4º ESO – opción B – Ejercicios

Ejercicios de ecuaciones

1) Resuelve la siguiente ecuación (pag 49, ejercicio 3a)):

$x^4 – 5x^2 + 4 = 0$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos se trata de una ecuación bicuadrada pues tiene grados 4, 2 y término independiente. En estos casos para resolver hacemos un cambio de variable:

$z = x^2$

Si en la ecuación sustituimos y donde pone x^2 ponemos z nos quedaría:

$(x^2)^2 – 5x^2 + 4 = 0 \quad => \quad z^2 – 5z + 4 = 0$

Ecuación ya de segundo grado que si resolvemos aplicando la fórmula general para ellas tendría por soluciones:

z = 4 y z = 1

¡ QUE **NO** SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRA ECUACIÓN ¡

Para obtener nuestras soluciones procederemos así:

Si $z = x^2$ entonces, $x^2 = 4$ y $x^2 = 1$, de donde tenemos que

$$x = \pm \sqrt{4} = \pm 2 \quad y \quad x = \pm \sqrt{1} = \pm 1$$

Y estas **SI** serán las soluciones de nuestra ecuación

2) Resuelve la siguiente ecuación (pag 49, ejercicio 3b)):

$x^4 + 10x^2 + 9 = 0$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos se trata de una ecuación bicuadrada pues tiene grados 4, 2 y término independiente. En estos casos para resolver hacemos un cambio de variable:

$z = x^2$

Si en la ecuación sustituimos y donde pone x^2 ponemos z nos quedaría:

$(x^2)^2 + 10x^2 + 9 = 0 \quad => \quad z^2 + 10z + 9 = 0$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Ecuación ya de segundo grado que si resolvemos aplicando la fórmula general para ellas tendría por soluciones:

$z = -9$ y $z = -1$

¡ QUE **NO** SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRA ECUACIÓN ¡

Para obtener nuestras soluciones procederemos así:

Si $z = x^2$ entonces, $x^2 = -9$ y $x^2 = -1$, de donde tenemos que

NO HAY SOLUCIONES PUES NO PODEMOS CALCULAR RAICES CUADRADAS DE NÚMERO NEGATIVOS

3) Resuelve la siguiente ecuación (pag 49, ejercicio 3c)):

$\mathbf{x^4 - 4x^2 - 12 = 0}$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de una ecuación bicuadrada pues tiene grados 4, 2 y término independiente. En estos casos para resolver hacemos un cambio de variable:

$z = x^2$

Si en la ecuación sustituimos y donde pone x^2 ponemos z nos quedaría:

$(x^2)^2 - 4x^2 - 12 = 0 \quad => \quad z^2 - 4z - 12 = 0$

Ecuación ya de segundo grado que si resolvemos aplicando la fórmula general para ellas tendría por soluciones:

$z = 6$ y $z = -2$

¡ QUE **NO** SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRA ECUACIÓN ¡

Para obtener nuestras soluciones procederemos así:

Si $z = x^2$ entonces, $x^2 = 6$ y $x^2 = -1$, de donde tenemos que

$x = \pm\sqrt{6}$ exclusivamente pues no podemos calcular la raíz cuadrada de -1

Y estas **SI** serán las soluciones de nuestra ecuación

4º ESO – opción B – Ejercicios

4) Resuelve la siguiente ecuación (pag 49, ejercicio 3d)):

$\mathbf{2x^4 - 4x^2 - 30 = 0}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos se trata de una ecuación bicuadrada pues tiene grados 4, 2 y término independiente. En estos casos para resolver hacemos un cambio de variable:

$z = x^2$

Si en la ecuación sustituimos y donde pone x^2 ponemos z nos quedaría:

$2(x^2)^2 - 4x^2 - 30 = 0 \quad \Rightarrow \quad 2z^2 - 4z - 30 = 0$

Ecuación ya de segundo grado que si resolvemos aplicando la fórmula general para ellas tendría por soluciones:

$z = 5$ y $z = -3$

¡ QUE **NO** SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRA ECUACIÓN ¡

Para obtener nuestras soluciones procederemos así:

Si $z = x^2$ entonces, $x^2 = 5$ y $x^2 = -3$, de donde tenemos que

$x = \pm\sqrt{5}$ exclusivamente pues no podemos calcular la raíz cuadrada de -3

5) Resuelve la siguiente ecuación (pag 50, ejercicio 8a)):

$$\frac{x-3}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 3$$

<u>Resolución:</u>

En este caso se trata de una ecuación con fracciones de polinomios. Para resolver, al igual que si se tratara de una suma de fracciones pasaremos a común denominador, para posteriormente resolver. Para este caso los denominadores factorizaremos el denominador y operaremos como si de fracciones de números enteros se tratara:

$$\frac{x-3}{(x-2)(x+2)} + \frac{x}{x-2} = 3$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

$$\frac{(x-3)+x(x+2)}{(x-2)(x+2)} = 3$$

Como en cualquier ecuación el denominador lo podemos pasar al otro lado de la ecuación multiplicando:

$(x - 3) + x(x + 2) = 3(x - 2)(x + 2)$ => $x - 3 + x^2 + 2x = 3x^2 - 12$ =>

$2x^2 + 3x - 9 = 0$ => de donde resolviendo esta ecuación de segundo grado

Las soluciones serán:

x = –3 y x = 6/4

Ambas soluciones válidas pues ninguna de ellas anula el denominador de la ecuación.

6) Resuelve la siguiente ecuación (pag 50, ejercicio 8b)):

$$x + \frac{4x}{x-4} = \frac{16}{x-4}$$

<u>Resolución:</u>

En este caso se trata de una ecuación con fracciones de polinomios. Para resolver, al igual que si se tratara de una suma de fracciones pasaremos a común denominador, para posteriormente resolver. Para este caso los denominadores ya están factorizados (son polinomios irreducibles y además en este caso son el mismo) con lo que el común denominador será (x – 4) :

$$x + \frac{4x}{x-4} = \frac{16}{x-4} \quad => \quad \frac{x(x-4)+4x}{x-4} = \frac{16}{x-4}$$

Así pues, podemos quitar los denominadores al estar divididos ambos miembros de la ecuación por lo mismo,

$x(x - 4) + 4x = 16$ => $x^2 - 4x + 4x = 16$ => $x^2 = 16$

Ecuación de segundo que tiene como soluciones,

x = 4 y x = –4

Con lo que tenemos que la única solución es x = –4, pues x= 4 anula los denominadores y no puede ser solución.

4º ESO – opción B – Ejercicios

7) Resuelve la siguiente ecuación (pag 50, ejercicio 8c)):

$$\frac{x+1}{x-3} = 5 - \frac{x+9}{x+2}$$

Resolución:

En este caso se trata de una ecuación con fracciones de polinomios. Para resolver, al igual que si se tratara de una suma de fracciones pasaremos a común denominador, para posteriormente resolver. Para este caso los denominadores ya están factorizados (son polinomios irreducibles) con lo que el común denominador será el producto de ellos:

$$\frac{x+1}{x-3} = 5 - \frac{x+9}{x+2} \Rightarrow \frac{(x+1)(x+2)}{(x-3)(x+2)} = \frac{5(x-3)(x+2)}{(x-3)(x+2)} - \frac{(x+9)(x-3)}{(x-3)(x+2)}$$

Así pues, podemos quitar los denominadores al estar divididos ambos miembros de la ecuación por lo mismo,

$(x+1)(x+2) = 5(x-3)(x+2) + (x+9)(x-3)$ =>

$x^2 + 3x + 2 = 5x^2 - 5x - 30 - (x^2 + 6x - 27)$ = >

$x^2 + 3x + 2 = 5x^2 - 5x - 30 - x^2 - 6x + 27$ = > $3x^2 - 14x - 5 = 0$

Ecuación de segundo que tiene como soluciones,

x = 5 y x = –(1/3)

Ambas soluciones son válidas pues no anulan los denominadores.

8) Resuelve la siguiente ecuación (pag 50, ejercicio 8d)):

$$\frac{3x+2}{x^2-4} = \frac{5x+1}{x+2} - \frac{1}{x-2}$$

Resolución:

En este caso se trata de una ecuación con fracciones de polinomios. Para resolver, al igual que si se tratara de una suma de fracciones pasaremos a común denominador, para posteriormente resolver. Primero factorizaremos para posteiormente pasar a común denominador:

$$\frac{3x+2}{x^2-4} = \frac{5x+1}{x+2} - \frac{1}{x-2} \quad \Rightarrow \quad \frac{3x+2}{(x-2)(x+2)} = \frac{5x+1}{x+2} - \frac{1}{x-2}$$

Así pues, el común denominador será (x – 2)(x + 2),

4º ESO – opción B – Ejercicios

$$\frac{3x+2}{(x-2)(x+2)} = \frac{(5x+1)(x-2) - 1(x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

Ahora podemos quitar los denominadores al estar divididos ambos miembros de la ecuación por lo mismo,

$3x + 2 = (5x + 1)(x – 2) – (x + 2) \Rightarrow 3x + 2 = 5x^2 – 10x + x – 2 – x – 2 \Rightarrow$

$5x^2 – 13x – 6 = 0$

Ecuación de segundo que tiene como soluciones,

x = 3 y x = –(2/5)

Ambas soluciones son válidas pues no anulan los denominadores.

