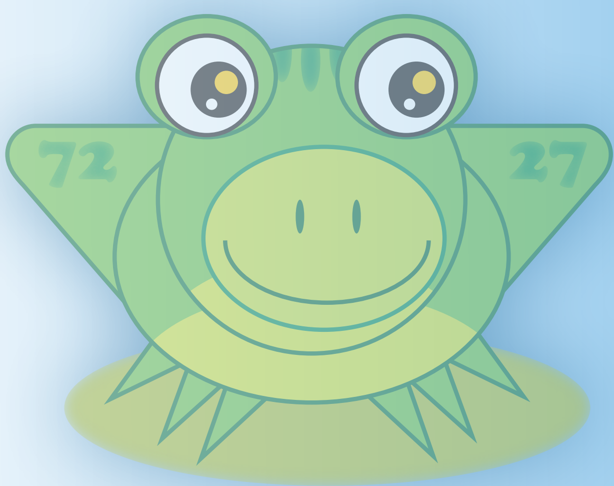
Gobierno Federal

SEP

AFSEDF

Desafíos
Docente



Quinto grado
Primaria

El material *Desafíos Docente. Quinto Grado* fue realizado por la Secretaría de Educación Pública a través de la Administración Federal de Servicios Educativos en el Distrito Federal y de la Coordinación Sectorial de Educación Primaria, en colaboración con la Dirección de Normas y Estándares para el Aprendizaje y el Proceso Pedagógico de la Subsecretaría de Educación Básica

José Ángel Córdoba Villalobos
Secretaría de Educación Pública

Luis Ignacio Sánchez Gómez
Administración Federal de Servicios Educativos en el Distrito Federal

Francisco Ciscomani Freaner
Subsecretaría de Educación Básica

Antonio Ávila Díaz
Dirección General de Operación de Servicios Educativos

Germán Cervantes Ayala
Coordinación Sectorial de Educación Primaria

Coordinación General
Hugo Balbuena Corro
Germán Cervantes Ayala
María del Refugio Camacho Orozco
María Catalina González Pérez

Equipo técnico-pedagógico nacional que elaboró los Planes de Clase:
Leticia Torres Soto, Julio César Santana Valdez, Jesús Adrián Alcántar Félix, Rubén de León Espinoza, José Sixto Barrera Avilés, José Antonio Flores Cota, Miguel Simón Flores Navarrete, José Guillermo Valdizón Arrieta, Javier Larios Nogueda, Gerardo Camacho Lemus, Juan Antonio Ayoube Rosales, Manuel Romero Contreras, Eufrosina María Guadalupe Flores Barrera, Santos Arreguín Rangel, Paz Georgina Hernández Medina, María Cobián Sánchez, José Martín García Rosales, Carlos Rafael Gutiérrez Saldívar, María del Rosario Licea García, Luis Alfonso Ramírez Santiago, Tito García Agustín, José Matilde Santana Lara, Andrés Soberano Gutiérrez, Jesús Antonio Ic Sandy, María Guadalupe Bahena Acosta, Guadalupe López Duarte, Sara Leticia López Sánchez, José Carlos Valdez Hernández, Lizeth Corona Romero, Enrique Constantino Portilla, Leopoldo Froilán Barragán Medina, Alba Citlali Córdova Rojas

Asesoría pedagógica
Hugo Balbuena Corro
Mauricio Rosales Ávalos
Laurentino Velázquez Durán
Javier Barrientos Flores
Esperanza Issa González
María del Carmen Tovilla Martínez
María Teresa López Castro

Coordinación Editorial
María Catalina González Pérez

Ilustración
María Guadalupe Peña Rivera
Moisés Aguirre Medina

Primera Edición, 2012

Administración Federal de Servicios Educativos en el Distrito Federal,
Parroquia 1130, Santa Cruz Atoyac, Benito Juárez, 03310, México, D.F.

ISBN:

Impreso en México.

Este material es una adaptación de los *Planes Clase* elaborados por la Subsecretaría de Educación Básica

Índice

TERCER BLOQUE

CUARTO BLOQUE

QUINTO BLOQUE

Presentación

El Plan de estudios 2011 para la educación básica señala, acertadamente, que las actividades de aprendizaje –deben representar desafíos intelectuales para los estudiantes, con el fin de que formulen alternativas de solución-. Este señalamiento se ubica en el contexto de los principios pedagógicos, en particular el que se refiere a la planificación, considerados como -condiciones esenciales para la implementación del currículo-.

Si en verdad se trata de actividades de aprendizaje que representan desafíos intelectuales, entonces los alumnos participan en ellas y producen ideas que es necesario analizar para sacar conclusiones claras y poder avanzar en el aprendizaje. En síntesis, lo que el Plan de estudios 2011 postula es, que el docente plantee desafíos intelectuales a los alumnos, para que estos produzcan ideas, que se analizarán colectivamente con ayuda del docente. Sin duda se trata de una orientación diferente, a la práctica común que privilegia las explicaciones del maestro como único medio para que los alumnos aprendan.

La Coordinación Sectorial de Educación Primaria en el Distrito Federal, consciente de las bondades que encierra el postulado descrito anteriormente, para mejorar las prácticas de enseñanza y, en consecuencia, los aprendizajes de los alumnos, se propone acompañar en esta empresa a los docentes y directivos de las escuelas primarias, proporcionándoles un material que lleva por título Desafíos, elaborado originalmente por un grupo de docentes de todas las entidades federativas, bajo la coordinación del Equipo de matemáticas de la Dirección General de Desarrollo Curricular de la Subsecretaría de Educación Básica de la Secretaría de Educación Pública. En dicho material destacan las siguientes características.

a) Contiene desafíos intelectuales, vinculados al estudio de la matemática, para que los docentes puedan desarrollar su trabajo diario.

b) Se presentan en un formato ágil para que los docentes puedan analizarlos, antes de ser utilizados con los alumnos.

c) En su elaboración estuvo presente la experiencia del trabajo docente, además de un conocimiento amplio y profundo sobre la didáctica de la matemática.

d) Se trata de un material que ha sido probado por un número considerable de supervisores, directores y docentes de educación primaria en el Distrito Federal.

A continuación se describen brevemente los cuatro aspectos que conforman cada uno de los *Desafíos*.

Intenciones didácticas.- Describen el tipo de recursos, ideas, procedimientos y saberes que se espera pongan en juego los alumnos, ante la necesidad de resolver el desafío que se les plantea. Dado que se trata de una anticipación, no necesariamente sucede, lo cual indicaría que la actividad propuesta no favoreció lo que se esperaba y hay que reformularla.

Consigna.- Describe la actividad o problema que se va a plantear, la organización de los alumnos para realizar el trabajo (individual, parejas, equipos o en colectivo) y, en algunos casos, lo que se vale o no se vale, hacer o usar.

Consideraciones previas.- Contienen elementos para que el docente esté en mejores condiciones de ayudar a los alumnos a analizar las ideas que producen. Por ejemplo, explicaciones breves sobre los conceptos que se estudian, posibles procedimientos de los alumnos, posibles dificultades o errores, sugerencias para organizar la puesta en común, preguntas para profundizar en el análisis.

Apuntes didácticos.- Tienen la intención de recopilar información sobre las dificultades y los errores mostrados por los niños al enfrentar el desafío, para que el docente cuente con un registro ordenado y pueda tomar decisiones para lograr que los alumnos puedan avanzar.

Para que el uso de este material arroje los resultados que se esperan, es necesario que los docentes tomen en consideración las siguientes recomendaciones generales.

- Tener confianza en que los alumnos son capaces de producir ideas y procedimientos propios, sin necesidad de una explicación previa por parte del maestro. Esto no significa que todo tiene que ser descubierto por los alumnos, en ciertos casos las explicaciones del docente son necesarias para que los estudiantes puedan avanzar.
- Hay que aceptar que el proceso de aprender implica marchas y contramarchas, en ocasiones, ante un nuevo desafío los alumnos regresan a procedimientos rudimentarios que aparentemente habían sido superados. Hay que trabajar para que se adquiera la suficiente confianza en el uso de las técnicas que se van construyendo.
- El trabajo constructivo que se propone con el uso de este material no implica hacer a un lado los ejercicios de práctica, éstos son necesarios hasta lograr cierto nivel de automatización, de manera que el esfuerzo intelectual se invierta en procesos cada vez más complejos. Dado que los aprendizajes están anclados en conocimientos previos, se pueden reconstruir en caso de olvido.
- El hecho de que los docentes usen este material para plantear un desafío diario a sus alumnos, significará un avance importante, sin lugar a dudas, pero sólo será suficiente si se dedica el tiempo necesario para analizar y aclarar las ideas producidas por los alumnos, es decir, para la puesta en común.

La Coordinación Sectorial de Educación Primaria en el Distrito Federal confía en que este material les resultará útil a quienes va dirigido, mediante sus valiosas aportaciones podrá mejorarse en el corto plazo, para que todos los docentes puedan contar con una propuesta didáctica para el estudio de la matemática cada vez más sólida.

1. ¿Cuánto es en total?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que implican sumar fracciones con diferentes denominadores, distinguiendo cuando los denominadores son múltiplos o divisores entre sí, para así utilizar fracciones equivalentes.

Consigna 1

Formen equipo con otro compañero, lean la siguiente tabla y con base en la información contesten las preguntas.

En la cocina económica "Siempre sabroso", ayer, al terminar el día, las cocineras anotaron en el pizarrón la cantidad de queso que se ocupó durante el día para preparar los alimentos y así saber si era necesario comprar más queso para los demás días.

	QUESO OAXACA	QUESO CHIHUAHUA
SOPAS	$\frac{1}{2}$ kg	
QUESADILLAS	$\frac{4}{6}$ kg	$\frac{1}{2}$ kg
ADEREZOS		$\frac{7}{8}$ kg
BOTANA	$\frac{1}{3}$ kg	$\frac{3}{4}$ kg

a) ¿Cuánto queso Oaxaca se usó al término del día?

____

b) ¿Cuánto queso Chihuahua se usó al término del día?

____

c) Si compraron $2\frac{1}{2}$ kg de queso Oaxaca, ¿cuánto quedó al final del día? ______________________

d) El costo por kilo de queso Chihuahua es de $78. El total de queso comprado el día de ayer fue de $195. ¿Qué fracción del total de queso Chihuahua queda? ______________________

Consigna 2

Individualmente resuelve los siguientes problemas y cuando termines compara tus respuestas con las de tu compañero de equipo.

1. Claudia compró primero $\frac{3}{4}$ kg de uvas y luego $\frac{1}{2}$ kg más. ¿Qué cantidad de uvas compró en total?

2. Para hacer los adornos de un traje, Luisa compró $\frac{2}{3}$ m de listón azul y $\frac{5}{6}$ m de color rojo. ¿Cuánto listón compró en total?

3. Pamela compró un trozo de carne. Uso $\frac{3}{8}$ de kilo de ese trozo de carne para un guisado y sobró $\frac{3}{4}$ de kilo. ¿Cuánto pesaba originalmente el trozo de carne que compró?

Consideraciones previas

En la consigna 1 se espera que los alumnos determinen que el denominador al que les conviene convertir las fracciones es 6, pues sólo tendrían que convertir dos fracciones y sumarlas a la que está dada en sextos. Sin embargo, si buscaran otro denominador común y cambiaran las tres fracciones habría que dejarlos continuar por ese camino hasta que llegaran a la conclusión de que el otro camino les podía resultar más corto. Esta reflexión puede surgir cuando vean que otro equipo trabajó con el denominador 6, o bien, cuando obtengan su resultado y al simplificarlo lleguen a: $\frac{9}{6}$ o $1\frac{3}{6}$ o $1\frac{1}{2}$.

Vámonos entendiendo...

Las fracciones equivalentes tienen el mismo valor, aun cuando se escriban de manera diferente, por ejemplo: $\frac{2}{4}$ es igual a $\frac{1}{2}$ o $\frac{4}{8}$.

Para responder la última pregunta de esta consigna, tendrán que determinar cuántas veces cabe 78 en 195 con lo cuál sabrán que se compraron 2.5 kg ($2\frac{1}{2}$ kg) y a esta cantidad se le resta el resultado de sumar lo empleado al término del día.

La consigna 2 puede trabajarse en otro momento, con la intención de ver los caminos que se utilizan para su solución.

Es importante aclarar que no se pretende que recurran al algoritmo tradicional para obtener el mínimo común múltiplo, ya que éste se estudiará en secundaria con mayor detenimiento, sino que se den cuenta de que pueden encontrar fracciones equivalentes que les permitan hacer fácilmente las operaciones.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

2. ¿Sumar o restar?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen restar y sumar fracciones con distintos denominadores (donde uno es múltiplo del otro), utilizando fracciones equivalentes.

Consigna

Organicen equipos de 3 integrantes y resuelvan los siguientes problemas:

1. De una cinta adhesiva de $2\frac{1}{3}$ metros, ocupé $\frac{3}{6}$ de metro. ¿Qué cantidad de cinta me quedó?

---

2. En el grupo de quinto grado, los alumnos practican tres deportes: $\frac{1}{3}$ del grupo juega futbol, $\frac{2}{6}$ juegan básquetbol y el resto natación. ¿Qué parte del grupo practica natación?

---

3. La mitad del grupo votó por Amelia y la tercera parte votó por Raúl. ¿Qué parte del grupo no votó?

Consideraciones previas

Se espera que los alumnos resuelvan los problemas con relativa facilidad, dado que cuentan con los recursos necesarios. Sin embargo, es importante observar qué hacen para resolverlos ya que pueden cometer algunos errores. Un elemento importante que ocasiona dificultad en las operaciones con fracciones es la aparición de fracciones mixtas. Muchas veces los alumnos no saben cuándo pueden tomarlos en cuenta al final de la operación o cuando no conviene hacerlo. Esto se va adquiriendo con la práctica y comprensión de lo que están realizando, por tanto, conviene que se enfrenten a problemas donde exista este tipo de números.

Por otra parte, es necesario que los alumnos tengan mucha claridad en que:

$$1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{9}{9} \ldots, \text{etc.}$$

Con lo cual entenderán cómo pasar de un número mixto a una fracción mayor que uno. Así, si en el primer desafío tienen dificultad en convertir la fracción mixta a fracción común, es necesario hacerlos reflexionar en lo anterior para que se den cuenta de que si en un entero hay tres tercios, entonces en dos enteros hay 6 tercios más un tercio, entonces obtienen $\frac{7}{3}$ o $\frac{14}{6}$, de donde se puede restar $\frac{3}{6}$.

En el caso del problema 2, es probable que algunos alumnos den como respuesta $\frac{4}{6}$ o $\frac{2}{3}$ que resulta de sumar $\frac{1}{3} + \frac{2}{6}$. Si esto sucede, hay que pedirles que validen su respuesta, seguramente caerán en la cuenta de que falta restar este resultado a la unidad ($\frac{6}{6}$). En este problema, la respuesta puede ser $\frac{2}{6}$ o $\frac{1}{3}$. Si en el grupo se dan ambas respuestas, se les puede preguntar si consideran que alguna es incorrecta, con la finalidad de reforzar su conocimiento o detectar si aún existen fallas para trabajar en ellas.

Vámonos entendiendo...

Las fracciones equivalentes tienen el mismo valor, aunque se vean diferentes, Ejemplo: $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ son equivalentes, porque son ambas "la mitad" de un pastel, una naranja, un papel, etc.

Los números mixtos son aquellos que tienen un número entero y una fracción como: $1\frac{3}{4}$.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuántas cifras tiene el resultado?

3. ¿Cuántas cifras tiene el resultado?

Intención didáctica

Que los alumnos determinen el número de cifras del cociente de números naturales y que estimen su valor sin utilizar el algoritmo convencional.

Consigna 1

Organizados en equipos, determinen el número de cifras del cociente de las siguientes divisiones, sin hacer las operaciones. Argumenten sus resultados.

División	Número de cifras del resultado
837 ÷ 93 =	
10 500 ÷ 250 =	
17 625 ÷ 75 =	
328 320 ÷ 380 =	
8 599 400 ÷ 950 =	

Con el mismo equipo, ahora estimen los resultados de las siguientes divisiones; aproxímenlos a la decena más cercana, sin realizar las divisiones. Argumenten sus resultados.

División	Estimación del resultado
3 380 ÷ 65 =	
3 026 ÷ 34 =	
16 800 ÷ 150 =	
213 280 ÷ 860 =	

Consideraciones previas

Una herramienta útil para obtener el número de cifras del cociente de una división con números naturales es la multiplicación del divisor por potencias de 10; por ejemplo, el resultado de la división 17 625 ÷ 75 tiene 3 cifras, porque 75 x 100 = 7 500 y 75 x 1 000 = 75 000, así que el cociente es mayor que 100 pero menor que 1000, por lo tanto tendrá tres cifras.

Para estimar los cocientes, además de determinar el número de cifras, es necesario aplicar propiedades de las operaciones estudiadas en otros grados; por ejemplo, el cociente de la división 3 380 ÷ 65 tiene 2 cifras, porque 65 x 10 = 650 y 65 x 100 = 6500, de manera que el cociente es mayor que 10 pero menor que 100. Además, puede advertirse que si 6 500 se reduce a la mitad, se obtiene 3 250, valor muy aproximado al dividendo; por tanto, el cociente es un valor muy cercano a 50, lo cual es resultado de reducir a la mitad también el factor 100.

Vámonos entendiendo...

El cociente es el resultado que se obtiene al dividir un número entre otro. Ejemplo:

12 ÷ 3 = 4

4 es el cociente

Los números naturales son los que utilizamos para contar:

1, 2, 3…n

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Anticipo el resultado

4. Anticipo el resultado

Intención didáctica

Que los alumnos seleccionen el resultado exacto de divisiones de naturales, haciendo uso de diversos procedimientos, sin realizar el algoritmo.

Consigna 1

En parejas coloquen una ✓ en el resultado exacto de las siguientes divisiones, sin desarrollarlas en su cuaderno o usando la calculadora. En las líneas escriban lo que hicieron para llegar a ese resultado.

840 ÷ 20 =	a) 10	
	b) 40	
	c) 42	
	d) 50	

9 984 ÷ 128 =	a) 66	
	b) 78	
	c) 82	
	d) 108	

1 015 ÷ 35 =	a) 9	
	b) 10	
	c) 29	
	d) 30	

12 462 ÷ 93 =	a) 84	
	b) 125	
	c) 134	
	d) 154	

5 750 ÷ 125 =	a) 45	
	b) 46	
	c) 47	
	d) 50	

12 420 ÷ 540 =	a) 7	
	b) 19	
	c) 23	
	d) 30	

Consideraciones previas

Los estudiantes podrán utilizar diversos procedimientos y conocimientos como: las propiedades de las operaciones (en especial de la multiplicación y división), las características de los múltiplos de un número, y saber determinar el número de cifras del cociente de números naturales.

Por ejemplo, para seleccionar el resultado exacto de 12 462 ÷ 93, se puede proceder de la siguiente forma:

- 93 x 100 = 9300 y 93 x 1000 = 93000; por tanto, el cociente debe tener 3 cifras, ya que es mayor que 100 y menor que 1000.
- La cifra de las centenas es uno. No puede ser 2 porque 93 x 200 = 18600, que se pasa de 12462.
- Para encontrar la cifra de las decenas podemos restar 12400 – 9300 = 3100, que es lo que queda, aproximadamente, después de haber dividido entre 100. Ahora bien, 93 x 10 = 930 y tres veces 930 es un número cercano a 3100. De manera que la cifra de las decenas es 3, que en realidad vale 30.
- Para encontrar la cifra de las unidades podemos restar 3100 – 2700 = 400. Se puede ver que 93 x 4 es aproximadamente igual a 400, por lo que la cifra de las unidades es 4.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

5. Bolsitas de chocolate

Intención didáctica

Que los alumnos, a partir de la resolución de problemas, adviertan que el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente más el residuo y que el residuo debe ser menor que el divisor.

Consigna 1

Organizados en parejas, calculen la cantidad de bolsitas de chocolate y los sobrantes. Anoten en la tabla sus planteamientos.

En una tienda de repostería se fabrican chocolates rellenos de nuez. Para su venta, la empleada los coloca en bolsitas, 6 chocolates en cada una. La empleada anota todos los días cuántos chocolates se hicieron, cuántas bolsitas se armaron y cuántos chocolates sobraron.[1]

Cantidad de chocolates elaborados	Cantidad de bolsitas	Cantidad de chocolates que sobraron
25		
18		
28		
30		
31		
32		
34		
35		

1 Problema tomado y ajustado de Enseñar aritmética a los más chicos, autores: Cecilia Parra e Irma Saiz. Homo Sapiens Ediciones.

Consigna 2

Ahora, conservando las parejas contesten las dos preguntas de abajo, se pueden apoyar en la tabla anterior para buscar las respuestas.

En los siguientes días las cantidades de chocolates elaborados fueron 20 y 27.

a) ¿Es posible usar los datos de la tabla para encontrar la cantidad de bolsitas y la cantidad de chocolates que sobraron sin necesidad de realizar cálculos?

No	¿Por qué?
Si	¿Cómo?

b) ¿Cuál es el máximo de chocolates que puede sobrar?

c) La siguiente tabla está incompleta, averigüen lo que falta y completen los lugares vacíos.[2]

Cantidad de chocolates elaborados	Cantidad de bolsitas	Cantidad de chocolates que sobraron
	6	2
	4	3
42		
	8	5
46	7	

1 Problema tomado y ajustado de Enseñar aritmética a los más chicos, autores: Cecilia Parra e Irma Saiz. Homo Sapiens Ediciones.

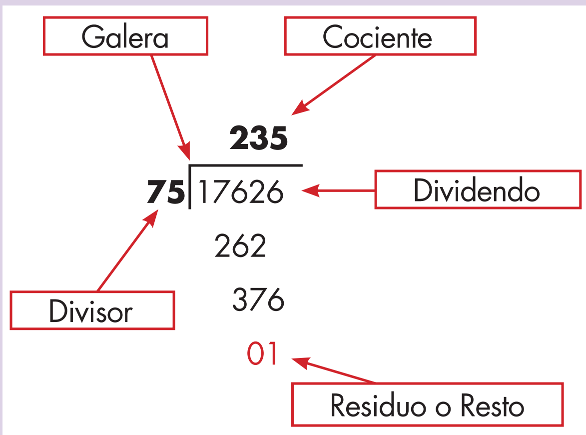
Consideraciones previas

Situaciones como las planteadas permiten que los alumnos adviertan que el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente más el residuo y que el residuo debe ser menor que el divisor. No se trata de que los alumnos escriban la expresión D = c x d + r, ni tampoco que el docente enseñe esta relación, sino de que los alumnos empiecen a comprender que los elementos se encuentran relacionados entre ellos. En el contexto anterior, dado que las bolsitas siempre tienen 6 chocolates, el divisor no varía, y así es posible descubrir que el resto no debe ser igual ni mayor que 6. Además, al multiplicar

Vámonos entendiendo...

En matemática, la división es una operación aritmética de descomposición que consiste en averiguar cuántas veces un número (divisor) está contenido en otro número (dividendo). El resultado de una división recibe el nombre de cociente. De manera general puede decirse que la división es la operación inversa de la multiplicación

Por ejemplo



Dividendo es el número que se va a dividir.

Divisor es el número que divide.

Cociente es el resultado de la división.

Residuo o Resto es lo que ha quedado del dividendo, que no se ha podido dividir porque es más pequeño que el divisor.

Por lo tanto sus términos cumplen esta relación:

Dividendo = divisor X cociente + residuo o resto

el cociente (dado en términos de bolsitas) por 6 y sumar los chocolates que sobran se puede obtener el número de chocolates elaborados.

Al completar la tabla del primer problema se espera que los alumnos lleguen a establecer que con 30 chocolates se llenan 5 bolsitas y no hay sobrantes. Por medio de este cálculo se puede determinar que con 31, 32, 33, 34 y 35 chocolates se pueden armar el mismo número de bolsitas (5), aunque varíe el número de chocolates sobrantes. Es importante resaltar este conocimiento en el momento de la socialización de los procedimientos seguidos, ya que permite analizar la variación de uno o más elementos de la división en función de los demás.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

6. Salón de fiestas

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen la relación "dividendo es igual al producto del divisor por el cociente más el residuo, siendo éste menor que el divisor" en la resolución de problemas.

Consigna 1

Organizados en parejas, resuelvan el siguiente problema[3].

En un salón de fiestas se preparan mesas para 12 comensales en cada una.

a) Si van a concurrir 146 comensales, ¿cuántas mesas deberán prepararse?

b) ¿Cuántos invitados más podrán llegar como máximo si se requiere que todos dispongan de lugares en las mesas preparadas?

c) ¿Los invitados podrían organizarse en las mesas de tal manera que haya 2 lugares vacíos en cada una? ¿Y podrían organizarse para que quede un lugar vacío?

d) Una familia de 4 personas quiere sentarse sola en una mesa, ¿alcanzarán los lugares en las otras mesas para los demás invitados?

[3] Problema tomado y ajustado de Enseñar aritmética a los más chicos, autores: Cecilia Parra e Irma Saiz. Homo Sapiens Ediciones.

Consideraciones previas

Para encontrar la solución, los alumnos pueden emplear diversos caminos, por lo que es probable que en el inciso a), los alumnos lleguen a la respuesta haciendo uso del algoritmo de la división y determinen un cociente de 12 y un residuo de 2, sin embargo, el cociente que se obtiene no es la respuesta de la pregunta, ya que es necesario considerar una mesa más para poder ubicar a todos los invitados.

Probablemente algunos alumnos utilicen otros recursos de cálculo, por ejemplo: pensar 146 como 60 + 60 + 24 + 2, suponiendo que reconocen que 60 y 24 son divisibles por 12. Dado que para cada 60 personas se necesitan 5 mesas, serán necesarias 10 para 120 personas y 2 para los otros 24, obteniendo finalmente 13 como el número necesario de mesas para poder ubicar a todas las personas.

El caso anterior se puede aprovechar para analizar por qué una descomposición como 100 + 40 + 6 no es adecuada a la situación planteada, ya que ni 100 ni 40 son múltiplos de 12. Los alumnos tienen que seleccionar la descomposición más adecuada según la situación que se plantee.

En el caso del inciso b), deben calcular cuántos lugares hay disponibles; es importante hacer notar que no son necesarias 12 mesas llenas y una con sólo dos invitados, aunque esta distribución es cómoda para obtener la respuesta.

En el caso del inciso c), es probable que surjan dos tipos de respuestas: en una podrían establecer que sobran 10 lugares y, por tanto, no es posible distribuir dos o uno en cada una de las 13 mesas preparadas; otra podría implicar a 10 personas por mesa y dejar dos lugares vacíos, resultando un total de 130 personas y no los 146 invitados. Si esto ocurre, en el momento de la socialización será importante generar una discusión sobre la validez de las respuestas.

En el caso del inciso d) es probable que los alumnos imaginen la situación de una familia de 4 personas ubicada en una mesa, mientras 12 mesas más son ocupadas por los 142 invitados restantes. Otra posibilidad es pensar que en la mesa 13 (agregada) solamente se ocupaban 2 lugares, por lo tanto, se puede imaginar que los 4 integrantes de la familia que ya estaban ubicados pasan a esa mesa. De esta manera quedarían 4 lugares vacíos en las otras mesas, donde se podrán ubicar los 2 que se habían colocado en la mesa número 13.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Paralelas y perpendiculares

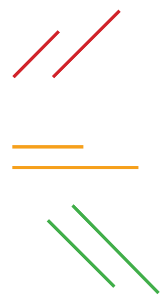
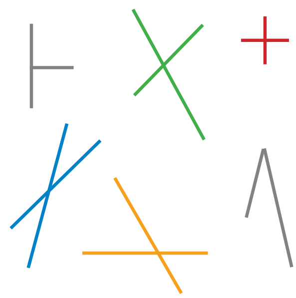
7. Paralelas y perpendiculares

Intención didáctica

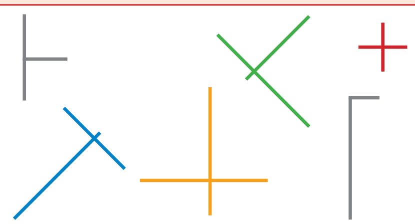
Que los alumnos identifiquen y definan rectas paralelas y secantes; dentro de las secantes que identifiquen y definan el caso particular de las rectas perpendiculares.

Consigna 1

Organizados en equipos, analicen las rectas paralelas y las secantes. Escriban en el recuadro una definición para cada tipo de recta.

Rectas paralelas	Rectas secantes
	
Rectas paralelas	**Rectas secantes**

Las siguientes rectas son perpendiculares. Organizados en equipos, escriban en el recuadro una definición para este tipo de rectas.

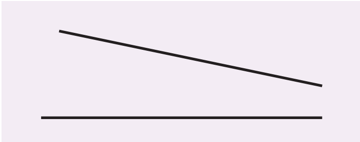
Rectas paralelas


Rectas paralelas

Consideraciones previas

Los alumnos han trabajado en grados anteriores con rectas paralelas y perpendiculares. Se trata ahora de que escriban sus definiciones. Es importante que los alumnos enuncien sus definiciones y en caso de ser incompletas, erróneas o que sobren datos, se les guíe con ejemplos o contraejemplos para que planteen definiciones correctas.

Por ejemplo, para las rectas paralelas los alumnos pueden decir: Son rectas que no se cortan.

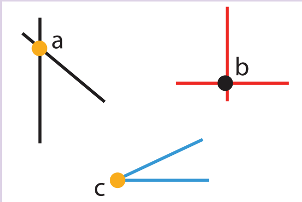


Entonces, puede trazar las siguientes líneas y preguntar: ¿se cortan?, ¿son paralelas?

Es conveniente que se maneje con los alumnos la idea de que las rectas pueden prolongarse hacia ambos lados, en este caso, ¿al prolongar las rectas anteriores se cortarán?

Vámonos entendiendo...

Dos rectas son **secantes** cuando se **cortan en un punto**.



En los tres ejemplos las letras a, b y c, representan los puntos donde se cortan las rectas.

Para las rectas perpendiculares, los alumnos pueden decir: son rectas que se cortan y forman ángulos iguales de 90°. En este caso hay información de más; por tanto, se puede plantear: ¿será necesario decir que son iguales, si se dice que se cortan formando ángulos de 90°?

Si es necesario, habrá que orientarlos para que aprendan a dar la información necesaria y suficiente que permita definir un concepto.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

8. Descripciones

Intención didáctica

Que los alumnos tracen figuras en las que haya rectas paralelas, perpendiculares y oblicuas a partir de las instrucciones redactadas por otros compañeros.

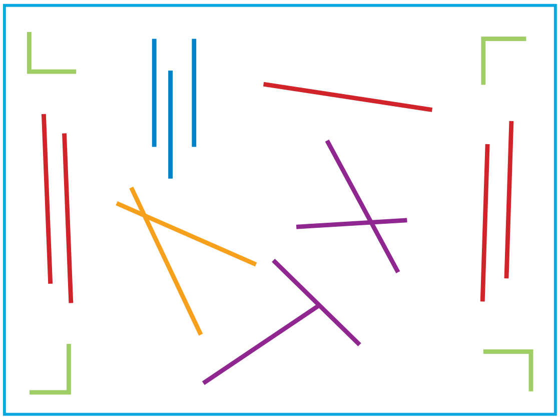
ANTES

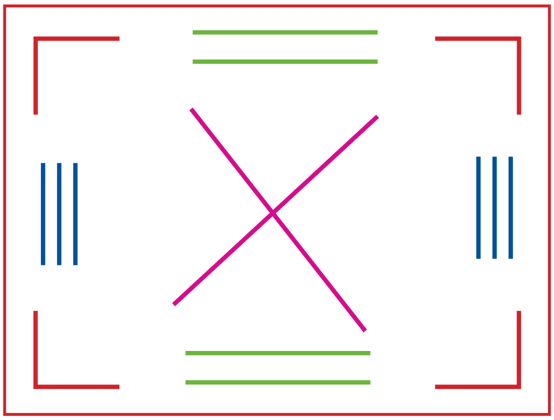
Antes de realizar la actividad asegúrese de que los alumnos cuentan con:

- Tarjetas o pedazos de hoja para escribir las instrucciones.
- Las tarjetas con las figuras geométricas.

