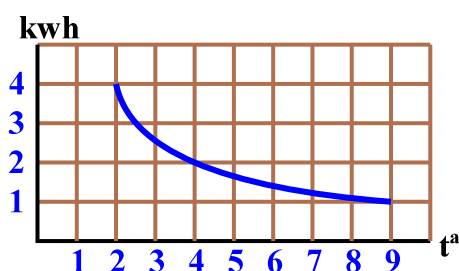


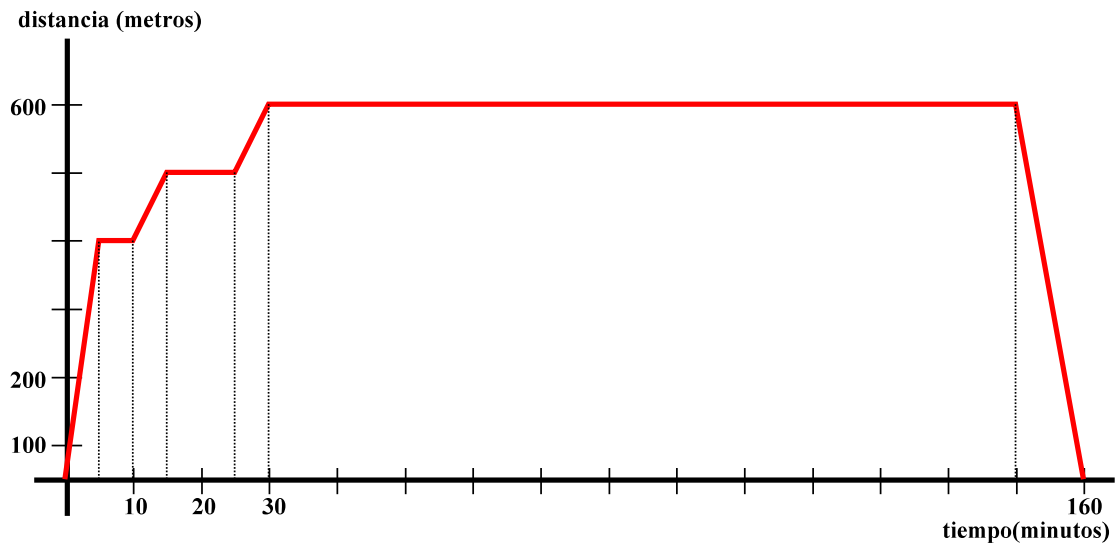
Funciones

1. Decide en qué casos estamos en presencia de una función, determina su dominio y escribe, cuando sea posible, su fórmula. A cada número se le asocia:
 - a. El doble de su cubo menos el triple de su cuadrado.
 - b. Su inverso.
 - c. El número 8.
 - d. Él mismo.
 - e. La raíz cuadrada positiva del mismo disminuido en 4 unidades.
 - f. La hipotenusa de un triángulo rectángulo, uno de cuyos catetos es la cantidad dada.
 - g. La hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles cuyo cateto es la cantidad dada.
 - h. El número de alumnos de tu clase cuya altura es menor que la cantidad dada.
 - i. La cifra de las unidades de una expresión decimal.
 - j. La suma de él mismo con el inverso de su cuadrado.
 - k. El área de un polígono regular inscrito cuyo lado es el número dado.
 - l. El área de un hexágono regular cuyo lado es el lado dado.
2. El área A de un cuadrado es función de la longitud del lado x .
 - a. Escribir la expresión matemática de dicha función.
 - b. ¿Cuál es su dominio de definición?
 - c. Construir una tabla de valores para $0 < x < 4$, incrementando el valor de x de 0'5 en 0'5 y representar $A(x)$ en esa región.
 - d. Hallar $A(\sqrt{6})$ y $A(-3)$.
 - e. ¿Cuál es la imagen de 1.000? ¿Para qué valor del lado del cuadrado el área vale $A = \frac{4}{8}$?
 - f. ¿Para qué valores del lado el área está comprendida entre 10 y 100?
3. El manual del usuario de un refrigerador incluye una gráfica indicando el consumo diario de energía en función de la temperatura interior, que se controla mediante el termostato (suponiendo que la cocina tiene una temperatura estable de 20°)

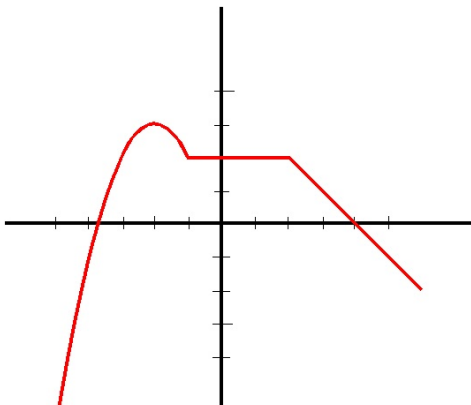


- a. ¿Cuál es el consumo a 5°C ?
- b. ¿A qué temperatura se gastan 2'5 kwh al día?
- c. Para qué temperatura el consumo es inferior a 2 kwh?
- d. ¿Cuál es el dominio de definición de esta función?
- e. ¿Cuál es su recorrido?