9) Resuelve la siguiente ecuación (pag 50, ejercicio 9a)):

$\mathbf{\sqrt{x + 3} + 1 = x – 8}$

<u>Resolución:</u>

En este caso se trata de una ecuación con raíces cuadradas. El procedimiento para este tipo de ecuaciones es dejar la raíz en un miembro de ecuación y elevar al cuadro ambos miembros de la ecuación:

$$\mathbf{\sqrt{x + 3} + 1 = x – 8 \;\Rightarrow\; \sqrt{x + 3} = x – 9 \;\Rightarrow\; (\sqrt{x + 3})^2 = (x – 9)^2}$$

Operando tenemos que:

$x + 3 = x^2 – 18x + 81 \Rightarrow x^2 – 19x + 78 = 0$

Resolviendo la ecuación de segundo grado las soluciones serían:

x = 6 y x = 13

En el caso de radicales (especialmente con índice par) hay que comprobar que esta solución no hace que el radical sea negativo o cualquier otra coincidencia que haga que la solución no sea válida. En este caso si sustituimos por x = 6 nos quedaría 4 = –2 , con lo que nos es raíz y si sustituimos por x = 13 nos quedaría 5 = 5.

Así pues la única solución de la ecuación sería:

x = 13

4º ESO – opción B – Ejercicios

10) Resuelve la siguiente ecuación (pag 50, ejercicio 9b)):

$\mathbf{4x - 3\sqrt{x^2 + 9} = 1}$

Resolución:

En este caso se trata de una ecuación con raíces cuadradas. El procedimiento para este tipo de ecuaciones es dejar la raíz en un miembro de ecuación y elevar al cuadro ambos miembros de la ecuación:

$\mathbf{3\sqrt{x^2 + 9} = -4x + 1 \quad => \quad (3\sqrt{x^2 + 9})^2 = (-4x + 1)^2}$

Operando tenemos que:

$9(x^2 + 9) = 16x^2 + 1 - 8x \quad => \quad 7x^2 - 8x - 80 = 0$

Resolviendo la ecuación de segundo grado las soluciones serían:

x = 4 y x = - (40/14)

En el caso de radicales con índice par hay que comprobar que esta solución no hace que el radical sea negativo o cualquier otra coincidencia que haga que la solución no sea válida. En este caso,

$4(4) - 3\sqrt{(4)^2 + 9} = 16 - 15 = 1$, así **solución VÁLIDA**

$4(-40/14) - 3\sqrt{((-40/14)^2 + 9} = -80/14 - 3\sqrt{(3364/196)} = -80/14 - 3(58/14) = (-80-174)/14$ lo que nos da un número negativo siempre distinto de 1, con lo que **la solución NO ES VALIDA**

Así pues la única solución de la ecuación sería:

x = 4

11) Resuelve la siguiente ecuación (pag 50, ejercicio 9c)):

$\mathbf{\sqrt{5 - 4x} = \sqrt{2x + 7} - 2}$

Resolución:

En este caso se trata de una ecuación con raíces cuadradas. El procedimiento para este tipo de ecuaciones es dejar la raíz en un miembro de ecuación y elevar al cuadro ambos miembros de la ecuación; pero en este caso no podemos pues tenemos dos. En estos casos elevamos al cuadrado dos veces siguiendo el siguiente procedimiento:

4º ESO – opción B – Ejercicios

Elevamos por primera vez al cuadrado:

$(\sqrt{5-4x} = \sqrt{2x+7} - 2)^2$ => $(5-4x) = (2x+7) + 4 - (2*2*\sqrt{2x+7})$

Operamos y volvemos a elevar al cuadrado, esta vez sí, dejando las raíces a un lado de la ecuación

$4\sqrt{2x+7} = 6x + 6$ => $(4\sqrt{2x+7})^2 = (6x+6)^2$ => $16(2x+7) = 36x^2 + 36 + 72x$

$32x + 112 = 36x^2 + 36 + 72x$ => $36x^2 + 40x - 76 = 0$

Resolviendo la ecuación de segundo grado las soluciones serían:

x = -152/72 y x = 1

En el caso de radicales con índice par hay que comprobar que esta solución no hace que el radical sea negativo o cualquier otra coincidencia que haga que la solución no sea válida. En este caso:

$(\sqrt{5-4(1)} = \sqrt{2(1)+7} - 2$ => $1 = \sqrt{9} - 2$, asi pues **la solución ES VALIDA**

$(\sqrt{5-4(-152/72)} = \sqrt{2(-152/72)+7} - 2$, asi pues **la solución ES VALIDA**

Con lo que **AMBAS SOLUCIONES SON VÁLIDAS**

12) Resuelve la siguiente ecuación (pag 50, ejercicio 9d)):

$\mathbf{\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-5} = 2}$

<u>Resolución:</u>

En este caso se trata de una ecuación con raíces cuadradas. El procedimiento para este tipo de ecuaciones es dejar la raíz en un miembro de ecuación y elevar al cuadro ambos miembros de la ecuación; pero en este caso no podemos pues tenemos dos. En estos casos elevamos al cuadrado dos veces siguiendo el siguiente procedimiento:

Elevamos por primera vez al cuadrado:

$\mathbf{(\sqrt{2x-3} - \sqrt{x-5})^2 = (2)^2}$ => $\mathbf{(2x-3) + (x-5) - 2(\sqrt{2x-3})(\sqrt{x-5}) = 4}$

Operamos y volvemos a elevar al cuadrado, esta vez sí, dejando las raíces a un lado de la ecuación

4º ESO – opción B – Ejercicios

Operando y elevando al cuadrado tenemos que:

$$(-2(\sqrt{(2x-3)(x-5)}\,)^2 = (4 - 3x + 8\,)^2 \quad => \quad (2(\sqrt{(2x-1)(x-5)}\,)^2 = (-3x + 12)^2$$

$$4(2x-3)(x-5) = 144 + 9x^2 - 72x \qquad => \; 8x^2 + 60 - 52x = 144 + 9x^2 - 72x$$

$$x^2 + 84 - 20x = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado las soluciones serían:

x = 14 y x = 6

En el caso de radicales con índice par hay que comprobar que esta solución no hace que el radical sea negativo o cualquier otra coincidencia que haga que la solución no sea válida. En este caso:

$\sqrt{2(6)-3} - \sqrt{6-5} = 2 \; => \; 3 - 1 = 2$, **solución VÁLIDA**

$\sqrt{2(14)-3} - \sqrt{14-5} = 2 \; => \; 5 - 3 = 2$ **solución VÁLIDA**

Así pues ambas soluciones son válidas:

x = 14 y x = 6

13) Resuelve la siguiente ecuación (pag 51, ejercicio 13a)):

log x + log(x + 1) = log 6

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos, es decir:

log x + log (x+1) = log 6 => log (x * (x+1)) = log 6

Una vez aquí, si el logaritmo de la parte de la izquierda es igual al logaritmo de la parte de la derecha, ambas partes han de ser iguales y por consiguiente:

$$x(x + 1) = 6 \; => \; x^2 + x - 6 = 0$$

Ecuación de segundo grado que si resolvemos nos queda,

$x = -3$ y $x = 2$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Ahora habrá que comprobar las soluciones,

log –3 + log (–3 + 1) = log 6 => lo que es imposible pues no podemos calcular logaritmos de números negativos

log 2 + log (2 + 1) = log 6 => que si será solución.

