

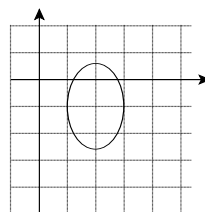
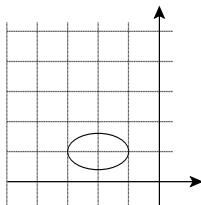
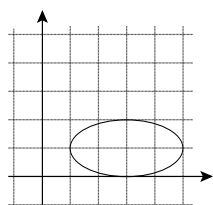
CÓNICAS

1.- Hallar el centro, vértices, excentricidad y representación gráfica de las elipses:

a) $x^2 + 4y^2 - 6x - 8y + 9 = 0$ b) $x^2 + 9y^2 + 4x - 18y + 12 = 0$

c) $9x^2 + 4y^2 - 36x + 8y + 31 = 0$

Sol: a) $(3,1)$, $A(5,1)$, $A'(1,1)$, $B(3,2)$, $B'(3,0)$ $e=0'866$; b) $(-2,1)$, $A(-1,1)$, $A'(-3,1)$, $B(-2,4/3)$, $B'(-2,2/3)$, $e=0'943$
 c) $(2,-1)$, $A(2,1/2)$, $A'(2,-5/2)$, $B(3,-1)$, $B'(1,-1)$ $e=0'745$



2.- Determinar el centro, los focos, los vértices, la excentricidad y las asíntotas de las hipérbolas:

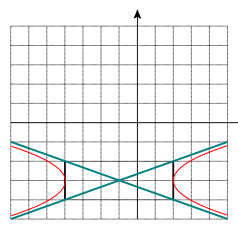
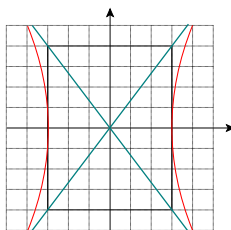
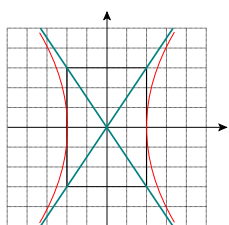
a) $9x^2 - 4y^2 = 36$ b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ c) $x^2 - 9y^2 + 2x - 54y - 89 = 0$

Representarlas gráficamente.

Sol: a) $O(0,0)$, $A(2,0)$, $A'(-2,0)$, $B(0,3)$, $B'(0,-3)$, $F(\sqrt{13},0)$, $F'(-\sqrt{13},0)$, $e=1'803$, $y = \pm \frac{3}{2}x$

b) $O(0,0)$, $A(3,0)$, $A'(-3,0)$, $B(0,4)$, $B'(0,-4)$, $F(5,0)$, $F'(-5,0)$, $e=5/3$, $y = \pm \frac{4}{3}x$

c) $(-1,-3)$, $A(2,-3)$, $A'(4,-3)$, $B(-1,-2)$, $B'(-1,-4)$, $F(\sqrt{10}-1,-3)$, $F'(-\sqrt{10}-1,-3)$,
 $e = \frac{\sqrt{10}}{3}$ $y+3 = \pm \frac{1}{3}(x+1)$

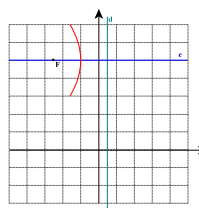
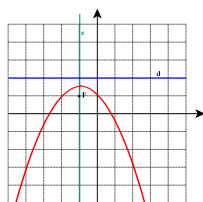
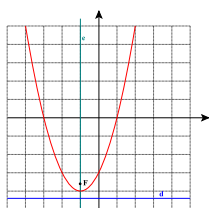


3.- Hallar el vértice, el foco, el eje y la directriz de las parábolas de ecuación:

a) $y = x^2 + 2x - 3$ b) $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$ c) $y^2 - 10y + 6x + 31 = 0$

Representarlas gráficamente.

Sol: V(-1,-4), F(-1,-15/4), e:x=-1, d: y=-17/4; b) V(-1,3/2), F(-1,1) e: x=-1, d: y=2; c) V(-1,5), F(-5/2,5) e: y=5
 d: x=1/2.