4. Álvaro va cada tarde al instituto. Pasa primero por la panadería y luego se detiene en la siguiente esquina a esperar a un compañero. Por fin, después de las clases, vuelve a casa. Aquí tienes la gráfica de su recorrido:

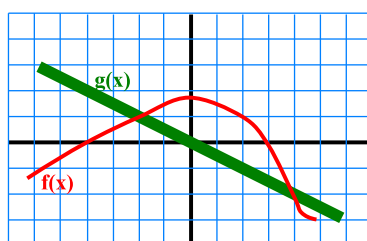


- ¿Qué distancia hay de la casa al instituto?
 - ¿Y a la panadería?
 - ¿Cuánto tarda en comprarse un bollo?
 - ¿Tiene que esperar mucho su compañero?
 - ¿Cuánto duran las clases?
 - Si las clases comienzan a las cuatro de la tarde, ¿dónde estaba a las 3'22; 3'36; 3'54 horas?
 - ¿Lleva la misma velocidad a la ida que a la vuelta? Estudia las diversas velocidades en cada trayecto.
 - ¿Crees que Álvaro camina deprisa? ¿Cuál es la velocidad a la que tú vas normalmente?
 - Haz una gráfica del recorrido que tú haces de casa al instituto cada día. Cuenta con las paradas que haces habitualmente.
5. Sobre la función $f(x)$ representada en la figura, se pide:



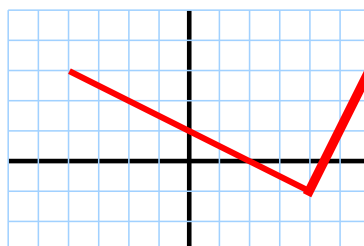
- ¿Cuáles son su dominio y su recorrido?
- Determinar $f(-1)$ y $f(5)$
- Anti-imagen de 3 y de 2.
- Ecuación de la función.
- ¿En qué subconjunto del dominio tiene la función signo positivo?
- ¿Existe algún a tal que $f(a) = a$?

6. Sobre las funciones de la figura adjunta se pide:



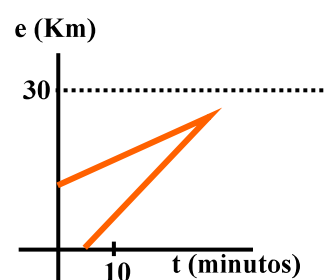
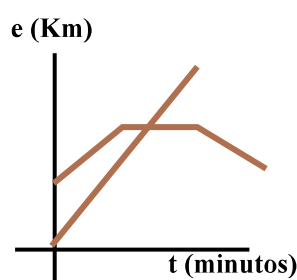
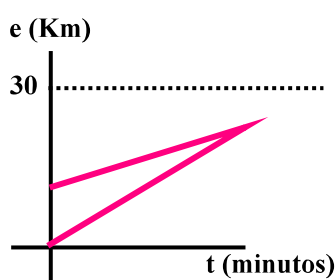
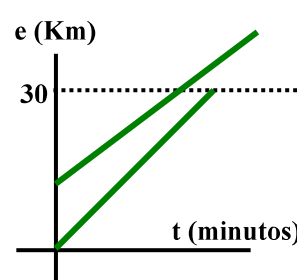
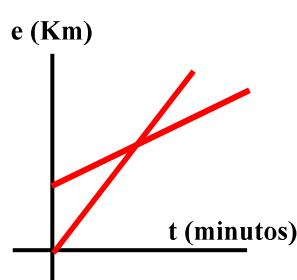
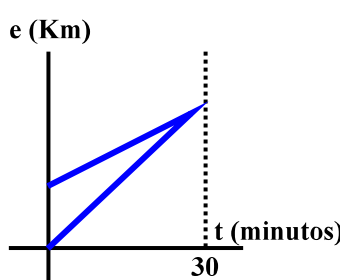
- ¿En qué subconjunto de los números reales es $f(x) > 1$?
- ¿Para qué valores de x se cumple $f(x) = g(x)$?
- ¿En qué puntos se anula la función $f(x)$? ¿Y $g(x)$?
- ¿En qué intervalo es $f(x) > g(x)$?