Consigna

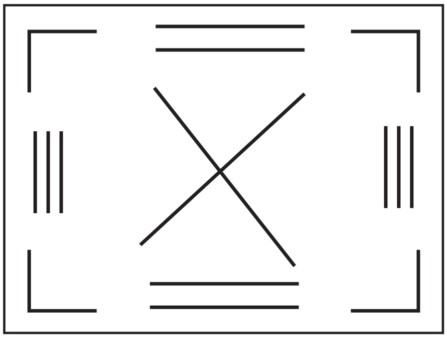
Organizados en parejas, observen las figuras geométricas que están en las tarjetas. Redacten en una tarjeta las instrucciones para que otra pareja dibuje las mismas figuras, del mismo tamaño y en las mismas posiciones. Cuando terminen sus instrucciones intercámbienlas con otra pareja y realicen lo que está indicado en ellas.





Consideraciones previas

Se sugiere preparar al menos dos tipos de tarjetas en las que haya rectas paralelas, secantes no perpendiculares y perpendiculares, por ejemplo:



Se espera que los alumnos del equipo emisor, al redactar las instrucciones, usen expresiones como "rectas paralelas", "perpendiculares" y "secantes". Los alumnos del equipo receptor, al recibir las instrucciones, usarán sus instrumentos geométricos para hacer los trazos que se indiquen. Mientras los alumnos trabajan en la elaboración de mensajes o en el trazo de las figuras, puede vigilar el trabajo y apoyarlos en caso necesario. Si observa que son muchos los alumnos que no logran trazar rectas paralelas o perpendiculares puede hacer un alto en la actividad y solicitar algunos trazos en el pizarrón.

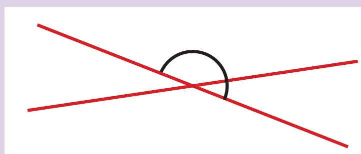
Vámonos entendiendo...

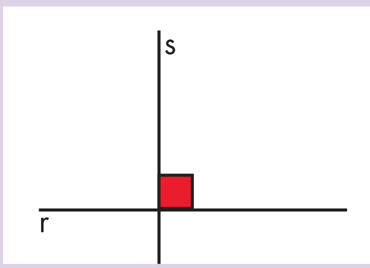
Si dos rectas tienen un punto en común se llaman secantes.

Las rectas secantes se clasifican en oblicuas y perpendiculares.

Rectas Oblicuas

Si dos rectas tienen un punto de intersección, y forman ángulos no iguales, las rectas se llaman oblicuas.





Rectas Perpendiculares

Si dos rectas tienen un punto de intersección, y forman cuatro ángulos iguales, las rectas se llaman perpendiculares y los ángulos se llaman rectos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

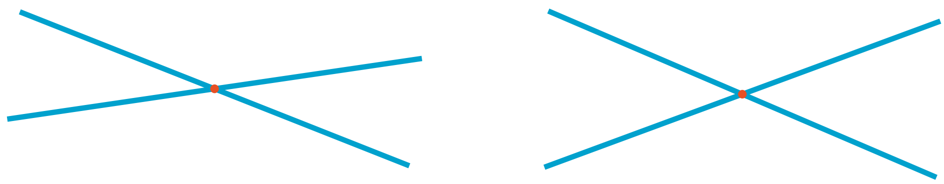
9. Diferentes ángulos

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen que las rectas secantes forman ángulos rectos o bien ángulos agudos y obtusos.

Consigna 1

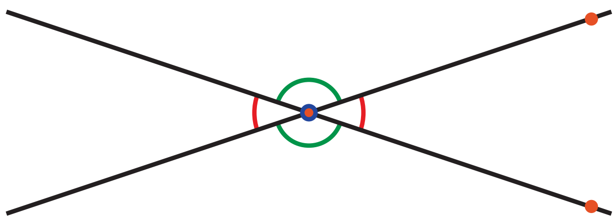
Organizados en equipos tracen 10 parejas de rectas secantes, tres que sean perpendiculares y siete que no lo sean. Para las rectas secantes que no son perpendiculares procuren que cada pareja de rectas formen ángulos diferentes a las otras, por ejemplo:



Observen que se forman cuatro ángulos, identifíquenlos y consideren lo siguiente:

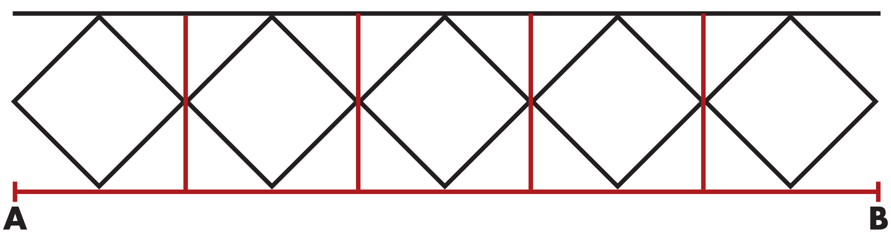
- Se les llama ángulos rectos a los que miden 90°. Márquenlos de color azul.
- Se llaman ángulos agudos aquellos que miden menos de 90°. Márquenlos de color rojo.
- Se llaman ángulos obtusos a los que miden más de 90° pero menos de 180°. Márquenlos de color verde.

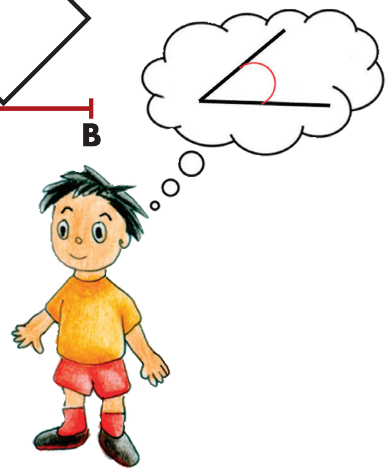
  Sus trazos quedarán así:



Consigna 2

En la siguiente malla, identifiquen ángulos agudos, obtusos y rectos y márquenlos con color.





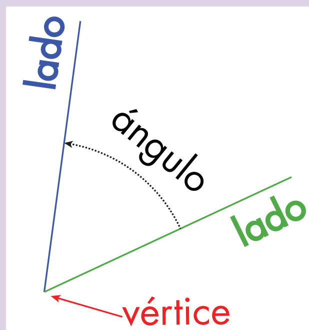
Consideraciones previas

Al trazar las rectas secantes que se solicitan en las actividades, es probable que identifiquen aquellos ángulos que son mayores o menores a 90° o si son rectos sin necesidad de medir; no obstante, si observa que algunos alumnos no logran identificarlos invítelos a que usen el transportador para medirlos, e incluso si nota que no saben usarlo adecuadamente, puede hacer un alto en la actividad y, de manera grupal, recordar cómo se usa. Es importante que los alumnos se queden con la idea de que el ángulo obtuso mide más de 90° pero menos de 180°, algunos alumnos definen al ángulo obtuso como aquel que mide más de 90° pero se les debe aclarar que, por ejemplo, un ángulo de 200° no es obtuso.

Vámonos entendiendo...

Un ángulo se forma cuando dos rectas se unen en un punto, al que se le llama vértice del ángulo.

El ángulo es la cantidad de giro entre los dos rayos y este giro se mide en grados.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

10. La colonia de Isabel

Intención didáctica

Que alumnos interpreten la información que ofrece un mapa, al tener que identificar y describir la ubicación de algunos lugares de interés.

Consigna

Con base en la información que hay en el mapa de la colonia donde vive Isabel, respondan las siguientes preguntas. Trabajen en parejas.

1. Escriban los nombres de tres lugares que se puedan ubicar en el mapa.

2. La casa de Isabel se encuentra hacia el norte de la colonia, sobre la calle Revolución. ¿Entre cuáles calles está la casa de Isabel?

3. ¿Cuál es la calle en la que hay más semáforos?

4. Minerva, la amiga de Isabel, vive sobre la calle 12. ¿Qué indicaciones le darían a Isabel para ir de su casa a la de Minerva?

5. Sebastián acaba de llegar a la colonia. ¿Qué indicaciones le darían para que pudiera ir de su casa a la escuela?

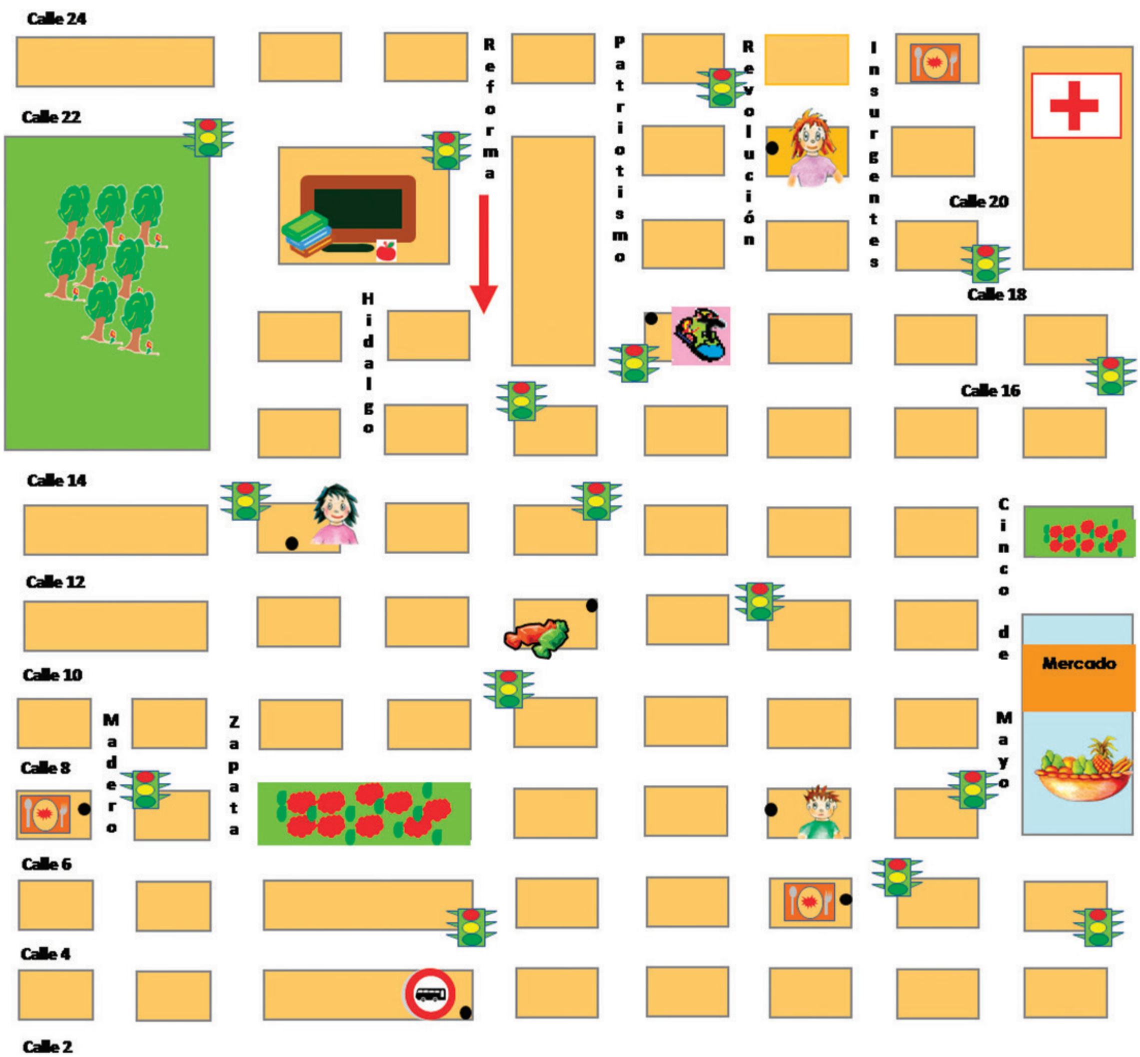
6. Hay tres restaurantes en la colonia, uno sobre 5 de mayo, otro sobre Madero, ¿Y el otro?

   ¿Cuál queda más cerca de la dulcería?

¿Por qué?

7. En esta colonia, la circulación de las calles no es de doble sentido, sino alternada. Sobre el piso se puede observar una flecha que indica la dirección en que pueden circular los autos y camiones. ¿Hacia qué dirección puede dar vuelta un auto que circula por la calle Insurgentes cuando llegue a la Calle 6?

La colonia de Isabel



Consideraciones previas

Leer un mapa implica poner en juego diferentes habilidades. Una de ellas, dar significado a símbolos que representan objetos y condiciones geográficas de la realidad; así también, determinar la ubicación espacial de objetos, personas, sitios de interés o rutas, en un plano, respecto a los puntos cardinales.

Vámonos entendiendo...

Un mapa es un dibujo plano en el que se representa el paisaje recurriendo a ciertos convencionalismos. Los colores, las formas, el relieve se rigen por un código que nos informa de qué elementos hay en el paisaje y cómo están dispuestos. Leyendo un mapa nos hacemos una idea bastante buena de qué vamos a encontrar sobre el terreno.

Desde grados anteriores los alumnos han tenido la experiencia de hacer y leer planos y mapas de lugares conocidos. Con la actividad propuesta en este Desafío, los alumnos van a identificar y a describir la ubicación de diferentes sitios de interés, incorporando elementos simbólicos más convencionales y cotidianos, por ejemplo, los que representan al hospital, la parada de autobús o al restaurante. Además, se espera que para dar respuesta a las preguntas, los alumnos utilicen los puntos cardinales y que incluyan el mayor número de datos posibles para establecer la ubicación de los diferentes sitios que se cuestionan, por ejemplo, el nombre de la calle en la que se encuentra, así como las calles aledañas.

Aún cuando en la segunda pregunta, implícitamente se ubica el norte en la parte superior del mapa, es válido que en las respuestas utilicen las palabras derecha- izquierda, lo importante es que se aclare cuál es el punto de referencia, ya que no es lo mismo "a mi derecha" que "a la derecha del que tengo enfrente". Por ejemplo, "Que camine sobre Insurgentes hasta la calle 8 y luego tres y media cuadras hacia la izquierda", pero también podría ser: "Que camine sobre Insurgentes hasta la calle 8 y luego que doble a su derecha y camine tres y media cuadras".

Si los alumnos tuvieran dificultad para interpretar el mapa, se puede trabajar una actividad similar, que consiste en retomar la elaboración de planos del salón de clase, la escuela, o la localidad cercana a la escuela, e invitarlos a que propongan diferentes símbolos para representar los objetos y edificios que se van a incluir en los mismos. De ser posible, se puede utilizar un mapa de la comunidad o de la colonia para ubicar las calles donde viven los integrantes del grupo.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

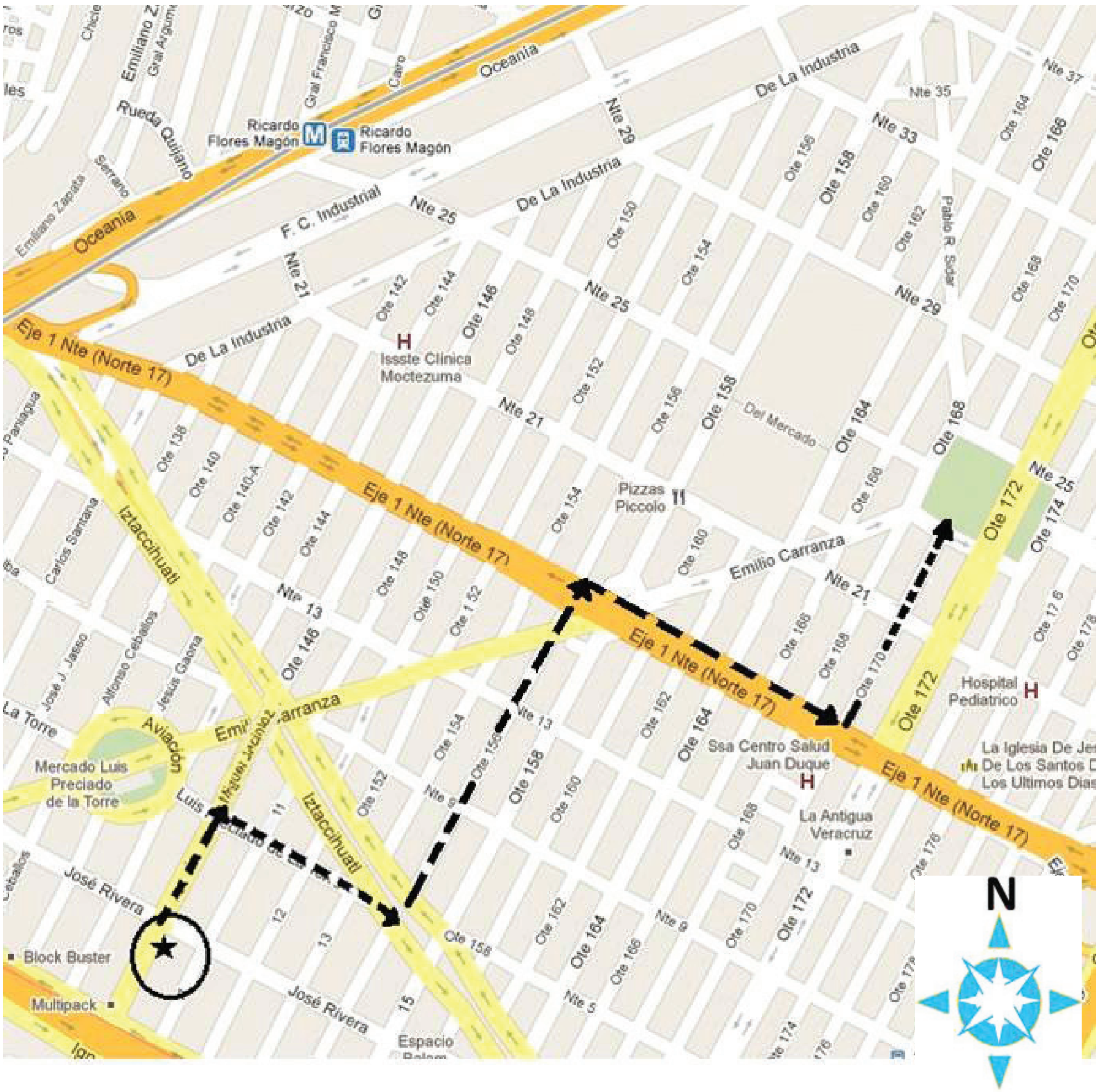
11. ¿Cómo llegas a...?

Intención didáctica

Que los alumnos extraigan información de mapas reales y reflexionen sobre las maneras de comunicarla.

Consigna

Reúnete con un compañero y respondan las preguntas con la información del mapa.



1. El primo de Sebastián, que vive en la esquina de las calles Oceanía y Norte 29, sigue el camino que se describe a continuación para encontrarse con Sebastián en el parque: "Camina 10 cuadras sobre la banqueta izquierda de la calle Norte 29 y llega a la calle Pablo L. Sidar, dobla a la derecha, camina una cuadra y llega al parque". **Tracen el camino en el mapa.**

2. En el mapa está trazado el camino que sigue Sebastián para ir de su casa al parque Fortino Serrano. ¿Cómo le podría decir la ruta por teléfono a su primo Felipe?

____

____

3. El papá de Juan vive en Oriente 152, entre Norte 17 y Norte 21. ¿Qué ruta le conviene seguir para ir en automóvil de su casa a la estación del Metro Ricardo Flores Magón? Tracen la ruta en el mapa y descríbanla:

____

____

Consideraciones previas

El mapa que se presenta en este Desafío es más complejo que el del Desafío anterior. En éste se pueden distinguir más elementos convencionales como el nombre de colonias, el grosor y color de las calles, que distingue las principales de las secundarias, y algunas vías de transporte. Se pretende que los alumnos vayan reconociendo que aun cuando sean diferentes tipos de mapas, existe un código común. Otro elemento que implica un reto mayor es que las calles no se observan orientadas de acuerdo a los cuatro puntos cardinales que han venido utilizando.

Sería conveniente que antes de que los alumnos desarrollen la consigna, se invite al grupo a comentar las características de este mapa, por ejemplo: cuáles son las semejanzas y diferencias respecto a otros que hayan visto; qué sitios de interés se localizan en él; cuál es el nombre de las calles y colonias que se representan; qué significado tienen los símbolos que se observan, entre otras. De ser posible, hay que ampliar el mapa para que sea más claro y se facilite el análisis.

En el primer problema se espera que los alumnos no encuentren mucha dificultad para trazar el camino que se describe y al mismo tiempo, que esta descripción les sirva como referente cuando ellos tengan que describir otras rutas. Así, tanto en el segundo como en el tercer problema se espera que ellos hagan descripciones en términos de cuadras que se deben recorrer y sobre qué calles, los puntos cardinales no son necesarios en estos casos.

Es importante que durante la puesta en común se analicen al menos dos descripciones y de preferencia una que sea precisa y otra no, para que los alumnos puedan contrastar, analizar y ver qué falta o qué sobra.

El tercer problema es un poco más complicado porque hay que considerar el sentido de las calles, dado que el trayecto se quiere hacer en automóvil, puede haber varias opciones, pero hay que ver cuál conviene más.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

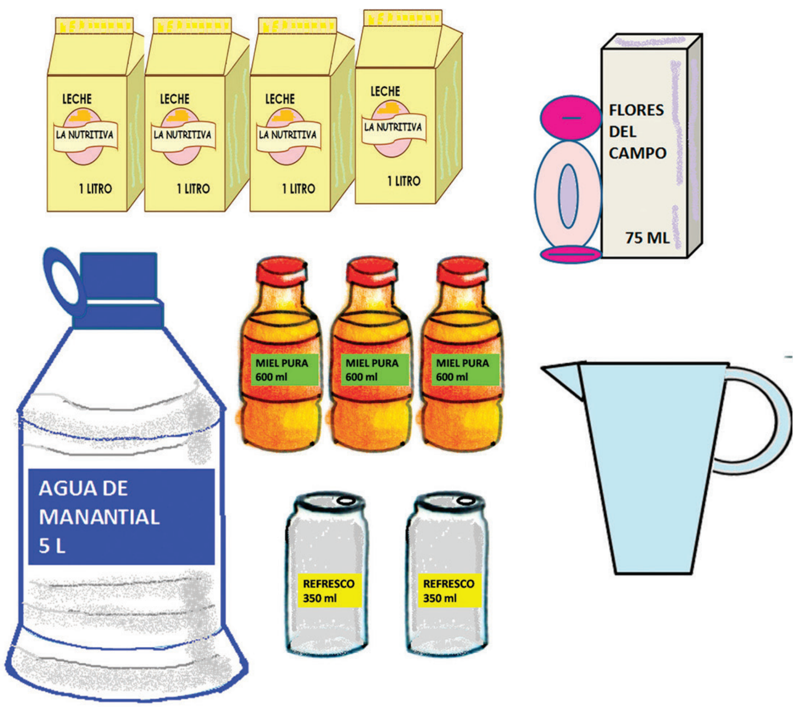
12. Litros y mililitros

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen unidades estándar de capacidad, como el litro y el mililitro.

Consigna 1

Organizados en equipo, respondan las preguntas, con base en las siguientes imágenes:



a) ¿Cuánta agua tiene la botella?

---

b) ¿Cuánto refresco contiene una lata?

---

c) ¿Qué capacidad tiene el frasco de perfume?

d) ¿Qué tiene mayor capacidad, el frasco de perfume o una lata de refresco?

e) ¿Qué contiene más, la lata de refresco o la botella de miel?

f) ¿Hay más leche o refresco?

g) ¿Cuánta leche hay en total en el dibujo?

h) ¿Cuánta miel hay, sumando la de todas las botellas?

i) ¿Qué hay más, leche o agua?

j) A la jarra le cabe la mitad de lo que le cabe a la botella de agua, ¿cuál es la capacidad de la jarra?

k) ¿Cuántos envases de leche se podrían vaciar en la jarra?

Consigna 2

Con tu mismo equipo comenta y contesta las siguientes preguntas.

Judith tiene un bebé y el médico le recomendó que le diera un biberón de 240 ml de leche después de las papillas.

a) ¿Para cuántos biberones de 240 ml le alcanza un litro de leche?

b) ¿Un biberón contiene más o menos de $\frac{1}{4}$ de litro de leche?

c) El biberón pequeño tiene una capacidad de 150 ml. Si Judith le diera leche a su bebé en ese biberón, ¿qué podría hacer para darle la cantidad que indicó el doctor?

Consideraciones previas

Es importante que los alumnos identifiquen dónde se indica el contenido o la capacidad en los envases de diferentes productos y se den cuenta de que las unidades empleadas son, generalmente, el litro (l) y el mililitro (ml); así las tres primeras preguntas de la consigna 1 se responden al localizar en el producto la información correspondiente a la cantidad que contiene. En las preguntas d) y e) no debieran tener problema, pues están comparando números que ya conocen y la misma unidad de medida (ml), no así cuando tengan que responder a la pregunta f) donde la comparación es entre litros y mililitros.

Vámonos entendiendo...

La capacidad se define como el espacio vacío de un recipiente (cubeta, frasco, jarra, etc.). Por ejemplo:

El frasco tiene una capacidad de 1500 ml

El volumen se define como el espacio que ocupa un cuerpo, por lo tanto, entre ambos términos (capacidad y volumen) existe una relación muy estrecha. Podemos decir que al frasco le cabe un volumen de 1500 centímetros cúbicos.

En la pregunta de h) es probable que los alumnos digan 1500 ml, sin embargo, tal vez otros digan que hay un litro y medio. Si esto se diera, será interesante preguntar quién tiene la razón y escuchar el debate que al respecto surja, hasta concluir que las dos respuestas son correctas, ya que ambas cantidades son equivalentes. Para la pregunta j) se pueden dar como respuestas: 2.5 litros o 2500 ml, según el manejo que los alumnos tengan de la relación entre el litro y el mililitro. Así que si se da sólo una de éstas, el maestro puede señalar la otra opción y preguntarles si será igualmente correcta.

En la última pregunta seguramente dirán que a la jarra se pueden vaciar 2 envases de leche y la mitad de otro, o bien, que sólo se pueden vaciar 2 envases completos. En ambos casos habrá que dejarlos argumentar. Si dan la primera respuesta se les puede preguntar: ¿y cuánta leche son dos botes y la mitad del otro?

Al finalizar la puesta en común y antes de pasar a la segunda consigna es importante que concluyan la equivalencia entre litros y mililitros:
(**1 l = 1000 ml**).

En la consigna 2, los alumnos tendrán que analizar la relación entre litro y mililitro para dar respuesta a las dos preguntas. En la primera podrían decir que le alcanza para cuatro biberones y un poco más, así que se les puede preguntar de cuánto es ese "poco más". En c), es probable que la respuesta sea, un biberón completo de 150 ml y en el segundo sólo darle 90 ml, después de cada papilla, o darle uno de 100 ml y otro de 140 ml.

Aunque la descomposición de 240 puede ser de diversas formas, es importante tomar en cuenta la capacidad del biberón.

Asimismo, es importante utilizar adecuadamente el término "capacidad" y no confundirlo con el de "volumen".

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Mayoreo y menudeo

13. Mayoreo y menudeo

Intención didáctica

Que los alumnos reconozcan el gramo y la tonelada como unidades de medida de peso y deduzcan su relación con el kilogramo.

Consigna 1

Reúnete con otro compañero para resolver el siguiente problema:

El señor Juan tiene una tienda de abarrotes y sus ventas son al mayoreo y al menudeo. La semana pasada recibió dos toneladas de azúcar en 40 sacos de 50 kg cada uno.

a) ¿Cuántos kilogramos tiene una tonelada (**t**)?

---

b) Para su venta al menudeo empaca el azúcar de un saco en bolsas de 500 g cada una. ¿Cuántas bolsas empacó?

---

c) Otro saco de azúcar lo empacó en bolsas de 250 g, ¿cuántas bolsas de éstas obtuvo?

---

d) Ulises pidió $\frac{3}{4}$ de kg de azúcar, ¿cuántas bolsas y de qué peso puede recibir?

---

e) Luis necesitaba $2\frac{1}{2}$ kg de azúcar, ¿cuántas bolsas recibió?

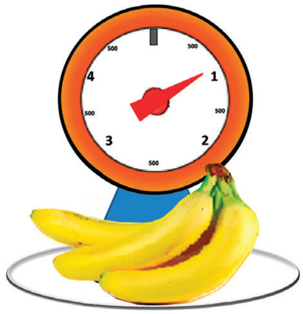
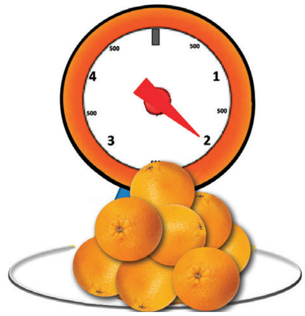
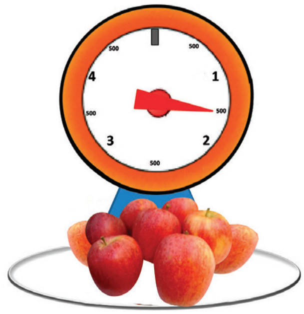
---

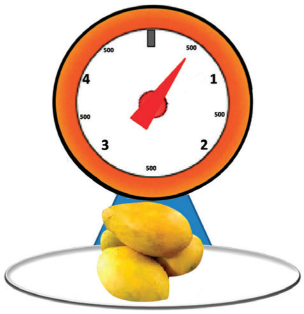
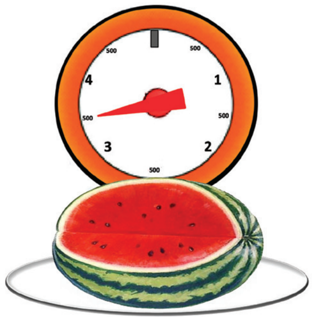
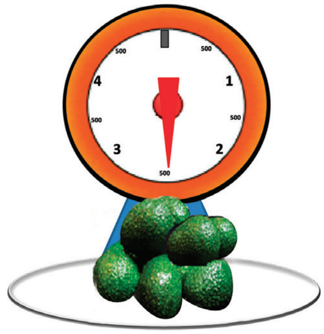
f) Al finalizar la semana, el señor Juan ha vendido 750 kg de azúcar de la que recibió. ¿Cuánta azúcar le queda en la tienda?

Consigna 2

Con tu mismo compañero resuelvan el siguiente problema:

Alicia compró los productos que aparecen abajo. Anota el peso según lo que marca cada báscula.

¿Cuánto pesó en total todo lo que compró Alicia?

Consideraciones previas

Si los alumnos no conocen las abreviaturas de las unidades de medida que se presentan en este Desafío, se les puede indicar que t = tonelada, g = gramo y kg = kilogramo. Cabe aclarar que los símbolos anteriores son los mismos aunque las unidades estén dadas en plural, o sea, es incorrecto aumentarles un “s” al final de los símbolos.

Se puede comentar con los alumnos la necesidad de la existencia de diferentes unidades de medida de peso, según lo que se desee pesar. Para compras al menudeo, es decir, porciones pequeñas como por ejemplo chiles, dulces o queso se utilizan los gramos; cuando se trata de cantidades grandes, por ejemplo, arena o cemento para una construcción, se utiliza la tonelada y los kilogramos, para medidas intermedias. Seguramente, los alumnos pueden dar varios ejemplos de dónde se usan dichas unidades, pero también habrá que hacerles preguntas alrededor de las equivalencias que ellos han escuchado o visto comúnmente, por ejemplo, que de un kilogramo de harina se pueden obtener dos medios kilogramos y que en la báscula se lee como 500 gramos. Es decir, se trata de que los alumnos relacionen unidades de peso como el kilogramo (noción que ya han trabajado) con la tonelada y con el gramo.

A partir de los datos del problema, se espera que los alumnos deduzcan la relación entre el kilogramo y la tonelada:

- 40 sacos de 50 kg cada uno equivalen a 2000 kg y si 2000 kg = 2 toneladas, entonces, una tonelada es igual a 1000 kilogramos.
- Una manera diferente de proceder es considerar que si 40 sacos equivalen a 2 toneladas, entonces 1 tonelada equivale a 20 sacos, y como cada saco pesa 50 kg, entonces cada tonelada equivale a 1000 kg (20 x 50 kg).

