

4º ESO – opción B – Ejercicios

Ejercicios de sistemas de ecuaciones

1) Resuelve el siguiente sistema (pag 55, ejercicio 30a)):

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 25 \\ x + y = 25 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal. En este tipo de casos el procedimiento habitual es realizar una sustitución. Así pues, por ejemplo, despejamos x de la segunda ecuación y sustituimos:

$$x = 25 - y$$

que sustituyendo en la primera tendríamos

$$(25 - y)^2 - y^2 = 25 \Rightarrow 625 - 50y + y^2 - y^2 = 25 \Rightarrow 600 = 50y \Rightarrow y = 12$$

Así pues la solución para y es 12,

$$\text{Para la } x, \quad x = 25 - 12, \text{ así pues } x = 13$$

Ojo las soluciones serán:

$$\mathbf{x = 13 \quad e \quad y = 12}$$

2) Resuelve el siguiente sistema (pag 55, ejercicio 30b)):

$$\begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 47 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal. En este tipo de casos el procedimiento habitual es realizar una sustitución. Así pues, por ejemplo, despejamos x de la segunda ecuación y sustituimos:

$$x = 7 + 2y$$

que sustituyendo en la primera tendríamos

$$2(7 + 2y)^2 - 3y^2 = 47 \Rightarrow 98 + 8y^2 + 56y - 3y^2 = 47 \Rightarrow 51 + 5y^2 + 56y = 0$$

Así pues las soluciones para y serían, $y = -1$ e $y = -102/10$,

$$\text{Para } y = -1 \text{ la } x, \quad x = 7 + 2(-1), \text{ así pues } x = 5$$

$$\text{Para } y = -102/10 \text{ la } x, \quad x = 7 + 2(-102/10), \text{ así pues } x = -13,4$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Ojo las soluciones serán:

$$x = 5 \quad e \quad y = -1 \quad \quad y \quad x = -13,4 \quad e \quad y = 10,2$$

- 3) Encuentra las soluciones del siguiente sistema (pag 56, ejercicio 37a)):

$$\begin{cases} 3^{x+y} = 3 \\ 3^{x-2y} = 81 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal con ecuaciones exponenciales. En estos casos lo habitual sería realizar un cambio de variable al igual que ocurría con las ecuaciones exponenciales, pero en este caso si nos fijamos podemos igualar exponentes,

Primero dejamos todo como potencia de 3

$$\begin{cases} 3^{x+y} = 3^1 \\ 3^{x-2y} = 3^4 \end{cases}$$

Así pues nos queda,

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

Sistema lineal que si resolvemos

$$x = 2 \quad e \quad y = -1$$

QUE SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRO SISTEMA

- 4) Encuentra las soluciones del siguiente sistema (pag 56, ejercicio 37b)):

$$\begin{cases} 5^x + 2^y = 33 \\ 5^{x-1} - 2^{y-1} = 1 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal con ecuaciones exponenciales. En estos casos al igual que ocurría con las ecuaciones exponenciales realizaremos un cambio de variable, en este caso dos, uno para la x y otro para la y.

Primero dejaremos “separadas las exponenciales”

4º ESO – opción B – Ejercicios

$$\begin{cases} 5^x + 2^y = 33 \\ 5^x * 5^{-1} - 2^y * 2^{-1} = 1 \end{cases}$$

Y ahora realizaremos el cambio de variable:

$$\begin{aligned} 5^x &= t \\ 2^y &= u \end{aligned}$$

Así, una vez realizado nuestro sistema será:

$$\begin{cases} t + u = 33 \\ t/5 - u/2 = 1. \end{cases}$$

Sistema que si resolvemos por el método que queramos este sistema lineal nos dará como soluciones:

$$t = 25 \quad y \quad u = 8$$

QUE NO SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRO SISTEMA

Para obtenerlas procederemos así::

$$\begin{aligned} 5^x = 25 &\Rightarrow x = 2 \\ 2^y = 8 &\Rightarrow y = 3 \end{aligned}$$

Con lo que las soluciones de nuestro sistema serán:

$$x = 2 \quad e \quad y = 3$$

5) Encuentra las soluciones del siguiente sistema (pag 56, ejercicio 38a)):

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal con logaritmos. En estos casos al igual que ocurría con las ecuaciones logarítmicas usaremos las propiedades de los logaritmos para dejar una igual de logaritmos en ambas ecuaciones.