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 2

14) Resuelve la siguiente ecuación (pag 51, ejercicio 13b)):

log x – log (x + 3) = –1

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos, es decir:

log x – log (x + 3) = –1 => log (x / (x + 3)) = log 10^{-1}

Una vez aquí, si el logaritmo de la parte de la izquierda es igual al logaritmo de la parte de la derecha, ambas partes han de ser iguales y por consiguiente:

x / (x + 3) = 1 / 10 => de donde si pasamos lo que está dividiendo al otro lado multiplicando tenemos que,

10x = x + 3 = > 9x = 3 = > x = 3 / 9 = > x = 1/3

La posible solución será x = 1/3, que comprobaremos en la ecuación a ver si se cumple la igualdad:

log 1/3 + log (1/3 + 3) = –1 => log ((1/3) / (10/3)) = –10 => log 1/10 = –1 = >
log 10^{-1} = –1 c.q.d (como queríamos demostrar)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 1 / 3

15) Resuelve la siguiente ecuación (pag 51, ejercicio 13c)):

log (x – 2) + log 5 = 1 – log (x – 3)

4º ESO – opción B – Ejercicios

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos, es decir:

log (x – 2)5 = log 10 – log (x – 3) = > log (5x – 10) = log (10/(x – 3))

Una vez aquí, si el logaritmo de la parte de la izquierda es igual al logaritmo de la parte de la derecha, ambas partes han de ser iguales y por consiguiente:

$(5x – 10) = 10 / (x – 3) \Rightarrow (5x – 10)(x – 3) = 10 \Rightarrow 5x^2 + 30 – 25x = 10 \Rightarrow$

$5x^2 – 25x + 20 = 0$

Ecuación de segundo grado que si resolvemos nos queda,

$x = 1$ y $x = 4$

Comprobemos ambas soluciones,

log (1 – 2) + log 5 = 1 – log (1 – 3) => log –1 + log 5 = 1 – log –2 , así pues no puede ser solución pues hace que tengamos que calcular logaritmos negativos.

log (4 – 2) + log 5 = 1 – log (4 – 3) => log 2 + log 5 = 1 – log 1 =>
log (2*5) = 1 – 0 => log 10 = 1 c.q.d (como queríamos demostrar)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 4

16) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 51, ejercicio 14a)):

2log x = 3log2 + log (x + 6)

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos, es decir:

2log x = 3log2 + log (x + 6) = > log x^2 = log 2^3 + log(x + 6) => log x^2 = log (8(x + 6))

Una vez aquí, si el logaritmo de la parte de la izquierda es igual al logaritmo de la parte de la derecha, ambas partes han de ser iguales y por consiguiente:

$x^2 = 8(x + 6) \Rightarrow x^2 – 8x – 48 = 0$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Ecuación de segundo grado que si resolvemos nos queda,

$x = 12$ y $x = –4$

Comprobemos ambas soluciones,

$2\log 12 = 3\log 2 + \log (12 + 6)$ = > $\log 12^2 = \log 2^3 + \log 18$ =>
$\log 144 = \log 8 + \log 18$ => $\log 144 = \log 8 * 18$ = > $\log 144 = \log 144$ c.q.d (como queríamos demostrar)

$2\log –4 = 3\log 2 + \log (–4 + 6)$, solución que no es posible pues no podemos calcular logaritmos de números negativos

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 12

17) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 51, ejercicio 14b)):

$\log (x^2 – 15x) = 2$

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos, es decir:

$\log (x^2 – 15x) = 2$ => $\log (x^2 – 15x) = \log 10^2$

Una vez aquí, si el logaritmo de la parte de la izquierda es igual al logaritmo de la parte de la derecha, ambas partes han de ser iguales y por consiguiente:

$x^2 – 15x = 100$ => $x^2 – 15x – 100 = 0$

Ecuación de segundo grado que si resolvemos nos queda,

$x = 20$ y $x = –5$

Comprobemos ambas soluciones,

$\log (20^2 – 15*20) = 2$ = > $\log (400 – 300) = 2$ => $\log 100 = 2$ => $\log 10^2 = 2$ c.q.d (como queríamos demostrar)

$\log ((–5)^2 – 15*(–5)) = 2$ => $\log(25 + 75) = 2$ => $\log 100 = 2$ => $\log 10^2 = 2$ c.q.d (como queríamos demostrar)

4º ESO – opción B – Ejercicios

Así pues las soluciones de nuestra ecuación serán:

x = 20 y x = –5

18) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 51, ejercicio 14c)):

$\mathbf{\log \sqrt{x} = 1 - \log\sqrt{3x+5}}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos, es decir:

$\mathbf{\log \sqrt{x} = 1 - \log\sqrt{3x+5} \Rightarrow \log \sqrt{x} = 1\log 10 - \log\sqrt{3x+5} \Rightarrow}$

$\mathbf{\log \sqrt{x} = \log\frac{10}{\sqrt{3x+5}}}$

Una vez aquí, si el logaritmo de la parte de la izquierda es igual al logaritmo de la parte de la derecha, ambas partes han de ser iguales y por consiguiente:

$$\sqrt{x} = \frac{10}{\sqrt{3x+5}}$$

Ecuación con raíces cuadradas que resolveremos así,

$\sqrt{x}\,\sqrt{3x+5} = 10 \Rightarrow \sqrt{3x^2+5x} = 10$, que elevando al cuadrado ambas miembros,

$3x^2 + 5x = 100 \Rightarrow 3x^2 + 5x - 100 = 0$

Ecuación de segundo grado que al resolver nos queda, 35

$x = 5$ y $x = -40 / 6$

Comprobemos ambas soluciones,

La solución negativa es imposible pues no podemos calcular raíces cuadradas de números negativos

$\log \sqrt{5} = 1 - \log \sqrt{3*5+5} \Rightarrow \log \sqrt{5} = 1 - \log \sqrt{20} \Rightarrow \log \sqrt{5} = \log \frac{10}{\sqrt{20}} \Rightarrow$

$\log \sqrt{5} = \log \sqrt{\frac{100}{20}} \Rightarrow \log \sqrt{5} = \log \sqrt{5}$ c. q. d (como queríamos demostrar)

4º ESO – opción B – Ejercicios

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 5

19) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 52, ejercicio 18a)):

$\mathbf{2^{3x-4} = 64}$

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos con incógnita como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, pero en este caso si nos fijamos podemos igual exponentes, es decir:

$\mathbf{2^{3x-4} = 2^6 \;\Rightarrow\; 3x - 4 = 6 \;\Rightarrow\; 3x = 10 \;\Rightarrow\; x = 10/3}$

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 10/3

20) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 52, ejercicio 18b)):

$\mathbf{3^{2x-7} * 27 = 3^{5x}}$

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos con incógnita como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, pero en este caso si nos fijamos podemos igual exponentes, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de tres

$\mathbf{3^{2x-7} * 3^3 = 3^{5x}}$, y ahora en el miembro de la izquierda para multiplicar potencias de la misma base sumamos exponentes,

$\mathbf{3^{2x-7+3} = 3^{5x} \;\Rightarrow\; 2x - 7 + 3 = 5x \;\Rightarrow\; 3x = -4 \;\Rightarrow\; x = -(4/3)}$

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = -(4/3)

21) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 52, ejercicio 18c)):

$\mathbf{2^{x+1} = 1024}$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos con incógnita como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, pero en este caso si nos fijamos podemos igual exponentes, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de dos

$\mathbf{2^{x+1} = 1024 \Rightarrow 2^{x+1} = 2^{10}}$, de donde

$\mathbf{x + 1 = 10 \Rightarrow x = 9}$

Así pues la solución de nuestra ecuación será,

$\boldsymbol{x = 9}$

22) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 52, ejercicio 18d)):

$\mathbf{2^3 * 2^{x-5} = 0{,}25}$

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos con incógnita como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, pero en este caso si nos fijamos podemos igual exponentes, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de dos

$\mathbf{2^{3+x-5} = 1/4 \Rightarrow 2^{x-2} = 2^{-2}}$, de donde

$\mathbf{x - 2 = -2 \Rightarrow x = 0}$

Así pues la solución de nuestra ecuación será,

$\boldsymbol{x = 0}$

23) Halla las soluciones de esta ecuación (pag. 52, ejercicio 20a)):

$\mathbf{100^x - 1001*10^x + 1000 = 0}$

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de diez

4º ESO – opción B – Ejercicios

$\mathbf{(10^2)^x - 1001*10^x + 1000 = 0 \Rightarrow (10^x)^2 - 1001*10^x + 1000 = 0,}$ (hemos dado la vuelta a los exponentes de la primera potencia aplicado propiedades de potencias,

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, $10^x = t$, así tendríamos:

$t^2 - 1001t + 1000 = 0$, ecuación de segundo grado cuyas soluciones son,

$t = 1000$ y $t = 1$

La solución para t es t = 1 y t = 1000; pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si $t = 1 \Rightarrow 10^x = 1$ (pues $t = 10^x$)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 0 (pues cualquier número elevado a cero da 1)

Si $t = 1000 \Rightarrow 10^x = 10^3$ (pues $t = 10^x$)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 3

24) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 52, ejercicio 20b)):

$$\frac{1}{2^{x-3}} = 5 - 2^{x-1}$$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de dos

$$\frac{1}{2^{x-3}} = 5 - 2^{x-1} \Rightarrow \frac{1}{2^x * 2^{-3}} = 5 - 2^x * 2^{-1}$$

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, $2^x = t$, así tendríamos:

$\frac{1}{t*2^{-3}} = 5 - t * 2^{-1}$, que operando nos quedaría,

$\frac{8}{t} = 5 - \frac{t}{2} \Rightarrow \frac{8}{t} = \frac{10-t}{2} \Rightarrow 16 = 10t - t^2 \Rightarrow t^2 - 10t + 16 = 0$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Ecuación de segundo grado que si resolvemos nos quedaría,

t = 8 y t = 2

La solución para t es t = 8 y t = 2; pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si t = 8 => $2^x = 2^3$ (pues $t = 2^x$)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 3

Si t = 2 => $2^x = 2^1$ (pues $t = 2^x$)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 1

25) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 52, ejercicio 20c)):

$\mathbf{2^{3+2x} - 3*2^{x+1} + 1 = 0}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de dos

$\mathbf{2^{3+2x} - 3*2^{x+1} + 1 = 0 \Rightarrow 2^3 * 2^{2x} - 3*2^x * 2 + 1 = 0 \Rightarrow 2^3 * (2^x)^2 - 3*2^x * 2 + 1 = 0}$

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, $2^x = t$, así tendríamos:

$8t^2 - 6t + 1 = 0$

Ecuación de segundo grado que si resolvemos nos quedaría,

t = 1/4 y t = 1/2

La solución para t son las anteriores; pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si t = 1/4 => $2^x = 1/4$ (pues $t = 2^x$) y nos queda x = -2

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = -2

4º ESO – opción B – Ejercicios

Si t = 1/2 => 2^x = 1/2 (pues t = 2^x) y nos queda x = -1

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = -1

26) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 52, ejercicio 20d)):

$\mathbf{4^x - 8 = 2^{x+1}}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de dos

$\mathbf{4^x - 8 = 2^{x+1} \Rightarrow 2^{2x} - 8 = 2^x * 2 \Rightarrow (2^x)^2 - 8 = 2^x * 2}$

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, 2^x = t, así tendríamos:

$t^2 - 8 = 2t \Rightarrow t^2 - 2t - 8 = 0$

Ecuación de segundo grado que si resolvemos nos quedaría,

t = 4 y t = -2

La solución para t son las anteriores; pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si t = 4 => t= 2^2 => 2^x = 2^2 (pues t = 2^x)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 2

Si t = -2 => 2^x = -2 (pues t = 2^x)

Solución que es imposible pues no hay ningún exponente que haga que una potencia de dos sea negativa

27) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 52, ejercicio 20e)):

$\mathbf{4^{x+1} - 5*4^{2x-1} + 4864 = 0}$

4º ESO – opción B – Ejercicios

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de cuatro

$\mathbf{4^{x+1} - 5*4^{2x-1} + 4864 = 0 \;\Rightarrow\; 4^x * 4^1 - 5*4^{2x} * 4^{-1} + 4864 = 0 \;\Rightarrow}$

$\mathbf{4^x * 4^1 - 5*(4^x)^2 * 4^{-1} + 4864 = 0}$

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, $4^x = t$, así tendríamos:

$4t - 5/4 * t^2 + 4864 = 0$

Ecuación de segundo grado que si resolvemos nos quedaría,

$t = 64$ y $t = -(304/5)$

La solución para t son las anteriores; pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si $t = -128 \Rightarrow t = 4^3 \Rightarrow 4^x = 4^3$ (pues $t = 4^x$)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 3

Si $t = -(304/5) \Rightarrow 4^x = -(304/5)$ (pues $t = 4^x$)

Solución que es imposible pues no hay ningún exponente que haga que una potencia de cuatro sea negativa

28) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 46a)):

$\mathbf{x^4 - 13x^2 + 36 = 0}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos se trata de una ecuación bicuadrada pues tiene grados 4, 2 y término independiente. En estos casos para resolver hacemos un cambio de variable:

$z = x^2$

Si en la ecuación sustituimos y donde pone x^2 ponemos z nos quedaría:

$(x^2)^2 - 13x^2 + 36 = 0 \;\Rightarrow\; z^2 - 13z + 36 = 0$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Ecuación ya de segundo grado que si resolvemos aplicando la fórmula general para ellas tendría por soluciones:

$z = 9$ y $z = 4$

¡ QUE **NO** SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRA ECUACIÓN ¡

Para obtener nuestras soluciones procederemos así:

Si $z = x^2$ entonces, $x^2 = 9$ y $x^2 = 4$, de donde tenemos que

$x = \underline{+}\, 3$ y $x = \underline{+}\, 2$

Y estas **SI** serán las soluciones de nuestra ecuación

29) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 46b)):

$\mathbf{3x^4 – 15x^2 + 12 = 0}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos se trata de una ecuación bicuadrada pues tiene grados 4, 2 y término independiente. En estos casos para resolver hacemos un cambio de variable:

$z = x^2$

Si en la ecuación sustituimos y donde pone x^2 ponemos z nos quedaría:

$3(x^2)^2 – 15x^2 + 12 = 0 \quad => \quad 3z^2 – 15z + 12 = 0$

Ecuación ya de segundo grado que si resolvemos aplicando la fórmula general para ellas tendría por soluciones:

$z = 1$ y $z = 4$

¡ QUE **NO** SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRA ECUACIÓN ¡

Para obtener nuestras soluciones procederemos así:

Si $z = x^2$ entonces, $x^2 = 1$ y $x^2 = 4$, de donde tenemos que

$x = \underline{+}\, \sqrt{4} = \underline{+}\, 2$ y $x = \underline{+}\, \sqrt{1} = \underline{+}\, 1$

Y estas **SI** serán las soluciones de nuestra ecuación

4º ESO – opción B – Ejercicios

30) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 46c)):

$\mathbf{x^6 - 7x^3 - 8 = 0}$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de una ecuación bicuadrada pues tiene grados 6, 3 y término independiente. En estos casos para resolver hacemos un cambio de variable:

$z = x^3$

Si en la ecuación sustituimos y donde pone x^3 ponemos z nos quedaría:

$(x^3)^2 - 7x^3 - 8 = 0 \quad => \quad z^2 - 7z - 8 = 0$

Ecuación ya de segundo grado que si resolvemos aplicando la fórmula general para ellas tendría por soluciones:

$z = 8$ y $z = -1$

¡ QUE **NO** SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRA ECUACIÓN ¡

Para obtener nuestras soluciones procederemos así:

Si $z = x^3$ entonces, $x^3 = -1$ y $x^3 = 8$, de donde tenemos que

$$x = \sqrt[3]{-1} = -1 \ \text{ y } \ x = \sqrt[3]{8} = 2$$

Y estas **SI** serán las soluciones de nuestra ecuación

31) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 46d)):

$\mathbf{x^6 - 2x^3 + 1 = 0}$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de una ecuación bicuadrada pues tiene grados 6, 3 y término independiente. En estos casos para resolver hacemos un cambio de variable:

$z = x^3$

Si en la ecuación sustituimos y donde pone x^3 ponemos z nos quedaría:

$(x^3)^2 - 2x^3 + 1 = 0 \quad => \quad z^2 - 2z + 1 = 0$

Ecuación ya de segundo grado que si resolvemos aplicando la fórmula general para ellas tendría por soluciones:

4º ESO – opción B – Ejercicios

z = 1 y z = 1

¡ QUE **NO** SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRA ECUACIÓN ¡

Para obtener nuestras soluciones procederemos así:

Si $z = x^3$ entonces, $x^3 = 1$ y $x^3 = 1$, de donde tenemos que

$$x = \sqrt[3]{1} = 1 \quad y \quad x = \sqrt[3]{1} = 1$$

Y estas **SI** serán las soluciones de nuestra ecuación

32) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 46e)):

$\mathbf{x^8 - 17x^4 + 16 = 0}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos se trata de una ecuación bicuadrada pues tiene grados 8, 4 y término independiente. En estos casos para resolver hacemos un cambio de variable:

$z = x^4$

Si en la ecuación sustituimos y donde pone x^4 ponemos z nos quedaría:

$(x^4)^2 - 17x^4 + 16 = 0 \quad => \quad z^2 - 17z + 16 = 0$

Ecuación ya de segundo grado que si resolvemos aplicando la fórmula general para ellas tendría por soluciones:

z = 1 y z = 16

¡ QUE **NO** SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRA ECUACIÓN ¡

Para obtener nuestras soluciones procederemos así:

Si $z = x^4$ entonces, $x^4 = 1$ y $x^4 = 16$, de donde tenemos que

$$x = \pm \sqrt[4]{1} = \pm 1 \quad y \quad x = \pm \sqrt[4]{16} = \pm 2$$

Y estas **SI** serán las soluciones de nuestra ecuación

33) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 46f)):

$\mathbf{x^{10} - 31x^5 - 32 = 0}$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Resolución:

Si nos fijamos se trata de una ecuación bicuadrada pues tiene grados 10, 5 y término independiente. En estos casos para resolver hacemos un cambio de variable:

$z = x^5$

Si en la ecuación sustituimos y donde pone x^5 ponemos z nos quedaría:

$(x^5)^2 – 31x^5 – 32 = 0 \quad \Rightarrow \quad z^2 – 31z – 32 = 0$

Ecuación ya de segundo grado que si resolvemos aplicando la fórmula general para ellas tendría por soluciones:

$z = -1$ y $z = 32$

¡ QUE **NO** SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRA ECUACIÓN ¡

Para obtener nuestras soluciones procederemos así:

Si $z = x^5$ entonces, $x^5 = -1$ y $x^5 = 32$, de donde tenemos que

$$x = \sqrt[5]{1} = -1 \quad y \quad x = \sqrt[5]{64} = 2$$

Y estas **SI** serán las soluciones de nuestra ecuación

34) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 47a)):

$$\mathbf{–2x^3 + 4x^2 + 18x – 36 = 0}$$

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una bicuadrada ni de una ecuación en la que falte el término independiente, así pues procederemos primero a verificar si los divisores del término independiente (en este caso ±1, ±2, ±3, ±6, ±8, ±12, ±18y ±36) son raíces del polinomio:

$P(2) = –2(2)^3 + 4(2)^2 + 18(2) – 36 = –16 + 16 + 36 – 36 = 0$, así pues x = 2 es raíz
$P(3) = –2(3)^3 + 4(3)^2 + 18(3) – 36 = –54 + 36 + 54 – 36 = 0$, así pues x = 3 es raíz
$P(–3) = –2(–3)^3 + 4(–3)^2 + 18(–3) – 36 = +54 + 36 – 54 – 36 = 0$, así pues x = –3 es raíz

Por el teorema fundamental del Álgebra sabemos que no hay más raíces así pues las soluciones reales a la ecuación serían:

$$x = 2 \ , \quad x = 3 \quad y \quad x = –3$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

35) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 47b)):

$\mathbf{4x^3 - 24x^2 + 48x - 32 = 0}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una bicuadrada ni de una ecuación en la que falte el término independiente, así pues procederemos primero a verificar si los divisores del término independiente (en este caso ± 1, ± 2, ± 4, ± 8, ± 16y ± 32) son raíces del polinomio:

$P(2) = 4(2)^3 - 24(2)^2 + 48(2) - 32 = 32 - 96 + 96 - 32 = 0$, así pues x = 2 es raíz

Una vez que hemos encontrado esta, y por tener los coeficientes grandes, aplicamos Ruffini para agilizar:

$$\begin{array}{c|cccc} & 4 & -24 & 48 & -32 \\ 2 & & 8 & -32 & 32 \\ \hline & 4 & -16 & 16 & 0 \end{array}$$

Así pues, si resolvemos la ecuación de segundo grado $4x^2 - 16x + 16 = 0$ tendremos las raíces. Las soluciones de esa ecuación son el 4 como raíz doble con lo que las soluciones reales a la ecuación serían:

x = 2 , x = 4 y x = 4

36) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 47c)):

$\mathbf{-3x^4 + 3x^3 + 12x^3 - 12x = 0}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una bicuadrada; pero si una ecuación en la que falte el término independiente, con lo que primero sacaremos factor común de x:

$\mathbf{x(-3x^3 + 3x^2 + 12x - 12) = 0}$

Ya sabemos que x=0 es raíz, ahora procederemos a verificar si los divisores del término independiente (en este caso ± 1, ± 2, ± 3, ± 4, y ± 12) son raíces del polinomio:

$P(1) = -3(1)^3 + 3(1)^2 + 12(1) - 12 = -3 + 3 + 12 - 12 = 0$, así pues x = 1 es raíz
$P(2) = -3(2)^3 + 3(2)^2 + 12(2) - 12 = -24 + 12 + 24 - 12 = 0$, así pues x = 2 es raíz
$P(-2) = -3(-2)^3 + 3(-2)^2 + 12(-2) - 12 = 24 + 12 - 24 - 12 = 0$, así pues x = –2 es raíz

Por el teorema fundamental del Álgebra sabemos que no hay más raíces así pues las soluciones reales a la ecuación serían:

x = 0 , x = 1, x = 2 y x = –2

37) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 47d)):

$$\mathbf{6x^4 - 5x^3 - 43x^2 + 70x - 24 = 0}$$

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una bicuadrada ni de una ecuación en la que falte el término independiente, así pues procederemos primero a verificar si los divisores del término independiente (en este caso ± 1, ± 2, ± 3, ± 4, ± 6, ± 8, ± 12 y ± 24) son raíces del polinomio:

$P(2) = 6(2)^4 - 5(2)^3 - 43(2)^2 + 70(2) - 24 = 96 - 40 - 172 + 140 - 32 = 0$,
así pues x = 2 es raíz

Una vez que hemos encontrado esta, y por tener los coeficientes grandes, aplicamos Ruffini para agilizar:

	6	–5	–43	70	–24
2		12	14	–58	24
	6	7	–29	12	0
–3		–18	33	–12	
	6	–11	4	0	

Así pues, si resolvemos la ecuación de segundo grado $6x^2 - 11x + 4 = 0$ tendremos las raíces. Las soluciones de esa ecuación son el 4/3 y 1/2 con lo que las soluciones reales a la ecuación serían:

$$\boldsymbol{x = 2 \ , \quad x = -3 \quad x = 4/3 \quad y \quad x = 1/2}$$

38) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 48a)):

$$\mathbf{\frac{4}{x-2} - \frac{6}{x+3} = \frac{1}{3}}$$

Resolución:

En este caso se trata de una ecuación con fracciones de polinomios. Para resolver, al igual que si se tratara de una suma de fracciones pasaremos a común denominador, para posteriormente resolver. Para este caso los denominadores ya están factorizados (son polinomios irreducibles) con lo que el común denominador será el producto de ellos:

$$\mathbf{\frac{4(x+3) - (x-2)6}{(x-2)(x+3)} = \frac{1}{3}}$$

Como en cualquier ecuación el denominador lo podemos pasar al otro lado de la ecuación multiplicando:

$$(4(x + 3) - (x - 2)6)3 = (x - 2)(x + 3) \quad \Rightarrow \quad (4x + 12 - 6x + 12)3 = x^2 + x - 6 \quad \Rightarrow$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

$12x + 36 - 18x + 36 = x^2 + x - 6 \quad \Rightarrow \quad 12x + 36 - 18x + 36 - x^2 - x + 6 = 0 \quad \Rightarrow$

$-x^2 - 7x + 78 = 0$, ecuación de segundo grado que si resolvemos nos queda,

$x = -13$ y $x = 6$

Así pues las soluciones de la ecuación serían:

x = –13 y x = 6

La única consideración que hay que hacer en este tipo de ecuaciones es que la solución no anule ninguno de los denominadores, pero no es el caso, pues los números que anulan los denominadores serían $x = 2$ y $x = -3$; así pues las soluciones son válidas.

39) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 48b)):

$$\frac{x+1}{3x-2} + \frac{2x+1}{x+5} = \frac{3}{2}$$

<u>Resolución:</u>

En este caso se trata de una ecuación con fracciones de polinomios. Para resolver, al igual que si se tratara de una suma de fracciones pasaremos a común denominador, para posteriormente resolver. Para este caso los denominadores ya están factorizados (son polinomios irreducibles) con lo que el común denominador será el producto de ellos:

$$\frac{(x+3)(x+5) + (3x-2)(2x+1)6}{(3x-2)(x+5)} = \frac{3}{2}$$

Como en cualquier ecuación el denominador lo podemos pasar al otro lado de la ecuación multiplicando:

$((x + 3)(x + 5) + (3x - 2)(2x + 1))2 = ((3x - 2)(x + 5))3 \quad \Rightarrow$

$(x^2 + 8x + 15 + 6x^2 - x - 2)2 = (6x^2 + 13x - 10)3 \quad \Rightarrow$

$2x^2 + 16x + 30 + 12x^2 - 2x - 4 = 18x^2 + 39x - 30 \quad \Rightarrow$

$4x^2 + 25x - 56 = 0$, ecuación de segundo grado que si resolvemos nos queda,

$x = -14/8$ y $x = 8$

Así pues las soluciones de la ecuación serían:

x = –14/8 y x = 8

La única consideración que hay que hacer en este tipo de ecuaciones es que la solución no anule ninguno de los denominadores, pero no es el caso, pues los números que anulan los denominadores serían $x = 2/3$ y $x = -5$; así pues las soluciones son válidas.