En la segunda y tercera preguntas se les dice el peso en gramos, por lo que tendrán que establecer que si 1kg = 1000g, entonces, de un costal de 50kg se obtendrán 100 bolsas de 500 g y de otro costal, 200 bolsas de 250g.

Con la finalidad de que los alumnos integren el concepto de fracción al estudio de estos temas, se han propuesto las preguntas d) y e), donde podrán establecer que 250 g es lo mismo que $\frac{1}{4}$ kg y 500 g es igual que $\frac{1}{2}$ kg. Así, las opciones de respuesta son: 3 bolsas de $\frac{1}{4}$ kg o 1 bolsa de $\frac{1}{2}$ kg y 1 bolsa de $\frac{1}{4}$ kg y en este momento habría que subrayar que $\frac{3}{4}$ kg equivale a 750g. La siguiente pregunta tiene varias respuestas; lo importante aquí es el manejo de las equivalencias. En la última pregunta se retoma la equivalencia de la tonelada en kilogramos para que los alumnos le den respuesta.

En la segunda consigna, se pide que lean en la báscula el peso de diferentes productos, con lo cual, además de conocer una forma de medir el peso, ponen en juego todo lo analizado anteriormente, ya que al decir $3\frac{1}{2}$ kg se les puede preguntar a cuántos gramos equivale. También puede preguntar: ¿qué producto pesó más?, ¿cuál pesó menos?, ¿de qué producto compró más, de aguacate o de manzana?, etcétera.

Se sugiere que se solicite a los alumnos investigar qué más conocen que esté dado en toneladas o en gramos y que establezcan su equivalencia kilogramos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Unidades y periodos

14. Unidades y periodos

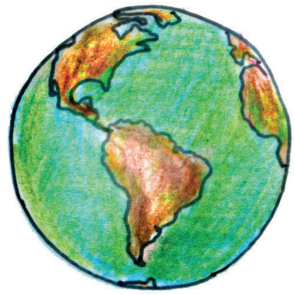
Intención didáctica

Que los alumnos conozcan y comprendan diferentes unidades y periodos.

Consigna

En parejas, analicen la información de cada una de las siguientes situaciones. Posteriormente, respondan lo que se indica.

Situación 1:



La geología histórica es la rama de la geología que estudia las transformaciones que ha sufrido la Tierra desde su formación, hace unos 4 500 millones de años, hasta el presente. Los geólogos han desarrollado una cronología a escala planetaria dividida en eones, eras, periodos, épocas y edades. Esta escala se basa en los grandes eventos biológicos y geológicos.

En geología, un eón es cada uno de los períodos en que se considera dividida la historia de la Tierra desde el punto de vista geológico y paleontológico. Los eones se dividen a su vez en eras.

Si bien no existe acuerdo al respecto, se aceptan comúnmente cuatro eones:

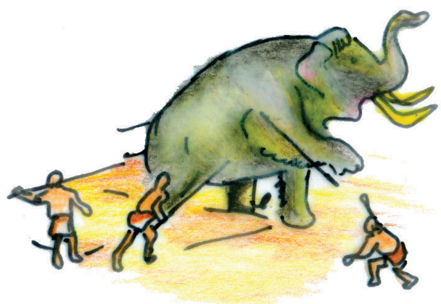
- El Eón Hadeico o Hádico que comprende desde el inicio de la historia de la Tierra, hasta hace 4 000 millones de años.
- El Eón Arcaico que comprende desde hace 4 000 hasta hace 2 500 millones de años.
- El Eón proterozoico que comprende desde hace 2 500 hasta hace 542 millones de años.
- El Eón fanerozoico que se extiende hasta la actualidad. Esta unidad se divide en tres eras geológicas: Era Paleozoica que comprende desde 542 hasta 251 ma (millones de años); Era Mesozoica, desde 251 ma hasta 65.5 ma; y Cenozoica, desde 65.5 ma hasta la actualidad.

a) De acuerdo con lo anterior, si los dinosaurios aparecieron sobre la tierra hace aproximadamente 205 ma, ¿a qué era corresponden?

b) ¿Qué unidad de tiempo se utiliza en los eones y en las eras geológicas?

Situación 2:

El territorio mexicano fue descubierto y habitado por grupos de cazadores y recolectores hace más de 30 000 años. El inicio de la agricultura tuvo lugar hacia el año 9 000 a.C., aunque el cultivo del maíz ocurrió sólo hacia el año 5 000 a. C. Las primeras muestras de alfarería datan de alrededor del año 2 500 a.C. Con este hecho se define el inicio de la civilización mesoamericana.



a) Si un milenio equivale a 1000 años, ¿cuántos milenios hace que fue descubierto el territorio mexicano?

Situación 3:

Durante todo el siglo XIX, la población de México apenas se había duplicado. Esta tendencia continuó durante las primeras dos décadas del siglo XX, e incluso, en el censo de 1920 se registra una pérdida de cerca de 2 millones de habitantes. El fenómeno puede explicarse porque durante el decenio de 1910 a 1920 tuvo lugar la Revolución Mexicana.

a) ¿Entre qué años comprende el siglo XIX?

b) ¿Cuántos años duró la Revolución Mexicana?

c) ¿A cuántos años equivale un decenio?

Situación 4:

La llamada Casa de Carranza, construida en 1908, hoy es la sede del museo que lleva el nombre del jefe revolucionario y presidente de la República, Venustiano Carranza; resguarda en su interior una rica veta histórica relacionada con la Revolución Mexicana y con su culminación: la Constitución Política de 1917, que nos rige actualmente.

Fue en 1961, bajo el auspicio del Instituto Nacional de Antropología e Historia (INAH), cuando el presidente de la República, Adolfo López Mateos, inauguró oficialmente este edificio como sede del Museo Casa de Carranza.

a) Si un centenario equivale a 100 años, ¿cuántos centenarios hace que fue construido el inmueble?

b) ¿Cuántas décadas ha tenido vigencia la constitución de 1917?

c) Si un quinquenio o lustro equivale a 5 años, ¿desde hace cuántos lustros la casa se instauró como museo?

Situación 5:

La Independencia de México marcó una etapa muy importante, ya que dejó de depender de España y se convirtió en un país libre y soberano, pero no fue sencillo obtenerla ya que el proceso duró 11 años de extensa lucha del pueblo de México por obtener su libertad. El cura Hidalgo nació en 1753 y murió en 1811.

a) ¿Cuántos años vivió Miguel Hidalgo y Costilla?

b) ¿Qué unidad de tiempo se utiliza para referirse a la edad de las personas?

Consideraciones previas

En general, la intención de este plan es que los alumnos conozcan y comprendan diferentes unidades de tiempo, según los periodos que se trate: millones de años (ma) para los eones y eras geológicas, y milenios para la historia del territorio mexicano, etcétera.

Vámonos entendiendo...

En geología, un *eón* se refiere a cada una de las divisiones mayores de tiempo de la historia de la Tierra desde el punto de vista geológico y paleontológico. La categoría de rango superior es el *supereón* y el rango inmediatamente inferior son las *eras*. El límite tras un eón y el sucesivo debe ser un cambio fundamental en la historia de los organismos vivos.

Es importante advertir la irregularidad de los agrupamientos, aunque se utilice la misma unidad de medida; por ejemplo, las eras geológicas del eón fanerozoico comprenden diferentes cantidades de millones de años. Lo mismo ocurre con los eones geológicos, cada uno representa diferente cantidad de millones de años.

Las unidades empleadas en este Desafío y sus equivalencias en años son las siguientes:

Milenio: 1 000 años.

Siglo o centenario: 100 años.

Década o decenio: 10 años.

Lustro o quinquenio: 5 años.

Además de las unidades de tiempo consideradas en las situaciones, el profesor puede invitar a los alumnos a investigar otras agrupaciones, algunas son las siguientes:

- El novenario es la agrupación de nueve días. En algunas culturas y religiones se utiliza este término para los nueve rezos que se hacen después de la muerte de una persona.

- Quincena es un periodo etimológicamente igual a 15 días. Sin embargo, la definición puede variar; por ejemplo, una revista quincenal se edita cada dos semanas (14 días).

  Normalmente, se considera que un mes se divide en dos quincenas. La primera quincena dura desde el día 1 hasta el 15, y la segunda, desde el día 16 hasta el último día del mes. Esto significa que habrá quincenas de entre 13 y 16 días.
- En el caso de las agrupaciones de meses, las más comunes son: bimestre (2 meses), trimestre (3 meses), cuatrimestre (4 meses) y semestre (6 meses).

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

15. ¿Mañana o noche?

Intención didáctica

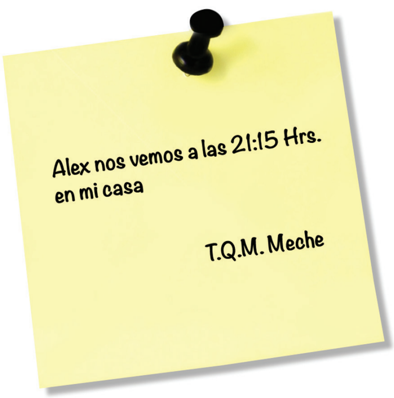
Que los alumnos interpreten, representen y operen con semanas, días, horas, minutos y segundos, estableciendo equivalencias.

Consigna 1

Organizados en equipos, resuelvan el siguiente problema:

Meche le dijo a Alejandro que llegara el viernes a su casa, 15 minutos antes de la hora del noticiero, para hacer la tarea de ecología; Meche le dejó el siguiente recado.

Con base en el recado, contesten:



¿Meche y Alejandro se verán en la mañana o en la noche?

____

¿A qué hora comienza el noticiero?

____

Escriban todas las formas diferentes para representar la hora en que empieza e l noticiero:

_______________________________ _______________________________

_______________________________ _______________________________

_______________________________ _______________________________

_______________________________ _______________________________

Consigna 2

Continúen con sus mismos compañeros de equipo. Retomen lo que hicieron en el desafío anterior y resuelvan el siguiente problema:

En la secundaria donde estudian Meche y Alejandro, el horario de clases empieza a las 7:30 am y termina a las 2:20 pm. Las sesiones duran 50 minutos con un descanso de 10 minutos entre clase y clase.

a) ¿A qué hora termina la segunda clase?

____

b) ¿A qué hora inicia la penúltima clase?

____

Consigna 3

Continúen con sus mismos compañeros de equipo. Retomen lo que hicieron en el desafío anterior y resuelvan el siguiente problema:

No todos los profesores de la secundaria donde estudian Meche y Alejandro llegan y se van a la misma hora. Con base en los datos de la tabla contesten lo siguiente:

Nombre del profesor	Hora de entrada	Hora de salida
Víctor	7:30	11:20
Santos	11:30	14:20
José Luis	8:30	11:20

a) Si el profesor Víctor asiste todos los días a la escuela con el mismo horario de trabajo, ¿cuánto tiempo permanece en la escuela a la semana?

____

b) El profesor José Luis tiene libres los miércoles y los demás días llega a la escuela una hora antes para preparar sus materiales de Biología. ¿Cuánto tiempo permanece diariamente en la escuela?

____

c) El tiempo de permanencia del profesor Santos es de 8h 20′ a la semana, incluidos los descansos. La tabla anterior sólo muestra su horario de trabajo para los días martes y jueves. Si su hora de entrada no cambia, ¿qué tiempo cubre los demás días?

Consigna 4

Continúen con sus mismos compañeros de equipo. Retomen lo que hicieron en el desafío anterior y resuelvan el siguiente problema:

El 3 de junio, a las 10 horas, un barco parte de la ciudad de Veracruz para hacer un crucero; el regreso está previsto para el día 18 de junio a las 17 horas. Calcula en días, horas y minutos la duración de este crucero.

Consideraciones previas

En el primer problema, seguramente la mayoría de los alumnos no tendrán dificultad para contestar las preguntas que se desprenden de la información contenida en el recado. La socialización debe orientarse a que el alumno logre una adecuada interpretación de los términos am y pm, mañana, tarde y noche a partir de la escritura de la hora; por ejemplo, para referirse a la noche, se utiliza 21:15 horas o 9:15 pm; si fuera por la mañana, las escrituras correctas son 9:15 horas o 9:15 am.

Se deben tener presentes y considerar todas las formas posibles de representar el tiempo indicado: "nueve y media de la noche", "nueve con 30 de la noche", "21 horas con 30 minutos", "30 minutos después de las nueve". Incluso, si no aparece la nomenclatura 9h 30′ o bien 9h 30 min, se incorporarán al listado de propuestas del alumno como correctas para representar el tiempo como número mixto (h = horas, ′ = minutos, ″ = segundos).

Respecto al segundo problema, habrá que poner especial atención en las justificaciones y procedimientos que los alumnos presenten para determinar a qué hora termina la segunda clase, tomando en cuenta los minutos de descanso entre cada sesión de 50 minutos.

Los alumnos buscarán estrategias de solución y argumentarán la manera de interpretar la información; estos son algunos procedimientos que se espera realicen:

- Una sesión dura 50 minutos y se tiene un receso de 10 minutos entre sesión y sesión, por lo tanto:

  1ª sesión de trabajo, 50 min + 10 min de receso = 1 hora.

  2ª sesión de trabajo, 50 min, por lo tanto, 60 minutos + 50 min = 110 minutos.

  Entrada: 7 horas y 30 minutos; le agregamos 1 hora y 50 minutos, la clase termina a las 9:20 horas.

- Organizar la información en una tabla: la segunda sesión termina a las 9:20 horas.

1ª sesión	De 7:30 h a las 8:20 h
2ª sesión	De 8:30 h a las 9:20 h
3ª sesión	De 9:30 h a las 10:20 h
4ª sesión	De 10:30 h a las 11:20 h
5ª sesión	De 11:30 h a las 12:20 h
6ª sesión	De 12:30 h a las 13:20 h
7ª sesión	De 13:30 h a las 14:20 h

En el caso del tercer problema es conveniente aclarar a los alumnos lo que representa una semana laboral de los maestros. La semana laboral equivale a 5 días de trabajo a la semana, una quincena laboral, por lo tanto, serán 10 días; así como estas irregularidades, al medir periodos más o menos largos se presentan cuando para efectos de operar con tiempo se toman todos los meses como de 30 días: un trimestre, que equivale a 3 meses, es también equivalente a 90 días, y otras variaciones más que se presentan.

En el inciso a), se espera que los alumnos determinen primero el tiempo de permanencia por día del Profesor Víctor, que en este caso es de 3 horas y 50 minutos. Una vez obtenido este dato, es probable que sigan cualquiera de las siguientes estrategias: que multipliquen 3 h y 50 min por 5 días con lo que resulta 15 horas y 250 minutos o a través de una suma iterada 3 h 50 min + 3 h 50 min + 3 h 50 min + 3 h 50 min + 3 h 50 min = 15 h 250 min. Luego, haciendo las conversiones necesarias, determinen que el tiempo de permanencia a la semana del Profesor Víctor es de un total de 19 h 10 min.

En el inciso b), se espera que los alumnos realicen los siguientes razonamientos:

- El Profesor José Luis llega a las 7:30 h y sale a las 11:20 h; su permanencia en un día es de 3 horas y 50 min. 3 h y 50 min por 4 es igual a 12 horas y 200 min = 15 horas y 20 minutos.
- 3 h 50 min + 3 h 50 min + 3 h 50 min + 3 h 50 min = 12 h 200 min = 15 horas y 20 minutos.

Respecto al inciso c), los alumnos tendrán que averiguar cuánto tiempo utiliza el profesor Santos en sus dos días con el mismo horario, que en este caso son 5 horas y 40 min. Luego, deben encontrar la diferencia con las 8 horas y 20 minutos que permanece en la escuela. Finalmente se espera que los alumnos determinen como respuesta correcta 2 horas y 40 minutos.

En el momento de la puesta en común, es importante señalar las irregularidades de los agrupamientos, por ejemplo, las unidades hora (h), minuto (min) y segundo (s) son agrupamientos de 60 unidades (sistema sexagesimal), mientras que las unidades año, mes, día, etc., son unidades no sexagesimales.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

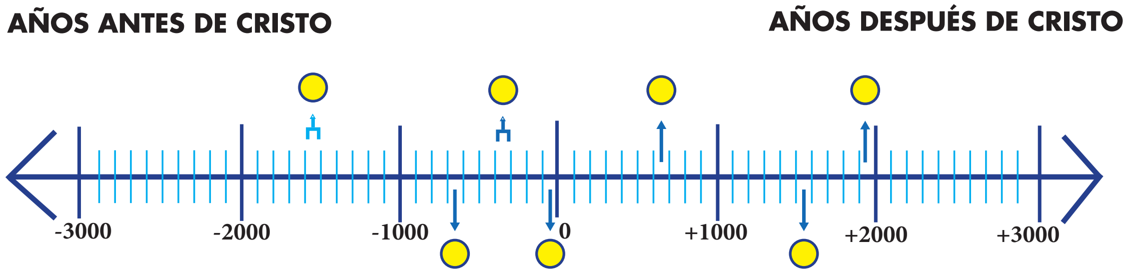
16. Línea del tiempo

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la relación entre la representación con números romanos de los siglos y la representación decimal de los años que comprenden.

Consigna

De manera individual, ubica en la línea de tiempo en qué momento de la Historia se desarrollaron los acontecimientos que se enuncian en cada tarjeta y coloca la letra que corresponde a cada globo. Luego, organizados en equipos, discutan y contesten las preguntas.



A: En el siglo IV antes de Cristo, surge la figura de Alejandro Magno e implanta la época helénica, periodo que duró hasta el inicio del imperio romano.

B: En el siglo XXVIII antes de Cristo, se da la unificación de Egipto atribuida al faraón Menes.

C: En el año 630 después de Cristo, un profeta árabe llamado Mahoma se convirtió en la figura más importante de la Edad Media. Es fundador de una de las religiones más importantes: El islam o musulmana.

D: En el siglo XVI antes de Cristo, surge el poder de los hititas, quienes se instalaron en Asia Menor. Su imperio se extendió hasta Siria.

E: Los españoles logran conquistar la ciudad de Tenochtitlán en el año 1521 después de Cristo e inician la conquista de México.

F: La Revolución rusa se inicia en el año de 1817 después de Cristo.

G: En el año 30 antes de Cristo se inicia la época de los emperadores romanos.

H: Aproximadamente en el año 624 antes de Cristo nace, Tales de Mileto filósofo griego que murió a la edad de 39 años.

a) ¿Cuántas décadas han transcurrido desde el acontecimiento señalado en la tarjeta F a la fecha actual?

b) ¿Cuántos años faltan por transcurrir para completar un siglo en el caso anterior?

c) ¿Cuántos siglos han transcurrido desde el hecho histórico de la tarjeta A respecto al año actual?

d) ¿En qué siglo nació Tales de Mileto?

e) Según la línea de tiempo, ¿en qué siglo los españoles conquistaron la ciudad de Tenochtitlán?

f) De acuerdo con la línea de tiempo, mencionen un hecho histórico ocurrido en el siglo XX.

g) ¿Cuál fue el primer día del siglo XX?

h) ¿Cuál será el último día del siglo XXI?

i) ¿Cuántas décadas hay desde el año 1810 (siglo XIX) hasta el año 2007 (siglo XXI)?

j) Si el 12 de octubre de 1492 Cristóbal Colón pisó tierras americanas por primera vez, ¿en qué siglo ocurrió esto?

Consideraciones previas

En este desafío los alumnos identifican la relación entre la representación con números romanos de los siglos y la representación decimal de los años que comprenden, por ejemplo: el año 1492 corresponde al siglo XV, 1997 corresponde al siglo XX, 2009 forma parte del siglo XXI, etcétera. Las centenas de los años contienen una unidad menor que el siglo que corresponde.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

17. Los botones

Intención didáctica

Que los alumnos usen el valor unitario al resolver problemas de valor faltante

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver los siguientes problemas:

1. Luisa trabaja en una fábrica de camisas. Para cada camisa de adulto se necesitan 15 botones. Ayúdenle a Luisa a encontrar las cantidades que faltan en la siguiente tabla. Después contesten las preguntas.

Camisas de adulto					
Cantidades de camisas	1	6	14	75	160
Cantidades de botones	15				

a) ¿Cuántos botones se necesitan para 25 camisas?

____

b) ¿Cómo lo supieron?

____

____

2. En las camisas para niño Luisa utilizó 96 botones para 8 camisas. Ayúdenle a Luisa a encontrar las cantidades que faltan en la siguiente tabla. Después contesten la pregunta.

Camisas de niño					
Cantidades de camisas	1	8	10		200
Cantidades de botones		96		1440	

¿Qué puede hacer Luisa para saber cuántos botones se necesitan para 140 camisas de niño?

Consideraciones previas

Los problemas multiplicativos llamados de valor faltante, son aquellos en los que se conocen tres datos y se trata de buscar un cuarto dato, todos ellos corresponden a dos conjuntos de cantidades que guardan una relación de proporcionalidad.

Vámonos entendiendo...

El valor unitario es el que corresponde a una unidad o pieza, por ejemplo, si 3 cuadernos cuestan 51 pesos, el valor unitario es 17, precio que corresponde a un cuaderno.

En este desafío se incluyen dos problemas de valor faltante, que por los datos que contienen, el valor unitario es un buen recurso para resolverlos. En el primero se da el valor unitario (número de botones por camisa), es necesario que los alumnos lo identifiquen y que lo utilicen para encontrar los demás valores. En el segundo problema no se conoce el valor unitario, es necesario calcularlo y utilizarlo para obtener los valores desconocidos.

Se espera que para calcular los valores faltantes, los alumnos utilicen fundamentalmente la multiplicación: Si 15 botones corresponden a 1 camisa, 15 botones por camisa x 6 camisas = 90 botones, 15 botones por camisa x 14 camisas = 210 botones, etcétera.

Si alguna de las parejas tuviera dificultad para resolver multiplicaciones de números de dos cifras, es necesario apoyarla, sugiriendo la descomposición de los números, y en otro momento retomar la práctica del algoritmo:

Para 15 x 14, se tiene:
14 = 10 + 4
Por lo que 15 x 14 es igual a 15 x 10 + 15 x 4
15 x 10 = 150 y 15 x 4 = 60, entonces:
15 x 14 = 150 + 60 = 210

La primera pregunta del problema 1 hace referencia a un valor que no se encuentra en la tabla. Los alumnos podrían calcular este valor siguiendo la estrategia descrita anteriormente; o también podrían resolverlo tomando como referencia la razón "75 camisas por 1125 botones" y distinguir que 25 es la tercera parte de 75, por lo que el valor desconocido tendría que ser la tercera parte de 1 125.

Para completar la tabla del segundo problema los alumnos necesitan aplicar una estrategia diferente, por un lado, ahora desconocen el valor unitario, pues no se sabe cuántos botones se necesitan para una camisa de niño; por otro lado, uno de los datos desconocidos es el número de camisas y no la cantidad de botones. Se espera que los alumnos encuentren el valor unitario y lo utilicen para calcular valores faltantes. Para el caso del número de camisas (120), éste lo pueden obtener recurriendo a la división.

En este problema se cuestiona el total de botones para 140 camisas. Si bien los alumnos podrían utilizar una multiplicación (140 x 12), es probable que algunos sumen lo que corresponde a 120 camisas, más dos veces lo que corresponde a 10 camisas; esto es, sumar término a término. Este procedimiento también es válido y se sugiere analizarlo y discutirlo durante la puesta en común.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

18. La fonda de la tía Chela

Intención didáctica

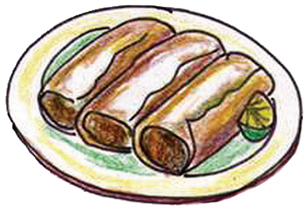
Que los alumnos usen factores internos, es decir, dobles, triples, etcétera, al resolver problemas de valor faltante.

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver el siguiente problema.

La fonda de mi tía Chela es famosa por sus ricos tacos de cochinita pibil.

Orden de 3 tacos
por $ 25



Anoten el dato que falta en cada una de las siguientes tarjetas.

Mesa 1:

Consumo: 12 tacos

Total a pagar:____________

Mesa 2:

Consumo:_______________

Total a pagar: $ 75

Mesa 3:

Consumo:_______________

Total a pagar: $ 150

Mesa 4:

Consumo: 27 tacos

Total a pagar:____________

Consideraciones previas

Un primer problema que pueden enfrentar los alumnos es confundir el número de órdenes de tacos y el total de tacos que se consumieron en cada mesa, es importante considerar que una orden consta de tres tacos, así, en la mesa 1 consumieron cuatro órdenes de tres tacos cada una o bien 12 tacos.

Para conocer el precio de 12 tacos los alumnos tienen que identificar la relación existente entre 3 y 12 y aplicarla a 25; 12 es cuatro veces 3, por lo que la proporción se mantiene si 25 se multiplica por 4; el factor interno es 4, mismo que representa el número de órdenes en 12 tacos. De igual manera, para conocer cuántos tacos se consumieron con $ 75, los alumnos pueden pensar que esta cantidad es tres veces $25 y aplicar el mismo factor a 3 tacos. Aquí lo importante es que lleguen a la conclusión de que 75 es el triple de 25 y que la proporción se cumple si el número de tacos por orden también se triplica

Es necesario considerar que en todos los casos los factores son números enteros; esto da como resultado que los valores solicitados sean múltiplos del valor unitario. Por lo que, si se quisiera ampliar el número de preguntas, sería conveniente cuestionar a los alumnos sobre cuánto se pagaría por 18, 21, 36 tacos, etcétera, y no por 19, 22 o 31 tacos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

19. ¿Qué pesa más?

Intención didáctica

Que los alumnos usen el valor unitario explícito o implícito al resolver problemas de valor faltante.

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver este problema.

El dueño de la tienda de abarrotes del pueblo está haciendo esta tabla para ver rápidamente el peso de uno o varios costales que contienen azúcar, trigo o maíz palomero. Ayúdenle a completarla y después contesten la pregunta.

	Cantidad de Kilogramos de...		
Cantidad de costales	Azúcar	Trigo	Maíz palomero
1	21		
	63		78
5		170	
	420		

¿Qué pesa más, 4 costales de maíz palomero, 5 costales de azúcar, o 3 costales de trigo?

Consideraciones previas

La situación que se propone en este Desafío representa un reto de mayor complejidad, primero porque se concentran tres relaciones de proporcionalidad en una misma tabla y segundo, porque aparentemente en el caso del maíz palomero no hay información suficiente para calcular los valores faltantes, pero sí la hay, porque las cantidades de costales son las mismas.

Vámonos entendiendo...

El valor unitario explícito es el que se da como dato del problema. El implícito es el que no aparece como dato pero se puede calcular.

La razón interna es la relación multiplicativa que se establece entre dos datos de un mismo conjunto de cantidades. Por ejemplo, 63 kilogramos es el triple de 21 kilogramos; o bien, 5 costales es cinco veces un costal. La razón o el factor interno entre 21 y 63 kilogramos es 3.

Para el llenado de la tabla se espera que los alumnos apliquen las estrategias utilizadas en los desafíos anteriores, es decir, el valor unitario y las razones internas. Es muy probable que decidan iniciar calculando los valores faltantes de la columna correspondiente al azúcar, pues es la que contiene más elementos para definir el número de costales que se van a considerar para los otros dos productos.

Por ejemplo, al relacionar 21 y 63 (kilogramos de azúcar), se ve que 63 es el triple de 21, si se aplica este mismo factor a un costal, se sabe que 63 kilogramos corresponden a 3 costales de azúcar.

El número de kilogramos que corresponde a 5 costales se puede calcular multiplicando 5 x 21; y para conocer el número de costales que corresponden a 420 kilogramos, se puede recurrir a la relación que existe entre 105 y 420 kilogramos. Una vez encontradas las cantidades de costales y conociendo el peso de un costal de cada producto es posible calcular el resto de los valores.

Una vez llenada la tabla, falta dar respuesta a la pregunta que se plantea, para ello los alumnos tienen que comparar tres pesos, dos de ellos están incluidos en la tabla (5 costales de azúcar y de 3 costales de trigo); el tercer peso (4 costales de maíz palomero), lo pueden obtener de varias maneras, por ejemplo, multiplicando 4 por 26 kg o bien sumando los pesos de 1 y 3 costales.

Es muy importante que durante la puesta en común se presenten y argumenten, además de la solución del problema, los procedimientos que las parejas siguieron para encontrarla.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Qué tanto es?

20. ¿Qué tanto es?

Intención didáctica

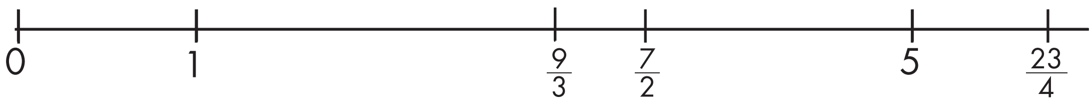
Que los alumnos reconozcan la relación que guardan entre sí las diversas representaciones de una fracción y las utilicen para abreviar pasos.

Consigna

Reúnete con dos compañeros para resolver lo que se plantea.

1. Ubica sobre la recta numérica las siguientes fracciones.

$\frac{8}{5}$ $\quad$ $\frac{14}{4}$ $\quad$ $\frac{38}{7}$



2. Dadas las siguientes fracciones, escribe dos maneras más de representar el mismo número. Los primeros dos casos están resueltos.

$\boxed{\frac{9}{10} =}$ $\frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10}$; $\quad \frac{2}{20} + \frac{3}{10} + \frac{5}{10}$

$\boxed{\frac{17}{5} =}$ $3 + \frac{2}{5}$; $\quad \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{5}{5} + \frac{4}{10}$

$\boxed{\frac{8}{5} =}$

$\boxed{\frac{42}{9} =}$

$\boxed{\frac{38}{7} =}$

3. Representa con dibujos el resultado de las siguientes operaciones.

$\frac{1}{4} + \frac{20}{8}$

$\frac{2}{3} + \frac{18}{2}$

$\frac{11}{5} + \frac{9}{10}$

Consideraciones previas

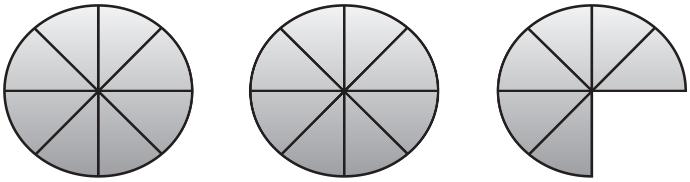
Conocer y saber usar diferentes representaciones de un mismo número permite a los alumnos ser más eficientes en el manejo de las operaciones.

En el primer ejercicio no se trata de que midan con exactitud la distancia entre un punto y otro, sino de que recurran a las diversas representaciones o equivalencias que tiene una fracción, por lo que se podrá observar el grado de comprensión de los alumnos conforme realicen la actividad. Por ejemplo, habrá alumnos que tal vez primero tengan que ubicar todos los enteros de la recta (el 2, 3 y 4) para después dividirlos en quintos, cuartos o séptimos cada uno. Otros tal vez se den cuenta de que $\frac{38}{7}$ se encuentra entre los puntos marcados con 5 y $\frac{23}{4}$, así que no sería necesario dividir en séptimos cada uno de los enteros o que $\frac{14}{4}$ es lo mismo que $\frac{7}{2}$, etcétera.

La segunda actividad propone encontrar varias descomposiciones de las fracciones que se dan. Estas descomposiciones pueden ser muy diversas, así que la discusión se centrará en analizar y corroborar que corresponden con la fracción inicial. Seguramente los alumnos optarán por proponer descomposiciones con un mismo denominador, por lo que se les puede solicitar enseguida que piensen en descomposiciones que involucren diferentes denominadores, lo cual ayudará a que amplíen su repertorio.

En la actividad 3 el alumno tiene la libertad de elegir la representación de las fracciones. No deberán representarse las fracciones de una suma por separado, sino que encuentre una forma de representar toda la operación sin tener que resolverla antes. Por ejemplo, en la primera, si saben que $\frac{20}{8}$ es lo mismo que $\frac{10}{4}$, podrán dibujar dos enteros completos y otro dividido con $\frac{3}{4}$ sombreado.

De igual forma, se verá que algunos alumnos optan por dividir cada entero en el número de partes que indica el denominador de cada fracción y otros verán que esto no es necesario y basta con representar cada entero



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

21. ¿A cuánto corresponde?

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten la relación que hay entre una fracción y la unidad a la que se está haciendo referencia.