Así pues operando tendremos que:

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ \log x - \log y = \log 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 9 \\ \log (x/y) = \log 10 \end{cases}$$

Si quitamos los logaritmos obtendremos:

4º ESO – opción B – Ejercicios

$$\begin{cases} x - y = 9 \\ x/y = 10 \end{cases}$$

Una vez aquí resolveremos este sistema no lineal, emplearemos el método de sustitución:

En la segunda ecuación tenemos $x = 10y$

$$10y - y = 9, \text{ así pues } y = 1$$

Así pues si la $x = 10$

SOLUCIONES QUE COMPROBAREMOS EN NUESTRO SISTEMA.

Comprobando que ambas soluciones son correctas

$$x = 10 \quad e \quad y = 1$$

6) Encuentra las soluciones del siguiente sistema (pag 56, ejercicio 38b)):

$$\begin{cases} \log(2x - 4) + \log y = 2 \\ 4x - y = -9 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal con logaritmos. En estos casos al igual que ocurría con las ecuaciones logarítmicas usaremos las propiedades de los logaritmos para dejar una igual de logaritmos en ambas ecuaciones.

Así pues operando tendremos que:

$$\begin{cases} \log((2x - 4)y) = \log 10^2 \\ 4x - y = -9 \end{cases} \quad \begin{cases} (2x - 4)y = 100 \\ 4x - y = -9 \end{cases}$$

Si quitamos los logaritmos obtendremos:

$$\begin{cases} 2xy - 4y = 100 \\ 4x - y = -9 \end{cases}$$

Una vez aquí resolveremos este sistema no lineal, emplearemos el método de sustitución:

En la segunda ecuación tenemos $y = 4x + 9$, con lo que sustituyendo en la primera,

$$2x(4x + 9) - 4(4x + 9) = 100 \Rightarrow 8x^2 + 18x - 16x - 36 = 100$$

$$8x^2 + 2x - 136 = 0$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Así pues nos quedaría como soluciones,

$$x = 4 \quad y \quad x = -17/4$$

Obteniendo los valores para la y, estos serían $y = 25$ e $y = -8$

Recuerda, al tratarse de un sistema con logaritmos, tendremos que comprobar las soluciones

La negativa no puede ser pues nos haría calcular un logaritmo negativo lo que no es posible.

Así pues la única solución válida es

$$x = 4 \quad e \quad y = 25$$

7) Encuentra las soluciones del siguiente sistema (pag 56, ejercicio 39a)):

$$\begin{cases} 10^{2x+y} = 100 \\ \log(2x - y) = 0 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal con logaritmos y exponenciales. En estos casos al igual que ocurría con las ecuaciones logarítmicas o exponenciales usaremos las propiedades de los logaritmos y exponenciales,

Así pues operando tendremos que:

$$\begin{cases} 10^{2x+y} = 10^2 \\ \log(2x - y) = \log 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y = 2 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

Resolviendo este sistema lineal tenemos que,

$$x = 3/4 \quad e \quad y = 1/2$$

Sustituimos para comprobar las soluciones,

$$\begin{cases} 10^{2(3/4)+(1/2)} = 10^{6/4+1/2} = 10^{8/4} = 10^2 \quad \text{c.q.d (como queríamos demostrar)} \\ \log(2(3/4) - (1/2)) = \log(6/4 - 1/2) = \log 4/4 = \log 1 = 0 \quad \text{c.q.d (como queríamos demostrar)} \end{cases}$$

Con lo que la solución es correcta,

$$x = 3/4 \quad e \quad y = 1/2$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