4º ESO – opción B – Ejercicios

40) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 48c)):

$$\frac{4x+2}{x^2+2x+1}+\frac{3}{2}=\frac{x+5}{x+1}$$

Resolución:

En este caso se trata de una ecuación con fracciones de polinomios. Para resolver, al igual que si se tratara de una suma de fracciones pasaremos a común denominador, para posteriormente resolver. Para este caso los denominadores no están factorizados con lo que el primer paso es factorizar el primero de ellos:

$$\frac{4x+2}{(x+1)^2}+\frac{3}{2}=\frac{x+5}{x+1}$$

Así, el mcm será $(x + 1)^2 * 2$

$$\frac{2(4x+2)+3(x+1)^2}{2\,(x+1)^2}=\frac{(x+5)2(x+1)}{2\,(x+1)^2}$$

Como en cualquier ecuación el denominador lo podemos pasar al otro lado de la ecuación multiplicando:

$2(4x + 2) + 3(x +1)^2 = (x +5)(x + 1)2$ =>

$8x + 4 +3x^2 + 6x + 3 = 2x^2 + 12x + 10$ =>

$x^2 + 2x – 3= 0$, ecuación de segundo grado que si resolvemos comprobaremos que tiene como soluciones,

x = –3 y x = 1

41) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 48d)):

$$\frac{3}{x+1}-\frac{6}{x+4}=\frac{-2}{4x-8}$$

Resolución:

En este caso se trata de una ecuación con fracciones de polinomios. Para resolver, al igual que si se tratara de una suma de fracciones pasaremos a común denominador, para posteriormente resolver. Para este caso los denominadores ya están factorizados (son polinomios irreducibles) con lo que el común denominador será el producto de ellos:

$$\frac{3(x+4)(4x-8)-6(x+1)(4x-8)}{(x+1)(x+4)(4x-8)}=\frac{-2(x+1)(x+4)}{(x+1)(x+4)(4x-8)}$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Como en cualquier ecuación el denominador lo podemos pasar al otro lado de la ecuación multiplicando:

$3(x + 4)(4x - 8) - 6(x + 1)(4x - 8) = -2(x + 1)(x + 4)$ =>

$12x^2 + 24x - 96 - 24x^2 + 24x + 48 = - 2x^2 - 10x - 8$ =>

$-10x^2 + 58x - 40 = 0$, ecuación de segundo grado que si resolvemos nos queda,42

$x = 5$ y $x = 16/20 = 4/5$

Así pues las soluciones de la ecuación serían:

x = 5 y x = 4/5

La única consideración que hay que hacer en este tipo de ecuaciones es que la solución no anule ninguno de los denominadores, pero no es el caso.

42) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 49a)):

$\mathbf{x - \sqrt{x} - 6 = 0}$

Resolución:

En este caso se trata de una ecuación con raíces cuadradas. El procedimiento para este tipo de ecuaciones es dejar la raíz en un miembro de ecuación y elevar al cuadro ambos miembros de la ecuación:

$\mathbf{x - 6 = \sqrt{x}}$

$\mathbf{(x - 6)^2 = (\sqrt{x})^2}$

Operando tenemos que:

$x^2 - 12x + 36 = x$

$x^2 - 13x + 36 = 0$

Resolviendo la ecuación de segundo grado nos quedan las siguientes soluciones:

x = 9 y x = 4

En el caso de radicales con índice par hay que comprobar que esta solución no hace que el radical sea negativo o cualquier otra coincidencia que haga que la solución no sea válida. En este caso $9 - 3 - 6 = 0$ y $4 - 2 - 6 \neq 0$. Así pues la única solución válida será:

x = 9

4º ESO – opción B – Ejercicios

43) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 49b)):

$$\mathbf{\sqrt{8 - x} = 2 - x}$$

Resolución:

En este caso se trata de una ecuación con raíces cuadradas. El procedimiento para este tipo de ecuaciones es dejar la raíz en un miembro de ecuación (como es el caso) y elevar al cuadro ambos miembros de la ecuación:

$$\mathbf{(\sqrt{8 - x})^2 = (2 - x)^2}$$

Operando tenemos que:

$$8 - x = 4 + x^2 - 4x$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado nos quedan las siguientes soluciones:

$$\boldsymbol{x = -1 \quad y \quad x = 4}$$

En el caso de radicales con índice par hay que comprobar que esta solución no hace que el radical sea negativo o cualquier otra coincidencia que haga que la solución no sea válida. En este caso 3 = 3 y 2 = – 2. Así pues la única solución válida será:

$$\boldsymbol{x = -1}$$

44) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 49c)):

$$\mathbf{\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} = 1}$$

Resolución:

En este caso se trata de una ecuación con raíces cuadradas y denominadores. El procedimiento para este tipo de ecuaciones es, primero, quitar los denominadores y después dejar la raíz en un miembro de ecuación y elevar al cuadro ambos miembros de la ecuación:

$$\mathbf{\frac{(\sqrt{x})^2 - 2}{\sqrt{x}} = 1}$$

$$\mathbf{(\sqrt{x})^2 - 2 = \sqrt{x}}$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Operando tenemos que:

$x - 2 = \sqrt{x}$

$(x - 2)^2 = (\sqrt{x})^2$

$x^2 - 4x + 4 = x \quad \Rightarrow \quad x^2 - 5x + 4 = 0$

Resolviendo la ecuación de segundo grado nos quedan las siguientes soluciones:

x = 1   y x = 4

En el caso de radicales con índice par hay que comprobar que esta solución no hace que el radical sea negativo o cualquier otra coincidencia que haga que la solución no sea válida. En este caso 1 – 2 = 1 lo que es falso y 2 – 1 = 1. Así pues la única solución válida será:

x = 4

45) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 49d)):

$\mathbf{x + \sqrt{x - 1} - 3 = 0}$

Resolución:

En este caso se trata de una ecuación con raíces cuadradas. El procedimiento para este tipo de ecuaciones es dejar la raíz en un miembro de ecuación y elevar al cuadro ambos miembros de la ecuación:

$\mathbf{(\sqrt{x - 1})^2 = (3 - x)^2}$

Operando tenemos que:

$x - 1 = 9 + x^2 - 6x$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

Resolviendo la ecuación de segundo grado nos quedan las siguientes soluciones:

x = 2   y x = 5

En el caso de radicales con índice par hay que comprobar que esta solución no hace que el radical sea negativo o cualquier otra coincidencia que haga que la solución no sea válida. En este caso 2 + 1 – 3 = 0 lo que es correcto y 5 + 2 – 3 ≠ 0. Así pues la única solución válida será:

x = 2

4º ESO – opción B – Ejercicios

46) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 49e)):

$$\mathbf{\sqrt{7x + 1} = 2\sqrt{x + 4}}$$

<u>Resolución:</u>

En este caso se trata de una ecuación con raíces cuadradas. El procedimiento para este tipo de ecuaciones es dejar la raíz en un miembro de ecuación y elevar al cuadro ambos miembros de la ecuación; pero en este caso tenemos dos raíces, eso sí, una en cada lado de la ecuación y no tenemos nada más, con lo que elevaremos al cuadrado en ambos miembros:

$$\mathbf{(\sqrt{7x + 1})^2 = (2\sqrt{x + 4})^2}$$

Operando tenemos que:

$$7x + 1 = 4(x + 4)$$

$$7x + 1 = 4x + 16$$

$$3x = 15 \Rightarrow \quad x = 5$$

Así pues la posible solución será:

$$\boldsymbol{x = 5}$$

En el caso de radicales con índice par hay que comprobar que esta solución no hace que el radical sea negativo o cualquier otra coincidencia que haga que la solución no sea válida. En este caso la raíz cuadra de 36 que es 6 debe ser igual a dos por la raíz cuadrada de 9 que es tres. Así pues la solución es válida.

47) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 49f)):

$$\mathbf{\sqrt{5x + 1} - 2 = \sqrt{x + 1}}$$

<u>Resolución:</u>

En este caso se trata de una ecuación con raíces cuadradas. El procedimiento para este tipo de ecuaciones es dejar la raíz en un miembro de ecuación y elevar al cuadro ambos miembros de la ecuación; pero en este caso tenemos dos raíces con una suma, por que deberemos elevar al cuadrado dos veces de la siguiente manera:

Elevamos por primera vez al cuadrado, teniendo en cuenta que el miembro de la derecha es el cuadrado de una diferencia:

$$\mathbf{(\sqrt{5x + 1} - 2 = (\sqrt{x + 1})^2 \quad => \quad (5x + 1) + 4 - 4(\sqrt{5x + 1} = x + 1}$$

Operamos y volvemos a elevar al cuadrado, esta vez sí, dejando las raíces a un lado de la ecuación

4º ESO – opción B – Ejercicios

$$\mathbf{(4\sqrt{5x+1})^2 = (-4x-4)^2 \quad \Rightarrow \quad 16(5x+1) = 16x^2 + 16 - 32x}$$

Operando tenemos que:

$80x + 16 = 16x^2 + 16 - 32x \Rightarrow 16x^2 - 112x = 0$, sacando factor común x,

$x(16x - 112) = 0$

Así pues una solución será x = 0 y la otra x = 7:

x = 0 y x = 7

En el caso de radicales con índice par hay que comprobar que esta solución no hace que el radical sea negativo o cualquier otra coincidencia que haga que la solución no sea válida. En este caso:

$\sqrt{5(0)+1} - 2 = \sqrt{0+1} \Rightarrow 1 - 2 = 1$, lo que es falso

$\sqrt{5(7)+1} - 2 = \sqrt{7+1} \Rightarrow 6 - 2 = \sqrt{7}$, lo que es falso

Así pues la ecuación no tiene soluciones.