Consigna

Reunidos en equipos, resuelvan los siguientes problemas.

a) A Jorge, Martín y Andrés, les encanta el queso y asisten año con año a la "Feria Regional de Quesos" en una comunidad cercana a la suya. Esta vez, compraron de oferta una pieza grande de queso y la dividieron en partes iguales.

Jorge regaló a su hermana la mitad del queso que le tocó. ¿Qué parte de todo el queso le tocó a la hermana de Jorge?

---

b) Se vendió una casa en $300 000 y el dueño repartió el dinero de la siguiente forma: él se quedó con la tercera parte del total y el dinero restante lo repartió equitativamente entre 4 instituciones de beneficencia.

¿Qué fracción de la cantidad recibida por la venta de la casa recibirá cada una de las instituciones?

---

c) Con la intención de aprender el idioma y un poco de la cultura hebrea, Bety viajó a Israel a tomar un curso. Del tiempo total que abarca el curso, la mitad se dedica al estudio del idioma y el tiempo restante se reparte por igual en estudiar la cultura y recorrer el país.

¿Qué fracción del tiempo total dedicará Bety al estudio de la cultura?

---

d) Para las celebraciones del barrio de Santiago se juntó cierta cantidad de dinero que se distribuirá de la siguiente forma:

- Una tercera parte para música.
- Otra tercera parte para comida.
- Una más para bebidas y otros. A su vez, esta cantidad se dividió en partes iguales: una para agua de sabores, otra para refrescos (sodas), una más para platos y vasos desechables y la última para los adornos de las calles.

¿Qué fracción del dinero se empleará en la compra de platos y vasos?

Consideraciones previas

Cuando se habla de fracciones, es muy común que los alumnos piensen en partes de un entero. Les es difícil pensar que se puede tratar de partes de una fracción o partes de cantidades mayores a un entero. Es por esto que aquí se plantean situaciones en las que tendrán que pensar en fracciones de una fracción.

Por otra parte, es importante resaltar que no se trata de que los alumnos estudien el algoritmo de la multiplicación de fracciones que está implícito en este tipo de problemas, sino que se insista en entender cuál es la unidad a la que se hace referencia.

Por ejemplo, para dar respuesta al primer problema es necesario ver que se trata de calcular la mitad del queso que recibió Jorge y como él recibió la tercera parte de todo el queso, entonces a su hermana le dio la mitad de la tercera parte, esto es $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$, por lo que en realidad, Jorge dio $\frac{1}{6}$ de todo el queso a su hermana.

En el segundo problema, seguramente algunos alumnos pensarán que tienen que dar como respuesta la cantidad, en pesos, que recibirá cada institución, ya que están acostumbrados a que sea eso lo que se solicita y además se da el costo de la casa. También habrá quienes crean que se trata de encontrar la cuarta parte de un tercio, lo cual es erróneo, ya que son dos terceras partes las que se distribuirán en forma equitativa, lo que corresponde a dividir los dos tercios entre cuatro.

La forma gráfica es una herramienta muy común entre los alumnos y que por el momento puede ser suficiente para estudiar lo que se propone aquí. Por ejemplo, este problema se puede representar de la siguiente forma.

Dueño		

La dos terceras partes restantes se dividen en cuatro partes iguales, ya que se dará la misma cantidad a las cuatro instituciones.
Aquí se puede observar que las fracciones que se obtienen son doceavos, por lo que la respuesta será que a cada institución se le entregan $\frac{2}{12}$ de la venta de la casa. También es probable que otros alumnos se den cuenta que esto también equivale a decir que les toca $\frac{1}{6}$ a cada una.

El tercer problema también puede representarse gráficamente así:

El último problema puede propiciar que los alumnos se equivoquen al no considerar que del dinero destinado para bebidas son dos de las cuatro partes en que se repartió, por lo que la fracción destinada a bebidas representa $\frac{2}{4}$ de $\frac{1}{3}$, es decir, la mitad de $\frac{1}{3}$ o $\frac{1}{6}$.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

22. ¿Cuánto es?

Intención didáctica

Que los alumnos analicen el significado y el valor de una fracción decimal.

Consigna

Organizados en parejas, respondan las preguntas.

Esta información se encontró en la revista Muy Interesante:

Artículo 1.

¿Sabías que los colibríes...?

Son los pájaros más pequeños que existen. La especie de menor tamaño es el colibrí zunzuncito o elfo de las abejas que desde la punta del pico hasta la punta de la cola mide entre 4.8 y 5.5 cm, y puede pesar entre 2 y 2.7 g. La especie más grande es el llamado colibrí gigante que llega a medir hasta 25 cm; su peso puede oscilar entre los 22.5 y los 24 g.

1. ¿Cuántos milímetros puede medir el colibrí zunzuncito desde la punta del pico hasta la punta de la cola?

2. ¿Cuántos miligramos puede pesar el colibrí zunzuncito?

3. ¿Cuántos milímetros más puede medir un colibrí gigante que un zunzuncito?

4. ¿Cuántos miligramos más puede pesar un colibrí gigante que un zunzuncito?

Artículo 2:

La población del mundo

Durante 2010 se llevó a cabo en varios países el censo poblacional. De acuerdo con la información reportada por el INEGI, en México hay 112 337 000 habitantes, se encuentra entre los 12 países más poblados del mundo y es el tercer país más poblado del Continente Americano.

País	Población aproximada (millones de habitantes)	Lugar que ocupa mundialmente
Brasil	192.38	5°.
China	1 313.98	1°.
Estados Unidos	308.745	3°.
India	1 241.5	2°.
México		11°.
Rusia	142.9	8°.

1. ¿Qué significa el .5 en el número de habitantes de India?

2. ¿A cuántos habitantes equivale el número .38 en la población de Brasil?

3. ¿A cuántos habitantes equivale el número .9 en la población de Rusia?

4. Registren la población de México en la tabla.

Consideraciones previas

Los alumnos han estudiado los números decimales en el contexto de dinero. Ahora se trata de que ellos reflexionen acerca del significado y del valor que tienen estos números en otros contextos, por ejemplo, el de medición de longitudes, de peso y de habitantes. Es conveniente que los dos problemas se resuelvan y discutan de manera independiente, pues las reflexiones, estrategias y dificultades que resulten del primero pueden ser consideradas para solucionar el segundo.

La primera pregunta relacionada con el artículo 1 puede tener varias respuestas correctas, puesto que la longitud del colibrí zunzuncito va de 4.8 a 5.5 cm, cualquier respuesta comprendida en este intervalo es correcta, la dificultad estriba en traducir 4.8 o 5.5 cm a 48 o 55 mm, puesto que la respuesta se pide en milímetros. Al analizar las respuestas es importante aclarar que, por ejemplo, 4.8 cm significa 4 cm y 8 décimas de cm, es decir, 8 milímetros.

Aun cuando los alumnos interpreten acertadamente el valor de 8 respecto a los cuatro enteros, es probable que no todos identifiquen que la décima parte de un centímetro es un milímetro, y que por lo tanto, el 8 representa 8 milímetros, de manera que la expresión 4.8 cm también se puede representar como 48 mm. Si los alumnos tienen dificultad para hacer esta relación, se les puede sugerir que se apoyen con la regla graduada.

Se espera que los alumnos apliquen las mismas reflexiones para responder la segunda y cuarta preguntas, ahora en el contexto del peso de los colibríes. Es probable que ellos desconozcan el nombre del submúltiplo del gramo correspondiente a la décima parte, si se cree conveniente puede mencionarse, inclusive, puede animar a los alumnos a que “construyan” el nombre de las unidades que corresponden a la centésima y a la milésima parte del gramo agregando los prefijos centi (centigramo) y mili (miligramo).

Para el segundo problema los alumnos necesitan interpretar el valor de la fracción decimal de una unidad que implica millones de habitantes. Este tipo de situaciones o contextos hace que los alumnos den respuestas erróneas, como decir que .5 equivale a media persona. Así que si dan respuestas como éstas, habrá que cuestionarlos acerca de si les parece lógica o qué significa media persona.

Finalmente, se esperaría que logren trasladar el razonamiento hecho en el caso de los milímetros a este contexto y decir que el valor .5 representa 5 décimas de millón. Dado que una décima de millón equivale a 100 000, 5 décimas son 500 000 habitantes.

También se puede pensar en la multiplicación de la parte decimal por 1 000 000 (.5 x 1000000 = 500 000), ya que ésta es la unidad señalada en la cabeza de esa columna.

Para calcular las fracciones que se solicitan en las siguientes dos preguntas, se les puede invitar a considerar la estrategia anterior o el uso de una tabla de valores como la siguiente:

Miles de millón			Millones			Millares			Unidades		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
		1	2	4	1	5	0	0	0	0	0

La última pregunta representa un reto diferente, pues ahora se les pide que expresen la población de México en la tabla y eso implica un proceso inverso, es decir, tendrán que dividir 112 337 000 entre 1000 000, lo que da 112.337.

Es conveniente pedir a los alumnos que busquen información en periódicos, revistas, libros o algún medio donde se den datos usando números decimales y que la compartan con sus compañeros para analizar entre todos cuál es el significado de esa parte decimal.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

23. ¿Es lo mismo?

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten y expliquen la diferencia que existe entre una unidad de medida decimal y una unidad de medida sexagesimal.

Consigna

Organizados en equipos, respondan las preguntas.

En el diario "*El mensajero oportuno*" se dieron a conocer los resultados del Torneo Nacional de Triatlón que se llevó acabo en la zona huasteca del país.

Deportes

Bailes y cantos folklóricos engalanaron la ceremonia de clausura.

Tuxpan, 16 de agosto. Muy emotiva fue la ceremonia con la que se clausuró el Torneo Nacional de Triatlón. Después de varios números musicales, representativos del rico folklor de la región, se entregaron los reconocimientos a los deportistas participantes, así como los premios a los ganadores.

Resultado de los ganadores

	Tiempos				
Participantes	**Natación (1.9 km)**	**Ciclismo (90 km)**	**Carrera a pie (20.1 km)**	**Tiempo total**	**Medalla**
Fernando Moreno	0.5 h	1.4 h	4.8 h	6.7 h	Oro
Pedro Lorenzo	0.6 h	1.6 h	5 h	7.2 h	Plata
Luis Daniel Villa	0.9 h	1.6 h	5.1 h	7.6 h	Bronce

1. ¿Cuántos metros debían nadar los participantes?

¿Y de cuántos metros consistía la prueba del recorrido a pie?

2. ¿Cuántos minutos hay de diferencia entre las marcas de Pedro y Fernando en la prueba de ciclismo?

3. ¿Será correcto afirmar que la diferencia entre los tiempos que hicieron Fernando y Luis Daniel en la prueba de natación es de 4 minutos?

¿Por qué?

4. ¿Cuántos minutos de diferencia hay entre el tiempo total de los lugares primero y tercero?

5. ¿Significa lo mismo el 1 en 20.1 km que en 5.1 h?

¿Por qué?

Consideraciones previas

Anteriormente los alumnos reflexionaron en el significado de la parte decimal de un número cuando se trataba de unidades del sistema decimal, ahora se trata de que reflexionen acerca del significado de la parte decimal en unidades de medida de una base sexagesimal. Seguramente la experiencia

Vámonos entendiendo...

El **sistema sexagesimal** emplea como base el número 60 (sesenta), es decir, cada unidad se divide en 60 unidades de orden inferior. Se aplica en la medida del tiempo y en la amplitud de los ángulos.

que tuvieron al resolver los problemas del desafío anterior les permitirá contestar con menos dificultad las preguntas relacionadas con los metros que recorrieron los participantes en dos de las pruebas. Sin embargo, no es lo mismo en el caso de las horas y los minutos.

Es probable que algunos alumnos respondan que la diferencia entre las marcas de Pedro y Fernando en la prueba de ciclismo es de 2 minutos, pues suelen interpretar que la parte decimal de ambos números (1.4 y 1.6) representa los minutos, o sea, la siguiente unidad de medida menor que la hora.

Una manera de ayudarlos a reconocer el error es preguntarles qué significa 1.5 h, en general los alumnos reconocen que se trata de $1\frac{1}{2}$ horas, es decir, una hora con 30 minutos. De aquí se desprende que 1.6 h no puede ser una hora con 6 minutos. Se esperaría que dijeran que se trata de 1 entero y 6 décimos, es decir, una hora completa y 6 décimas partes de una hora, es decir, 36 minutos.

De lo anterior se puede concluir que para saber a cuántos minutos corresponde la expresión 4, se tiene que dividir 60 minutos (1 hora) entre 10 (para saber a qué cantidad corresponde un décimo de hora) y multiplicar por 4 para obtener **24 minutos**.

Otra conclusión que se puede obtener del razonamiento anterior es que la décima parte de una hora son 6 minutos, así que cuando se quiere conocer la equivalencia de los décimos de hora bastará con multiplicarlos por 6.

También una tabla puede ser de gran ayuda.

Horas	Minutos
1	60
0.1	6
0.2	12
0.3	18
...	...

Después de este análisis, seguramente ya no tendrán ningún problema en responder las siguientes preguntas.

Se debe tener mucho cuidado en **no dar la receta**: “multiplica por 6 lo que está después del punto cuando se trate de tiempo”, pues así no se llega a comprender por qué se está haciendo esto y los alumnos sólo lo repetirán sin reflexionarlo.

Para saber cuál es la diferencia entre los tiempos totales del primer y tercer lugar señalados en la tabla, los alumnos podrían seguir alguna de estas estrategias:

- Primero, calcular la diferencia entre 7.6 y 6.7, plantear: 7.6 – 6.7 = 0.9 y después, multiplicar 9 x 6 = 54 minutos.

- Convertir cada uno de los tiempos mencionados a minutos:

  6.7 = 6 x 60 + 7 x 6 = 360 + 42 = 402

  7.6 = 7 x 60 + 6 x 6 = 420 + 36 = 456

  Y obtener la diferencia entre 456 y 420 = 54 minutos

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

24. En partes iguales

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan, con procedimientos propios, problemas de división con cociente decimal en contextos de dinero o medición.

Consigna

En parejas, resuelvan los problemas.

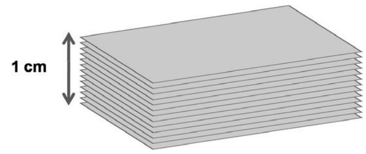
1. Raúl, Manuel, Andrés y Mario quieren comprar un balón como el que se muestra en el dibujo. ¿Cuánto le tocará poner a cada uno si se dividen el costo en partes iguales?

2. Don Fernando les dio $161 a sus cinco nietos para que se los repartieran en partes iguales, sin que sobre nada. ¿Cuánto le va a tocar a cada uno?

3. Si se pagaron $710 por 200 plumas iguales, ¿cuánto costó cada pluma?

4. Luisa tiene 32 metros de listón para hacer moños. Si quiere hacer 40 moños del mismo tamaño y usar todo el listón, ¿con qué cantidad de listón va a hacer cada moño?

5. Si un paquete de 100 hojas iguales mide 1 cm de altura, ¿cuál es el grosor de una hoja?



6. La cooperativa de la escuela Leona Vicario entregará a sus 96 socios las ganancias de este año que fueron de $ 5 616.00. ¿Cuánto recibirá cada uno de ellos si el reparto es equitativo?

Consideraciones previas

En todos los problemas se espera que los alumnos utilicen procedimientos propios para hallar el resultado, incluyendo el algoritmo convencional para quienes así lo decidan. En el caso de los problemas en contextos de dinero, los alumnos están familiarizados con repartos en los que el resultado no es un número exacto de pesos y entonces tienen que recurrir a los centavos. Es probable que el resultado lo den en pesos y centavos o que utilicen una expresión con punto decimal, ambos casos son válidos y en la confrontación de resultados debe trabajarse la equivalencia de ambas expresiones.

Vámonos entendiendo...

El algoritmo constituye un método para resolver una operación o un problema, mediante una secuencia de pasos a seguir.

Por ejemplo, en el segundo problema, al repartir $161 entre cinco el resultado es $32 con 20 centavos, o bien $32.2 o $32.20. Los procedimientos a seguir son variados, uno de ellos consiste en descomponer 161 en 150 + 10 + 1 y dividir entre 5 estas cantidades para después sumarlas: 30 + 2 + 0.2. Si algún alumno decide hacer la división 161 entre 5 utilizando el algoritmo convencional notará que el residuo es 1; en este caso, debe aclararse que no puede sobrar dinero y tratar de que el alumno comprenda que ese peso aún puede dividirse entre los cinco nietos, con lo que a cada uno le corresponden 20 centavos. En la confrontación convendría comentar en grupo cómo llegar, mediante la división, al resultado 32.2

$$\begin{array}{r l}
 32.2 & \\
5\overline{)161} & \\
\underline{-15} & \\
11 & \\
\underline{-10} & \\
10 & \text{(décimos)}
\end{array}$$

Al llegar al 1 en el residuo, se cambia por 10 décimos, por ello se le agrega el cero. Al dividir 10 entre 5 el resultado es 2, pero como son décimos se coloca un punto en el cociente.

En el cuarto problema aparecen situaciones de medida, en donde los alumnos pueden seguir diferentes procedimientos. Por ejemplo, saber que si fueran 4 moños el resultado sería la cuarta parte de 32 la mitad de 32 es 16 y la mitad de 16 es 8; pero como son 10 moños, aún tienen que sacar la décima de 8, con lo que llegarán al resultado 0.8 metros. Quizás algunos alumnos decidan convertir a centímetros los 32 metros y después dividir esta cantidad entre 40, en este caso obtendrán como resultado 80 centímetros. Nuevamente, en la confrontación se debe aprovechar esta situación para comprobar la equivalencia de ambas expresiones.

En el penúltimo problema puede ser que los alumnos razonen que cada hoja medirá la centésima parte de un centímetro y llegarán al resultado 0.01 cm o 1/100 cm.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

25. Repartir lo que sobra

Repartir lo que sobra

Intención didáctica

Que los alumnos analicen los pasos que se siguen al utilizar el algoritmo usual de la división.

Consigna

En parejas, resuelvan los problemas mediante el algoritmo usual de la división.

1. Un grupo de campesinos tiene un terreno de 3 278 m^2 en donde van a sembrar, en partes iguales, 5 tipos de granos diferentes. ¿Qué cantidad de terreno corresponde a cada tipo de grano?

2. La tabla muestra los productos que cosecharon 16 familias de ejidatarios. Completen la tabla considerando que se los van a repartir por partes iguales y sin que sobre nada.

Producto	Kilogramos cosechados	Kilogramos por familia
Frijol	2 100 kg	
Arroz	2 800 kg	
Azúcar	2 012 kg	

Consideraciones previas

Si bien es cierto que los alumnos pueden resolver los problemas haciendo uso de diferentes procedimientos, es importante que conozcan procedimientos que son muy eficientes; es por ello que en este desafío la restricción es usar el algoritmo convencional de la división. Los algoritmos convencionales de las operaciones constituyen herramientas poderosas ante muchos problemas y por ello se promueve que los alumnos los aprendan. En este Desafío se trabaja el algoritmo convencional de la división en problemas en los que los alumnos tendrán que seguir repartiendo un residuo que es diferente de cero y, por lo tanto, el cociente tiene punto decimal.

Es probable que en el Desafío anterior se haya trabajado la idea de repartir lo que queda y mostrado cómo se procede en estos casos haciendo uso del algoritmo convencional de la división. Si no es así, se puede iniciar en este momento. Conviene supervisar el trabajo de los alumnos para que atiendan a la consigna: usar el algoritmo de la división. Es probable que al terminar con la parte entera del cociente los alumnos crean que han terminado; en esa situación, hay que señalarles que en todos los casos se pide que no sobre, entonces se puede plantear:

Vámonos entendiendo...

La **división** es una operación aritmética que consiste en averiguar cuántas veces un número (**divisor**) está contenido en otro número (**dividendo**). El resultado de una división recibe el nombre de **cociente**. De manera general puede decirse que la división es la *operación inversa* de la multiplicación.

- ¿Qué hacer con el residuo?
- ¿Qué se puede seguir dividiendo?
- ¿Qué podríamos hacer para seguir dividiéndolo?

Los alumnos han trabajado ideas del sistema decimal de numeración y de los números con punto decimal que les permitirán buscar estrategias para resolver esta situación. Por ejemplo, saben que se puede cambiar una unidad por 10 unidades de orden inferior. Si sobran 4 enteros se pueden cambiar por 40 décimos; si sobran 5 décimos se pueden cambiar por 50 centésimos, y así sucesivamente. En el algoritmo convencional estos cambios se trabajan aumentando ceros al residuo:

Para repartir los 2 100 kilogramos de frijol entre las 16 familias, se tiene:

$$
\begin{array}{rl}
 & 131.25 \\
16 & \overline{)2100} \\
 & \underline{-16} \\
 & 50 \\
 & \underline{-48} \\
 & 20 \\
 & \underline{-16} \\
 & 40 \\
 & \underline{-32} \\
 & 80 \\
 & \underline{-80} \\
 & 0
\end{array}
$$

Al residuo 4 enteros, se aumenta un cero para que sean 40 décimos.

Al residuo 8 décimos, se aumenta un cero para que sean 80 centésimos.

Al llegar al residuo de 4 enteros, se convierten a décimos aumentando un cero. En este momento se coloca un punto en el cociente para indicar que lo que se está repartiendo ahora son 40 décimos y el resultado son 2 décimos. Al obtener 8 décimos de residuo, se aumenta un cero para obtener 80 centésimos, que al dividirlos entre 16 da como resultado 5 centésimos (tal y como se muestra en el cociente).

Para reafirmar lo estudiado se sugiere plantear otros problemas y también otras divisiones que den resultados con punto decimal hasta milésimos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

26. Tres de tres

Intención didáctica

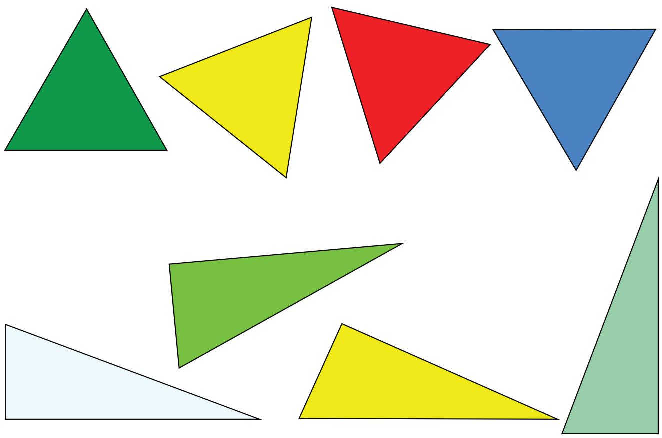
Que los alumnos reflexionen sobre las características de las alturas de un triángulo.

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que todos los alumnos cuenten con sus instrumentos geométricos (regla, escuadras, compás, transportador) para que puedan realizar las actividades.

Consigna

De manera individual, traza las alturas de cada uno de los siguientes triángulos. Después haz lo que se indica.



Señala si el enunciado es verdadero o falso.

	Falso	Verdadero
a) Todos los triángulos tienen tres alturas.		
b) Todas las alturas son a la vez lados del triángulo.		
c) Las alturas de un triángulo siempre se cortan en un punto.		
d) Una altura de un triángulo es un segmento de recta que va de un vértice y es perpendicular al lado opuesto.		

Consideraciones previas

Es muy probable que los alumnos no identifiquen las tres alturas de cada triángulo, sino sólo una de ellas, al considerar al lado horizontal o el de menor pendiente como única base. Por ello, en el momento de la socialización, es importante plantear preguntas para que los alumnos se den cuenta de que cualquier lado puede considerarse la base y que, por lo tanto, pueden trazarse tres alturas.

Una vez que los alumnos han advertido que a todos los triángulos se les puede trazar tres alturas, sería conveniente que identifiquen las características de este segmento: perpendicular a un lado (base), trazado desde el vértice opuesto.

Además de resaltar que en un triángulo hay tres alturas, es importante percatarse de que en el caso del triángulo equilátero, las tres alturas caen dentro del triángulo, mientras que en el caso del triángulo rectángulo, dos coinciden con algún lado y una cae dentro de él.

En el desafío la idea importante es que los alumnos tracen las tres alturas de triángulos en diferentes posiciones de modo que puedan comprender la fórmula para calcular el área de un triángulo cualquiera, contenido que se trabajará posteriormente.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

27. Todo depende de la base

Intención didáctica

Que los alumnos analicen sobre las características de las alturas de un triángulo escaleno.

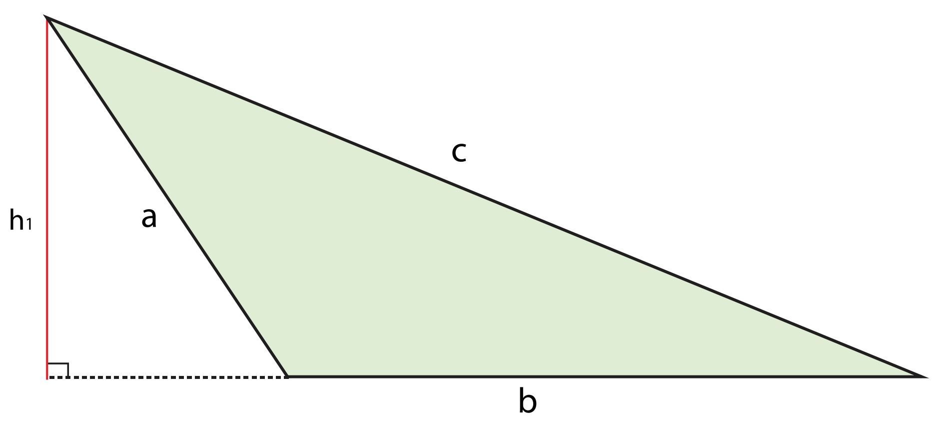
ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que todos los alumnos cuenten con sus instrumentos geométricos (regla, escuadras, compás, transportador) para que puedan realizarla.

Consigna

En parejas, y con sus instrumentos geométricos, hagan lo que se indica a continuación:

*Lidia dice que en un triángulo cualquiera, según el lado que se elija como base, se puede trazar su altura. Por ejemplo, ella trazó la altura (h_1) considerando como base el lado **b** del siguiente triángulo escaleno.*



Tracen la altura (h_2) considerando como base el lado c y tracen la altura (h_3) considerando como base el lado a.

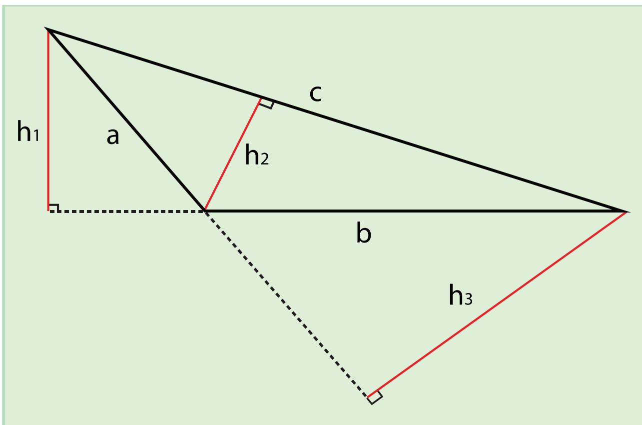
Consideraciones previas

Cabe resaltar nuevamente que en todo triángulo hay tres alturas; algunas caen dentro del triángulo, otras fuera y otras coinciden con algún lado, dependiendo del tipo de triángulo de que se trate.

Anteriormente se ha dicho que la altura es perpendicular a la base; en las alturas de un triángulo escaleno, es necesario en algunos casos, prolongar la base. Por lo anterior, puede definirse con mayor precisión la altura de un triángulo como el segmento perpendicular a un lado o a su prolongación, trazado desde el vértice opuesto.

La dificultad de esta actividad reside en que, para poder trazar una de las alturas, los alumnos deben prolongar uno de los lados del triángulo, como se muestra en el primer caso (h_1).

Se espera que los alumnos puedan trazar las dos alturas que se les pide, como se muestra enseguida:



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Bases y alturas

28. Bases y alturas

Intención didáctica

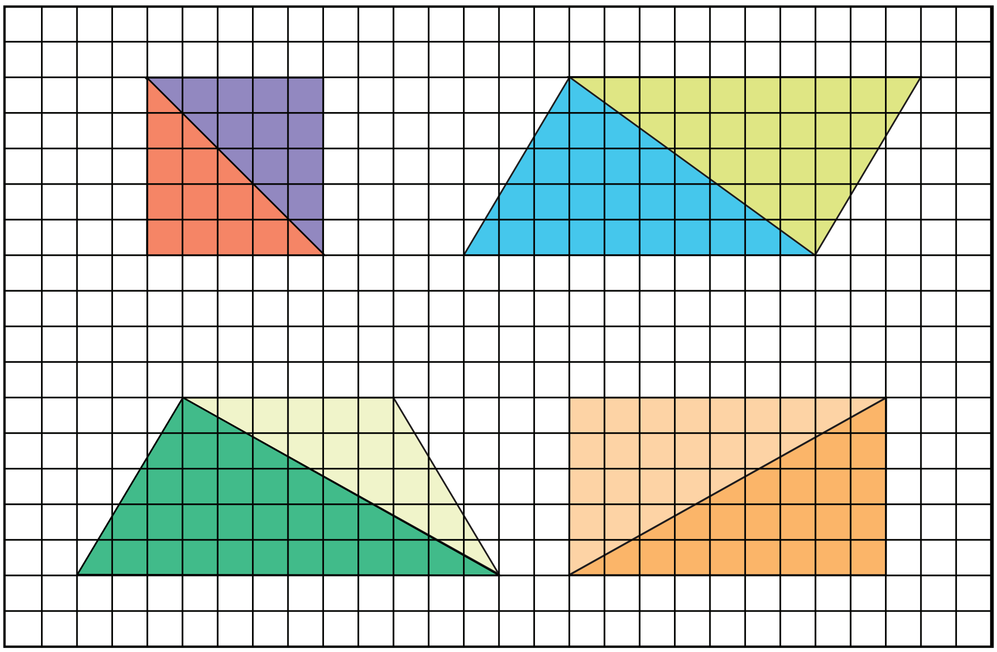
Que los alumnos identifiquen las bases y alturas correspondientes en triángulos obtenidos al trazar una diagonal en cuadrados, rectángulos, trapecios y paralelogramos.

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que todos los alumnos cuenten con sus instrumentos geométricos (regla, escuadras, compás, transportador) para que puedan realizar las actividades.

Consigna

En parejas, realicen lo siguiente:
En cada una de las figuras calculen el área de los dos triángulos, verifiquen si la suma de estas áreas equivale al área de la figura completa. Consideren como unidad de superficie un cuadrito y como unidad de longitud un lado de cuadrito.



Consideraciones previas

Como ya se ha dicho, todo triángulo tiene tres bases y sus correspondientes alturas, por lo tanto, los alumnos están en libertad de medir cualquier par (base-altura) de cada triángulo; sin embargo, dado que esta actividad está encaminada hacia la deducción de las fórmulas para calcular el área del triángulo, del trapecio y del romboide, expectativas de los contenidos siguientes, sería bueno que los alumnos, en los casos del cuadrado, rectángulo y romboide, identifiquen que los triángulos que los forman tienen un par (base-altura) igual; por consiguiente, tienen la misma área. Esto puede llevar a la conclusión de que el área de la figura completa es igual a base por altura.

En el caso del trapecio, ambos triángulos que lo forman no son iguales y por tanto no tienen igual área, sin embargo, ante la pregunta: ¿Cómo podríamos obtener directamente el área de la figura completa? Los alumnos, con ayuda del maestro, podrían concluir que eso se logra al multiplicar la suma de las bases por la altura.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Y en esta posición ¿cómo queda?

29. Y en esta posición ¿cómo queda?

Intención didáctica

Que los alumnos diseñen un sistema de referencia para reproducir figuras hechas en una retícula.