8) Encuentra las soluciones del siguiente sistema (pag 56, ejercicio 39b)):

$$\begin{cases} 5^{xy} = 1 \\ \log_8(x^2y) = 1 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal con logaritmos y exponenciales. En estos casos al igual que ocurría con las ecuaciones logarítmicas o exponenciales usaremos las propiedades de los logaritmos y exponenciales,

Así pues operando tendremos que:

$$\begin{cases} 5^{xy} = 5^0 \\ \log_8(x^2y) = \log_8 8 \end{cases} \quad \begin{cases} xy = 0 \\ x^2y = 8 \end{cases}$$

Sistema no lineal que tendremos que resolver, pero si nos fijamos, según la primera ecuación el producto de x por y da cero, eso quiere decir que o bien x o bien y debe ser cero, con lo que la segunda ecuación es imposible porque también daría cero y nunca 8.

ASI PUES EL SISTEMA NO TIENE SOLUCIÓN

9) Encuentra las soluciones del siguiente sistema (pag 56, ejercicio 39c)):

$$\begin{cases} 5^{x-2y} = 1 \\ \log(2x + y) - \log(y - 1) = 1 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal con logaritmos y exponenciales. En estos casos al igual que ocurría con las ecuaciones logarítmicas o exponenciales usaremos las propiedades de los logaritmos y exponenciales,

Así pues operando tendremos que:

$$\begin{cases} 5^{x-2y} = 5^0 \\ \log \frac{2x+y}{y-1} = \log 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y = 0 \\ \frac{2x+y}{y-1} = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2y \\ 2x + y = 10(y - 1) \end{cases}$$

Resolviendo este sistema lineal tenemos que,

$$2(2y) + y = 10y - 10 \Rightarrow 5y - 10 = 0 \Rightarrow y = 2, \text{ así pues } x = 4$$

Sustituimos para comprobar las soluciones,

4º ESO – opción B – Ejercicios

$$\begin{cases} 5^{4-2(2)} = 5^{4-4} = 5^0 \text{ c.q.d (como queríamos demostrar)} \\ \log(2(4) + 2) - \log(2 - 1) = \log 10 - \log 1 = 1 - 0 = 1 \text{ c.q.d (como queríamos demostrar)} \end{cases}$$

Con lo que la solución es correcta,

$$x = 4 \text{ e } y = 2$$

10) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones (pag 59, ejercicio 59a)):

$$\begin{cases} x^2 - xy = 5 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal. En este tipo de casos el procedimiento habitual es realizar una sustitución. Así pues, por ejemplo, despejamos y de la segunda ecuación y sustituimos:

$$y = 1 - 3x$$

que sustituyendo en la primera tendríamos

$$x^2 - x(1 - 3x) = 5 \Rightarrow x^2 - x + 3x^2 = 5 \Rightarrow$$

$$4x^2 - x - 5 = 0$$

Ecuación de segundo grado que si resolvemos nos dan como soluciones:

$$x = 10/8 \text{ y } x = -1$$

Si sustituimos en $y = 1 - 3x$ tendremos como soluciones:

$$x = +10/8 \text{ e } y = -22/8 \text{ ; } x = -1 \text{ e } y = +4$$

11) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones (pag 59, ejercicio 59b)):

$$\begin{cases} (x - y)^2 = 49 \\ x^2 + 2xy + y^2 = 9 \end{cases}$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal. En este tipo de casos el procedimiento habitual es realizar una sustitución. Pero en este caso, y si nos fijamos, la segunda ecuación la podemos transformar un poco de esta manera:

$$\begin{cases} (x - y)^2 = 49 \\ (x + y)^2 = 9 \end{cases}$$

Así pues, de la primera ecuación tenemos que

$$x - y = 7 \quad \text{ó} \quad x - y = -7$$

También tenemos de la segunda ecuación que

$$x + y = 3 \quad \text{ó} \quad x + y = -3$$

Así pues las soluciones serían:

$$\textit{Para } x = 5, \textit{ la } y = -2 \quad \textit{y} \quad x = -5, \textit{ la } y = 2$$

$$\textit{Para } x = 2, \textit{ la } y = -5 \quad \textit{y} \quad x = -2, \textit{ la } y = 5$$

12) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones (pag 59, ejercicio 59c):

$$\begin{cases} 5x^2 + y^2 = 25 \\ 3x^2 - y^2 = -25 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal. En este tipo de casos el procedimiento habitual es realizar una sustitución. Así pues, por ejemplo, despejamos y^2 de la segunda ecuación y sustituimos:

$$y^2 = 25 + 3x^2$$

que sustituyendo en la primera tendríamos

$$5x^2 + (25 + 3x^2) = 25 \Rightarrow 8x^2 = 0, \text{ de donde } x = 0$$

Así pues las soluciones serían:

$$\textit{Para } x = 0, \textit{ la } y = \pm 5$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

13) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones (pag 59, ejercicio 59d)):

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal. En este tipo de casos el procedimiento habitual es realizar una sustitución. Así pues, por ejemplo, despejamos y de la segunda ecuación y sustituimos:

$$y = 5 - x$$

que sustituyendo en la primera tendríamos

$$x^2 - x(5 - x) + (5 - x)^2 = 7 \Rightarrow x^2 - 5x + x^2 + 25 - 10x + x^2 = 7 \Rightarrow$$

$$3x^2 - 15x - 18 = 0$$

Ecuación de segundo de grado que si resolvemos nos quedaría:

$$x = -1 \quad y \quad x = 6$$

Así pues las soluciones serían:

$$\textit{Para } x = -1, \textit{ la } y = 6 \quad \textit{y} \quad \textit{para } x = 6, \textit{ la } y = -1$$

14) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones (pag 59, ejercicio 59e)):

$$\begin{cases} 4x^2 - y^2 = -20 \\ xy = -12 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal. En este tipo de casos el procedimiento habitual es realizar una sustitución. Así pues, por ejemplo, despejamos y de la segunda ecuación y sustituimos:

$$y = -12 / x$$

que sustituyendo en la primera tendríamos

$$4x^2 - (-12 / x)^2 = -20 \Rightarrow 4x^2 - 144 / x^2 = -20 \Rightarrow$$

$$4x^4 - 144 = -20x^2$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Ecuación bicuadrada que al resolver,

$$x^2 = t \Rightarrow 4t^2 + 20t - 144 = 0$$

Ojo las soluciones serán para t serán, $t = 4$ y $t = -8$

La solución negativa no la consideramos (no podemos extraer raíces cuadradas de números negativos) y para la positiva tendríamos que $x = \pm 2$

Para $x = 2$, la $y = -6$ y para $x = -2$, la $y = 6$

Así pues las soluciones de nuestro sistema son dos:

$$x = +2 \text{ e } y = -6 ; x = -2 \text{ e } y = 6$$

15) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones (pag 59, ejercicio 59f):

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ x + xy + y = 9 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal. En este tipo de casos el procedimiento habitual es realizar una sustitución. Así pues, por ejemplo, despejamos y de la segunda ecuación y sustituimos:

$$x + y(x + 1) = 9 \Rightarrow y(x + 1) = 9 - x \Rightarrow y = (9 - x) / (x + 1)$$

que sustituyendo en la primera tendríamos

$$x^2 + [(9 - x) / (x + 1)]^2 = 17 \Rightarrow x^2 + (9 - x)^2 / (x + 1)^2 = 17$$

$$x^2(x + 1)^2 + (9 - x)^2 = 17(x + 1)^2 \Rightarrow$$

$$x^2(x^2 + 2x + 1) + (81 - 18x + x^2) = 17(x^2 + 2x + 1) \Rightarrow$$

$$x^4 + 2x^3 + x^2 + 81 - 18x + x^2 = 17x^2 + 34x + 17$$

$$x^4 + 2x^3 - 15x^2 - 52x + 64 = 0$$

Ecuación que si resolvemos nos quedan como soluciones $x = 1$, $x = 4$ (solo tiene dos pues la ecuación de segundo grado que nos queda aplicando Ruffini no tiene soluciones reales).

