# Actividades finales

1. Dibujar las circunferencias:

$$C_1 \equiv x^2 + y^2 - 8x + 2y + 13 = 0$$

$$C_2 \equiv x^2 + y^2 + 4y - 12 = 0$$

$$C_3 \equiv 2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 8 = 0$$

2. Hallar la ecuación de la circunferencia tangente a y = x + 4 en el punto A(1,5) y que pasa por el punto B(3,4).

**Sol:** $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{25}{6}\right)^2 = \frac{50}{36}$

3. Hallar la ecuación de la circunferencia de centro (3,2) y que es tangente a la recta $3x + 4y + 2 = 0$.

4. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está en la recta x + y - 2 = 0 y pasa por los puntos A(4,-1) y B(-1,-2)

**Sol:** $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 13$

5. Hallar la ecuación de una circunferencia de radio 5, que pasa por P(3,5) y tal que su centro está en 3x - y +1 = 0.

**Sol:** $x^2 + (y-1)^2 = 25$; $(x-3)^2 + (y-10)^2 = 25$.

6. Encontrar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está situado en la recta y = 2x, es tangente al eje OY, y es tangente también a la recta $y = x - 3$. Hallar la potencia del origen de coordenadas respecto de esa circunferencia.

7. Hallar la ecuación de la circunferencia inscrita en el triángulo de vértices A(0,0), B(4,0) y C(0,4).

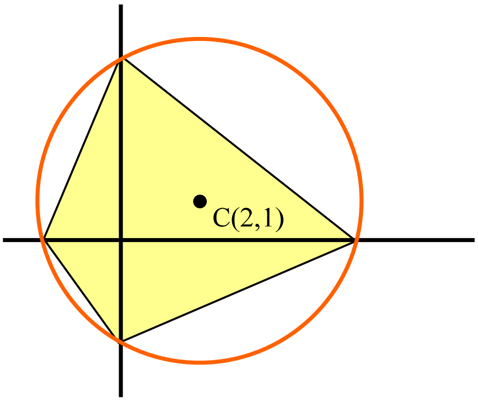
**Sol:**

$$\left(x - 2\left(2 - \sqrt{2}\right)\right)^2 + \left(y - 2\left(2 - \sqrt{2}\right)\right)^2 = 4\left(2 - \sqrt{2}\right)^2$$

8. Hallar, sobre $x^2 + y^2 - 8x - 4y - 10 = 0$ el punto más próximo y el más lejano a P(6,8).

**Sol:** $\left(4 + \sqrt{3}, 2 + 3\sqrt{3}\right)\left(4 - \sqrt{3}, 2 - 3\sqrt{3}\right)$.

9. Hallar el área del cuadrilátero de la figura:




10. Escribir la inecuación del círculo de centro C(-3,1) y radio 3.

11. Probar que la recta $y = -\frac{x}{2}$ intercepta a la circunferencia $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 2$ en los extremos de un diámetro.

12. Hallar la ecuación de las rectas tangentes a $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$ en A(1,-1). Determinar también la ecuación de la otra recta tangente paralela a la anterior y el punto de contacto.

**Sol:** $3x + 4y + 1 = 0$ ; $3x + 4y - 49 = 0$ ; (7,7).

13. Probar que las ecuaciones de las circunferencias que pasan por A(0,1) y B(0,-1) son de la forma $x^2 + y^2 - 2ax - 1 = 0$, donde para cada valor de **a** se obtiene una de ellas.

14. Hallar la longitud de la cuerda común a $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 8 = 0$ y $x^2 + y^2 - 12x - 10y - 4 = 0$ .

15. Hallar las ecuaciones de las dos tangentes que desde el punto A(0,2) pueden trazarse a $(x-1)^2 + y^2 = 1$ .

16. Calcular la distancia mínima de la recta $x + y = 10$ a la circunferencia dada por $x^2 + y^2 = 1$ .
**Sol:** $\dfrac{10-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

17. Hallar la ecuación de la recta tangente a $x^2 + y^2 + 5x - 3y + 3 = 0$ que pase por el punto P(1,3).

    Nota: Si T es el punto de tangencia entonces $Pot_C P = \overline{PT}^2$ .