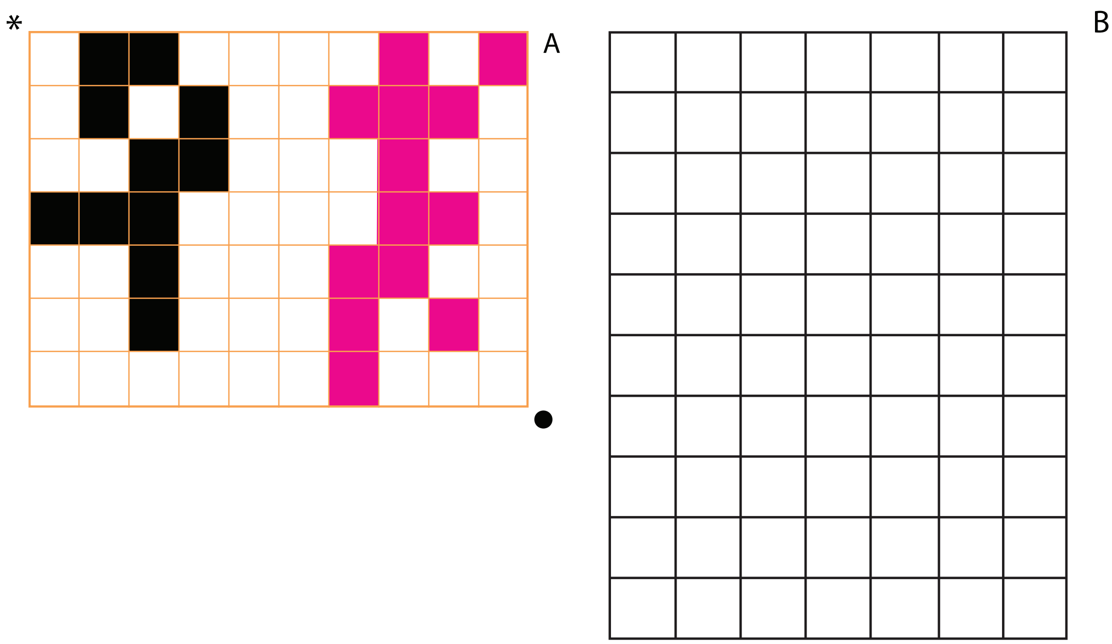
ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los alumnos cuentan con:

- Las figuras y retículas del material del alumno.

Consigna 1

Individualmente, reproduce en la retícula B las figuras de la retícula "A".



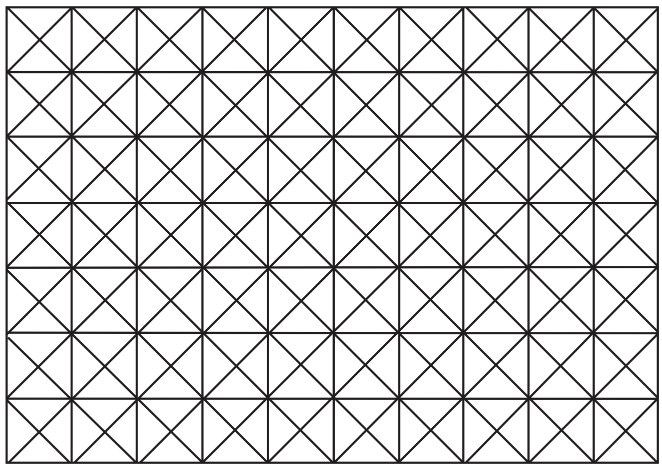
a) ¿Cuántos grados giró la retícula A para llegar a esta posición?

b) Describe brevemente qué hiciste para reproducir las figuras

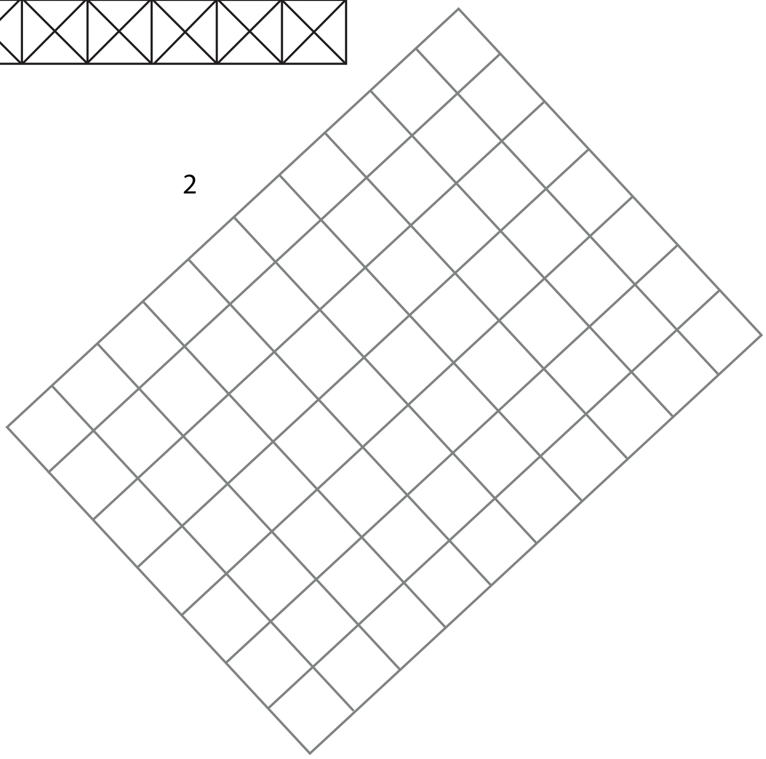
Consigna 2

Reúnete con un compañero y diseñen una figura sobre la retícula 1. Al terminar, intercambien su dibujo con otra pareja de compañeros y reproduzcan, en la retícula 2, la figura que les dieron.

1



2



Consigna 3

Ahora reúnete con un compañero y dale instrucciones para que reproduzca la figura que le diste.

Consideraciones previas

Para resolver la primera consigna, los alumnos tendrán necesidad de buscar la orientación adecuada de cada cuadrícula y definir una estrategia para reproducir la figura ya que no corresponde la orientación de la figura con la que van a reproducir. Es probable que la quieran recortar para facilitarse la tarea, pero habrá que decirles que tienen que buscar otra estrategia pues ésa no está permitida. Al tener esta restricción, seguramente recurrirán a contar las casillas, o bien, se les puede ocurrir buscar algún código que les permita identificar columnas y filas.

En la segunda consigna, la figura que ellos diseñen puede tener mitades o cuartos de un cuadrito, pues la retícula así lo permite, por lo que al reproducirla en una retícula cuadrada tendrán que observar estos detalles. Además de esto, otra dificultad a la que se enfrentan es la posición de la retícula.

En la tercera consigna, habrá de dar a una pareja la figura y a la otra pareja la hoja con la retícula, para que pueda llevarse a cabo la tarea encomendada. Es necesario que les quede muy claro que no pueden mostrar la figura al otro equipo, sino que tienen que dar indicaciones para que la reproduzcan y cada equipo decidirá el tipo de instrucciones y referencias que usará.
En la puesta en común se analizarán las diversas estrategias y que entre todos concluyan cuál fue la más sencilla o sintética.

Finalmente –ya sea como tarea o en el salón de clases– se les puede invitar a realizar algún diseño que sea de su elección para montar una exposición o simplemente adornar el salón.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

30. Cuadrados o triángulos

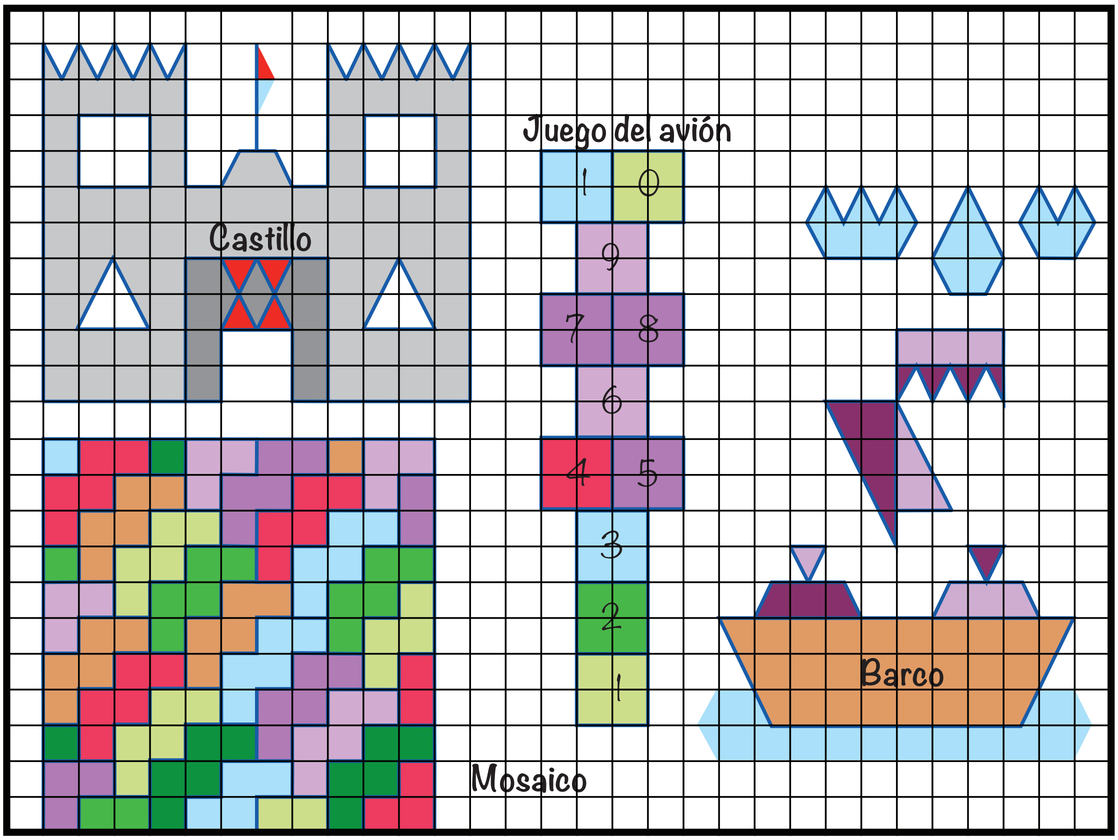
Intención didáctica

Que los alumnos determinen puntos de referencia al tener que reproducir figuras en una retícula.

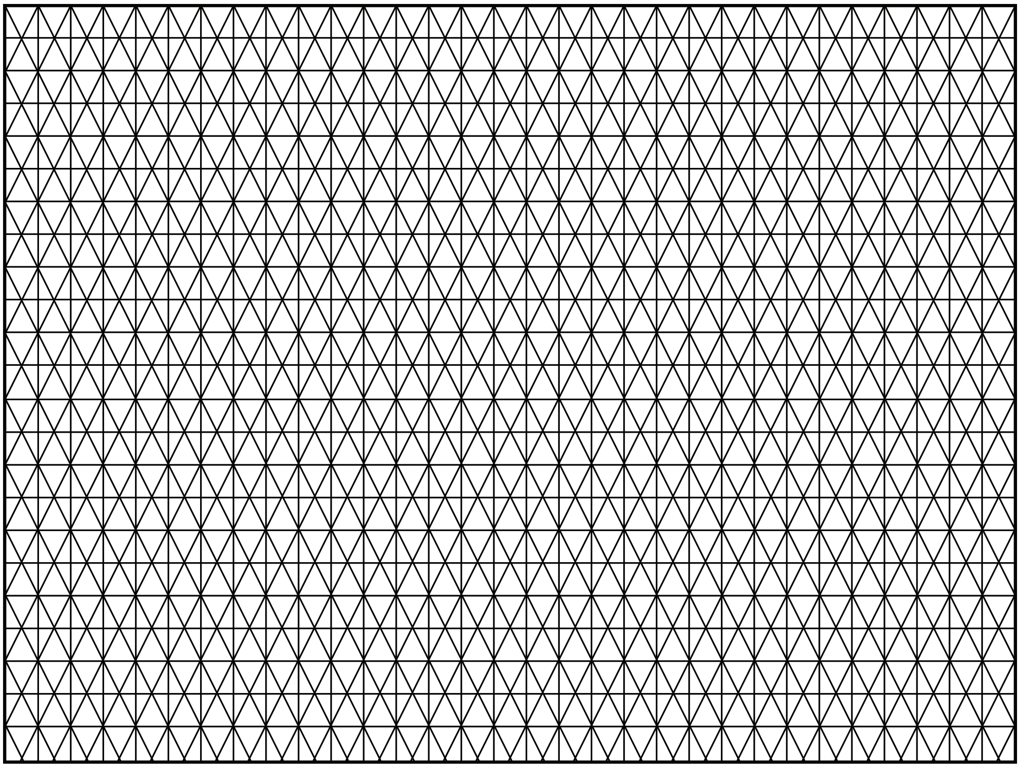
Consigna

Trabaja individualmente para hacer lo que se indica a continuación.

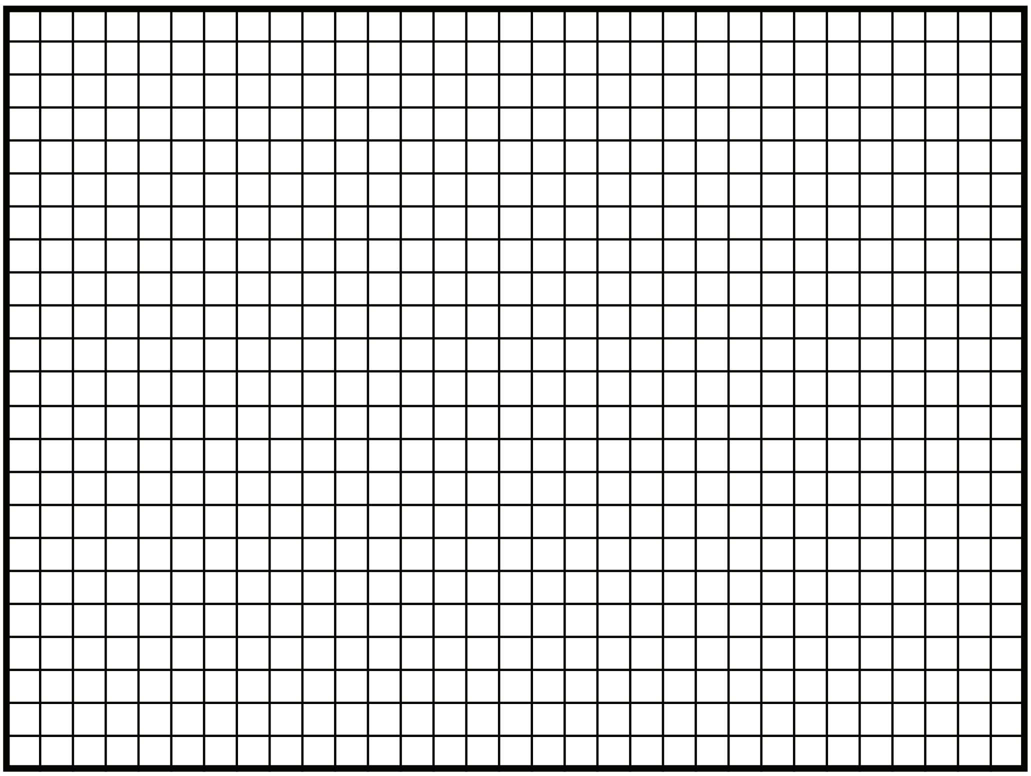
Elige dos de las figuras que aparecen a continuación y reprodúcelas, del mismo tamaño y en la misma posición, en las retículas que aparecen enseguida, una en la retícula cuadrangular y otra en la triangular. Después contesta las preguntas.



Retícula Triangular



Retícula Cuadrangular



a) Inés dibujó el castillo en la retícula cuadrangular. Ella dice que del punto más alto de la bandera hay un cuadrito hacia arriba y seis a la izquierda. ¿Tiene razón Inés?

____

¿Por qué?

____

____

b) Beto dibujó el barco en la retícula triangular. Él dice que empezó a dibujar el barco marcando un punto que se localiza 6 unidades de abajo hacia arriba y una unidad de derecha a izquierda. ¿Tiene razón Beto?

____

¿Por qué?

____

____

Consideraciones previas

La consigna incluye dos condiciones, que la figura reproducida tenga el mismo tamaño que la original y que ocupe la misma posición en la retícula, esto quiere decir que, por ejemplo, si deciden reproducir el mosaico, éste debe estar dibujado sobre la línea de abajo, dejando un cuadro libre a la izquierda y sus lados abarcan once lados de un cuadro u once lados de un triángulo puesto que miden lo mismo.

Se muestran 4 figuras: el castillo, el juego del avión, el mosaico y el barco. Con ello se espera que los alumnos observen las formas de cada una de las figuras o la posición de los segmentos de recta y puedan elegir el tipo de reticulado que más conviene para reproducirlas.

La imagen del juego del avión y el mosaico son formas cuadradas en las que sólo se utilizan segmentos de rectas horizontales y verticales; esto podría orientar a los alumnos a elegir la retícula cuadrangular. Mientras que para el castillo y el barco además de segmentos horizontales y verticales, también se utilizan segmentos oblicuos (inclinados).

Las preguntas de los incisos a) y b) pretenden llamar la atención de los alumnos sobre una manera de usar las retículas como sistemas de referencias para reproducir figuras, que consiste en ubicar los vértices y después unirlos. Se puede ir de las orillas de la retícula (derecha-izquierda, arriba-abajo) hacia los vértices o a la inversa, de los vértices hacia las orillas.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

31. El romboide

Intención didáctica

Que los alumnos, a partir de la transformación de figuras, deduzcan que el área del romboide se calcula multiplicando la medida de la base por la medida de la altura.

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los alumnos cuentan con:

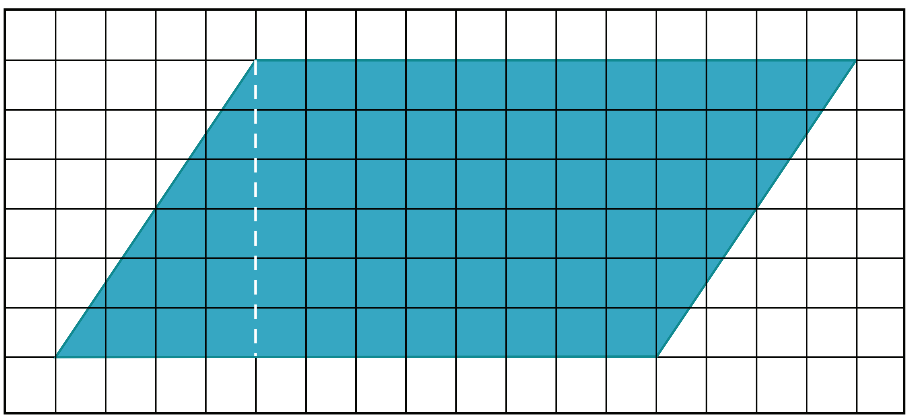
- Regla y tijeras.
- Lápices de colores.

Consigna 1

En forma individual, haz lo que se indica.

En el material recortable:

- Traza en la cuadricula un romboide como el que se presenta enseguida.
- Colorea y recorta el romboide.
- La línea punteada representa la altura de la figura.



a) ¿Cuánto mide la altura del romboide?

b) ¿Cuánto mide su base?

- Recorta el triángulo que se formó a partir de la altura trazada (línea punteada).
- Coloca el triángulo de tal manera que, al unirlo con la otra parte del romboide, se forme un rectángulo. Luego contesta:

a) ¿Cuánto mide la altura del rectángulo que formaste?

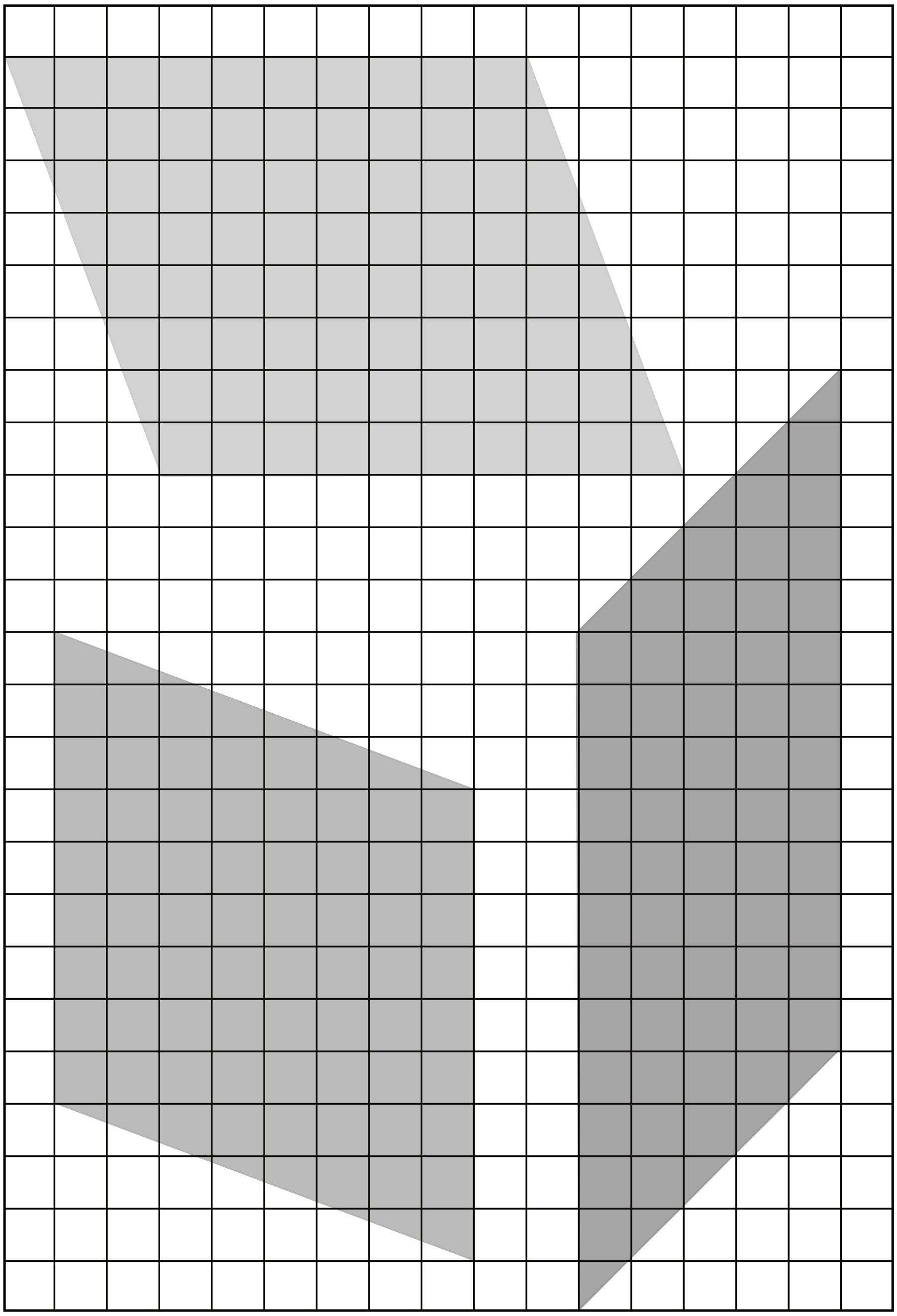
b) ¿Cuánto mide su base?

- Compara las alturas y las bases del romboide y del rectángulo. ¿Cómo son entre sí?

- Escribe cómo se puede calcular el área de un romboide si conoces la medida de su base y de su altura.

Consigna 2

Calcula el área de los romboides. Cada cuadrito mide un cm^2. Escribe los resultados sobre las figuras.



Comenta con tus compañeros cómo calculaste el área de los romboides. Comparen sus procedimientos.

Consideraciones previas

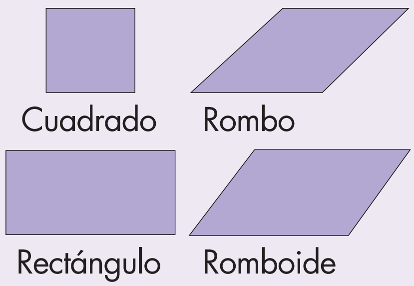
La intención del Desafío es que el alumno deduzca una fórmula para calcular el área del romboide; en tanto que éste puede convertirse en un rectángulo de igual base y altura.

Es probable que algunos alumnos tracen un romboide más grande o más pequeño, según el tamaño de la cuadrícula de su cuaderno. En el caso de que tracen un romboide igual, será correcto decir que la altura mide 3 cm y la base 6 cm. Independientemente del tamaño del romboide que hayan trazado, las dimensiones (base y altura) del romboide y del rectángulo deben ser iguales.

Vámonos entendiendo...

El romboide es un paralelogramo de lados y ángulos consecutivos no congruentes.

Paralelogramos



La consigna 2, se propone para reafirmar los conocimientos adquiridos por parte de los alumnos, en tanto que tienen la posibilidad de probar los procedimientos que se han utilizado en el grupo.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

El rombo

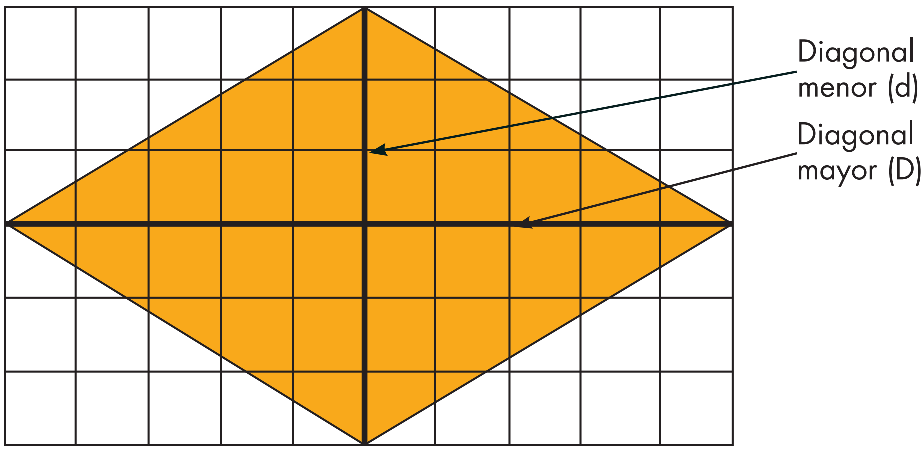
32. El rombo

Intención didáctica

Que los alumnos deduzcan que el área del rombo se calcula multiplicando la medida de la diagonal mayor por la medida de la diagonal menor entre dos.

Consigna 1

En parejas, analicen las siguientes figuras y respondan lo que se pregunta. Justifiquen sus respuestas.



Unidad de superficie: 1 cm^2

a) ¿Qué relación hay entre el área del rombo y la del rectángulo?

____

____

b) ¿Cuál será la fórmula que permita calcular el área de un rombo a partir de sus diagonales?

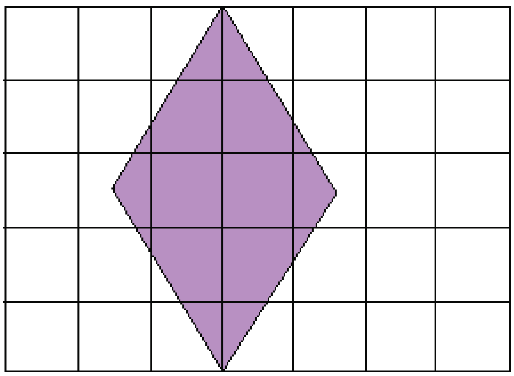
____

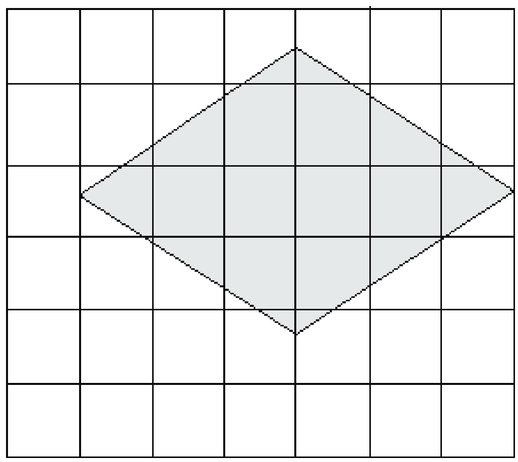
¿Por qué?

____

Consigna 2

Calcula el área de cada uno de los rombos que se te dan. Para ello, considera que cada cuadrito es $1 cm^2$.





Consideraciones previas

La intención del desafío es que el alumno deduzca que el área del rombo es la mitad del área del rectángulo que lo circunscribe. Además, que la longitud de la diagonal mayor corresponde a la longitud de la base del rectángulo y la longitud de la diagonal menor del rombo corresponde a la longitud de la altura del rectángulo.

En caso de que sea necesario, se puede solicitar a los alumnos que tracen en su cuaderno un rombo con sus diagonales igual a la figura y que la recorten por sus diagonales. Luego, que traten de formar con las cuatro piezas un rectángulo y digan cuáles son las relaciones que observan.

En el caso del inciso b), se espera que los alumnos puedan concluir que la fórmula para calcular el área del rombo es, el producto de lo que mide la diagonal mayor por lo que mide la diagonal menor y el resultado dividirlo entre dos.

$$A = \frac{D \times d}{2}$$

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

33. El ahorro

Intención didáctica

Dada una relación de proporcionalidad con magnitudes de la misma naturaleza y el factor constante de proporcionalidad entero y pequeño, que los alumnos apliquen el factor para obtener valores faltantes.

Consigna

En equipos, resuelvan el siguiente problema y después contesten las preguntas.

El señor Laurentino quiere fomentar en su hijo Diego el hábito del ahorro, para ello le propuso que cada semana él le donaría el doble de la cantidad de dinero que pudiera guardar. En la siguiente tabla aparecen varias cantidades ahorradas por Diego, calculen las donaciones de su papá y complétenla.

Ahorros semanales de Diego ($)	Donaciones semanales de su papá ($)
11	
18	
9	
24	
20	
26	

a) ¿Qué relación hay entre el dinero que aporta el señor Laurentino y el dinero que ahorra su hijo?

b) ¿Qué operación realizaron para encontrar los valores de la segunda columna?

c) ¿Cuánto tendría que donar el papá si Diego ahorra 35 pesos?

d) En una ocasión el papá donó a su hijo 146 pesos. ¿Cuánto ahorró Diego?

e) En otra ocasión el papá solo donó a su hijo 3 pesos. ¿Cuánto ahorró Diego?

Consideraciones previas

El Desafío tiene la intención de que los alumnos identifiquen y apliquen el factor constante de proporcionalidad entero y pequeño, para obtener valores faltantes.

Vámonos entendiendo...

Factor constante: es cualquier número que se desea multiplicar por otros números como en el ejemplo:

Cualquier número	Operación	Valor constante:		Producto
235	x	3	=	
45	x	3	=	
96	x	3	=	

El factor constante se presenta en el planteamiento del problema del modo siguiente: "el padre donará el doble de la cantidad que ahorre el hijo".

Es posible que para obtener los valores de la segunda columna los estudiantes realicen sumas en lugar de multiplicar, por ejemplo, 11 + 11, 18 + 18, 9 + 9. Si esto ocurre, hay que plantear la pregunta siguiente: ¿cuál es el número, siempre el mismo, por el que hay que multiplicar los valores de la primera columna para obtener los valores de la segunda columna?

Otra pregunta que permite ver la economía de aplicar un factor en lugar de hacer sumas reiteradas es: ¿qué operación harían para llenar la tabla si el papá de Diego le diera el triple o el cuádruple de la cantidad que ahorrara?

Las preguntas c), d) y e) tienen la intención de que los alumnos resuelvan el mismo tipo de problema a partir de diferentes datos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

34. Factor constante

Intención didáctica

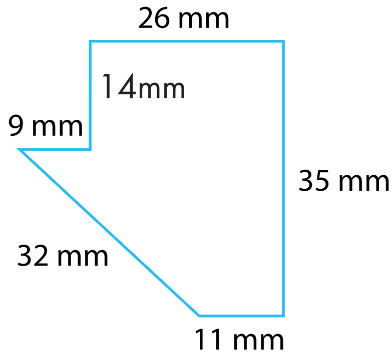
Que los alumnos identifiquen y apliquen el factor constante de proporcionalidad (entero y pequeño) para obtener valores faltantes.