7. Escribir la expresión matemática de la función cuya gráfica aparece en la figura:

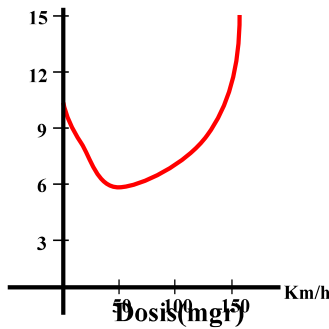


8. Asociar a cada enunciado su gráfica correspondiente:

- Unos ladrones asaltan un banco. Cuando emprenden la fuga, simultáneamente la policía, ya avisada, comienza su persecución. Al llegar a un punto, los ladrones se apartan del camino y esperan a que la policía pase, retrocediendo después.
- Los ladrones comienzan como en el apartado anterior, pero después no se paran y son alcanzados por la policía antes de llegar a la frontera situada a 30 Km.
- Empiezan como en el apartado b), pero después no son alcanzados antes de la frontera.
- Comienzan como en a), pero luego los ladrones no se paran y son alcanzados por la policía antes de media hora.
- Unos ladrones asaltan un banco. A los 5 minutos de darse a la fuga, la policía emprende su persecución, alcanzándoles antes de llegar a la frontera.
- Como en el apartado b), pero no son alcanzados, ya que la policía va por un camino equivocado.

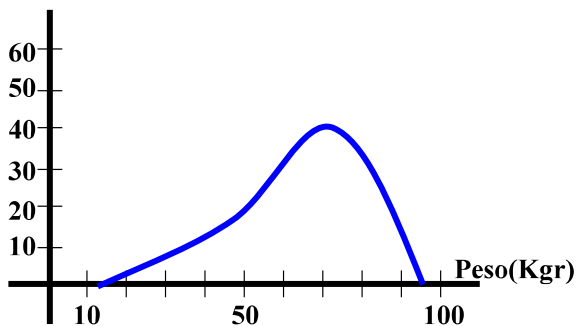


9. En la guía del usuario de un modelo de automóvil se advierte que el consumo de gasolina es función de la velocidad, según se refleja en la siguiente gráfica:



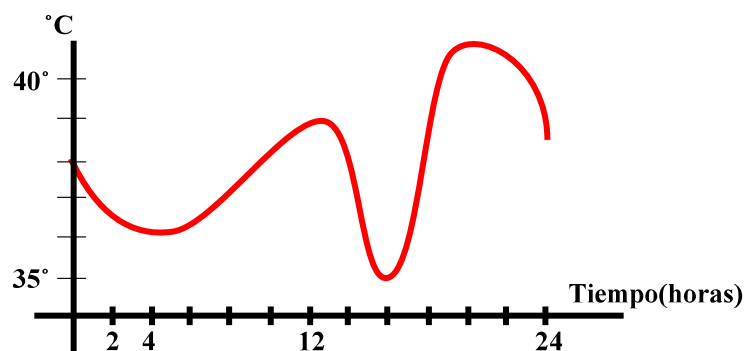
- ¿Es más rentable conducir a 25 Km/h que a 100 Km/h?
- ¿A qué velocidad debe conducir el ahorrador nato?
- ¿A qué velocidades se consume menos de 7 litros

10. En las instrucciones de un medicamento se establece que la dosis del mismo, expresada en mgr, está en función del peso del paciente, según se indica en la gráfica:



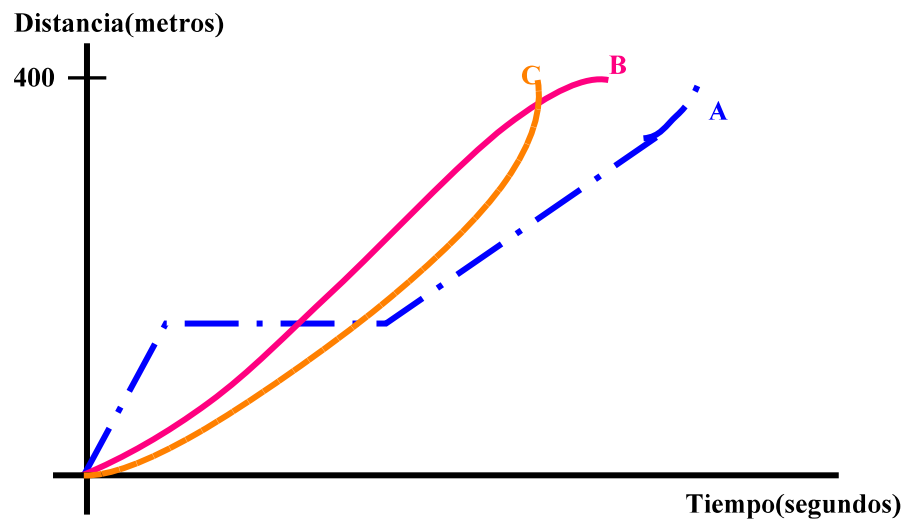
- ¿Qué dosis hay que administrar a una persona de 75 Kgr?
- ¿Es este medicamento peligroso para los obesos?
- ¿Está contraindicado para los bebés?