4.- Escribir la ecuación de la elipse de focos $(-2,1)$ y $(2,1)$ y excentricidad $e = 0'8$.

$$\text{Sol: } \frac{x^2}{\frac{25}{4}} + \frac{(y-1)^2}{\frac{9}{4}} = 1$$

5.- Escribir la ecuación de la hipérbola que tiene su centro en el origen, un vértice en el punto $(1,0)$ y un foco en el punto $(2,0)$.

$$\text{Sol: } x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$$

6.- Hallar el centro, vértices y las asíntotas de la hipérbola $\frac{(y+1)^2}{36} - (x-3)^2 = 1$.

$$\text{Sol: } O(3,-1), A(3,5), A'(3,-7), B(4,-1), B'(2,-1) \quad y = 6x - 19; y = -6x + 17$$

7.- El sistema LORAN (LONg distance RAdio Navigation) utiliza pulsos sincronizados, que viajan a la velocidad de la luz, emitidos por dos estaciones situadas a cierta distancia una de otra. Supongamos que la distancia entre las estaciones es de 5 Km. El piloto de un avión que sobrevuela la línea que une las estaciones a una altura de 3 Km recibe dos pulsos con una diferencia de tiempos de 10 microsegundos. ¿En qué punto se encuentra el avión?

$$\text{Sol: } P(2'704,3)$$

8.- Hallar el eje, vértice y la ecuación de la parábola cuya directriz es la recta $y = -3$ y cuyo foco es el punto $F(1,1)$.

$$\text{Sol: } e: x = 1, V(1,-1) \quad (x-1)^2 = 8(y+1)$$

9.- Determinar las ecuaciones de las rectas tangentes a la elipse $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ desde el punto

$$\text{exterior } P(4,0). \text{ Sol: } y = \pm 0'258(x-4)$$

10.- Hallar la ecuación del lugar geométrico de los puntos del plano cuya suma de distancias a

$$F\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ y } F'\left(-\frac{3}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \text{ es igual a 4.}$$

$$\text{Sol: } 7x^2 + 13y^2 - 6\sqrt{3}xy - 16 = 0$$

11.- Hallar la ecuación de la hipérbola de vértices $(-3,4)$, $(3,4)$ y focos $(-5,4)$ y $(5,4)$.

$$\text{Sol: } \frac{x^2}{9} - \frac{(y-4)^2}{16} = 1$$

12.- Hallar la ecuación de la parábola con vértice $(2,1)$ y foco $(2,3)$.

$$\text{Sol: } x^2 - 4x - 8y + 12 = 0$$

13.- Escribir la ecuación de la recta tangente a la elipse $(x+8)^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ en su punto

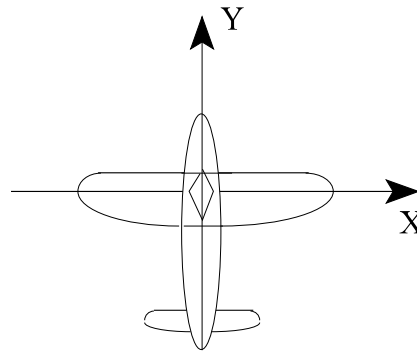
$$\left(-7/5, \sqrt{3}\right).$$

$$\text{Sol: } 2\sqrt{3}x + 3y + 12\sqrt{3} = 0$$

14.- El avión de aeromodelismo de la figura tiene la parte trasera de las alas de forma elíptica. Su envergadura es de 84 cm y el borde recto del ala, situado a 2 cm del eje mayor de la elipse, mide 82 cm.

a) Con estos datos, hallar la ecuación de la elipse respecto a los ejes de coordenadas representados en la figura.

b) Calcular la anchura de las alas en el centro del fuselaje.



Sol: a) $\frac{x^2}{1764} + \frac{y^2}{85} = 1$; b) 11'22 cm

15.- Dos micrófonos A y B separados entre sí 2 Km, graban una explosión. El sonido llega al micrófono A dos segundos después que al B. Sabiendo que la velocidad del sonido es 340 m/s, ¿qué puede decirse acerca del punto donde se produjo la explosión?

Sol: $P \in \frac{x^2}{0'1156} - \frac{y^2}{0'8844} = 1$

16.- Determinar qué curva representa cada una de las siguientes ecuaciones:

a) $4x^2 - y^2 - 4x - 3 = 0$ Sol: Hipérbola

b) $9x^2 + 9y^2 - 36x + 6y + 34 = 0$ Sol: Elipse

c) $16x^2 - 24xy + 9y^2 - 60x - 80y + 100 = 0$ Sol: Parábola

17.- Hallar la ecuación de la parábola de eje paralelo a OX y que pasa por los puntos (6,1), (-2,3) y (16,6).

Sol: $(y-3)^2 = \frac{1}{2}(x+2)$

18.- Hallar la ecuación de la elipse cuyo centro es el (1,2), el foco (6,2) y pasa por el punto (4,6).