Consigna

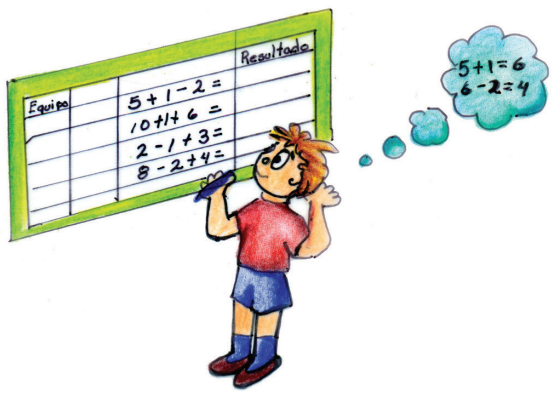
En equipos, resuelvan el siguiente problema y respondan las preguntas.

Se quiere reproducir a escala el siguiente dibujo, de tal manera que el lado que mide 11 mm en el dibujo original, mida 44 mm en la copia. Encuentren las medidas de los demás lados de la copia.

¿Qué relación existe entre las medidas de la copia y las de la figura original?



¿Qué operación realizaron para encontrar las medidas de los lados de la copia?



Consideraciones previas

Se espera que los alumnos infieran que: "la medida de un lado de la copia es igual a la medida del lado correspondiente de la figura original multiplicada por 4". Por lo tanto, el factor constante de proporcionalidad, que se multiplica por cada medida de la figura original para encontrar las medidas de los lados de la copia, es 4.

Medidas de los lados de la figura original (mm)	Medidas de los lados de la copia (mm)
9	
11	44
14	
26	
32	
35	

La herramienta que permite ordenar los datos y averiguar mejor la relación entre las cantidades correspondientes es una tabla, la cual puede sugerirse a los estudiantes.

Es probable que los alumnos encuentren la diferencia entre 44 mm y 11 mm, únicas medidas conocidas de lados correspondientes, y que sumen este valor (33 mm) a los demás lados de la figura original para obtener las medidas solicitadas. Si esto sucede, el docente puede pedir que tracen la copia y observen cómo se deforma la figura original.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Tablas de proporcionalidad

35. Tablas de proporcionalidad

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen el factor constante de proporcionalidad (entero y pequeño) en una tabla con dos conjuntos de valores que son proporcionales.

Consigna

Analiza individualmente la relación que hay entre los valores de las dos columnas en cada tabla. Determina en cada caso cuál es el número que debes multiplicar por los valores de la columna de la izquierda para obtener los valores de la columna de la derecha. Escríbelo abajo de cada tabla.

1

6	30
9	45
2	10
10	50
12	60

____

2

17	136
15	120
5	40
12	96
9	72

____

3

7	84
15	180
8	96
3	36
11	132

____

Consideraciones previas

Se espera que los alumnos no tengan mucha dificultad para encontrar el factor constante de proporcionalidad en cada tabla. En las tres hay al menos un par de valores con el que se puede calcular mentalmente el factor constante, después hay que verificar que funciona con los demás pares.

Una vez identificado el factor constante y después de haber comprobado su validez, puede concluirse que ésta es una propiedad de una relación de proporcionalidad directa. También se puede afirmar que cada tabla representa una relación de proporcionalidad entre dos conjuntos de valores; al número encontrado se le llama factor constante de proporcionalidad.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

36. ¿Cuál es mayor?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen diversos recursos para comparar fracciones con el mismo denominador.

Consigna

Organizados en equipos resuelvan los siguientes problemas.

1. Para decorar un mantel Sofía compró $\frac{4}{5}$ m de encaje blanco y $\frac{3}{5}$ m de pasalistón.

   Si el metro de cada uno cuesta $15.00, ¿por cuál de los dos materiales pagó más?

   ____

   ¿Por qué?

   ____

   ____

2. Para obtener pintura color rosa y envasarla en botes de un litro, Anselmo combina pintura de colores rojo y blanco. En un bote mezcló $\frac{6}{8}$ de litro de pintura roja y $\frac{2}{8}$ de litro de pintura blanca. En otro bote mezcló $\frac{4}{8}$ de litro de pintura de cada color. ¿En cuál de los dos botes obtuvo un color rosa más fuerte?

   ____

   ¿Por qué?

   ____

3. Para preparar tres de sus famosos y deliciosos postres, María utilizó estos ingredientes: $\frac{2}{4}$ litro de miel, 3 tazones de $\frac{1}{2}$ litro de leche y $\frac{3}{4}$ de litro de crema. ¿Cuál de estos tres ingredientes utilizó en mayor cantidad para preparar los postres?

   ____

4. ¿Cuál de estas fracciones es mayor: $\frac{3}{8}, \frac{2}{8}, \frac{7}{8}, \frac{5}{8}$?

¿Cuántos octavos le hacen falta a la fracción que elegiste para completar un entero?

Consideraciones previas

Es importante considerar que aun cuando los alumnos han avanzado en la escritura numérica de las fracciones, es válido que recurran a representaciones gráficas como estrategias para apoyar sus argumentos o inclusive utilicen material concreto, pues son sus experiencias más inmediatas.

Para el primer problema los alumnos no necesitan hacer el cálculo de cuánto se va a pagar por cada material; es suficiente comparar las cantidades de ambos materiales, ya que el precio de los dos es el mismo ($15.00 por metro). Es probable que recurran a una representación gráfica para confirmar cuál de las dos fracciones es mayor:

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

$\frac{4}{5}$ metro de encaje blanco

$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

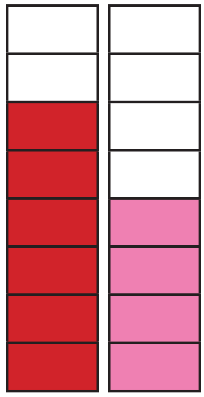
$\frac{3}{5}$ metro de pasalistón

Se espera que ellos observen que las fracciones que se comparan tienen el mismo denominador, por lo que el numerador de mayor valor es el que determina la fracción mayor; y en este caso como los materiales tienen el mismo precio, a mayor cantidad, el costo es mayor.

Para el segundo problema es importante tomar en cuenta que la proporción entre pintura blanca y roja es la que determina el tono del color rosa resultante. De acuerdo al texto, la segunda combinación sería más clara que la primera, pues en ésta la proporción de color rojo es mayor que la de color blanco, mientras que en la segunda son iguales. Ahora bien, los alumnos de este grado no están en posibilidad de usar el razonamiento proporcional y por esta razón el problema se simplifica al considerar cantidades iguales de pintura rosa (un litro), esto permite comparar las cantidades de cada color en cada mezcla.

Es probable que ellos recurran a un gráfico parecido a éste:

Bote 1: Como hay menos pintura blanca que roja, el rosa es más fuerte.



Bote 2: Como hay igual cantidad de pintura blanca que roja, el rosa es más claro.

Es muy probable que los alumnos retomen algunos aspectos comentados durante la resolución de los problemas anteriores para resolver el tercero, pues en éste también se comparan entre sí dos fracciones que tienen el mismo denominador, además de compararlas con otra fracción diferente. Ellos podrían iniciar la solución relacionando $\frac{2}{4}$ con $\frac{3}{4}$ y definir fácilmente que de ellas la segunda fracción es mayor. Posteriormente, los alumnos podrían reconocer que 3 tazones de $\frac{1}{2}$ suman $\frac{3}{2}$ y que $\frac{3}{2}$ es equivalente con $\frac{6}{4}$; en consecuencia $\frac{6}{4}$ es mayor que $\frac{3}{4}$, ya que su numerador es mayor. Una manera directa de saber qué fracción es mayor es advertir que $\frac{3}{2}$ es mayor que la unidad y que tanto $\frac{2}{4}$ como $\frac{3}{4}$ son menores a uno.

La pregunta número 4 es muy directa y se pretende que al analizarla los alumnos usen el criterio de “lo que falta para completar el entero” como un recurso útil en la comparación de fracciones.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

37. Comparación de cantidades

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen diferentes recursos para comparar fracciones con distinto denominador.

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver los siguientes problemas.

1. Andrés y Guillermo realizan diariamente un recorrido por varias calles como entrenamiento para un maratón. Un día que estaban cansados, Andrés sólo aguantó $\frac{5}{8}$ del recorrido habitual, mientras que Guillermo aguantó $\frac{5}{10}$. ¿Quién de los dos aguantó más?

2. Se van a comprar tiras de madera del mismo largo para hacer tres marcos de puerta. El primer marco requiere $\frac{5}{6}$ de la tira, el segundo $\frac{5}{4}$ y el tercero $\frac{11}{8}$ de tira. ¿Cuál de los tres marcos necesita más madera?

3. Ordenen de mayor a menor los siguientes grupos de fracciones.

   a) $\frac{5}{8}, \frac{5}{6}, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{10}$

   b) $\frac{2}{6}, \frac{5}{6}, \frac{7}{6}, \frac{3}{6}, \frac{10}{6}$

   c) $\frac{7}{8}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}, \frac{5}{3}, \frac{6}{10}$

Consideraciones previas

Ahora se trata fundamentalmente de que los alumnos comparen dos o más fracciones que coinciden en alguna de las siguientes características: igual numerador, igual denominador o con numeradores y denominadores distintos. Evidentemente el tercer grupo presenta un mayor desafío para los alumnos.

Para el primer problema, los alumnos podrían argumentar que $\frac{5}{10}$ es menor, porque $\frac{1}{10}$ es menor que $\frac{1}{8}$, y aunque en los dos casos se toman cinco partes, los décimos son más pequeños, considerando, por supuesto, que las unidades de referencia son iguales.

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

Otro recurso que los alumnos podrían utilizar para llegar a la misma respuesta es relacionar cada fracción con un medio:

"$\frac{5}{10}$ representa la mitad del recorrido, porque el recorrido completo son $\frac{10}{10}$; en cambio $\frac{5}{8}$ es más de la mitad del recorrido, porque el recorrido completo son $\frac{8}{8}$".

Una forma de resolver el segundo problema es comparar primero $\frac{5}{6}$ y $\frac{5}{4}$, lo cual se puede hacer con el apoyo de alguna representación gráfica, sin embargo, la intención en este momento es que logren utilizar alguno de los siguientes criterios:

- $\frac{5}{4}$ es mayor que un entero, $\frac{5}{6}$ es menor que un entero, por lo tanto $\frac{5}{4}$ es mayor que $\frac{5}{6}$.
- Las dos fracciones tienen igual número de partes pero los cuartos son más grandes que los sextos, por lo tanto $\frac{5}{4}$ es mayor.

Tales afirmaciones pueden verificarse representando las fracciones gráficamente.

Como se trata de encontrar la fracción mayor, ahora se pueden comparar $\frac{5}{4}$ con $\frac{11}{8}$. Los alumnos no pueden utilizar el primer criterio, ya que las dos son mayores que uno, entonces tendrán que buscar otras estrategias; una de ellas es transformar $\frac{5}{4}$ en $\frac{10}{8}$, que ya se puede comparar fácilmente con $\frac{11}{8}$. Por todo lo anterior, el tercer marco requiere mayor cantidad de madera.

En el tercer problema se plantean claramente los tres casos: ordenar fracciones que tienen igual numerador, otras que tienen igual denominador y otras más con numeradores y denominadores diferentes. Se espera que los alumnos no tengan dificultad para ordenar los dos primeros grupos, pero seguramente requerirán ayuda para analizar el tercer grupo.

Con el trabajo realizado hasta ahora, se espera que los alumnos puedan darle significado a los números fraccionarios para hacer la comparación. Por ejemplo, que identifiquen en el grupo una sola fracción mayor que uno ($\frac{5}{3}$) y por lo tanto es mayor que todas las demás. Entre las que quedan hay una a la que le falta menos para completar la unidad ($\frac{7}{8}$), sólo le falta $\frac{1}{8}$, después está $\frac{5}{6}$ a la que sólo le falta $\frac{1}{6}$ para completar la unidad y finalmente, de las dos que quedan, una es $\frac{1}{2}$ y la otra un poco más que $\frac{1}{2}$. Este tipo de reflexiones son las que denotan que los alumnos realmente le están dando significado a los números fraccionarios. Este es el tipo de trabajo que hay que impulsar, en vez de la memorización de reglas.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¡Atajos con fracciones!

38. ¡Atajos con fracciones!

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen diversos recursos para sumar o restar mentalmente fracciones.

Consigna

De manera individual, resuelve mentalmente las siguientes operaciones; utiliza el procedimiento más breve posible. Escribe en la tabla los resultados y los procedimientos que utilizaste.

Cálculo	Resultado	Procedimiento
El doble de $\frac{1}{3}$		
El triple de $\frac{2}{7}$		
La mitad de $\frac{4}{5}$		
La mitad de $\frac{5}{6}$		
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$		
$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$		
$\frac{2}{3} + 1$		
$\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$		
$1 - \frac{3}{4}$		

Consideraciones previas

La intención de este Desafío es que los alumnos elaboren caminos cortos o atajos para resolver cálculos sencillos y usuales con números fraccionarios; por ejemplo, la mitad de $\frac{7}{15}$, $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ etcétera. En este momento **no se trata de aplicar los algoritmos convencionales, sino de construir procedimientos rápidos** y memorizar ciertos resultados que permitan a los alumnos resolver operaciones más complejas.

Para obtener el doble de $\frac{1}{3}$ es posible que los alumnos escriban $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ e intenten aplicar el algoritmo convencional para sumar dos fracciones con el mismo denominador. Si es así, es importante discutir otros caminos más cortos; finalmente, se espera que los alumnos adviertan que basta con duplicar el numerador para encontrar el resultado.

Para obtener la mitad de $\frac{4}{5}$ es muy probable que los alumnos infieran que basta con obtener la mitad del numerador, lo cual es correcto. Sin embargo, al intentar aplicar el mismo criterio para obtener la mitad de $\frac{5}{6}$,éste ya no funciona porque cinco no tiene mitad entera, entonces es necesario discutir otros caminos, como por ejemplo, obtener una fracción equivalente a $\frac{5}{6}$ pero con numerador par ($\frac{10}{12}$); posteriormente, sacar la mitad del numerador, obteniéndose finalmente $\frac{5}{12}$.

A partir de este análisis, se espera que los alumnos noten que un procedimiento más rápido consiste únicamente en duplicar el denominador.
En los casos de $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$, un camino rápido es utilizar equivalencias conocidas por los alumnos como $\frac{1}{2}-\frac{2}{4}$ y utilizarlas para obtener el resultado sumando únicamente los numeradores.

En el caso de $\frac{2}{3}+1$ es posible que los alumnos obtengan como resultado $1+\frac{2}{3}$ (número formado por los sumandos) o, bien, que utilicen la equivalencia conocida de que un entero es igual a $\frac{3}{3}$ los cuales, sumados con los $\frac{2}{3}$ del otro sumando resultan $\frac{5}{3}$.

En el último caso es importante que los alumnos identifiquen y memoricen ciertas fracciones que sumadas dan uno; por ejemplo, $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}$; entonces, si a un entero se le quitan $\frac{3}{4}$, rápidamente se deduce que queda $\frac{1}{4}$. Otra forma de proceder es utilizar el conocimiento previo de que un entero es igual a $\frac{4}{4}$ y si a éstos se le restan $\frac{3}{4}$, nuevamente se obtiene $\frac{1}{4}$.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

39. ¡Atajos con decimales!

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen diversos recursos para sumar o restar mentalmente números decimales.

Consigna

De manera individual, resuelve mentalmente las siguientes operaciones; utiliza el procedimiento más breve posible. Escribe en la tabla los resultados y los procedimientos que utilizaste.

Cálculo	Resultado	Procedimiento
El doble de 0.25		
El doble de 0.5		
La mitad de 2.6		
La mitad de 2.7		
0.25 + 0.75		
0.25 + 9.75		
0.20 + 0.30		
1 – 0.2		

Consideraciones previas

La intención de este Desafío es que los alumnos elaboren caminos cortos o atajos para resolver cálculos sencillos y usuales con números decimales; por ejemplo, la mitad de 4.6, el doble de 0.28, 10 – 1.50, etc. En este momento no se trata de que apliquen los algoritmos convencionales, sino de que construyan procedimientos rápidos y memoricen ciertos resultados que les permitan resolver operaciones más complejas.

Para calcular dobles y mitades de decimales es posible que los alumnos utilicen procedimientos que se apoyan en la descomposición de los números, buscar sus mitades o dobles y luego sumarlas. Por ejemplo, en el caso de obtener el doble de 0.25, es muy probable que los alumnos consideren el doble de 0.20 y el doble de 0.05 y luego sumarlos: 0.40 + 0.10 = 0.50; o, simplemente, duplicar 25 y agregar el punto decimal, por tratarse de décimos.

En el caso de la mitad de 2.6 se podría pensar así: 1.3 + 1.3 = 2.6 o calcular la mitad de 2 más la mitad de 0.6, es decir, 1 + 0.3; sin embargo, al intentar aplicar el mismo criterio para obtener la mitad de 2.7 ya no funciona; en este caso, se tendrían que convertir los siete décimos a centésimos y luego aplicar el mismo criterio; es decir, calcular la mitad de 2 más la mitad de 0.70 con lo que resulta 1 + 0.35 = 1.35.

En los otros casos, la intención es que los alumnos identifiquen y memoricen ciertos decimales que sumados dan diez, uno o la mitad de uno. Ejemplos: 0.25 + 9.75 =10, 0.5 + 0.5 = 1, 0.25 + 0.75 = 1, 0.20 + 0.30 = 0.50 También es importante que identifiquen y memoricen que un entero es igual a 10 décimos o 100 centésimos; por ejemplo, si a un entero se le quitan dos décimos (0.2), rápidamente se deduce que quedan ocho décimos (0.8).

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

40. Los botones

Intención didáctica

Que los alumnos adviertan que en una división el residuo es igual al dividendo (D) menos el producto del divisor (d) por el cociente (c): (r = D – d xc).

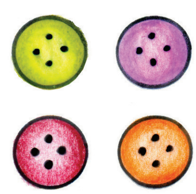
Consigna

En parejas, realicen lo que se indica a continuación:
Por las tardes, Sonia le ayuda a su mamá a empacar botones en bolsitas. Para ello, todos los días anota cuántas bolsitas de 8 piezas puede armar.

1. Completen las anotaciones de Sonia.

Cantidad de botones	Cantidad de bolsitas	Cantidad de botones que sobran
39	4	
84	10	
125	15	
222	20	
364	34	
387	38	
450	45	

2. Escriban cómo determinaron la cantidad de botones que sobran encada caso.



Consideraciones previas

Este trabajo se inició en el Bloque 1 donde los alumnos analizan las relaciones entre los elementos de la división.

No se trata de que los alumnos escriban la expresión $r = D - d \times c$, ni tampoco de que se les enseñe esta relación, sino de que identifiquen cómo se relaciona el residuo con los demás elementos, es decir, por qué se cumple que si se conocen el dividendo, el cociente y el divisor, se puede obtener el residuo restando al dividendo el producto del divisor y el cociente.

Al completar la tabla, se espera que los alumnos descubran que el residuo se puede obtener a partir de relacionar dividendo, divisor y cociente; por ejemplo, para determinar la cantidad de botones que sobran (residuo) de un total de 84 botones (dividendo), basta con multiplicar la cantidad de botones en cada bolsita (divisor) por la cantidad de bolsitas (cociente) y el resultado restarlo al dividendo; es decir: $r = 84 - 8 \times 10 = 4$.

Es probable que algunos alumnos no traten de buscar estas relaciones y que para obtener el residuo hagan las divisiones correspondientes. Si esto ocurre, se les puede plantear la pregunta: ¿cómo se puede obtener el residuo a partir de dividendo, divisor y cociente, sin hacer la división?

Con este cuestionamiento, es probable que traten de buscar las relaciones entre los elementos y puedan concluir que el residuo es igual al dividendo menos el producto del divisor por el cociente.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

41. Con la calculadora

Intención didáctica

Que los alumnos determinen cómo obtener el residuo entero a partir de una división resuelta con calculadora.

ANTES

Antes de iniciar la actividad, asegúrese de que los alumnos cuentan con:

- Calculadora.

Consigna

En parejas, analicen la siguiente información y hagan lo que se pide:

En una panadería se empaca pan en recipientes de 24 piezas. La persona responsable de llevar el control tiene que registrar la cantidad de piezas producidas, la cantidad de recipientes que se obtienen y el número de piezas sobrantes.

Completen la siguiente tabla utilizando la calculadora:

Piezas de pan producidas	Número en la pantalla de la calculadora	Recipientes que se obtienen	Piezas de pan que sobran
246	10.25	10	6
276	11.5		
282	11.75		
291		12	
309			
315			

Consideraciones previas

El Desafío de esta actividad es que a partir del cociente que resulta de hacer las divisiones utilizando la calculadora, los alumnos determinen el residuo, ya que en todos los casos se obtiene un número decimal.

Seguramente los alumnos interpretarán sin dificultad que del número que aparece en la pantalla, la parte entera corresponde a la cantidad de recipientes que se llenan con 24 piezas de pan. Para calcular las piezas sobrantes pueden utilizar lo visto en la sesión anterior y multiplicar el divisor por la parte entera del cociente, y después restar este resultado al dividendo. Por ejemplo:

Si se elaboran 282 piezas de pan: $282 \div 24 = 11.75$ resultado obtenido en la calculadora

$$24 \times 11 = 264$$
$$282 - 264 = 18$$

Por lo tanto, .75 equivale a 18 piezas de pan

Aun cuando la intención de la sesión es que los alumnos apliquen la relación $r = D - d \times c$, es posible que surjan procedimientos de orden diferente, como interpretar la parte decimal del resultado de la calculadora, por ejemplo:

$11.5 = 11\frac{1}{2}$ ← .5 es la mitad del total de panes de un recipiente, esto es, la mitad de 24 es 12 panes.

Si bien este razonamiento es correcto, probablemente para algunos alumnos no resulte tan fácil y práctico calcular $\frac{125}{1000}$ de 24 (291 piezas ÷ 24 = 12.125) o $\frac{875}{1000}$ de 24 (309 piezas ÷ 24 = 12.875) y decidan utilizar el primer procedimiento para esos casos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

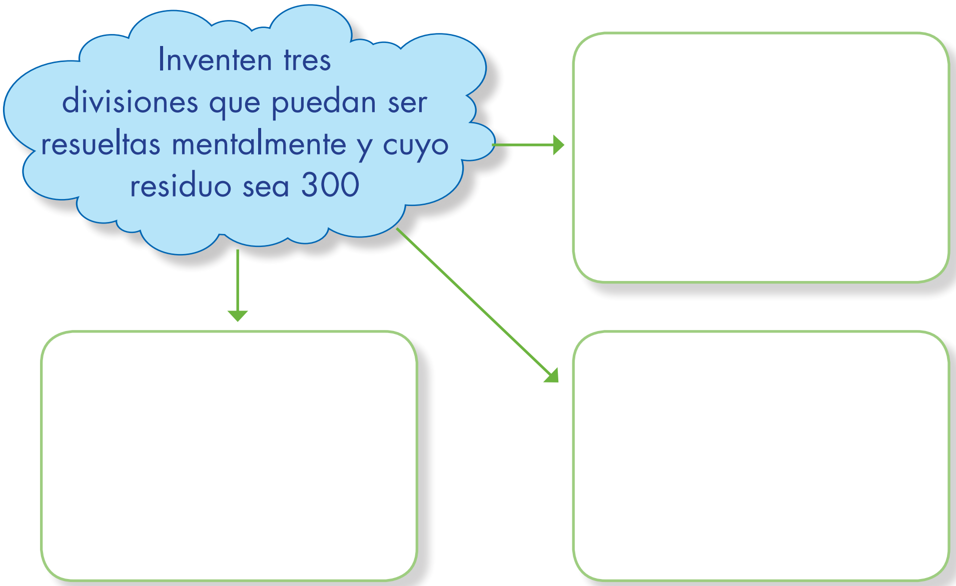
42. Con lo que te queda

Intención didáctica

Que los alumnos apliquen las relaciones entre los términos de la división al proponer divisiones que cumplan con la condición de un residuo predeterminado.

Consigna

Reúnete con un compañero para resolver este reto:



¿Se pueden escribir más divisiones con estas condiciones?

____

¿Cuáles?

____

¿Cuántas divisiones se pueden escribir?

____

¿Por qué?

____

Consideraciones previas

A simple vista, el reto puede parecer fácil, no obstante, para resolverlo los alumnos necesitan aplicar las relaciones que existen entre los diferentes términos de la división, que hasta este momento se han estudiado y analizado. Es probable que los alumnos inicien probando azarosamente varios números. Por ejemplo decir: "Si divido 500 ÷ 2 toca a 100 y sobran 300" o "puedo dividir 400 ÷ 1, para que me den 100 y sobran 300", "divido 600 ÷ 2, toca 150 y me sobran 300", etc.

Evidentemente, estas respuestas sólo responden al hecho de plantear una división donde el residuo sea 300; sin embargo, ninguna de ellas toma en cuenta que el residuo siempre tiene que ser menor que el divisor, pues si es igual o mayor, alcanza para hacer otros agrupamientos de la misma cantidad que indica el divisor. Es decir, que las opciones arriba señaladas muestran que los alumnos no han comprendido la relación entre los elementos de la división.

Así, con el primer par de preguntas se pretende que los alumnos exploren si hay otras posibles respuestas, y de alguna forma promover que ellos comprueben si el razonamiento y el procedimiento que utilizaron para escribir una división, sirve para escribir otras. Esto es, que pongan a prueba su procedimiento.

Un aspecto importante que puede surgir entre el grupo es observar que a partir de una división correcta pueden obtener otras, por ejemplo, si cada vez le suman el valor del divisor al dividendo:

División	Cociente	Residuo
700 ÷ 400	1	300
1100 ÷ 400 (700 + 400 = 1100)	2	300
1500 ÷ 400 (1100 + 400 = 1500)	3	300

Planteamiento	Cociente	Residuo
601 ÷ 301	1	300
902 ÷ 301 (601 + 301 = 902)	2	300
1203 ÷ 301 (902 + 301 = 1203)	3	300

Al hacerlo se obtienen cocientes sucesivos: 1, 2, 3,... y el residuo se mantiene (300).

Otra posibilidad que puede surgir es que sumen al dividendo y al divisor el residuo de la primera para obtener divisiones con un mismo cociente y residuo 300. Por ejemplo:

División	Cociente	Residuo
700 ÷ 400	1	300
1000 ÷ 700	1	300
1300 ÷ 1000	1	300

La segunda pregunta va relacionada con este razonamiento; es muy probable que ellos logren darse cuenta que las posibilidades son muchas, todas en las que el divisor sea mayor que el residuo, y que la persona que las resuelva pueda hacerlo mentalmente.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

43. ¿Cómo es?

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen sobre las propiedades de algunos cuerpos geométricos, al tener que construirlos.

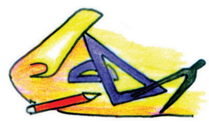
ANTES

Antes de iniciar la actividad tenga preparado el siguiente material:

- Tarjetas con la descripción de los cuerpos geométricos (Ver indicaciones previas)
- Diversos materiales para que los alumnos puedan construir los cuerpos geométricos.

Consigna

Van a trabajar en equipos, cada equipo recibirá una tarjeta con la descripción de un cuerpo geométrico, la tarea consiste en construir ese cuerpo, eligiendo de los materiales que hay sobre la mesa los que les parezcan adecuados.



Consideraciones previas

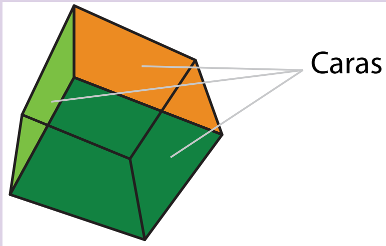
Es importante que prepare las tarjetas con las descripciones de los cuerpos geométricos para dar una a cada equipo. Asimismo, prever que cuenten con materiales diversos para construir el cuerpo designado, como plastilina, barras de jabón, popotes, palos de madera, palillos, hojas de foami, etc., de manera que ellos puedan seleccionar los más convenientes.

Una vez que la mayoría de los equipos haya construido el cuerpo geométrico que les tocó, hay que elegir algunos para que lean ante el grupo la descripción y presenten el cuerpo construido. Se trata de que colectivamente analicen la correspondencia entre lo que se quiso hacer y lo que se hizo.

Para realizar la actividad se sugiere organizar al grupo en siete equipos y repartir una tarjeta a cada uno (ver anexo). En las tarjetas se han incluido descripciones de cuerpos geométricos o sólidos con todas las caras planas, también llamados poliedros, como las pirámides, los prismas y el cubo; cuerpos de caras curvas como la esfera; y cuerpos que tienen caras planas y curvas como el cilindro, el cono y la semiesfera. Para el caso de las aristas, hay cuerpos sin aristas, con todas las aristas rectas o con todas las aristas curvas.

Vámonos entendiendo...

En un cuerpo geométrico, se le llama ***cara*** a cada una de las superficies que lo forman.



Las descripciones hacen referencia a los siguientes cuerpos:

- **Cubo**: *Sus 6 caras son planas, todas cuadradas y del mismo tamaño. Todas sus aristas son rectas.*

- **Prisma**: *Todas sus caras son planas, algunas son siempre rectangulares. Tiene dos caras iguales entre sí, que pueden ser diferentes a un rectángulo. Todas sus aristas son rectas.*

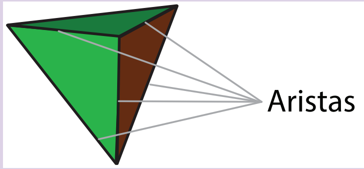
  Ésta es una descripción generalizada para todos los prismas. El número de caras y vértices no se puede especificar, pues varía de acuerdo al número de lados de la base, que a su vez, determina el nombre del mismo. En este caso, los alumnos podrían construir cualquier prisma. Es importante que en la puesta en común se les cuestione si el sólido construido es la única respuesta que se ajusta a la descripción de la tarjeta y de haber otras, cuáles serían.

- **Pirámide**: *Todas sus caras son planas, algunas son siempre triangulares. Tiene una cara que puede ser diferente a un triángulo. Todas sus aristas son rectas.*

  Al igual que en el caso de los prismas, la descripción que se incluye en esta tarjeta es aplicable a todas las pirámides, por lo que también se puede esperar que los alumnos construyan cualquier pirámide. Además de cuestionarlos acerca de las posibilidades que tuvieron para responder y ajustarse a la descripción, es importante que se haga énfasis en las propiedades de estos cuerpos; mismas que las diferencian de los primas, como el número de bases, la forma de sus caras laterales y el número de vértices.

Vámonos entendiendo...

En un cuerpo geométrico, se le llama ***arista*** a la línea que resulta de la intersección de dos superficies, también llamadas caras.

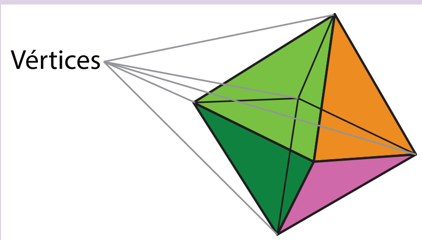


- **Esfera:** Su única cara es curva. No tiene aristas.

Esta descripción también hace alusión al cuerpo geométrico llamado toro, que es aquel que tiene la forma similar a una dona, rosca o un salvavidas:

Vámonos entendiendo...

En geometría, ***vértice*** es el punto donde dos o más líneas se encuentran.



Una forma de acercar a los alumnos a este sólido consiste en preguntarles si conocen algún cuerpo que sea diferente a una esfera y tenga estas mismas características; posteriormente presentar algún ejemplo y analizarlo, para establecer la propiedad que determina la diferencia entre ambos cuerpos.

- **Cono:** Tiene una cara plana circular y una cara curva. Su única arista es curva. Tiene un vértice.
- **Cilindro:** Tiene dos caras planas circulares y una cara curva. Todas sus aristas son curvas.
- **Semiesfera:** Tiene una cara plana de forma circular y una cara curva. Su única arista es curva. No tiene vértices.

Aún cuando en otros grados los alumnos han tenido acercamiento con los diferentes cuerpos geométricos, podría darse el caso que desconocieran sus nombres. Es válido que ellos utilicen palabras como “barquillo” para nombrar al cono, “pelota” o “bola” para nombrar la esfera, “dado” para el cubo; o inclusive que usen “picos” u “orillas” para referirse a los vértices y las aristas. Si esto sucede, el docente puede apoyarlos mencionando los términos correctos. Es probable que también haya confusión entre caras, aristas y vértices, principalmente entre los dos últimos, es importante hacer los comentarios necesarios para tener claros dichos conceptos.

