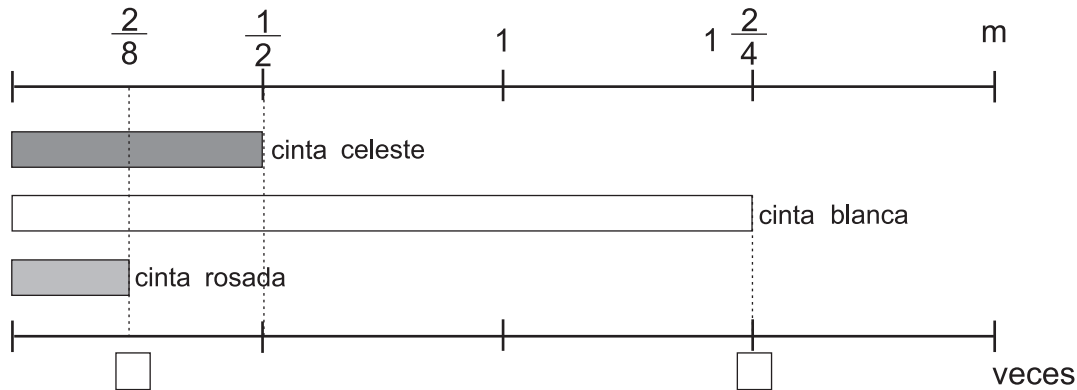
El propósito de esta clase es predecir el tamaño del cociente respecto al dividendo, a partir de la observación del divisor. Esto puede servir, entre otras cosas, para evaluar lo lógico de un resultado.



Cantidad de veces en la división

Lea el problema y piense cómo lo resolvería.

Alicia tiene tres cintas: una de color celeste, una blanca y una rosada. La cinta celeste mide $\frac{1}{2}$ m, la blanca mide $1\frac{2}{4}$ m y la rosada $\frac{2}{8}$ m. ¿Cuántas veces cabe el largo de la cinta celeste en el largo de la cinta blanca y en el largo de la cinta rosada?
¿Cómo puede resolver este problema? Ayúdese con la recta numérica.



Cinta blanca: $1\frac{2}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{6}{4} \div \frac{1}{2}$ Respuesta:
 $= \frac{6}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{12}{4} = 3$

Cinta rosada: $\frac{2}{8} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{8} \times \frac{2}{1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ Respuesta:

Si considera $\frac{1}{2}$ metro de la cinta celeste como la unidad de referencia, por el cociente de $1\frac{2}{4}$ entre $\frac{1}{2}$ se puede decir que la longitud de la cinta celeste cabe 3 veces en la longitud de la cinta blanca.

Por el cociente de $\frac{2}{8}$ entre $\frac{1}{2}$ se puede decir que la longitud de la cinta celeste cabe $\frac{1}{2}$ vez en la cinta rosada.

Para encontrar la cantidad de veces que una cantidad cabe en otra, se puede utilizar la división. Esto aplica en los números naturales y en las fracciones.

1 Resuelva los problemas.

1) ¿Cuántas veces $\frac{1}{4}$ libras cabe en $3\frac{1}{4}$ libras?

2) Orlando pesa $91\frac{1}{2}$ libras. La prima de Orlando pesa $30\frac{1}{2}$ libras. ¿Cuántas veces cabe la medida del peso de la prima en el peso de Orlando?



Si hay dificultad en comprender la utilización de la división para resolver el problema inicial, puede ayudar sustituir las cantidades por números naturales (Por ejemplo, que una cinta mide 4 m y la otra 12m).



Ejercicios y problemas

1) Realice las divisiones. Exprese el resultado en su forma más simple.

1) $\frac{2}{4} \div \frac{2}{4}$

2) $\frac{3}{7} \div \frac{2}{5}$

3) $\frac{5}{8} \div \frac{10}{16}$

4) $\frac{2}{18} \div \frac{9}{20}$

5) $\frac{8}{14} \div \frac{4}{21}$

6) $\frac{6}{10} \div \frac{36}{100}$

7) $12 \div \frac{1}{4}$

8) $15 \div \frac{2}{3}$

9) $2\frac{1}{4} \div 3$

10) $1\frac{2}{7} \div 1\frac{1}{2}$

11) $4\frac{1}{4} \div \frac{1}{3}$

12) $\frac{2}{9} \div 1\frac{3}{4}$

13) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

14) $\left(4\frac{1}{2} \div 3\frac{2}{4}\right) \times \frac{1}{2}$

15) $\left(1\frac{1}{4} \times \frac{2}{3}\right) \div \frac{1}{2}$

2) Resuelva los problemas.

1) Un lazo rojo mide $3\frac{3}{4}$ m de largo. Un lazo azul mide $1\frac{1}{4}$ m de largo.