11. En una U.C.I. hay un aparato que registra continuamente la temperatura de un enfermo. La gráfica de la figura corresponde a un período de 24 horas:



- ¿Hubo algún descenso de temperatura durante la madrugada? ¿Entre qué horas?
- ¿A qué hora la temperatura del enfermo fue de 37°C?
- En un momento dado el paciente sufrió un paro cardíaco con un brusco descenso de temperatura. ¿A qué hora se inició? ¿Cuándo comenzó a recuperarse?
- Aparte del problema cardíaco, ¿tuvo el enfermo algún otro momento de peligro?

12. Esta es la gráfica de tres participantes en una carrera de 300 metros lisos:



Si eres el comentarista deportivo que narra la prueba, relatar los incidentes de la carrera.

13. Inventa una gráfica para esta historia:

“Cuando el bar abrió sus puertas, la gente fue acudiendo poco a poco; a la salida de un cine cercano se llenó el local en pocos minutos. A las 11 un alboroto en la calle produjo que la mitad de la gente saliera a ver qué ocurría, una vez apaciguados los ánimos, volvieron a ocupar sus asientos. A partir de entonces los clientes se fueron marchando poco a poco. Cuando el reloj marcaba la una de la madrugada el dueño avisó a los que quedaban para cerrar.

Funciones lineales

14. El entrenador de un corredor de fondo está tomándole tiempos. En los primeros 16 segundos obtiene la siguiente tabla:

Tiempo (en segundos)	0	2	4	6	10	12	16
Espacio recorrido (metros)	0	12	24	36	60	72	96

- Escribir la función f que nos da el espacio recorrido en función del tiempo.
 - Si el corredor parte del Km 3 de una carretera con la misma velocidad constante, ¿cuál sería ahora la nueva función?
15. La bajada de bandera de un taxi cuesta 200 ptas y cada Km recorrido, 42 ptas.
- ¿Cuál es la expresión de la función que nos da el coste de una carrera?
 - ¿Cuántos Km hizo un cliente que pagó 494 ptas?
16. Una empresa de alquiler de automóviles ofrece dos fórmulas diferentes de alquiler de un determinado tipo de coche:
- A: Lo alquila por 4.000 ptas al día con kilometraje ilimitado.
B: Lo alquila por 1.000 ptas al día y 8 ptas el Km.
Queremos hacer un viaje de 10 días.
- Si hacemos 2.000 Km en los 10 días ¿cuánto nos costará empleando cada una de las fórmulas?
 - Si no sabemos cuántos Km vamos a hacer, realizar un estudio para averiguar la fórmula más beneficiosa.
 - Dibujar la gráfica para ambos casos para un viaje de 10 días e interpretarla.
17. Se sabe que a 32 m de profundidad bajo tierra, la temperatura aumenta un grado. Si en la superficie la temperatura es de 10° , encontrar una función que nos relacione los metros de profundidad con la temperatura. ¿Cuál es su gráfica?. Si un agua termal sale a 79° . ¿de qué profundidad proviene?
18. El precio de un viaje en tren depende de los Km recorridos. Así, recorrer 57 Km en un determinado tipo de tren nos cuesta 285 ptas y si recorremos 68 Km, nos cuesta 340 ptas.
- Encontrar la función polinómica que nos relaciona los Km recorridos con el coste del billete.
 - Representar gráficamente esta función.
 - ¿Cuánto costará hacer un viaje de 300 Km?
 - Si el billete cuesta 400 ptas, ¿cuántos Km tiene el recorrido?
19. Un caracol se desliza desde el extremo de un tallo 10 cm cada minuto. Expresar la distancia caracol - extremo en función del tiempo y hacer su gráfica.
20. Dos paseantes salen simultáneamente de dos pueblos A y B que están separados por 10 Km. El primero, en dirección a B, lleva una velocidad de 2 Km/h El segundo, en dirección a A, corre a 4 Km/h. Determinar en qué instante y a qué distancia de A se encuentran.
21. Un chico sale de su casa en un vehículo a 100 Km/h, olvidando un documento. Un cuarto de hora más tarde, su padre inicia, desde el mismo domicilio, la persecución a 150 Km/h ¿Cuánto