Si los equipos quedaran integrados con más de cinco alumnos, es conveniente aumentar el número de equipos, de tal forma que cada tarjeta le corresponda a dos equipos; esto enriquecería la discusión en la puesta en común, ya que permitiría observar diferentes interpretaciones y resultados. Es conveniente que sean los alumnos quienes evalúen si los cuerpos construidos cumplen con las características mencionadas.

Los cuerpos construidos en esta sesión son materiales necesarios para desarrollar el siguiente Desafío.

Tarjetas con la descripción de los cuerpos geométricos.

Tiene dos caras planas circulares y una cara curva. Todas sus aristas son curvas.

Todas sus caras son planas, algunas son siempre triangulares. Tiene una cara que puede ser diferente a un triángulo. Todas sus aristas son rectas.

Su única cara es curva. No tiene aristas.

Tiene una cara plana de forma circular y una cara curva. Su única arista es curva. No tiene vértices.

Sus 6 caras son planas, todas cuadradas y del mismo tamaño. Todas sus aristas son rectas.

Tiene una cara plana circular, y una cara curva. Su única arista es curva. Tiene un vértice.

Todas sus caras son planas, algunas son siempre rectangulares. Tiene dos caras iguales entre sí, que pueden ser diferentes a un rectángulo. Todas sus aristas son rectas.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

44. ¿Todos o algunos?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen el número de caras, aristas y vértices de cuerpos geométricos y que los clasifiquen utilizando "todos" y "algunos" en relación con ciertas propiedades.

Consigna 1

Reúnete con un compañero para realizar las siguientes actividades, utilizando los cuerpos construidos en el Desafío anterior.

En los casos de la pirámide y el prisma, terminen de escribir sus nombres de acuerdo con la forma que tienen sus bases.

Completen la siguiente tabla.

Nombre del cuerpo	Número total de caras	Número de caras planas	Número total de aristas	Número de aristas curvas	Número de vértices
Cilindro					
Cono					
Cubo					
Esfera					
Pirámide ________					
Prisma ________					
Semiesfera					
Toro (dona)					

Consigna 2

Con su compañero contesten las siguientes preguntas, con base en la información que anotaron en la tabla anterior.

a) ¿Cuáles cuerpos tienen todas sus caras planas?

____

b) ¿Cuáles cuerpos tienen algunas caras planas?

____

c) ¿Cuáles cuerpos no tienen caras planas?

____

d) ¿Cuáles cuerpos tienen todas sus caras curvas?

____

e) ¿Cuáles cuerpos tienen algunas aristas rectas?

____

f) ¿Cuáles cuerpos tienen todas sus aristas curvas?

____

Consideraciones previas

En el Desafío anterior los alumnos construyeron cuerpos geométricos para estudiar algunas propiedades, ahora se trata de seguir manipulando estos cuerpos para contar las caras, aristas y vértices. Se incluye una columna con el número de caras planas y otra con el número de aristas curvas, dado que estas características son objeto de estudio. Los cuerpos considerados fueron seleccionados con la finalidad de reflexionar en torno a las nociones de "cara", "cara plana", "cara curva", "arista", "arista recta", "arista curva" y "vértice". Así tenemos cuerpos con varios vértices (por ejemplo el prisma), hasta cuerpos que no tienen vértices (como la semiesfera y el cilindro); cuerpos sin aristas (como la esfera) y otros con aristas únicamente curvas (como el cilindro); cuerpos con caras planas (como la pirámide) y otros con caras curvas (como la esfera). Antes de advertir el número de estos elementos en los cuerpos geométricos seleccionados, es importante discutir para que queden claras en todos los alumnos las nociones correspondientes.

Para los casos de la pirámide y del prisma, los números de caras, aristas y vértices dependen del número de lados que tengan las bases. Los alumnos deben anotar el nombre del prisma o de la pirámide en la tabla o simplemente decir "cuya base tiene n lados".

La segunda actividad tiene la finalidad de que los alumnos agrupen los cuerpos estudiados según las caras (planas o curvas) y las aristas (rectas y curvas). Es importante el uso adecuado de las palabras "todos" y "algunos". Por ejemplo: el cubo, la pirámide y el prisma tienen todas sus caras planas y el cilindro sólo tiene dos caras planas, ya que también tiene una cara curva.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

45. ¡Manotazo!

Intención didáctica

Que los alumnos asocien características geométricas con el sólido al que corresponden.

ANTES

Antes de iniciar la actividad solicite a los alumnos tener preparado el siguiente material:

- 16 tarjetas para cada uno de los equipos; 8 con la descripción de los cuerpos geométricos y las otras 8 con los nombres de esos cuerpos.

Consigna

Reúnete con dos compañeros para jugar ¡Manotazo! Las reglas son las siguientes.

- Cada equipo dispone de un juego de 16 cartas, ocho contienen una descripción de un cuerpo geométrico y las otras ocho los nombres de esos cuerpos. Uno de los jugadores tendrá las cartas con descripciones. Las que tienen nombre se colocan al centro con el nombre hacia arriba.
- El jugador que tiene las cartas lee en voz alta las características de uno de los cuerpos geométricos, mientras los otros dos jugadores escuchan y tratan de averiguar a cuál cuerpo corresponden.
- El juego consiste en tomar antes que el contrincante, la carta correcta. Si la carta seleccionada no es la correcta, se regresa al lugar donde se encontraba.
- El jugador que consiga más cartas es el ganador.

Consideraciones previas

Se sugiere que sean los integrantes de cada equipo quienes elijan a la persona que leerá las descripciones; la actividad puede repetirse cambiando el rol de los participantes.

Los alumnos estudiaron en sesiones anteriores algunas propiedades de diferentes cuerpos geométricos, relacionadas con sus caras, aristas y vértices. Con esta actividad se pretende que ellos centren su atención en las figuras que constituyen las caras de algunos de esos cuerpos.

El juego representa un reto para los alumnos, ya que no tienen referentes físicos o gráficos a la vista; por lo que al escuchar las características, cada jugador debe imaginar el sólido que cumpla con ellas, relacionarlo con su nombre y ser más rápido que el contrincante para ganar la tarjeta correspondiente.

Son ocho los cuerpos incluidos en el juego; cada uno puede ser relacionado únicamente con una descripción:

- Sus caras laterales son rectángulos y sus bases son triángulos: **Prisma triangular**.
- Sus caras laterales son rectángulos y sus bases son pentágonos: **Prisma pentagonal**.
- Sus caras laterales son triángulos y su base es hexagonal: **Pirámide hexagonal**.
- Sus caras laterales son triángulos y su base es un cuadrado: **Pirámide cuadrangular**.
- Todas sus caras son cuadradas: **Cubo**.
- Su única cara plana es circular: **Cono**.
- Todas sus caras planas son circulares: **Cilindro**.
- Su única cara es curva: **Esfera**

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

46. ¿Cómo llego?

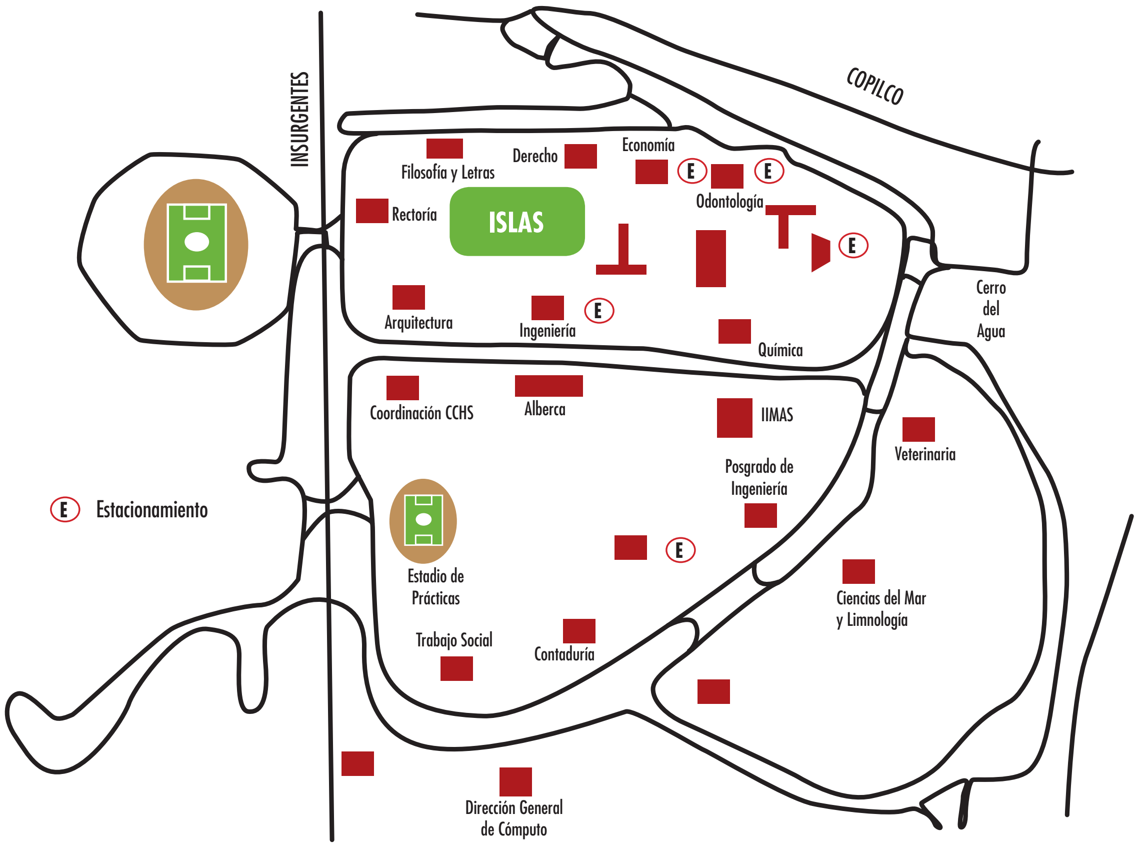
Intención didáctica

Que los alumnos describan el camino para llegar de un punto a otro tomando en cuenta puntos que sirvan de referencia y determinen cuál es la ruta más corta.

Consigna

En equipos, analicen la siguiente información y realicen lo que se solicita.

El croquis que aparece abajo muestra una parte de la Ciudad Universitaria que se localiza en la ciudad de México. Organizados en parejas describan una ruta para ir de Filosofía y Letras a Contaduría.



Consideraciones previas

Los alumnos deben acostumbrarse a leer cualquier tipo de croquis o mapa, no sólo el de su comunidad. Ya desde el primer bloque se pide que identifique lugares y marque rutas.
El croquis que aquí se presenta es fácil de interpretar pues muestra bien definidas las rutas que pueden seguirse para llegar al punto señalado. Lo importante aquí es que se identifiquen los puntos que sirven de referencia.

Por ejemplo, se puede decir que se camine de Filosofía y Letras hacia Insurgentes y al llegar ahí dar vuelta hacia la izquierda y caminar por Insurgentes, pasar Rectoría, seguir por Insurgentes y pasar frente a la Coordinación de CCH, después frente al estadio de prácticas, sobre el circuito de la izquierda pasar frente a Trabajo Social y enseguida está Contaduría.

Al término de la actividad se pueden elegir dos rutas diferentes que hayan propuesto para llegar al lugar indicado y preguntar al grupo cuál consideran que es más corta y cómo podrían verificar su respuesta.

Seguramente surgirá la opción de medir con un cordón, hilo, etc. la distancia entre ambos puntos al seguir por cada ruta propuesta.

La actividad se puede reforzar solicitando a los alumnos que describan rutas utilizando mapas de su localidad. En la página *http://www.travelbymexico.com/mapas/index.php* se puede tener acceso a diversos mapas de ciudades y regiones de México.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

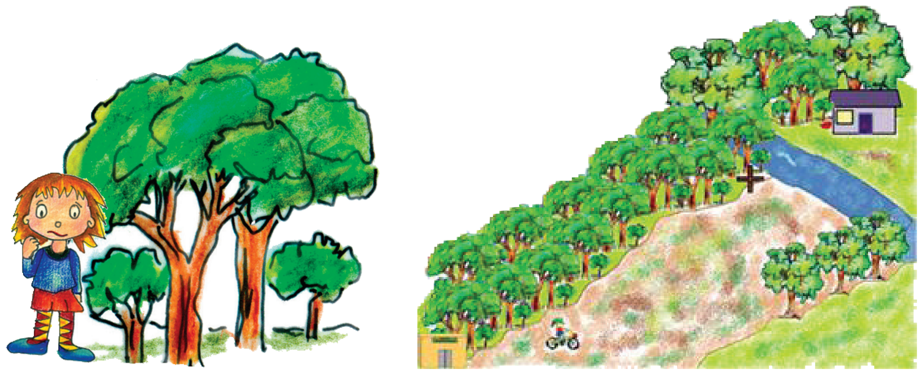
47. ¿Dime cómo llegar?

Intención didáctica

Que los alumnos determinen qué referencias son importantes para incluir en un croquis para indicar la forma de ir de un lugar a otro en la comunidad donde vivan.

Consigna

Reunidos en equipo elijan un lugar cualquiera de su comunidad, hagan un croquis y describan la ruta a seguir para ir de la escuela hasta el lugar elegido. Por ejemplo:



Sales de la escuela y subes el cerro hasta donde está la Cruz, ahí cruzas el río y del otro lado

Consideraciones previas

Al igual que en la actividad del desafío anterior, en ésta los alumnos describen rutas para llegar de un lugar a otro, sólo que también tendrán que elaborar el croquis, lo cual dificulta más la actividad.

No se les deben pedir descripciones ni croquis muy detallados, simplemente que tengan las referencias que son importantes para llegar al lugar señalado.

Antes de dejar abierta la actividad a que ellos elijan el lugar al que señalen llegar, se les puede indicar un lugar que todos o la mayoría conozca y que no quede muy lejos de su escuela, con la finalidad de comparar las descripciones de rutas, determinar cuál es la más corta, cuál incluye información que no es necesaria, cuál no tiene la información suficiente, cuál resultó muy larga, qué croquis no coincide con la descripción, etc.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cómo llegamos al Zócalo?

48. ¿Cómo llegamos al Zócalo?

Intención didáctica

Que los alumnos describan, a partir de un mapa de la red de transporte Metro, diferentes rutas para llegar a un lugar determinado y adviertan cuál es más pertinente de seguir.

Consigna

Organízate en equipos de tres o cuatro integrantes y realicen lo que se indica a continuación.

Sandra y Rocío quedaron de verse el próximo jueves en el Zócalo de la ciudad de México, junto al asta bandera. Ambas decidieron que era más fácil transportarse usando el Metro. Rocío vive cerca de la estación Ferrería de la Línea 6, Sandra vive cerca de la estación Copilco de la Línea 3, y ambas deben llegar a la estación Zócalo de la Línea 2.

Utilicen el mapa de la Red del Sistema de Transporte Colectivo (Metro) de la Ciudad de México, para describir la ruta que más les conviene seguir a cada una para llegar a su cita. Después expliquen por qué creen que es la más conveniente.

La ruta más conveniente para Sandra:

____

¿Por qué?

____

____

La ruta más conveniente para Rocío:

____

¿Por qué?

____

____


B
Ciudad Azteca
Plaza Aragon
Olimpica
Ecatepec
M. Muzquiz
Rio de los Remedios
Impulsora
Nezahualcoyotl
Villa de Aragon
Bosque de Aragon
Deportivo Oceania
Oceania
5
Politecnico
Instituto del Petroleo
Autobuses del Norte
La Raza
Misterios
Valle Gomez
Consulado
Eduardo Molina
Aragon
Terminal Aerea
Hangares
3
Indios Verdes
Deportivo 18 de Marzo
Potrero
Tlatelolco
Guerrero
Hidalgo
Juarez
Balderas
Niños Heroes
Hospital General
Centro Medico
Etiopia
Eugenia
Division del Norte
Zapata
Coyoacan
Viveros
M. A. De Quevedo
Copilco
Universidad
3
6
7
El Rosario
Tezozomoc
Ferreria
Azcapotzalco
Norte 45
Vallejo
Lindavista
La Villa - Basilica
4
6
Martin Carrera
Aquiles Serdan
Camarones
San Joaquin
Polanco
Auditorio
Constituyentes
9
Tacubaya
San Pedro de los Pinos
San Antonio
Mixcoac
Barranca del Muerto
7
2
Panteones
Cuatro Caminos
Cuitlahuac
Popotla
Colegio Militar
Normal
San Cosme
Revolucion
Bellas Artes
Allende
Zocalo
Pino Suarez
San Antonio Abad
Chabacano
Viaducta
Xola
Villa de Cortes
Nativitas
Portales
Ermita
General Anaya
Tasqueña
2
B
Buenavista
Lagunilla
Garibaldi
Tepito
Morelos
San Lazaro
R. Flores Magon
R. Rubio
8
San Juan de Letran
Salto del Agua
Doctores
Obrera
La Viga
Santa Anita
Coyuya
Iztacalco
Apatlaco
Aculco
Escuadron 201
Atlalilco
Iztapalapa
UAM 1
C de la Estrella
Constitucion de 1917
8
Talisman
Bondojito
Canal del Norte
Candelaria
Fray Servando
Jamaica
4
Insurgentes
Cuauhtemoc
Isabel la Catolica
Merced
Moctezuma
Balbuena
Blvd. Pto. Aereo
Gomez Farias
Zaragoza
Sevilla
Chapultepec
Juanacatlan
1
Observatorio
Chilpancingo
Patriotismo
Lazaro Cardenas
Mixiuhca
Velodromo
Puebla
Ciudad Deportiva
1
5
9
A
Pantitlan
Agricola Oriental
Canal de San Juan
Tepalcates
Guelatao
Peñon Viejo
Acatitla
Santa Marta
Los Reyes
La Paz
A

Consideraciones previas

Este mapa no representa una comunidad o una ciudad; en él no se observan símbolos que hacen alusión a calles, edificios, objetos o sitios de interés. Éste es un mapa de rutas definidas, en su mayoría subterráneas, que forman la red del sistema de transporte de la ciudad de México conocido como Metro. Aunque muchos alumnos no tengan la oportunidad de conocer personalmente este sistema de transporte, es importante que sepan interpretar cualquier tipo de mapa. Si se considera necesario, habría que platicar antes con ellos acerca de este medio de transporte.

La tarea fundamental de los alumnos consiste en interpretarlo y construir rutas a partir de las ya establecidas en la red. Por otra parte, también deberán valorar entre las rutas construidas las que consideran más convenientes para llegar de las estaciones Ferrería y Copilco a la estación Zócalo. Esto implica que consideren cuál es la trayectoria de la ruta a la que pertenece cada estación y cuáles son las estaciones en las que pueden cambiar de ruta. Es muy probable que el criterio que ellos establezcan para definir la ruta más conveniente sea, precisamente, buscar la que tenga menos estaciones y menos cambios, conexiones o trasbordos.

Otra diferencia respecto a otros mapas, es que para orientar su trayectoria, los alumnos necesitan hacer referencia no de los puntos cardinales, sino de las estaciones terminales de las rutas que van tomando. Esto hace que las descripciones que los alumnos desarrollen sean más detalladas porque requieren mucha información: "Avanza por la línea 6 en dirección a Martín Carrera y baja en la estación Deportivo 18 de marzo, para cambiar a la Línea 3 en dirección a Universidad; avanzar hasta la estación Hidalgo…"

Si se cree necesario, se puede propiciar un espacio de discusión grupal para que los alumnos expongan sus dudas y descubrimientos acerca del mapa o del sistema del funcionamiento y uso de este transporte. En la página *http://www.metro.df.gob.mx/index.html* se puede encontrar información sobre el funcionamiento, las rutas o líneas y las estaciones que integran la red.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

49. La ruta de los cerros

La ruta de los cerros

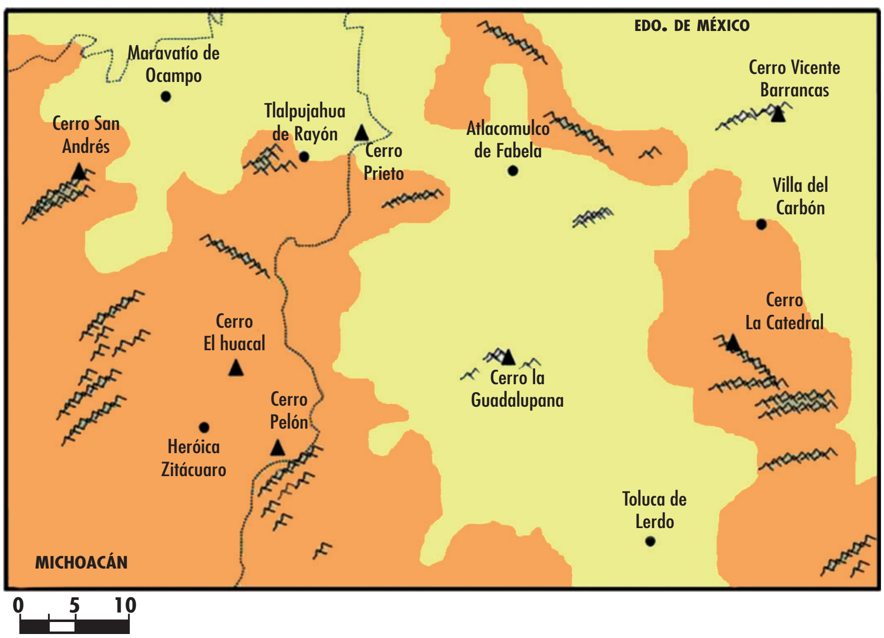
Intención didáctica

Que los alumnos describan rutas en las que se recorre una distancia determinada, después de interpretar la escala gráfica de un mapa.

Consigna

Organízate con dos compañeros más para participar y ganar La Ruta de los Cerros:

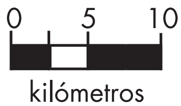
- Todos los equipos deben iniciar su recorrido en el cerro La Guadalupana y terminarlo en el cerro Prieto.
- El desafío consiste en describir una ruta que incluya a cinco de los siete cerros que se observan en el mapa y con la que se recorra la mayor cantidad de kilómetros posible.



Consideraciones previas

Al desarrollar esta actividad los alumnos enfrentan varios retos: a) interpretar la escala gráfica del mapa, b) utilizar la escala para calcular distancias; c) determinar la ruta más larga que se pueda formar con cinco de las distancias calculadas.

La escala de un mapa se define como la relación que existe entre una distancia medida sobre el mapa y la distancia real que le corresponde sobre la superficie terrestre. En este caso las distancias están representadas gráficamente:



Se espera que los alumnos logren interpretar que una distancia equivalente al segmento que va de 0 a 10 equivale a 10 kilómetros de distancia real, la mitad equivale a 5 km, la cuarta parte a 2.5 km. Si se cree necesario, se puede propiciar un espacio de discusión grupal para que los alumnos expongan sus dudas y descubrimientos acerca del significado del gráfico de la escala, antes de calcular las distancias.

Los alumnos pueden poner en prácticas algunas de estas estrategias para calcular las distancias que existen entre los cerros:

- Tomar en cuenta todos los segmentos, marcarlos en algún objeto (papel, lápiz, cordel, etc,) e iterar las marcas alternadamente tantas veces como sea necesario para recorrer toda la distancia que se mide.
- Tomar en cuenta solamente uno de los segmentos, marcarlo en algún objeto (papel, lápiz, cordel, etc,) e iterar la marca tantas veces como sea necesario para recorrer toda la distancia que se mide.
- Calcular a cuántos kilómetros equivale un centímetro del mapa y utilizar una regla graduada para medir las distancias.

Es importante considerar que los resultados de las mediciones pueden ser ligeramente diferentes debido a los instrumentos que los alumnos utilizaron o por los puntos que tomaron como referencia para calcular las distancias.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Divido figuras

50. Divido figuras

Intención didáctica

Que los alumnos deduzcan la fórmula para calcular el área del triángulo mediante la descomposición de un rectángulo.

ANTES

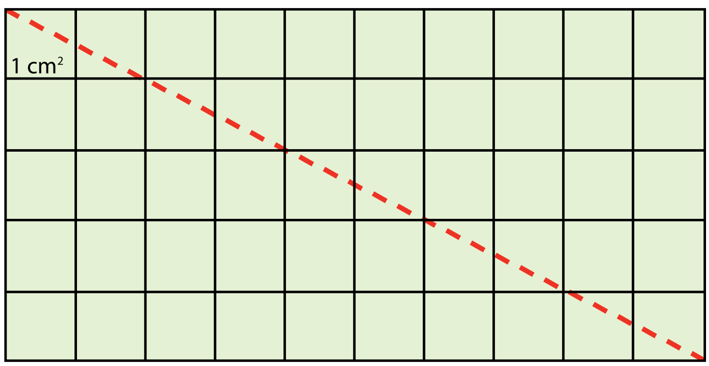
Antes de llevar a cabo las actividades asegúrese de que los equipos cuentan con:

- Los dos rectángulos del material recortable
- Tijeras.
- Lápiz

Consigna

En parejas, realicen las actividades que se indican a continuación. Para ello, usen el material recortable del material del alumno.

1. En uno de los rectángulos tracen una diagonal como se muestra enseguida y recorten sobre ella. Luego, respondan las siguientes preguntas:



a) ¿Cuál es el área del rectángulo?

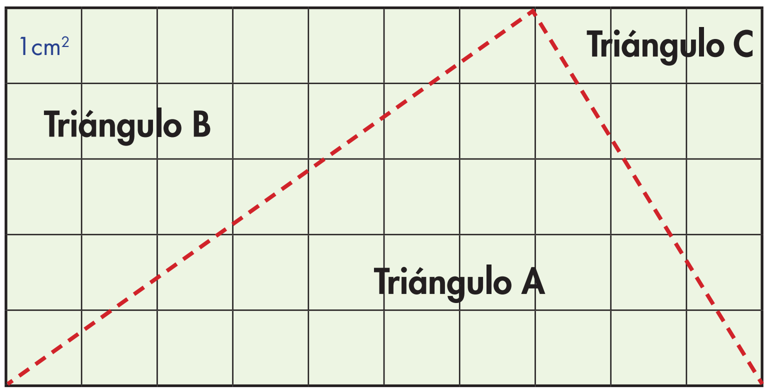
b) Superpongan los triángulos obtenidos. ¿Cómo son?

c) ¿Cuál es el área de cada uno?

d) Si el área del rectángulo se obtiene multiplicando la base por la altura (b x h), ¿cómo se obtiene el área de un triángulo?

2. En el segundo rectángulo tracen dos rectas como lo indica la siguiente figura y recorten.

   Superpongan los triángulos y determinen el área de cada uno de ellos.



Área del triángulo A

Área del triángulo B

Área del triángulo C

Consideraciones previas

La intención de las actividades es que los alumnos infieran una fórmula para calcular el área del triángulo; es decir, que deduzcan que, para calcular el área del triángulo, se puede multiplicar la medida de la base por la medida de la altura y dividir el resultado entre dos.

En el primer caso, se espera que los alumnos infieran que el área de cada triángulo es la mitad del área del rectángulo; por lo tanto, si para obtener el área del rectángulo se utiliza b x h, para obtener el área de cualquiera de los dos triángulos, la fórmula es:

$$\boxed{\frac{b \times h}{2}}$$

En el segundo caso, se espera que a través de la yuxtaposición y superposición de los triángulos, los alumnos infieran cómo calcular el área de cada triángulo.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Qué es lo que cambia?

51. ¿Qué es lo que cambia?

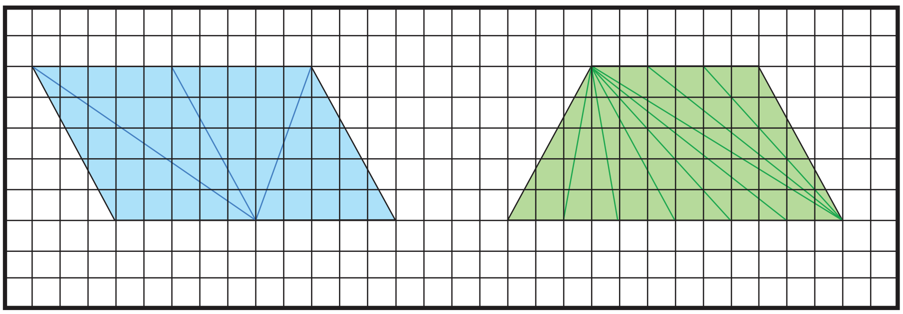
Intención didáctica

Que los alumnos encuentren la relación entre el área y las medidas de base y altura en triángulos diversos, manteniendo dichas medidas constantes.

Consigna

En parejas, realicen las actividades que se indican a continuación.

Las siguientes figuras están subdivididas en triángulos. Calculen el área de cada triángulo y el área total de la figura que los contiene.



a) ¿Cómo son la base y la altura de cada uno de los triángulos que forman el romboide?

____

b) ¿Cómo son las áreas de estos triángulos?

____

c) ¿Cómo son la base y la altura de cada uno de los triángulos que forman el trapecio?

____

d) ¿Cómo son las áreas de estos triángulos?

____

Escriban su conclusión

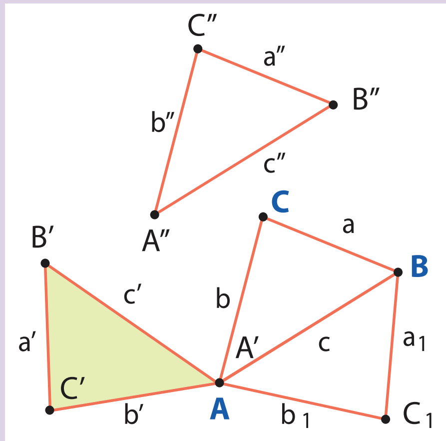
____

Consideraciones previas

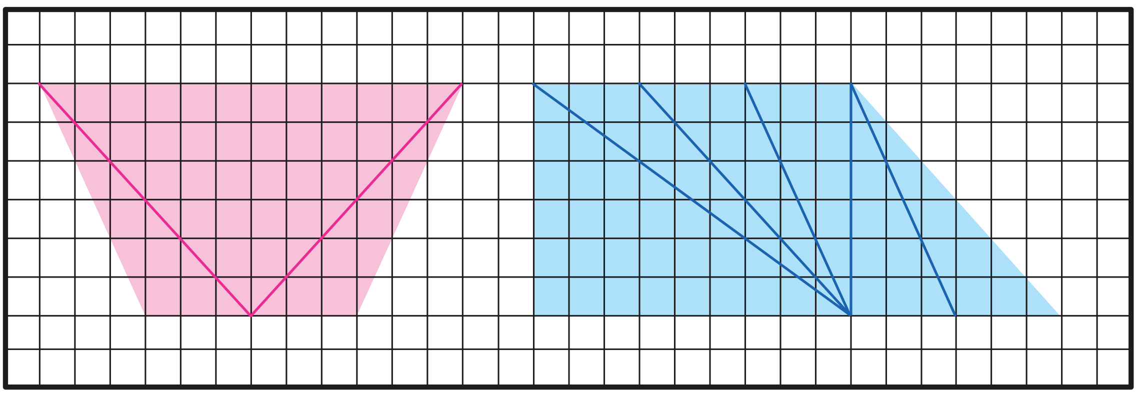
La intención de las preguntas que se plantean en los dos incisos es que los alumnos se den cuenta de que los triángulos que forman el romboide tienen la misma base y la misma altura, por consiguiente, tienen la misma área; lo mismo sucede con los triángulos contenidos en el trapecio. Hay que advertir también que los triángulos, aunque tienen la misma área, por tener bases y alturas congruentes, no todos tienen la misma forma. Cabe aclarar que cuando los triángulos son congruentes (misma forma y tamaño), entonces las áreas son iguales, pero no es siempre verdadero que cuando las áreas son iguales, los triángulos son congruentes.

Vámonos entendiendo...

Dos triángulos son congruentes cuando tienen la misma forma y el mismo tamaño, por lo tanto, sus lados correspondientes tienen la misma longitud y sus ángulos correspondientes tienen la misma medida.



Para reafirmar los conocimientos adquiridos se podría proponer a los alumnos, por ejemplo, que calculen el área de cada triángulo y el área de las figuras completas que aparecen a continuación:



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

52. Armo figuras

Intención didáctica

Que los alumnos deduzcan la fórmula para calcular el área de un trapecio mediante la yuxtaposición y descomposición de figuras.