¿Cuántas veces cabe el largo del lazo azul en el largo del lazo rojo?

2) Con $\frac{7}{8}$ galones de pintura se pinta $\frac{4}{5}$ m².

¿Cuántos m² se pueden pintar con 1 galón?



Permita que las o los estudiantes trabajen en forma autónoma.



El número recíproco

Observe.



$$\frac{5}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{20}{20} = 1$$

$$3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$



1) De la misma manera que está la operación de arriba, encuentre números que al multiplicarlos por cada uno de los siguientes, den como producto 1.

1) $\frac{1}{5}$

2) $\frac{2}{4}$

3) $\frac{3}{8}$

4) $\frac{4}{3}$

5) 5

6) 2

Cuando el producto de dos números es 1, se dice que un número es recíproco del otro. Por ejemplo:

$$\frac{2}{5} \text{ y } \frac{5}{2} \text{ son recíprocos uno del otro.}$$

$$4 \text{ y } \frac{1}{4} \text{ son recíprocos uno del otro.}$$

$$\frac{4}{9} \times \frac{9}{4} = 1$$

$$\frac{12}{10} \times \frac{10}{12} = 1$$

$$\frac{2}{7} \times \frac{7}{2} = 1$$

El número recíproco de una fracción propia o impropia se encuentra cuando el numerador y del denominador son intercambiados. $\frac{1}{a}$

El recíproco de $\frac{a}{c}$ es $\frac{c}{a}$. El recíproco de $\frac{c}{a}$ es $\frac{a}{c}$.

El número recíproco de un número "a" es $\frac{1}{a}$.

2) Encuentre el número recíproco .

1) $\frac{2}{14}$

2) $\frac{4}{8}$

3) $\frac{5}{2}$

4) $\frac{12}{9}$

5) 3

6) 8

7) 3

8) 100



Ejemplifique la actividad inicial. Enfatice el hecho de que el producto es 1. Que descubran cómo se obtiene ese producto con las fracciones (no se los diga).

Las fracciones recíprocas en la división

Encuentre la fracción que va en el cuadro. Recuerde lo que sabe de la división entre fracciones.

$$\frac{2}{9} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{9} \times \frac{\square}{\square}$$

¡ Esto es fácil !



Confirme.

Dividendo Divisor

$$\frac{2}{9} \div \frac{3}{5} = \frac{2}{9} \times \frac{5}{3}$$

(Note: In the original image, dashed circles are drawn around the 3/5 in the divisor and the 5/3 in the multiplier, with a curved arrow pointing from the 3 to the 5.)

Compare los números que están unidos con una flecha. ¿Qué descubre?

La división entre fracciones es equivalente a multiplicar el dividendo por el número recíproco del divisor.

1) Realice los cálculos. Aplique lo que aprendió sobre el recíproco del divisor. Escriba la respuesta en su forma más simple

1) $\frac{2}{4} \div \frac{3}{5}$

2) $\frac{1}{7} \div \frac{2}{6}$

3) $\frac{1}{4} \div \frac{1}{4}$

4) $\frac{2}{9} \div \frac{5}{27}$

5) $2 \div \frac{1}{4}$

6) $\frac{2}{7} \div 3$

7) $1\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{4}$

8) $2\frac{1}{3} \div \frac{1}{5}$

9) $1\frac{2}{5} \div 3$

10) $4 \div 1\frac{1}{6}$

Como lo ha observado, en las clases anteriores se trabajó en la comprensión del procedimiento de cálculo para la división de fracciones. Hasta este momento se trabaja con el recíproco como una manera más mecanizada de tal procedimiento.



Prueba

1) Realice los cálculos. Exprese el resultado en su forma más simple.

1) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{2}$

2) $\frac{9}{10} \div \frac{2}{3}$

3) $2 \div \frac{2}{3}$

4) $\frac{2}{5} \div 2$

5) $3 \div 1\frac{1}{3}$

6) $1\frac{1}{5} \div 1\frac{1}{3}$

7) $\frac{2}{3} \div \frac{2}{3}$

8) $1\frac{1}{5} \div 2\frac{1}{10}$

9) $3\frac{1}{2} \div 4$

2) Escriba las operaciones que dan un cociente mayor que 9 .

$9 \div \frac{1}{2}$

$9 \div 1\frac{1}{2}$

$9 \div \frac{2}{5}$

3) Resuelva los problemas .

1) ¿Cuántas veces $\frac{2}{3}$ libras cabe en $3\frac{1}{3}$?

2) Josefina camina $1\frac{4}{8}$ km. Gonzalo camina $\frac{1}{8}$ km. ¿Cuántas veces cabe la distancia que recorrió Gonzalo en la que recorrió Josefina?



Los ejercicios de esta página deben realizarse sin el apoyo del docente.