- tiempo tardará en alcanzarlo? ¿A qué distancia del domicilio familiar?
22. Unos ladrones asaltan un banco. Un coche de la policía, situado a 5Km de dicho banco, sale al mismo tiempo en su persecución. Suponiendo que los ladrones se dirigen a la frontera y que el camino hacia allí es único, ¿serán alcanzados por la policía antes de llegar a la frontera, sabiendo que ésta se encuentra a 42'5 Km del banco y que las velocidades de la furgoneta de los ladrones y del coche de la policía son, respectivamente, de 80 y 90 Km/h de media?
 23. En pruebas de una dieta experimental para gallinas, se determinó que el peso medio **P**(en gramos) de una gallina fue, según las estadísticas, una función lineal del número de días **d** después de que se inició la dieta, donde $0 \leq d \leq 50$. Suponer que el peso medio de una gallina al inicio de la dieta fue de 40 gramos y 25 días después fue de 675 gramos.
 - a. Determinar **P** como una función lineal de **d**.
 - b. Determinar el peso medio de una gallina cuando $d = 10$.
 24. Un paciente con cáncer recibirá terapias mediante fármacos y radiación. Cada centímetro cúbico de medicamento que se usará contiene 200 unidades curativas, y cada minuto de exposición a la radiación proporciona 300 unidades curativas. El paciente requiere 2400 unidades curativas. Si **d** centímetros cúbicos de la droga y **r** minutos de radiación son administrados, determinar una ecuación que relacione **d** y **r**.
 25. Para regular su temperatura en relación con el calor ambiental, las ovejas aumentan su ritmo respiratorio **r** (por minuto) cuando la longitud de la lana **l** (en cm) disminuye. Supón que una oveja con una longitud de lana de 2 cm tiene un ritmo respiratorio de 160, y aquéllas con una longitud de lana de 4 cm tiene un ritmo de 125. Supón que **r** y **l** están relacionados linealmente.
 - a. Determina una ecuación que relacione **r** con **l**.
 - b. Determina el ritmo respiratorio de una oveja con una longitud de lana de 1 cm.
 26. Unos biólogos americanos han encontrado que el número de chirridos por minuto hecho por los grillos de cierta especie está relacionados con la temperatura. La relación es casi lineal. A 68°F, los chirridos de los grillos son casi 124 por minuto. A 80°F son alrededor de 172 por minuto.
 - a. Determina una ecuación que dé la temperatura Fahrenheit **t** en función del número de chirridos **c** por minuto.
 - b. Si se cuenta los chirridos en sólo 15 segundos, ¿cómo puede rápidamente estimar la temperatura?
 27. Cuando la temperatura **T** (en grados Celsius) de un gato es reducida, la frecuencia cardíaca del gato **f** (en latidos por minuto) disminuye. Bajo condiciones de laboratorio, un gato a una temperatura de 37°C tuvo una frecuencia cardíaca de 220, y a una temperatura de 32°C una frecuencia cardíaca de 150. Si **f** está relacionada linealmente con **T**, en donde **T** está entre 26 y 238,.
 - a. Determina una ecuación para **f** en función de **T**
 - b. Determina la frecuencia cardíaca a una temperatura de 28°C.
 - c. Dibuja la gráfica de la función.
 - d. En qué mes alcanza la máxima cotización. Calcula el porcentaje de beneficios que habrá obtenido.
 28. La economía de un gran almacén de zapatos se rige por las siguientes funciones de oferta y demanda: $f_o(p) = \frac{19}{50}p + 100$; $f_d(p) = -\frac{2}{3}p + \frac{16000}{3}$. Hallar el precio y la cantidad de

equilibrio. Representarlo gráficamente. 5.000 ptas y 2.000 pares de zapatos.

29. Una agencia inmobiliaria de una zona turística dispone de apartamentos para alquilar. La función demanda de estos apartamentos obedece a un modelo lineal. La agencia observa que si el precio, p , de alquiler mensual por apartamento es de 100.000 pesetas, ésta alquila 100 apartamentos, mientras que si el alquiler mensual es de 125.000 pesetas, entonces alquila 50 apartamentos. Obtener la función demanda $f_d(p)$ e indicar a partir de qué precio la agencia no alquila ningún apartamento.