48) Resuelve la siguiente ecuación (pag. 58, ejercicio 49g)):

$$\mathbf{2\sqrt{x-1} - 5 = \frac{3}{\sqrt{x-1}}}$$

<u>Resolución:</u>

En este caso se trata de una ecuación con raíces cuadradas y denominadores. El procedimiento para este tipo de ecuaciones es, primero, quitar los denominadores y después dejar la raíz en un miembro de ecuación y elevar al cuadro ambos miembros de la ecuación:

$$\mathbf{2\sqrt{x-1}\,\sqrt{x-1} - 5\sqrt{x-1} = 3}$$

$$\mathbf{2(x-1) - 5\sqrt{x-1} = 3}$$

$$\mathbf{2x - 5 = 5\sqrt{x-1}}$$

$$\mathbf{(2x-5)^2 = (5\sqrt{x-1})^2}$$

Operando tenemos que:

$4x^2 - 20x + 25 = 25(x-1) \Rightarrow 4x^2 - 45x + 50 = 0$

Resolviendo la ecuación de segundo grado nos quedan las siguientes soluciones:

4º ESO – opción B – Ejercicios

x = 10 y x = 10/8

En el caso de radicales con índice par hay que comprobar que esta solución no hace que el radical sea negativo o cualquier otra coincidencia que haga que la solución no sea válida. En este caso 2*3 – 5 = 3 / 3 lo que es cierto y 2 * (1/2) – 5 = 3/(1/2) lo que es falso. Así pues la única solución válida será:

x = 10

49) Resuelve la siguiente ecuación (pag 58, ejercicio 50a)):

$$\log_9 (27)^{1/5} = 2x - 1$$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos, aunque si nos fijamos un poco más veremos que en el logaritmo NO HAY INCOGNITA, se trata DE UN NÚMERO (para ti seguramente muy feo, pero es un número) con lo que podemos despejar sin más:

$$2x = \log_9 (27)^{1/5} + 1 \Rightarrow x = (\log_9 (27)^{1/5} + 1) / 2$$

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

$$x = (\log_9 (27)^{1/5} + 1) / 2$$

50) Resuelve la siguiente ecuación (pag 58, ejercicio 50b)):

$$\log_x \left(\frac{\sqrt[5]{8}}{2}\right) = -0,4$$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos, además en este caso la incógnita es la base del logaritmo:

Pero primero introducimos el 2 dentro de la raíz,

$$\log_x \left(\sqrt[5]{\frac{8}{2^5}} \right) = -0,4 \quad \Rightarrow \quad \log_x \left(\sqrt[5]{\frac{2^3}{2^5}} \right) = -0,4$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

$\mathbf{log_x} \ \left(\frac{2^3}{2^5}\right)^{\frac{1}{5}} = -0,4$

$\mathbf{(1/5)log_x \ (1/\ 2^2) \ = -0,4}$

Pasamos el 5 multiplicando al otro lado de la ecuación,
$\mathbf{log_x \ 2^{-2} \ = -2}$

$\mathbf{log_x \ 2^{-2} \ = log_x \ x^{-2}}$

Así pues la solución será:

$\boldsymbol{x = 2}$

51) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 51a)):

$\mathbf{log\ (x - 1) \ + log\ (x + 1) = 3log\ 2 \ + \ log\ (x - 2)}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos, es decir:

$\mathbf{log\ [(x - 1)\ (x + 1)] \ = log\ 2^3(x - 2)}$

Una vez aquí, si el logaritmo de la parte de la izquierda es igual al logaritmo de la parte de la derecha, ambas partes han de ser iguales y por consiguiente:

$(x - 1)(x + 1) = 8(x - 2) \ \Rightarrow \ x^2 - 1 = 8x - 16 \Rightarrow \ x^2 - 8x + 15 = 0$

Si resolvemos la ecuación de segundo grado nos quedan como soluciones x = 5 y x = 2, que comprobaremos en la ecuación a ver si se cumple la igualdad:

$\log 4 + \log 6 = 3 \log 2 + \log 3 \ \Rightarrow \ \log 24 = \log 8 + \log 3 \ \Rightarrow \log 24 = \log 24$, así pues x = 5 es solución

$\log 1 + \log 3 = 3 \log 2 + \log 0 \ \Rightarrow$ El logaritmo de 0 no existe así pues x= 2 no es solución

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

$\boldsymbol{x = 5}$

52) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 51b)):

4º ESO – opción B – Ejercicios

$\log (x - 2) - (1/2) \log (3x - 6) = \log 2$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos, es decir:

$\log [(x - 2) / (3x - 6)^{1/2}] = \log 2$

Una vez aquí, si el logaritmo de la parte de la izquierda es igual al logaritmo de la parte de la derecha, ambas partes han de ser iguales y por consiguiente:

$(x - 2) / (3x - 6)^{1/2} = 2$, recuerda elevar a un medio es lo mismo que extraer la raíz cuadrada, con lo que esta ecuación en una ecuación con radicales que para resolver tendremos que elevar al cuadrado ambos miembros

$(x - 2)^2 / (3x - 6) = 4 \Rightarrow (x - 2)^2 = (3x - 6)4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 12x - 24 \Rightarrow$

$x^2 - 16x + 28 = 0$

Si resolvemos la ecuación de segundo grado nos quedan como soluciones $x = 14$ y $x = 2$, que comprobaremos en la ecuación a ver si se cumple la igualdad:

$\log 12 - (1/2) \log 36 = \log 2 \Rightarrow \log 12 - \log 6 = \log 2 \Rightarrow \log 2 = \log 2$, así pues $x = 14$ es solución

$\log 0 - (1/2) \log 0 = \log 2 \Rightarrow$ El logaritmo de 0 no existe así pues $x= 2$ no es solución

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

$x = 14$

53) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 51c)):

$\log_7 (x - 2) - \log_7 (x + 2) = 1 - \log_7 (2x - 7)$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos,

$\log_7 [(x - 2) / (x + 2)] = \log_7 [7 / (2x - 7)]$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Una vez aquí, si el logaritmo de la parte de la izquierda es igual al logaritmo de la parte de la derecha, ambas partes han de ser iguales y por consiguiente:

$[(x – 2) / (x + 2)] = [7 / (2x – 7)]$, que operando

$(x – 2) (2x – 7) = 7(x + 2) \Rightarrow 2x^2 – 11x + 14 = 7x + 14 \Rightarrow$

$2x^2 – 18x = 0$

Si resolvemos la ecuación de segundo grado nos quedan como soluciones $x = 0$ y $x = 9$,

$x = 0$ no puede ser solución pues haría que uno de los logaritmos fuera negativo, para $x = 9$

$\log_7 7 – \log_7 9 = 1 – \log_7 11$, igualdad que tampoco se cumple

Así pues NO HAY SOLUCIONES

54) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 51d)):

$\mathbf{\log_9 (x + 1) – \log_9 (1 – x) = \log_9 (2x +3)}$

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos,

$\mathbf{\log_9 [(x +1) / (1 – x)] = \log_9 (2x + 3)}$

Una vez aquí, si el logaritmo de la parte de la izquierda es igual al logaritmo de la parte de la derecha, ambas partes han de ser iguales y por consiguiente,

$(x + 1) / (1 – x) = (2x + 3)$, que operando

$(x +1) = (2x + 3)(1 – x) \Rightarrow x + 1 = 2x – 2x^2 + 3 – 3x \Rightarrow$

$2x^2 + 2x – 2 = 0 \Rightarrow x^2 + x – 1 = 0$

Si resolvemos la ecuación de segundo grado nos quedan como soluciones,

$x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ y $x = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

La segunda no puede ser porque es un número negativo y haría que, en el segundo sumando, tendríamos que calcular el logaritmo de un número negativo.