4º ESO – opción B – Ejercicios

Así pues sustituyendo las soluciones serían:

$$\textit{Para } x = 1, \textit{ la } y = 4 \textit{ y para } x = 4, \textit{ la } y = 1$$

16) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones (pag 59, ejercicio 60a):

$$\begin{cases} 2x - y = -1 \\ y^2 - 2x^2 = 7 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal. En este tipo de casos el procedimiento habitual es realizar una sustitución. Así pues, por ejemplo, despejamos y de la primera ecuación y sustituimos:

$$y = 2x + 1$$

que sustituyendo en la segunda tendríamos

$$(2x + 1)^2 - 2x^2 = 7 \Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 - 2x^2 = 7$$

$$2x^2 + 4x - 6 = 0$$

Ecuación de segundo grado que si resolvemos nos quedan como soluciones $x = 1$, $x = -3$

Así pues sustituyendo las soluciones serían:

$$\textit{Para } x = 1, \textit{ la } y = 3 \textit{ y para } x = -3, \textit{ la } y = -5$$

17) Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones (pag 59, ejercicio 60b):

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 6 \\ xy = 2 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal. En este tipo de casos el procedimiento habitual es realizar una sustitución. Así pues, por ejemplo, despejamos y de la segunda ecuación y sustituimos:

$$y = 2/x$$

que sustituyendo en la primera tendríamos

$$x^3 + (2/x)^3 = 6 \Rightarrow x^3 + 8/x^3 = 6 \Rightarrow (x^6 + 8)/x^3 = 6$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

$$x^6 - 6x^3 + 8 = 0$$

Ecuación de bicuadrada que si resolvemos nos quedan como soluciones $x = \sqrt[3]{4}$, $x = \sqrt[3]{2}$

Así pues sustituyendo las soluciones serían:

$$\text{Para } x = \sqrt[3]{4}, \text{ la } y = 2/\sqrt[3]{4} \text{ y para } x = \sqrt[3]{2}, \text{ la } y = 2/\sqrt[3]{2}$$

18) Encuentra las soluciones del siguiente sistema (pag 60, ejercicio 63a):

$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 41 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal con ecuaciones exponenciales. En estos casos al igual que ocurría con las ecuaciones exponenciales realizaremos un cambio de variable, en esta caso dos, uno para la x y otro para la y.

Primer dejaremos “separadas las exponenciales”

$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^2 * 2^x + 5 * 5^y = 41 \end{cases}$$

Y ahora realizaremos el cambio de variable:

$$\begin{aligned} 2^x &= t \\ 5^y &= u \end{aligned}$$

Así, una vez realizado nuestro sistema será:

$$\begin{cases} t + u = 9 \\ 4t + 5u = 41. \end{cases}$$

Sistema que si resolvemos por el método que queramos nos dará como soluciones:

$$t = 4 \quad \text{y} \quad u = 5$$

QUE NO SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRO SISTEMA

Para obtenerlas procederemos así::

$$\begin{aligned} 2^x = 4 &\Rightarrow x = 2 \\ 5^y = 5 &\Rightarrow y = 1 \end{aligned}$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Con lo que las soluciones de nuestro sistema serán:

$$x = 2 \quad e \quad y = 1$$

19) Encuentra las soluciones del siguiente sistema (pag 60, ejercicio 63b)):

$$\begin{cases} 5^{x+2} - 4^y = -3 \\ 3 * 5^{x+1} - 4^{y-2} = -1 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal con ecuaciones exponenciales. En estos casos al igual que ocurría con las ecuaciones exponenciales realizaremos un cambio de variable, en esta caso dos, uno para la x y otro para la y.