Funciones cuadráticas

30. Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba con una velocidad de 20 m/sg. La altura (en metros) a la que se encuentra la piedra transcurridos t segundos desde su lanzamiento, viene dada por $h(t) = -5t^2 + 20t$.
- ¿Cuál es la altura máxima alcanzada por la piedra?
 - ¿Cuánto tiempo tarda en llegar al suelo?
 - Si la piedra se lanza hacia arriba y cae en el hueco de un ascensor y éste inicia el ascenso a una velocidad constante de 5 m/sg en el mismo instante en que se lanza la piedra, ¿en qué momento choca la piedra con el ascensor?
31. Consideremos todos los pares de números reales cuya suma es 100. ¿Para cuál de ellos el producto de estos dos números es máximo?
32. La ecuación de la altura de una bala de cañón en función del tiempo t , viene dada por $f(t) = -5t^2 + 200t$. ¿Cuándo baja? ¿Cuándo sube? ¿Cuándo alcanza el máximo de altura? ¿Cuándo cae?
33. Un señor guarda el 30 de Septiembre 200 Kgr de uvas, para venderlas en Navidad. El precio, directamente desde la viña, es de 40 ptas/Kgr. Sabe que cada día que pasa, pierden 1 Kgr, pero su precio aumenta 1 pta/kgr. Como no dispone del local adecuado para su conservación, su experiencia le dice que a los 160 días las uvas se estropean totalmente. ¿Cuándo deberá llevar las uvas a vender al mercado para obtener un beneficio máximo?
- Construir la función que relaciona el tiempo que debe conservar las uvas en la cámara y el beneficio obtenido por su venta.
 - ¿Cuál es el dominio y la imagen de esta función?
 - ¿Hasta qué día el beneficio aumenta? ¿A partir de cual disminuye?
 - ¿En qué días obtendrá menos dinero por vender las uvas?
 - ¿Cobra lo mismo si las vende a los 70 que a los 90 días? ¿Por qué?
 - ¿Qué significado tiene el eje de simetría de la parábola?
34. En un día de rebajas, las ventas de camisetas de un gran centro comercial sigue la ley: $n = 260 - \frac{1}{25}p$ ($1500 \leq p \leq 7000$). Obtener qué precio origina el ingreso máximo.
- (Nota: $I = np$, es decir $I = 260p - \frac{1}{25}p^2$).
35. El número de personas atacadas cada día por una determinada enfermedad viene dada por la función $f(x) = -x^2 + 40x + 84$, donde x representa el nº de días transcurridos desde que se descubrió la enfermedad. Calcula:
- ¿Cuántas personas enferman el quinto día?
 - ¿cuándo deja de crecer la enfermedad?

- c. ¿Cuándo desaparecerá la enfermedad?
36. Un agricultor ha recogido 10 Tm de fruta que almacena deteriorándose a razón de 50 Kg/día. El precio de venta actual es de 200 pta/Kg, pero aumenta 2 pta/Kg cada día. ¿Qué cantidad de fruta queda a los x días?. ¿A qué precio se vende el Kg en ese momento?. ¿Cuántos días ha de esperar para vender y obtener el máximo beneficio?
37. La cotización en bolsa de las acciones de la empresa va a seguir en 2001, aproximadamente la evolución siguiente $f(t) = 342 + 39t - 3t^2$, donde t es el tiempo en meses ($0 \leq t \leq 12$). ¿En qué mes la cotización será máxima?
38. La función de oferta y demanda de unidades de CD-ROM en un complejo comercial vienen dadas por:

$$\left. \begin{array}{l} f_o(p) = 0'25p^2 - 4 \\ f_d(p) = -0'2p^2 + 60 \end{array} \right\} 4 < p < 17$$

siendo p el precio por unidad CD-ROM en miles de pesetas y los valores de f_o y de f_d vienen dados en cientos de unidades CD-ROM.

- Determinar el precio y la cantidad de equilibrio (número de unidades CD-ROM que el complejo está dispuesto a ofertar y los compradores a comprar y el precio de cada una de estas unidades). $p = 11926$ ptas y 3156 unidades CD-ROM
 - Si el complejo oferta 4500 unidades, ¿a qué precio las venderá y cuántas venderá?
14.000 pesetas y 2.080 unidades
 - Para un precio de 6000 pesetas por unidad, ¿qué situación se produce en el mercado?
Los compradores demandan más unidades que las ofertadas, siendo esta diferencia de $5.200 - 500 = 4.780$.
39. Cierta entidad financiera lanza al mercado un plan de inversión cuya rentabilidad $R_d(x)$ en miles de pesetas viene dada por:

$$R_d(x) = -0'001x^2 + 0'5x + 2'5$$

Siendo x la cantidad invertida en miles de pesetas.