4º ESO – opción B – Ejercicios

Así pues la única solución es,

$$x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

55) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 51e)):

$\log_2 x - 1 = \log_2 (x - 16)$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos,

$\log_2 x - \log_2 2 = \log_2 (x - 16) \Rightarrow \log_2 (x/2) = \log_2 (x - 16)$

Una vez aquí, si el logaritmo de la parte de la izquierda es igual al logaritmo de la parte de la derecha, ambas partes han de ser iguales y por consiguiente,

$(x / 2) = x - 16$, que operando

$x = 2x - 32 \Rightarrow 3x = 32 \Rightarrow x = 32/3$

Pero esta solución hace que el miembro de la derecha queda,

$\log_2 \left(\frac{32}{3} - 16\right) = \log_2 \left(\frac{32-48}{3}\right) = \log_2 \left(\frac{-16}{3}\right)$, lo QUE ES IMPOSIBLE

ASÍ PUES, NO HAY SOLUCIÓN

56) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 51f)):

$\log x = (½) \log (x + 2)$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación logarítmica. En estos casos aplicaremos las propiedades de los logaritmos para que nos quede una igualdad en la que en ambas partes de la ecuación sólo queden logaritmos,

$\log x = \log \sqrt{x+2}$

Una vez aquí, si el logaritmo de la parte de la izquierda es igual al logaritmo de la parte de la derecha, ambas partes han de ser iguales y por consiguiente,

4º ESO – opción B – Ejercicios

$x = \sqrt{x+2}$, ecuación con raíces que para soluciones elevaremos al cuadrado ambos miembros

$x^2 = (\sqrt{x+2})^2 \Rightarrow x^2 = x + 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$

Ecuación de segundo grado que tiene por soluciones,

$x = 2$ y $x = -1$

La solución negativa no puede ser pues tendríamos que calcular el log (–1),

Así pues la única solución es,

x = 2

57) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 52a)):

$\mathbf{4^x - 9 * 2^x + 8 = 0}$

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de dos

$\mathbf{(2^x)^2 - 9 * 2^x + 8 = 0}$

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, $2^x = t$, así tendríamos:

$t^2 - 9t + 8 = 0$

ecuación de segundo grado que tiene por soluciones, $t = 1$ y $t = 8$; pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si $t = 1 \Rightarrow 2^x = 1$ (pues $t = 2^x$)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 0 (pues cualquier número elevado a cero da 1)

Si $t = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3$ (pues $t = 2^x$)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 3

4º ESO – opción B – Ejercicios

58) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 52b)):

$\mathbf{2^{x-1} + 2^{x+2} = 72}$

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de dos

$\mathbf{2^x * 2^{-1} + 2^x * 2^2 = 72}$

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, $2^x = t$, así tendríamos:

$t/2 + 4t = 72 \;\Rightarrow\; 9t = 144 \;\Rightarrow\; t = 16$

pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si $t = 16 \Rightarrow 2^x = 2^4$ (pues $t = 2^x$)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

$$\boldsymbol{x = 4}$$

Si $t = 8 \Rightarrow 2^x = 2^3$ (pues $t = 2^x$)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

$$\boldsymbol{x = 3}$$

59) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 52c)):

$\mathbf{\sqrt[3]{128} = 4^{2x}}$

Resolución:

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de dos

$\mathbf{\sqrt[3]{2^7} = 2^{4x} \Rightarrow 2^{7/3} = 2^{4x}}$

Igualando exponentes,

$7/3 = 4x \;\Rightarrow\; x = 7/12$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 7/12

60) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 52d)):

$\sqrt[5]{\mathbf{81}} = \mathbf{3^{1-3x}}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de tres

$\sqrt[5]{\mathbf{3^4}} = \mathbf{3^{1-3x}} \Rightarrow \mathbf{3^{4/5} = 3^{1-3x}}$

Igualando exponentes,

$4/5 = 1 – 3x \Rightarrow 3x = 1 – 4/5 \Rightarrow 3x = 1/5 \Rightarrow x = 1/15$

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 1/15

61) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 53a)):

$\mathbf{6^{3-x} = 216}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de seis

$\mathbf{6^{3-x} = 216 \Rightarrow 6^3\, 6^{-x} = 6^3 \Rightarrow 6^3\,(6^x)^{-1} = 6^3}$

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, $6^x = t$, así tendríamos:

$216\, t^{-1} = 216 \Rightarrow t^{-1} = 1 \Rightarrow 1/t = 1 \Rightarrow t = 1$

La solución para t es t = 1; pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si $t = 1 \Rightarrow 6^x = 1$ (pues $t = 6^x$)

4º ESO – opción B – Ejercicios

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 0 (pues cualquier número elevado a cero da 1)

62) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 53b)):

$\mathbf{(3/7)^{3x-7} = (7/3)^{7x-3}}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. La base no es la misma, pero es la misma fracción "dada la vuelta", aquí debemos recordar que si cambiamos de signo al exponente cambiamos "el orden" de la fracción. Así pues si operamos así:

$\mathbf{(3/7)^{3x-7} = (3/7)^{3-7x} \Rightarrow ((3/7)^x)^3) : (3/7)^7 = (3/7)^3 : (((3/7)^x)^7}$

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, $(3/7)^x = t$, así tendríamos:

$t^{\mathbf{3}} : (3/7)^{\mathbf{7}} = (3/7)^{\mathbf{3}} : t^{\mathbf{7}} \Rightarrow t^{\mathbf{10}} = (3/7)^{\mathbf{10}} \Rightarrow t = \pm(3/7)$

La solución para t es $t = \pm(3/7)$; pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si $t = \pm(3/7) \Rightarrow (3/7)^x = \pm(3/7)$ (pues $t = (3/7)^x$)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

x = 1 (pues no hay ninguna x que haga que la potencia sea negativa e igual a la base)

63) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 53c)):

$\mathbf{13^{2x} - 6 * 13^x + 5 = 0}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de trece

$\mathbf{(13^x)^2 - 6 * 13^x + 5 = 0}$

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, $13^x = t$, así tendríamos:

$t^2 - 6t + 5 = 0$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Ecuación de segundo grado que si revolvemos nos da como soluciones para t son t = 1 y t = 5; pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si t = 1 => $13^x = 1$ (pues $t = 13^x$) => x = 0
Si t = 5 => $13^x = 5$ (pues $t = 13^x$) => $x = \log_{13} 5$

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

$$x = 0 \quad y \quad x = \log_{13} 5$$

64) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 53d)):

$$\mathbf{4^x - 3 * 4^{x+1} + 4^{x+2} = 20}$$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de cuatro

$$\mathbf{4^x - 3 * 4^x * 4 + 4^x * 4^2 = 20 \Rightarrow 4^x - 12 * 4^x + 16 * 4^x = 20}$$

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, $4^x = t$, así tendríamos:

$$t - 12t + 16t = 20 \Rightarrow 3t = 20 \Rightarrow t = 20/3$$

La solución para t es t = 20/3; pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si t = 20/3 => $4^x = 20/3$ (pues $t = 4^x$)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

$$x = \log_4 (20/3)$$

65) Resuelve la siguiente ecuación(pag 59, ejercicio 53e)):

$$\mathbf{3^x (1/3)^{x-3} = (1/27)^x}$$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. La base no es la misma, pero si nos fijamos y factorizamos el 27 tendremos la misma base. Así pues si operamos así:

$$\mathbf{3^x\ (1/3)^x : (1/3)^{-3} = (1/3^3)^x \Rightarrow 3^x (3)^{-x} : (3)^3 = (1/3^x)^3 \Rightarrow 1 : (3)^{-3} = (1/3^x)^3}$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, $(1/3)^x = t$, así tendríamos:

$1 : 3^{-3} = t^3 \Rightarrow t = 3$

La solución para t es t = (3); pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si t = (3) => $(1/3)^x = (3)$ (pues $t = (1/3)^x$)

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

$\boldsymbol{x = -1}$

66) Resuelve la siguiente ecuación (pag 59, ejercicio 53f)):

$\mathbf{10^x - 5^{x-1} * 2^{x-2} = 950}$

<u>Resolución:</u>

Si nos fijamos no se trata de una ecuación exponencial. En estos casos el objetivo es dejar todos los sumandos como potencia de alguna base y hacer un cambio de variable, es decir:

En este caso intentaremos dejar todo como potencia de diez

$\mathbf{10^x - 5^{x-1} * 2^{x-1} * 2^{-1} = 950 \Rightarrow 10^x - (5 * 2)^{x-1} * 2^{-1} = 950}$

$\mathbf{10^x - (10)^{x-1} * 2^{-1} = 950 \Rightarrow 10^x - 10^x\, 10^{-1} * 2^{-1} = 950}$

Una vez aquí realizamos el cambio de variable, por ejemplo, $10^x = t$, así tendríamos:

$t - t / 20 = 950$

Si resolvemos la ecuación de primer grado nos quedaría como solución para t = 1000; pero recuerda debes dar la solución para x no para t, es decir, NO HAS TERMINDADO.

Si t = 1000 => $10^x = 1000$ (pues $t = 10^x$) => x = 3

Así pues la solución de nuestra ecuación será:

$\boldsymbol{x = 3}$