Sol: $\frac{(x-1)^2}{45} + \frac{(y-2)^2}{20} = 1$

19.- La órbita del planeta Tierra en su movimiento alrededor del Sol es una elipse, y el Sol está situado en uno de sus focos. La mínima distancia de la Tierra al Sol (perihelio) es, aproximadamente, $1475 \cdot 10^5$ Km y la máxima distancia (afelio) es $1.525 \cdot 10^5$ Km. Hallar el semieje mayor y la excentricidad de la órbita de la Tierra.

Sol: $a=1500 \cdot 10^5$ km; $e=1/6$

20.- Dos observadores A y B están situados a 10 Km de distancia el uno del otro en una recta paralela a un río que dista de la recta AB, 8 Km. En la orilla del río se produce una explosión que es percibida por el observador A 20 segundos antes que por el B. Localizar el punto P donde se produjo la explosión (Tomar la velocidad del sonido como 300 m/s).

Sol: P(6'7,8)

21.- La superficie de un espejo reflector está generada por el giro de una parábola alrededor de su eje de simetría. El diámetro del espejo es igual a 80 cm, y su profundidad es de 10 cm. ¿A qué distancia del vértice de la parábola habrá que colocar el foco luminoso?

Sol: $F(40,0)$

22.- Hallar la ecuación de la parábola de foco $F(2,2)$ y directriz la recta $x + y = 0$. Hallar después, la ecuación de su eje, su vértice y representarla gráficamente.

Sol: $x^2+y^2-2xy-8x-8y+16=0$; $e: x-y=0$; $V(1,1)$

23.- Dada la parábola de ecuación $y^2 = -8x$, determinar los puntos de la misma que pertenecen a la recta perpendicular al eje por el foco. Calcular después la longitud de la cuerda de la parábola determinada por estos puntos.

Sol: $P(-2,4)$, $P'(-2,-4)$; $d(P,P') = 8$

24.- a) El cometa Halley tiene una órbita elíptica con diámetros mayor y menor respectivos de 36'18 UA y 9'12 UA (1 UA es una unidad astronómica, la distancia media de la Tierra al Sol). ¿Cuál es el máximo acercamiento al Sol, suponiendo que está en uno de los focos de la elipse? ¿Cuál es la excentricidad del cometa halley?

Sol: 13,53 UA; $e=0'97$

25.- La órbita del planeta Marte es una elipse con el Sol en uno de sus focos. Su excentricidad es 0'0935 y la menor distancia de Marte al Sol es 128'5 millones de millas. Encontrar la distancia máxima de Marte al Sol.

Sol: 155007988'065 millas

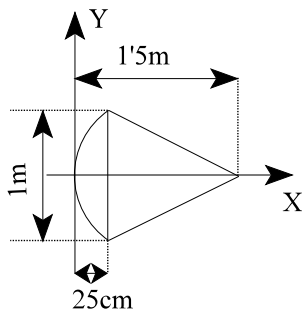
26.- Calcular el área del triángulo formado por los ejes coordenados y la recta tangente a la hipérbola $xy = 2$ en el punto de abscisa $x = 1$.

Sol: $4 u^2$; $y=-2x+4$

27.- Hemos construido una cometa que tiene forma de arco, cuya parte curva es un arco de parábola. Las medidas de la cometa están indicadas en la figura.

Las medidas de la cometa están indicadas en la figura.

Tomando como ejes de coordenadas los indicados en el dibujo, encontrar:



a) La ecuación de la parábola de la cual forma parte el arco de la cometa. Sol: $y^2=0'1x$

b) Las coordenadas del foco y la ecuación de la directriz.

Sol: $F(0'025,0)$; $d: x=-0'025$

28.- Hallar la ecuación de la elipse de centro $C(2,2)$, foco $F(-1,2)$ y semieje mayor $\sqrt{10}$.

Sol: $\frac{(x-2)^2}{10} + \frac{(y-2)^2}{1} = 1$

29.- Dos vértices de una elipse, pertenecientes a ejes distintos son los puntos $A(1,1)$, $B\left(2+\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. Sabiendo que la ecuación del eje mayor es $x+y-2 = 0$, hallar la ecuación de la

elipse. Sol: $7x^2+7y^2+2xy-28x-4y+16=0$

30.- Sea la elipse de ecuación $4x^2 + 9y^2 = 180$. De su foco izquierdo, sale un rayo de luz con pendiente -2 y ese rayo se refleja en un punto de la elipse. Hallar la ecuación de la recta que contiene al rayo reflejado.

Sol: $2x + 11y - 10 = 0$; $4x - 8y - 20 = 0$

31.- Hallar la ecuación de la parábola de foco $F(4,0)$ y directriz $2x - y + 3 = 0$.

Sol: $x^2 + 4y^2 + 4xy - 52x + 6y + 71 = 0$