Primer dejaremos “separadas las exponenciales”

$$\begin{cases} 5^2 * 5^x - 4^y = -3 \\ 3 * 5 * 5^x - 4^{-2} 4^y = -1 \end{cases}$$

Y ahora realizaremos el cambio de variable:

$$\begin{aligned} 5^x &= t \\ 4^y &= u \end{aligned}$$

Así, una vez realizado nuestro sistema será:

$$\begin{cases} 25t - u = -3 \\ 15t - u/16 = -1 \end{cases}$$

Sistema que si resolvemos por el método que queramos nos dará como soluciones:

$$t = -(13/215) \quad y \quad u = 320/215$$

QUE NO SON LAS SOLUCIONES DE NUESTRO SISTEMA

Para obtenerlas procederemos así::

$$\begin{aligned} 2^x = -(13/215) &\Rightarrow \text{NO HAY SOLUCIONES} \text{ pues una potencia de base positiva no} \\ &\text{puede generar un número negativo} \\ 5^y = 5 &\Rightarrow \text{no hace falta calcular} \end{aligned}$$

20) Encuentra las soluciones del siguiente sistema (pag 60, ejercicio 64a)):

$$\begin{cases} 2\log x + \log y = 5 \\ \log(xy) = 4 \end{cases}$$

4º ESO – opción B – Ejercicios

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal con logaritmos. En estos casos al igual que ocurría con las ecuaciones logarítmicas usaremos las propiedades de los logaritmos para dejar una igual de logaritmos en ambas ecuaciones.

Así pues operando tendremos que:

$$\begin{cases} \log x^2 + \log y = \log 10^5 \\ \log (xy) = \log 10^4 \end{cases} \quad \begin{cases} \log (x^2y) = \log 10^5 \\ \log (xy) = \log 10^4 \end{cases}$$

Si quitamos los logaritmos obtendremos:

$$\begin{cases} x^2y = 10^5 \\ xy = 10^4 \end{cases}$$

Una vez aquí emplearemos el método de sustitución:

En la primera ecuación tenemos $x^2y = 10^5$, y de la segunda tenemos que $y = 10^4/x$ sustituyendo:

$$x^2(10^4/x) = 10^5 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow$$

Solución para x. Para y sustituiremos:

$$y = 10^3$$

SOLUCIONES QUE COMPROBAREMOS EN NUESTRO SISTEMA.

Si nos fijamos las soluciones son ambas positivas y al sustituir nos dan las igualdades del sistema, así pues las soluciones serán:

$$x = 10 \quad e \quad y = 10^3$$

21) Encuentra las soluciones del siguiente sistema (pag 60, ejercicio 64b)):

$$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - 6y = 1 \end{cases}$$

Resolución:

Si nos fijamos se trata de un sistema no lineal con logaritmos. En estos casos al igual que ocurría con las ecuaciones logarítmicas usaremos las propiedades de los logaritmos para dejar una igual de logaritmos en ambas ecuaciones.

4º ESO – opción B – Ejercicios

Así pues operando tendremos que:

$$\begin{cases} \log x + \log y = \log 10^2 \\ x - 6y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} \log (xy) = \log 10^2 \\ x - 6y = 1 \end{cases}$$

Si quitamos los logaritmos obtendremos:

$$\begin{cases} xy = 10^2 \\ x - 6y = 1 \end{cases}$$

Una vez aquí emplearemos el método de sustitución:

En la primera ecuación tenemos $xy = 10^2$, y de la segunda tenemos que $x = 1 + 6y$ sustituyendo:

$(1 + 6y)y = 10^2 \Rightarrow y + 6y^2 = 10^2$ ecuación de segundo grado que si resolvemos nos quedan como soluciones $y = -50/12$ e $y = 4$

Así pues si la $y = 4$, la $x = 25$

SOLUCIONES QUE COMPROBAREMOS EN NUESTRO SISTEMA.

La solución negativa la despreciamos pues no podemos calcular logaritmos de números negativos. En el caso de la positiva si comprobamos en las ecuaciones vemos que se cumplen ambas, así pues las soluciones serán:

$$\mathbf{x = 25 \quad e \quad y = 4}$$