18. Hallar el eje radical de las circunferencias de centros $C_1(0,1)$ y $C_2(1,-1)$ y radios $r_1 = 2$ y $r_2 = 3$.

19. Sea P un punto del plano que dista 12 m del centro de la circunferencia de radio 6 m. Por P trazamos una secante que determina con la circunferencia una cuerda de longitud 3 m. Calcular la longitud de la secante. **Sol: 12 m.**

20. Sea P un punto del plano que dista 15 m del centro de una circunferencia de radio 9 m. Por P trazamos una secante a la circunferencia que corta a ésta en los puntos A y B. Calcular AB, sabiendo que PB mide 16 m. **Sol: 7 m.**

21. Hallar el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a (-1,0) es doble que a (1,0).

22. Si $C_1 \equiv x^2 + y^2 - 3x - 8y - 10 = 0$ y $C_2 \equiv x^2 + y^2 - 16 = 0$ son dos circunferencias, encontrar las coordenadas de un punto que, teniendo igual potencia respecto de las dos , equidiste de los ejes coordenados.

23. Hallar el centro radical de las circunferencias
    $C_1 \equiv x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$
    $C_2 \equiv x^2 + y^2 - 2x = 0$
    $C_3 \equiv x^2 + y^2 + 2x - 6y - 16 = 0$

24. Hallar el eje radical de las circunferencias de centro $C_1(1,4)$ y radio 2, y $C_2(4,1)$ y radio 3. Calcular también el área del cuadrilátero $C_1P_1C_2P_2$, donde $P_1$ y $P_2$ son los puntos de intersección del eje radical con las dos circunferencias.
**Sol: $6x - 6y + 5 = 0$; Área $\simeq$ 5'45**

25. Un foco puntual situado en P(-2,0) proyecta luz en todas direcciones. Los rayos son interceptados por una circunferencia opaca centrada en C(3,2) y tangente al eje de abscisas. Comprobar si un objeto situado en el punto Q(42,44) estará o no iluminado.

26. Dos emisoras diferentes, la primera con una potencia doble que la otra, están separadas por una distancia de 4 Km. Es sabido que la intensidad con que recibe un receptor las señales emitidas es proporcional a la potencia e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia emisora-receptor. Determinar los puntos del plano en los que la calidad de recepción de las dos emisoras es la misma. Nota: (Situar las emisoras sobre el eje OX y la primera de ellas en el origen de coordenadas).

27. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos P(0,0) y Q(2,0) y es tangente a

$$x^2 + y^2 - 10x - 6y + 18 = 0 .$$

28. Los extremos de un segmento son los puntos M(6,2) y N(14,8). Hallar, sobre la recta $r \equiv y - x = 0$, un punto P desde el que se vea el segmento MN bajo un ángulo de 90˚.

29. Comprobar que las circunferencias

$$\alpha \equiv x^2 + y^2 - 12x - 4y + 24 = 0$$

$$\beta \equiv x^2 + y^2 - 4x = 0$$

son ortogonales.

30. Hallar el lugar geométrico de los puntos del plano desde los cuales se ve el segmento determinado por los puntos A(2,-1) y B(3,4) bajo un ángulo de 60˚. ¿Cómo se llama este lugar?

31. Hallar el lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia a la recta y = 3 coincide con la suma de sus coordenadas.

32. Dos altavoces que emiten una misma melodía, están situados en A(-4,2) y B(1,3). Debido a la velocidad de propagación del sonido (340 m/seg en el aire), las notas se reciben con mayor o menor desfase dependiendo de la posición del oyente. Hallar el conjunto de puntos donde la sincronía es perfecta.

33. Queremos situar un depósito de propano que esté a una distancia de seguridad de 2 Km de una factoría C, y que equidiste de dos urbanizaciones A y B. ¿Dónde habría que situarlo?

34. Hallar el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de los puntos A(1,3) y B(-3,5). ¿Cómo se llama este lugar?

35. Un segmento de 10 cm de longitud forma con los semiejes positivos un triángulo de 24 cm$^2$ de área. Hallar las ecuaciones de las circunferencias cuyo diámetro sea dicho segmento.

Sol: $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$

$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$

36. Hallar la longitud del segmento de tangente común interior a dos circunferencias de radios 2 cm y 5 cm, respectivamente, sabiendo que la distancia entre los centros es de 10 cm.

37. Hallar la ecuación de la circunferencia de radio $\sqrt{5}$ de la figura.