

## Geometría

1. Los puntos A, B, C y D son los vértices de un rectángulo y  $\vec{u} = [\vec{AB}]$ ,  $\vec{v} = [\vec{CB}]$ ,  
 $\vec{w} = [\vec{CD}]$  y  $\vec{x} = [\vec{AD}]$ . Calcular los ángulos que forman los vectores  $\vec{u}$  y  $3\vec{w}$ ,  
 $2\vec{v}$  y  $-3\vec{x}$ ,  $2\vec{u}$  y  $\vec{w}$ . Calcular también los productos escalares:  
 $(2\vec{u}) \cdot (-3\vec{v})$ ;  $(-\vec{v}) \cdot (2\vec{w})$ ;  $(-3\vec{w}) \cdot (-\vec{w})$ ;  $\vec{w} \cdot \vec{x}$
2. Calcular el producto escalar de los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sabiendo que el módulo del vector  
proyección de  $\vec{v}$  sobre  $\vec{u}$  es 5 veces el módulo del vector  $\vec{u}$ .
3. Calcular el producto escalar de los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sabiendo que  
 $|\vec{u}|=2$ ,  $|\vec{v}|=3$  y  $(\vec{u}, \vec{v})=30^\circ$ .
4. Sabiendo que  $\vec{u} = -3\vec{v}$  y  $|\vec{u}| = 2$  calcular el producto escalar  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .
5. Si  $|\vec{u}| = |\vec{v}| = 2$  y  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -\sqrt{12}$ , ¿qué ángulo forman  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ ?
6. Sea  $\triangle ABC$  un triángulo equilátero de lado 1 cm. Si G es su baricentro, ¿cuánto vale el  
módulo de los vectores libres representados por  $[\vec{AG}]$  y  $[\vec{BG}]$ ? ¿Y el producto  
escalar  $[\vec{AG}] \cdot [\vec{BG}]$ ?
7. Hallar el valor de  $k$  para que los vectores  $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$  y  $\vec{v} = k\vec{i} + \left(\sqrt{3} + \frac{1}{2}\right)\vec{j}$  formen  
un ángulo de  $30^\circ$ .
8. Hallar el módulo del vector proyección de  $\vec{u} = -3\vec{i} + 5\vec{j}$  sobre el vector  
 $\vec{v} = -7\vec{i} - \vec{j}$ .
9. Dos fuerzas  $\vec{f}_1$  y  $\vec{f}_2$  de intensidades 20 y 30 N, respectivamente, actúan sobre el mismo  
cuerpo y forman entre ellas un ángulo de  $60^\circ$ . ¿Cuál será la intensidad de una fuerza  $\vec{f}_3$  de  
manera que establezca el equilibrio?

10. Calcular el valor de  $m$  y  $n$  para que los vectores  $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} + m\vec{j}$  y  $\vec{v} = \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + n\vec{j}$
- sean unitarios,
  - sean ortogonales.
11. Dado el vector  $\vec{u} = (4,7)$  encontrar dos vectores que tengan la misma dirección y sean unitarios.
12. Hallar el ángulo que forman las fuerzas  $\vec{f}_1 = (2\text{ kg}, 3\text{ kg})$  y  $\vec{f}_2 = (1\text{ kg}, 5\text{ kg})$ .
13. Determinar el valor de  $\alpha$  para que los vectores  $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$  y  $\vec{v} = \alpha\vec{i} - 6\vec{j}$  sean ortogonales.
14. Si  $B = \{\vec{i}, \vec{j}\}$  es una base ortonormal y  $[\vec{OA}] = 2\vec{i} + \vec{j}$ ,  $[\vec{OB}] = 5\vec{i} + 5\vec{j}$ ,  
 $[\vec{OC}] = -3\vec{i} - \vec{j}$  y  $[\vec{OD}] = -6\vec{i} - 5\vec{j}$  demostrar que la figura ABCD es un paralelogramo y calcular su perímetro.
15. Si A(3,1), B(2,5) y C(7,0), demostrar que el triángulo ABC es isósceles y calcular su perímetro.
16. Si  $B = \{\vec{i}, \vec{j}\}$  es una base ortonormal, y  $\vec{x} = 4\vec{i} + 5\vec{j}$  escribir dos vectores con la misma dirección pero que sean unitarios y otro vector que sea ortogonal a  $\vec{x}$ .