- Deducir razonadamente qué cantidad de dinero le conviene invertir a un cliente en dicho plan.
- ¿Qué rentabilidad obtendrá?

Funciones a trozos

40. La tasa de un aparcamiento es de 125 ptas por cada media hora o fracción, hasta un máximo de dos días, al cabo de los cuales una grúa retira el coche. El precio P es pues función del tiempo t de estancia. Medimos t en minutos.
- Escribir la expresión matemática de la función $P(t)$.
 - Dibujar su gráfica en el intervalo $(0, 180)$.
 - Especificar su dominio y recorrido.
41. En cierto colectivo de familias, el gasto mensual en ocio $G(x)$, en miles de pesetas, está relacionado con el ingreso mensual, x , también en miles de pesetas, a través de la siguiente función:

$$G(x) = \begin{cases} 0.02x - 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 100 \\ \frac{30x}{2x + 2.300} & \text{si } x > 100 \end{cases}$$

- Estudiar la discontinuidad del gasto. ¿El gasto en ocio de una familia es sensiblemente distinto si sus ingresos son ligeramente inferiores o superiores a las 100.000 pesetas?
- Justificar que el gasto en ocio es siempre creciente con los ingresos.
- Justificar que ninguna familia realiza un gasto en ocio superior a las 15.000 pesetas mensuales.

42.

- ¿Qué significa que la pendiente de una carretera es del 20% o del 14%? ¿Qué relación tiene esta pendiente con el término matemático “pendiente de una recta”?
- Dibuja el perfil de una cuesta de forma que, durante los 100 primeros metros tiene una pendiente del 12%, los 200 metros siguientes del 60% y los 50 últimos del 100%. ¿Cuál es su ecuación?

43. En una copistería tienen la siguiente tarifa para hacer fotocopias de un mismo original:

<u>Cantidad</u>	<u>Precio por copia</u>
De 1 a 5	10 ptas
De 6 a 20	8 ptas
De 21 a 50	6 ptas
Más de 50	4 ptas

Construir un gráfico y estudiar la relación entre la cantidad de fotocopias que hacemos de un mismo original y lo que debemos pagar por ellas.

Funciones de proporcionalidad inversa y racionales

44. La siguiente tabla muestra el tiempo de llenado de una piscina en función del número de grifos que se abren:

Nº de grifos (x)	2	3	4	5	6
Tiempo en horas (y)	12	8	6		

Completar la tabla y encontrar la función que se ajusta a la misma.

45. La función $f(x) = \frac{400x + 400}{x + 18}$ nos da el número de pulsaciones por minuto de una persona que está aprendiendo a teclear en un ordenador en función del número de clases particulares, de una hora, a las que asiste.
- ¿Cuántas pulsaciones por minuto dará al cabo de 3, 5 y 20 clases recibidas?
 - ¿Cuántas horas debe practicar para dar 300 pulsaciones por minuto?
 - Representar la gráfica.

NOTA: L. Thurstone, experto en métodos cuantitativos en el aprendizaje, propuso la función $f(x) = \frac{a(x + b)}{x + c}$

para describir el número de éxitos que una persona podía conseguir después de x sesiones de prácticas.

46. Un médico dispone de dos horas para pasar consulta. Ha decidido dedicar ese tiempo por igual a los pacientes que acudan.

Estudiar la relación entre el número de pacientes y el tiempo que le dedica a cada uno. Hallar la expresión de esta relación y esbozar su gráfica.

47. Robert Boyle (siglo XVII), estudió el comportamiento de los gases, en especial la modificación de su volumen cuando varía la presión que se aplica sobre ellos.

Manteniendo la temperatura constante hemos medido en el laboratorio los volúmenes que ocupa un determinado gas a cada presión y los resultados quedan reflejados en la siguiente tabla:

PRESIÓN (atmósferas)	0'1	0'2	0'5	1	2	10	15
VOLUMEN (litros)	244'4	122'2	48'88	24'44	12'22	2'44	1'63

- Representar gráficamente la relación volumen-presión.
 - Encontrar la relación entre ambas variables y expresarla en lenguaje matemático.
 - Si la presión fuera de 4 atmósferas ¿cuál sería el volumen ocupado por el gas? Resolver esta cuestión sobre la gráfica y por medio de la expresión matemática obtenida. ¿Cuál parece mejor procedimiento? ¿Por qué?
 - Calcular ahora la presión necesaria para que el gas de la experiencia ocupe un volumen de 500 litros.
48. En una investigación realizada con ranas (se las cargaba con pequeños pesos y se las hacía saltar), se determinó que la velocidad de contracción muscular de su pata disminuía con la carga. En concreto, su velocidad de contracción puede medirse aproximadamente con la función:

$$V(p) = \frac{20 + 0'06p}{p} \quad (p \geq 5gr \quad y \quad V(p) \text{ en cmm/seg})$$

