

PROBLEMAS RESUELTOS
SELECTIVIDAD ANDALUCÍA
2002

MATEMÁTICAS II

TEMA 2: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- Reserva 1, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 3, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 3, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 3, Opción B

En el sector de las aceitunas sin hueso, tres empresas A, B y C, se encuentran en competencia. Calcula el precio por unidad dado por cada empresa sabiendo que verifican las siguientes relaciones:

- El precio de la empresa A es 0'6 € menos que la media de los precios establecidos por B y C.

- El precio dado por B es la media de los precios de A y C.

- El precio de la empresa C es igual a 2 € mas $\frac{2}{5}$ del precio dado por A mas $\frac{1}{3}$ del precio dado por B.

B.

MATEMÁTICAS II. 2002. RESERVA 1. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

Llamamos x = al precio en la empresa A.

y = al precio en la empresa B.

z = al precio en la empresa C.

Leyendo el enunciado del problema podemos plantear un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas:

$$\left. \begin{array}{l} x + 0'6 = \frac{y+z}{2} \\ y = \frac{x+z}{2} \\ z = 2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{3}y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x - y - z = -1'2 \\ x - 2y + z = 0 \\ 6x + 5y - 15z = -30 \end{array} \right\} \Rightarrow x = 5 ; y = 5'4 ; z = 5'8$$

$$\text{Sean: } A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1-\alpha & 3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} \alpha-1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -\alpha & 0 \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}; c = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Determina α , si es posible, para que los sistemas de ecuaciones (dados en forma matricial)

$$A \cdot X = b, \quad B \cdot X = c$$

Tengan infinitas soluciones (cada uno de ellos).

MATEMÁTICAS II. 2002. RESERVA 2. EJERCICIO 4. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a hacer la discusión del sistema. Para ello calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1-\alpha & 3 \end{vmatrix} = 2\alpha^2 + 8\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0; \alpha = 4$$

A continuación, calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	$R(A)$	$R(M)$	
$\alpha = 0$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$\alpha = 4$	2	3	S. Incompatible
$\alpha \neq 0$ y 4	3	3	S. Compatible Determinado

b) Vamos a hacer la discusión del sistema. Para ello calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|B| = \begin{vmatrix} \alpha-1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -\alpha & 0 \end{vmatrix} = 2\alpha^2 - \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 0; \alpha = \frac{1}{2}$$

A continuación, calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	$R(B)$	$R(M)$	
$\alpha = 0$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$\alpha = \frac{1}{2}$	2	3	S. Incompatible
$\alpha \neq 0$ y $\frac{1}{2}$	3	3	S. Compatible Determinado

Luego, la solución es para $\alpha = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} x - my + z = 1 \\ \text{Considera el sistema de ecuaciones: } x + y + z = m + 2 \\ x + y + mz = 4 \end{array} \right\}$$

a) Clasifícalo según los valores del parámetro m .

b) Resuélvelo cuando sea compatible indeterminado.

MATEMÁTICAS II. 2002. RESERVA 3. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Vamos a hacer la discusión del sistema. Para ello calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -m & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & m \end{vmatrix} = m^2 - 1 = 0 \Rightarrow m = 1 ; m = -1$$

A continuación, calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	$R(A)$	$R(M)$	
$m = -1$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$m = 1$	2	3	S. Incompatible
$m \neq 1 \text{ y } -1$	3	3	S. Compatible Determinado

b) Resolvemos el sistema para $m = -1$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ x + y - z = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} - y \\ y = y \\ z = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\text{Considera: } A = \begin{pmatrix} m & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -m \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) ¿Para qué valores de m tiene inversa la matriz A ?

b) Resuelve, para $m = 2$, el sistema de ecuaciones $A \cdot X = C$.

MATEMÁTICAS II. 2002. RESERVA 4. EJERCICIO 3. OPCIÓN A.

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} m & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -m \\ 3 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 2m^2 + m - 3 = 0 \Rightarrow m = 1; m = -\frac{3}{2}$$

Luego, la matriz A tiene inversa para todos los valores de $m \neq 1$ y $-\frac{3}{2}$

b) Resolvemos el sistema para $m = 2$.

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y + z = 2 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ 3x + 2y - 2z = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{5}{7}; y = -\frac{5}{7}; z = -\frac{1}{7}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + 3y + z = 3 \\ \text{Considera el siguiente sistema de ecuaciones: } 2x + my + z = m \\ 3x + 5y + mz = 5 \end{array} \right\}$$

- a) Determina, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema tenga una y sólo una solución.
- b) Determina, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema tenga al menos dos soluciones.
- c) Determina, si es posible, un valor de m para que el correspondiente sistema no tenga solución.
- MATEMÁTICAS II. 2002. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 3. OPCIÓN B.**

R E S O L U C I Ó N

Calculamos el determinante de la matriz de los coeficientes y lo igualamos a cero

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & m & 1 \\ 3 & 5 & m \end{vmatrix} = m^2 - 9m + 14 = 0 \Rightarrow m = 2; m = 7$$

Calculamos los rangos de la matriz de los coeficientes y de la matriz ampliada del sistema y hacemos la discusión:

	$R(A)$	$R(M)$	
$m = 2$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$m = 7$	2	2	S. Compatible Indeterminado
$m \neq 2 \text{ y } 7$	3	3	S. Compatible Determinado

- a) $m \neq 2 \text{ y } 7 \Rightarrow$ Sistema compatible determinado (1 solución).
- b) $m = 2 \text{ y } m = 7 \Rightarrow$ Sistema compatible indeterminado (infinitas soluciones).
- c) Ningún valor.