- ¿Cuál es la velocidad de contracción de una rana que se la carga con 10 gr? ¿Y con 50 gr? (2'66 cm/seg)(0'58 cm/seg)
- Dibujar la gráfica de $V(p)$. ¿A qué tiende $V(p)$ cuando la carga es muy grande? (a 0'06)

Funciones exponenciales y logarítmicas

49. Una de las bacterias de más rápido crecimiento es la *escherichia coli*, cuyo número puede duplicarse cada 15 minutos.

- Hallar la fórmula que explique este proceso de crecimiento.
- ¿Cuántas bacterias habrá por cada unidad inicial al cabo de 8 horas? (4.294967)

50. El número de personas afectadas por una epidemia de gripe viene dado por

$$C(t) = \frac{25.000}{1 + 199e^{-1'4t}} \quad \text{donde } t \text{ indica el número de semanas transcurridas desde la manifestación de esta enfermedad. Se pide:}$$

- ¿Cuántas personas habían contraído la gripe en el momento de su manifestación? (125)
- ¿Cuántas al tercer día? (227) ¿Y a las dos semanas? (1908)
- Si no se aplica ninguna vacuna, ¿cuántos días deben pasar para que 10.000 personas

contraigan la gripe? (25 días)

51. El radio se descompone radiactivamente. La cantidad de sustancia radiactiva presente después de t años viene dada por la fórmula $C(t) = C_0 e^{-0.00041t}$, don C_0 es la cantidad inicial de radio.
- ¿Qué cantidad de radio queda de una muestra de 500 gr al cabo de 1.000 años? (331'8 gr)
 - ¿Cuál es el periodo de semidesintegración de este elemento químico? (1690'6 años)
52. El isótopo Galio-67 se usa para el diagnóstico de tumores malignos; su vida media es de 46'5 horas. Si se parte de 80 mgr de Galio-67, ¿cuántos miligramos quedarán después de :
- 2 días? (39'13 mgr)
 - 8 días? (4,48 mgr)
53. Para un hueso se calculó que se había desintegrado entre el 92% y el 95% del Carbono-14. Si el periodo de semidesintegración del C-14 es de 5.730 años, ¿qué edad aproximada tenía el hueso? (entre 21.048 y 24.964 años)
54. El **pH** de una solución es una medida de su acidez. Un **pH** bajo, indica una solución ácida (el del jugo de limón es menor que 3), y un **pH** alto indica una solución básica. El agua neutra tiene un **pH** de 7.
- El **pH** de una solución está relacionado con la concentración de iones de hidrógeno según la fórmula $\left| pH = -\log[H^+] \right|$ don H^+ representa los iones de hidrógeno por litro.
- En una persona, se ha determinado que la concentración de iones de hidrógeno en su sangre es aproximadamente $H^+ = 3'98 \times 10^{-8}$ moles/litro. Calcular el **pH** de su sangre (7'4)
- (En personas sanas oscila entre 7'2 y 7'6).
55. La población de un estado es, en millones de habitantes, $\left| P(t) = \frac{20}{4e^{\frac{t}{100}} + 1} \right|$, donde t es el tiempo en años. Calcular la población actual y la población límite.
56. Una empresa fabrica tapones de plástico para una máquina embotelladora. En la fabricación en serie el coste de cada tapón depende del número de tapones de la serie según la función $\left| f(x) = \frac{3}{4}x + e^{-\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}} \right|$ donde x representa centenares de tapones y $f(x)$ euros.
- Calcular el coste de producción de un tapón, si no se produce más que uno.
 - Calcular el número de tapones que ha de producir para que el coste por tapón sea mínimo.

Funciones trigonométricas

57. La extensión **E** (en millones de km²) de nieve en el hemisferio norte, en función del tiempo **t** (medido en semanas, de 1 a 52 a partir del 1 de enero), viene dada por:

$$E = 25 + 21 \cos 2\pi \left(\frac{t - 5}{52} \right)$$

- a. ¿En qué semana predice esta fórmula la mínima extensión de nieve? (31)
 - b. ¿Cuál es esa extensión mínima? (4 millones de km²)
58. Hallar el período de las funciones:
- a. $y = \sin(10t)$
 - b. $y = \sin(8t) + \sin(4t)$