ANTES

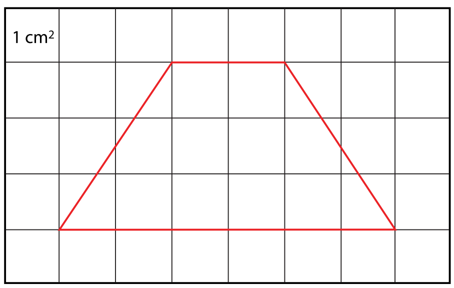
Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los equipos cuentan con:

- Las cuadriculas del material recortable.
- Tijeras.
- Lápiz.

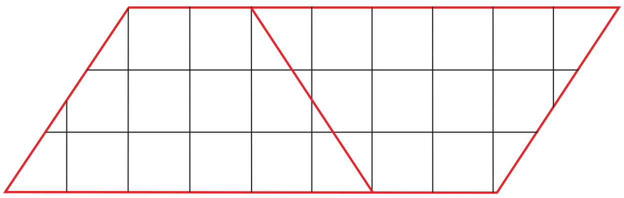
Consigna

En parejas, realicen las actividades que se indican a continuación. Para ello, usen el material recortable correspondiente.

1. En las cuadrículas, dibujen tres trapecios iguales con las medidas del que aparece enseguida.



2. Recorten dos, formen un romboide como el que se observa y respondan las preguntas:

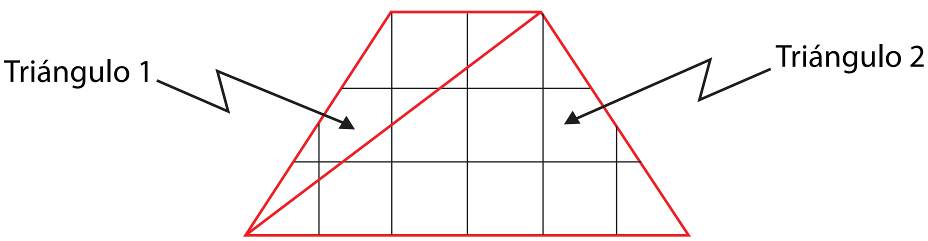


a) ¿Cuál es el área del romboide?

b) ¿Cuál es el área de cada uno de los trapecios?

c) Si la base del romboide está formada por la suma de la base mayor y la menor del trapecio, ¿cómo se obtiene el área de un trapecio?

3. En el tercer trapecio tracen una diagonal como se muestra enseguida y recorten los dos triángulos que se forman. Al terminar contesten las preguntas.



a) ¿Cuál es el área del triángulo 1?

b) ¿Cuál es el área del triángulo 2?

c) ¿La suma de las áreas de los dos triángulos es igual al área del trapecio?

d) ¿Cómo se puede calcular el área de un trapecio si se conoce la medida de su base mayor, la medida de su base menor y la medida de su altura?

Consideraciones previas

En la primera actividad, es conveniente asegurar que los trapecios que dibujen los alumnos sean isósceles y que sean congruentes, aunque no correspondan con las dimensiones que se indican.

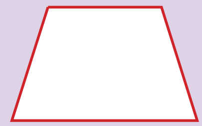
En la actividad 2, se espera que los alumnos no tengan dificultad en responder lo que se les cuestiona, ya que en el desafío anterior se dedujo que el área del romboide se calcula multiplicando la medida de la base por la medida de la altura. Es importante resaltar en esta parte que la base del romboide que se forma es la suma de las dos bases del trapecio; es decir, el área del romboide es A = b x h, por lo tanto, b = B + b y h es la altura del trapecio; entonces, el área de un trapecio es igual a:

Vámonos entendiendo...

Se llama **trapecio** a un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos y otros dos que no lo son. Los lados paralelos se llaman *bases* del trapecio y la distancia entre ellos es la *altura*.

Trapecio isósceles es el que tiene los lados no paralelos de igual medida. Tiene dos ángulos internos agudos y dos obtusos, que son iguales entre sí. Las diagonales son congruentes.

Trapecio isósceles



$$\frac{(B+b)h}{2}$$

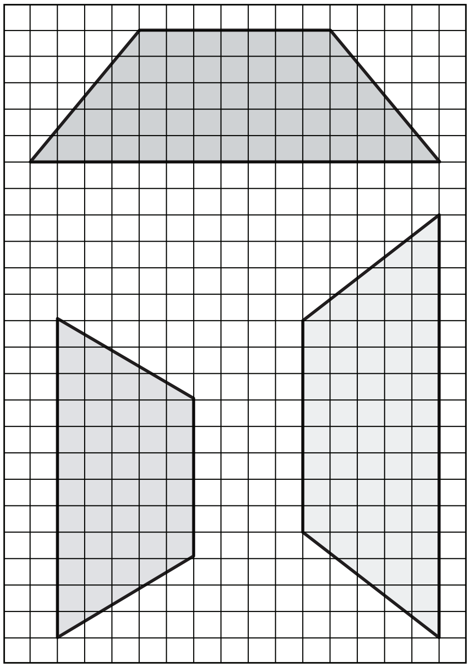
En la actividad 3, hay que resaltar que las bases de los triángulos pueden ser la base mayor y la base menor del trapecio, mismas que se multiplican por la altura del trapecio y los resultados se dividen entre dos, es decir,que es precisamente la fórmula conocida.

$$\frac{Bh}{2}+\frac{bh}{2}=\frac{Bh+bh}{2}=\frac{(B+b)h}{2}$$

Difícilmente los alumnos por sí solos podrán llegar a estas conclusiones, de manera que habrá que ayudarlos a reflexionar.

Para reafirmar los conocimientos adquiridos, se podrían proponer a los alumnos desafíos como el siguiente:

Calculen el área de los trapecios que aparecen a continuación:



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

53. Unidades de superficie

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre las diferentes unidades de medida de superficie y determinen una regla que les permita hacer conversiones.

Consigna

En equipos, analicen la siguiente información. Posteriormente resuelvan lo que se solicita.

Para medir grandes superficies, como la de los Estados de la República Mexicana, se usa como unidad de medida el kilómetro cuadrado, que se abrevia km^2. Por ejemplo, el estado de Aguascalientes tiene una superficie de 5589 km^2. Algunas equivalencias entre distintas unidades de medida de superficie son:

1 kilómetro cuadrado (km^2) = 100 hectómetros cuadrados

1 hectómetro cuadrado (hm^2) = 100 decámetros cuadrados

1 decámetro cuadrado (dam^2) = 100 metros cuadrados

1 metro cuadrado (m^2) = 100 decímetros cuadrados

1 decímetro cuadrado (dm^2) = 100 centímetros cuadrados

1 centímetro cuadrado (cm^2) = 100 milímetros cuadrados

1. Utilicen las equivalencias para responder las siguientes preguntas:

   a) ¿Cuántos metros cuadrados tiene de superficie el estado de Aguascalientes?

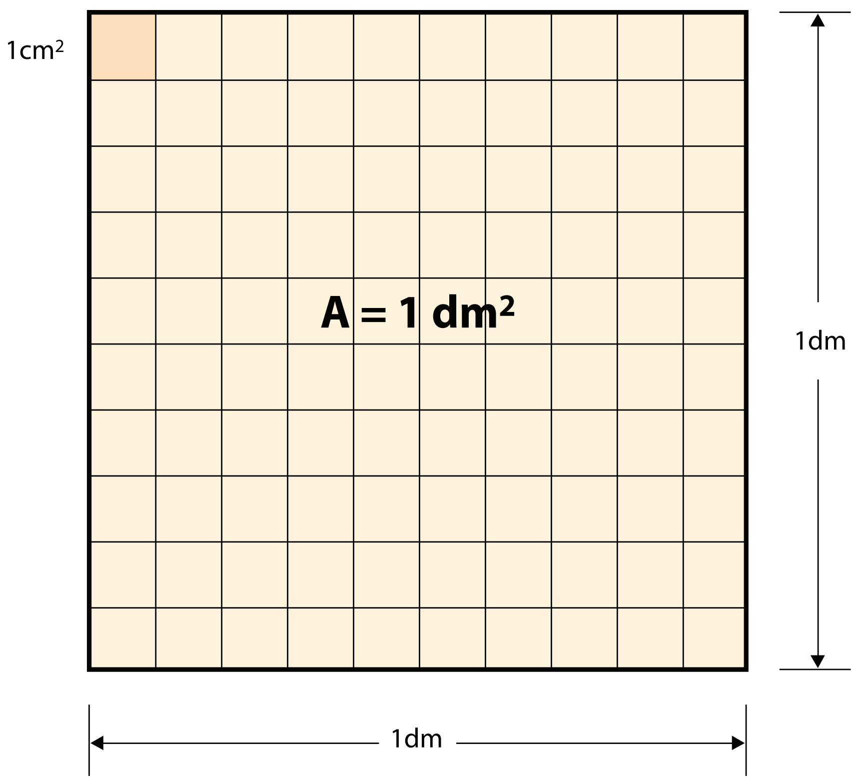
b) ¿Cuántos metros cuadrados equivalen a un kilómetro cuadrado?

c) ¿A cuántos centímetros cuadrados equivale un metro cuadrado?

d) ¿Cuántos decámetros cuadrados equivalen a un hectómetro cuadrado?

2. Completen la siguiente tabla y busquen una regla para realizar conversiones entre los múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado (m^2). Para ello, pueden observar en la figura la relación que hay entre 1 dm^2 y 1 cm^2.

km^2	**hm^2**	**dam^2**	**m^2**	**dm^2**	**cm^2**	**mm^2**



Consideraciones previas

Se espera que las preguntas de los incisos a), b), c) y d) no representen mayor dificultad para que los alumnos las respondan correctamente, ya que desde cuarto grado, los alumnos han realizado actividades para percibir el tamaño de las unidades más usuales para medir superficies y las han utilizado para realizar mediciones efectivas. Por ejemplo, medir superficies con varios ejemplares de cuadrados de un metro, de un decímetro y de un centímetro de lado.

En el caso número 2 es probable que la mayoría de los alumnos tengan dificultades para completar la tabla, por lo que hay que ayudarlos a que observen las relaciones que hay entre el dm^2 y el cm^2 y promover un análisis colectivo al plantear preguntas como: ¿cuántos centímetros por lado tiene un cuadrado de 1 dm^2? ¿Cuántos centímetros cuadrados tiene 1 dm^2?

La intención de esta actividad es que los alumnos expresen la equivalencia de las siete unidades de superficie en metros cuadrados. Así, si 1 dam^2 es el área de un cuadrado de 10 metros por lado, ¿cuál es su equivalencia en m^2? Lo mismo para el hm^2, si esta unidad equivale al área de un cuadrado de 100 m por lado, ¿cuál es su equivalencia en m^2? ¿Cuántas veces más grande es 1 hm^2 que 1 dam2? ¿Cuántas veces es más grande 1 dam^2 que 1 m^2? ¿Se conserva esta regularidad para las demás unidades de área?

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Unidades agrarias

54. Unidades agrarias

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre las diferentes unidades de medidas agrarias y encuentran una "fórmula" que les facilite realizar conversiones.

Consigna

En equipo, hagan lo que se indica a continuación.

La hectárea se usa para medir terrenos grandes. Una hectárea es lo mismo que un hectómetro cuadrado y se abrevia como Ha. Analicen los siguientes anuncios sobre ventas de terrenos y respondan lo que se pregunta. Pueden hacer uso de su calculadora.

RANCHO campestre, una hectárea, ideal para fines de semana, escriturado, facilidades.

SAN Juan del Río, Querétaro. 60 hectáreas, cultivo, ganadero (cercado).

SINATEL, terreno 270 m^2, calle cerrada, $ 1 890 000.00 ¡Aproveche!

a) ¿Cuántos metros cuadrados tiene el terreno del rancho campestre?

____

b) ¿Cuántos metros cuadrados tiene el terreno que se vende en San Juan del Río?

____

c) ¿Cuál es el costo por metro cuadrado del terreno que se vende en Sinatel?

____

d) ¿Cuánto mide el lado de un terreno cuadrado que tiene como superficie una hectárea?

e) ¿Cuántas hectáreas tiene un terreno de 1 kilómetro cuadrado?

Para medir grandes extensiones de tierra se utilizan las unidades agrarias que son las siguientes. Analícenlas y luego respondan lo que se pregunta:

1 área (a) = cuadrado de 10 metros de lado.

1 hectárea (Ha) = cuadrado de 100 metros de lado.

1 centiárea (ca) = cuadrado de 1 m de lado.

a) ¿A cuántas áreas equivale 1 hectárea?

b) ¿A cuántas centiáreas equivale 1 área?

c) ¿Cuántos hectómetros cuadrados equivalen a 1 hectárea?

d) ¿Cuántos decámetros cuadrados equivalen a 1 área?

e) ¿Cuántos metros cuadrados equivalen a 1 área?

f) ¿Cuántos metros cuadrados equivalen a 1 centiárea?

Consideraciones previas

Con lo trabajado en el desafío "Unidades de superficie" se espera que los alumnos puedan responder sin mayor dificultad las preguntas que se hacen con base en los anuncios. Es importante dejar que los alumnos utilicen su calculadora al realizar las operaciones y de esta manera puedan ahorrar tiempo, ya que en este momento no es importante ver procedimientos algorítmicos, sino que comprendan la relación entre las unidades y las estrategias para convertir de una unidad a otra.

En el caso de las unidades agrarias, incisos a) y b), se espera que los alumnos determinen que 1 hectárea es igual a 100 a (áreas) o, lo que es lo mismo, que 10 000 ca (centiáreas), y que 1 a (área) es igual a 100 ca (centiáreas). También que 1 área es igual a 100 m^2, 1 hectárea es igual 10 000 m^2 y 1 centiárea es igual a 1 m^2.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Un valor intermedio

55. Un valor intermedio

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas de valor faltante utilizando dobles, triples, etc.; un valor intermedio o la suma de parejas de valores correspondientes ante la ausencia del valor unitario.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan los siguientes problemas:

1. Por cuatro lápices se pagaron $ 12.00.

   ¿Cuánto habría que pagar por seis lápices?

2. Cuatro bolígrafos cuestan $36.00.

   ¿Cuánto se tendrá que pagar por 16 bolígrafos?

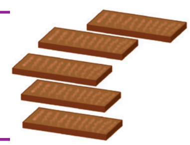
3. Tres paquetes de galletas cuestan $25.00, ¿cuánto costarán 6 paquetes?

   ¿Y cuánto 9 paquetes?

4. Si por tres chocolates se pagan $ 5.00, ¿cuántos chocolates se pueden comprar con $15.00?

   ¿Cuánto se tendría que pagar por 12 chocolates?

   ¿Y cuánto por 18 chocolates?



Consideraciones previas

Este Desafío contiene cuatro problemas de proporcionalidad del tipo valor faltante, en los cuales no se da el valor unitario, pero que se pueden resolver fácilmente recurriendo a la idea de dobles, triples, etc.

Por su estructura, es muy probable que los alumnos utilicen el valor unitario para resolver el primer problema: advierten que un lápiz cuesta \$3.00 y después multiplican \$3.00 por seis. Lo anterior es correcto, sin embargo, también puede utilizarse un valor intermedio, que en este caso es el costo de dos lápices, es decir, se obtiene el costo de dos lápices (\$6.00) sacando mitad al costo de cuatro y después se suman los costos de dos y cuatro lápices. Si a los estudiantes no se les ocurre utilizar el valor intermedio, en la puesta en común, el profesor puede proponerlo, con la finalidad de que los alumnos cuenten con varias alternativas a la hora de enfrentar problemas de este tipo.

Se puede sugerir a los alumnos que registren en una tabla los datos del problema, así como la información que se vaya generando en el proceso de solución, lo anterior ayuda a identificar y controlar ciertas regularidades entre los valores.

Número de lápices	Precio (\$)
4	12
6	18
2	6

Mitad de 4

Mitad de 12

4 + 2 =

12 + 6 =

En la construcción de una tabla es importante no olvidar los encabezados de cada columna, esto permite identificar y ubicar los datos correctamente. El segundo problema presenta la misma oportunidad que el anterior de calcular el precio de un bolígrafo y después multiplicar por ocho, sin embargo, resulta más fácil calcular el triple del precio, ya que se trata del triple de bolígrafos.

En los dos siguientes no resulta fácil manejar el costo unitario, así que seguramente recurrirán a otro procedimiento.

- Por tres paquetes se pagan $25, por el doble de paquetes se pagará el doble de dinero, etc.
- Si por tres chocolates se pagan $5.00, al pagar el triple ($15.00) se tendrá que recibir también el triple de chocolates (9). Para saber cuánto se paga por 12 chocolates y por 18 chocolates, basta con multiplicar por 4 y por 6 el precio de tres chocolates, obteniéndose como resultados $20.00 y $30.00, respectivamente.

Es posible, y deseable que los alumnos utilicen una tabla para registrar los datos de esta relación de proporcionalidad, ya sea para identificar la relación entre los datos conocidos y determinar los faltantes o bien para verificar la regularidad de los mismos.

Número de chocolates	Precio ($)
3	5
9	15
12	20
18	30

Si algún equipo utiliza el valor unitario, conviene dejarlos que lo hagan y que posteriormente en plenaria se analice este procedimiento y se compare con los anteriores, con la finalidad de averiguar la pertinencia y ventajas. El costo aproximado de un chocolate es de $1.66 y al realizar cálculos con él es mucho más complejo que utilizar números naturales, además de que los valores faltantes resultarían aproximados.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

56. Ahorro compartido

Intención didáctica

Que los alumnos usen reglas sucesivas de correspondencia del tipo "por cada n, m", al resolver problemas de proporcionalidad en los que no se da el valor unitario.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan los siguientes problemas:

1. Miguel trabaja en Estados Unidos. Por cada 10 Dólares que gana envía 6 a su familia que vive en el Estado de Guerrero. La semana pasada ganó 300 Dólares. ¿Cuánto mandará a su familia?

2. Luisa trabaja en Monterrey. De cada cinco pesos que gana ahorra tres y de cada 12 pesos que ahorra manda siete a su mamá que vive en Oaxaca. La semana pasada ganó 1 000 pesos. ¿Cuánto mandará a su mamá?

Consideraciones previas

El primer problema involucra sólo una regla de correspondencia: "por cada 10, 6" o bien "6 de cada 10", o bien $\frac{6}{10}$, o el 60%, como puede verse, hay varias maneras de expresar esta relación pero lo que se espera de los alumnos de 5° grado es que usen las dos primeras. Por supuesto que si algún equipo usa la relación $\frac{6}{10}$ o el 60% hay que analizarlas y compartirlas con el resto del grupo. **En este momento no es pertinente que el maestro las sugiera porque su estudio se realiza más adelante**.

Una manera de abreviar el proceso que seguramente usarán los alumnos consiste en duplicar las cantidades, es decir: si a 10 le corresponde 6, a 20 le corresponderá 12; a 40, 24 y así sucesivamente. El problema es que de esta manera no se llega a 300 sino a 320 que le corresponde 192, de esta cantidad habría que restar lo que le corresponde a 20 que son 12, dando como resultado 180 Dólares que Miguel enviará a su familia.

Una manera aún más abreviada consiste en pensar que si a 10 le corresponde 6, a 100 le corresponde 10 veces 6, es decir, 60 y a 300 tres veces 60, es decir, 180.

El segundo problema es diferente en tanto que no contiene una sino dos reglas de correspondencia, en la primera se relacionan "salario" y "ahorro" y en la segunda "ahorro" y "envío"; el "ahorro" corresponde a las dos reglas, por lo tanto, las tres cantidades del problema están relacionadas. Justamente una primera dificultad para los alumnos de este grado consiste en "ver" que primero hay que obtener un resultado (dinero ahorrado) para que con base en éste se pueda obtener el otro (dinero para enviar). Por supuesto que hay una manera de pasar directamente de la cantidad ganada (1000 pesos) a la cantidad para enviar (350 pesos) pero el estudio de este procedimiento corresponde a otros grados.

Una forma de iniciar la resolución del problema es identificar y resolver la primera relación de proporcionalidad, es decir, si de cada cinco pesos que gana ahorra tres, ¿cuánto ahorró si ganó 1 000 pesos? Dado que el valor unitario es fraccionario, es muy probable que los alumnos utilicen otros valores intermedios, por ejemplo, multiplicar por 20 el par de valores correspondientes ($5 ganados y $3 ahorrados) y los resultados multiplicarlos por 10.

	5 pesos ganados ⟶	3 pesos ahorrados
Por 20	100 pesos ganados ⟶	60 pesos ahorrados
Por 10	1000 pesos ganados ⟶	600 pesos ahorrados

Es posible y correcto que los alumnos adviertan que basta con aplicar únicamente un factor a ambas cantidades, x 200.

Así, se tiene que de los 1 000 pesos que ganó Luisa, ahorró 600 pesos. Ahora se puede establecer una segunda relación, si de cada 12 pesos que ahorra manda siete, ¿cuántos mandará si ahorró 600 pesos? Para llegar a la solución se puede aplicar un solo factor, x 50, o bien encontrar algunos valores intermedios como se muestra a continuación:

	12 pesos ahorrados →	7 pesos enviados
Por 20	60 pesos ahorrados →	35 pesos enviados
Por 10	600 pesos ahorrados →	350 pesos enviados

Dadas las relaciones y valores del problema, Luisa mandará a su mamá 350 pesos.

En este momento es conveniente que los estudiantes utilicen multiplicaciones entre enteros, por lo que hay que cuidar en este tipo de problemas que en ambas relaciones se cumpla esta condición, en este caso, 1 000 es múltiplo de 5 y 600 es múltiplo de 12.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Más problemas

57. Más problemas

Intención didáctica

Que los alumnos ejerciten la resolución de problemas que requieran calcular un valor intermedio (en particular el valor unitario) y otras combinaciones (dobles, triples, sumar término a término).

Consigna

Para resolver los siguientes problemas primero encuentren el resultado de manera individual y después compárenlo con el resto del equipo. Si hay diferencias, traten de encontrar los errores.

Si un kilogramo de plátano cuesta $8.50, ¿cuánto hay que pagar por cinco kilogramos?

Si por siete refrescos iguales se pagan $63.00, ¿cuál es el precio de cada uno?

Completa la siguiente tabla:

Cajas	Libros
3	24
6	
	72
12	

Por tres kilogramos de manzana se pagan $20.00, ¿cuánto hay que pagar por 15 kilogramos?

¿cuántos kilogramos pueden comprarse con $120.00?

Con tres refrescos familiares se llenan 9 vasos, ¿cuántos vasos se llenan con cinco refrescos familiares?

Completa la siguiente tabla:

Cajas	Libros
1	
6	150
	1125

Por 16 cuadernos se pagaron se $100.00. ¿cuánto habría que pagar por 20 cuadernos?

Completa las siguiente tabla:

Cajas	Juguetes		
	Dados	Pelotas	Muñecas
1	12		
3		9	15
	120	30	

En una escuela primaria, de cada cinco estudiantes tres son mujeres y de cada 15 mujeres dos son de cuarto grado. Si la escuela cuenta con 600 estudiantes, ¿cuántas mujeres son cuarto grado?

Consideraciones previas

Es probable que en algunos problemas los alumnos no logren encontrar los errores y ponerse de acuerdo sobre el resultado correcto, en estos casos es conveniente pedirles que suspendan el trabajo que realizan y hacer el análisis con todo el grupo.

A continuación se menciona la estructura de cada problema y un procedimiento para resolverlo, el cual, si bien no es el único, es acorde con lo estudiado. Si surgen varias formas de resolución, se sugiere discutirlas ampliamente en la puesta en común, identificando la pertinencia de cada una.

Problema 1. Se da el valor unitario con la idea de que se utilice para encontrar la respuesta, sumando cinco veces 8.50 o multiplicando 8.50 por 5.

Problema 2. No se da el valor unitario, se pregunta por él. Basta con dividir $63 entre 7.

Problema 3. No se da el valor unitario. Se presenta en una tabla y son varios los valores buscados. Por los números que se utilizan, duplicar, triplicar o sumar término a término es suficiente para encontrar los valores faltantes.

Problema 4. No se da el valor unitario. Se presenta en un texto y son dos valores faltantes. Los valores de cada magnitud son múltiplos (15 de 3 y 120 de 20), por lo que aplicando factores internos (5 y 7) se obtienen los resultados.

Problema 5. No se da el valor unitario. Se presenta en un texto y es uno el valor faltante. Dado que los valores de cada magnitud no son múltiplos, una forma de encontrar la respuesta es calculando el valor unitario (tres vasos por cada refresco), posteriormente se obtiene el número de vasos para cinco refrescos (15).

Problema 6. No se da el valor unitario, se pregunta por él y por otro valor faltante. Se presenta en una tabla. La multiplicación y división de naturales son pertinentes para encontrar los valores faltantes.

Problema 7. No se da el valor unitario. Se presenta en un texto y es uno el valor faltante. Los valores de cada magnitud no son múltiplos y el valor unitario es decimal, por lo que se sugiere utilizar un valor intermedio, se calcula el costo de cuatro cuadernos ($25) y se suma con el de 16 ($100).

Problema 8. Se presenta en una tabla y son varios los valores faltantes. A cada conjunto del valor inicial, corresponden varios valores en el conjunto final. En algunos casos se da el valor unitario y en otros se pide. Es pertinente utilizar los factores internos y el valor unitario.

Problema 9. Es un problema que incluye dos reglas sucesivas de correspondencia. Se presenta en un texto. Los valores de cada magnitud son múltiplos. Una forma de resolverlo es establecer y resolver una relación de proporcionalidad con cada regla de correspondencia. Los valores faltantes pueden encontrarse utilizando factores internos o valores intermedios.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

58. Número de cifras

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen las reglas del sistema de numeración oral.

Consigna

En equipo, realicen lo que se indica enseguida:

1. A partir del nombre, determinen la cantidad de cifras que tendrá cada uno de los siguientes números y anótenla en la línea:

   Seiscientos cuarenta y ocho.

   ___

   Trescientos cinco mil.

   ___

   Cinco mil novecientos cuarenta y tres.

   ___

   Ochocientos setenta y dos mil doscientos veinticuatro.

   ___

   Trescientos cinco mil tres.

   ___

   Quinientos mil.

   ___

   Cuatrocientos mil dos.

   ___

2. Sin escribir los números con cifras, ¿se podrá saber cuál es el mayor en cada par de números que se enuncian enseguida? Argumenten su respuesta.

Doscientos siete mil ocho, y ciento veinticuatro mil doscientos treinta y siete.

El mayor es:

Porque:

Novecientos mil cuatrocientos ochenta y nueve, y cuarenta mil dos.

El mayor es:

Porque:

Ochocientos mil cuarenta y siete, y ochocientos mil seiscientos cincuenta y dos.

El mayor es:

Porque:

3. Con estas cuatro etiquetas, escriban con cifras todas las combinaciones posibles; por ejemplo: seis mil trescientos (6 300); ninguna etiqueta puede usarse más de una vez en la misma combinación.

seis	tres	mil	ciento (s)

______________________ ______________________

______________________ ______________________

Consideraciones previas

A los números escritos con cifras les corresponden designaciones orales que tienen sus propias reglas; por ejemplo, para el primer caso de la actividad 1, si escribimos 648, no leemos seis, cuatro, ocho sino seiscientos cuarenta y ocho. Si se analiza con cuidado, se verá que al leer un número se da información adicional que cuando se escribe. Por ejemplo, el número 534.

- Se lee quinientos (no cinco) y se escribe un 5, de ese modo se indica que el cinco ocupa el lugar de las centenas.
- Se lee treinta (no tres) y se escribe un 3, lo que indica que el 3 está en el lugar de las decenas.
- Se lee cuatro y se escribe un 4, lo que indica que representa unidades sueltas, es decir, no representa agrupamientos.

Una de las diferencias que se puede observar sobre la distinta información que proveen ambas designaciones es que, al escribir 5, no puede conocerse la magnitud del número, no se distingue aún si se tratará del número 5 o de algún número de dos o más cifras que empiece con cinco; mientras que, al decir quinientos, ya se puede afirmar que el número tendrá tres cifras, aunque también podría tener seis cifras si se tratara de un número cuyo nombre iniciara con seiscientos e incluyera la palabra mil.

Se espera que los alumnos usen este tipo de información contenida en los nombres de los números para anticipar el número de cifras que tienen.

En los casos de la actividad 1, es probable que los alumnos intenten escribir los números para poder determinar la cantidad de cifras de cada uno de ellos; si esto ocurre, hay que dejarlos; sin embargo, hay que insistir que en los casos de la actividad 2 no los escriban para determinar cuál es mayor.

Muchas veces los alumnos escriben los números de acuerdo a lo que escuchan. Por ejemplo, doscientos siete mil ocho, algunos alumnos lo representan como 2070008, ya que el nombre de los números no menciona explícitamente el o los ceros que puede incluir.

La numeración hablada tiene otras características, por ejemplo, al enunciar un número se explicita la descomposición aditiva y multiplicativa; es decir, al mismo tiempo que se enuncia la cifra, se enuncia la potencia de 10 que le corresponde a cada cifra. Por ejemplo, cinco mil novecientos cuarenta y tres (5 x1000 + 9 x100 + 4 x 10 + 3). Esto es así porque, a diferencia de la numeración escrita, la numeración hablada no es posicional.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

59. Los números romanos

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen las reglas de escritura del sistema de numeración romano y distingan sus ventajas o desventajas respecto al sistema decimal.

Consigna

Reunidos en parejas, hagan lo que se pide:

1. Las siguientes cantidades están escritas en el sistema de numeración que empleaban los antiguos romanos y a la derecha se expresa su equivalente en el sistema decimal.

III = 3	VIII = 8	XII = 12	VII = 7	XV = 15	LX = 60
IV = 4	IX = 9	XC = 90	CD = 400	CM = 900	DLIII = 553
LXX = 70	CCC = 300	DCC = 700	MD = 1500	MM = 2000	CC = 200

Descubran el valor de cada símbolo y regístrenlo en el espacio correspondiente:

I	L	X	M	C	V	D

2. Utilicen el sistema romano para representar estos números:

Quinientos dieciséis: __________

Cuatrocientos treinta y cuatro: __________

Quinientos cuarenta y nueve: ______________________

Ochocientos sesenta y dos: ______________________

Dos mil trescientos veinticuatro: ______________________

Mil seiscientos treinta y ocho: ______________________

3. En cada pareja de números tachen el menor.

CV	**LXXXVIII**	**MCDLXXXIX**	**MCDLXXXVIII**
CCXL	**CCL**	**CLXVIII**	**CLXIX**
CLIX	**CLXI**	**CMXCIX**	**MCCXXI**
DXLIX	**CDLIX**	**MMXII**	**MMXX**

4. Anoten tres diferencias que observen entre el sistema de numeración romano y el sistema de numeración decimal.

1. ______________________

____

____

2. ______________________

____

____

3. ______________________

____

____

Consideraciones previas

Es importante dejar que sean los alumnos quienes deduzcan el valor de los símbolos a partir de las equivalencias presentadas e, inclusive, considerando su experiencia; por ejemplo, es probable que conozcan el valor de algunos símbolos porque los han visto en libros, revistas, relojes, etcétera. Al tratar de inferir los valores, los alumnos también van identificando la manera como se relacionan los símbolos para representar números.

Una vez que los alumnos hayan completado la tabla se les puede invitar a la reflexión con cuestionamientos como los siguientes: *¿Cómo supieron que D = 500? ¿En qué se fijaron para saber que L representa 50?*

En la actividad 2 los alumnos escriben números usando los símbolos romanos, en los que se aplican tanto el principio de adición como el de sustracción. El primero se cumple cuando los símbolos de menor valor se suman porque van a la derecha de los símbolos de mayor valor; y el segundo, cuando los símbolos de menor valor se restan porque van a la izquierda de los símbolos de mayor valor. Es probable que el principio de sustracción sea más difícil de identificar para ellos, por lo que si es necesario se les puede apoyar para identificarlo. Seguramente durante la puesta en común los alumnos expresen que otro elemento que descubrieron y aplicaron al escribir los números fue que los símbolos romanos se pueden repetir un máximo de tres veces.

La tercera actividad representa un desafío diferente pues además de que los alumnos interpretan qué números están representados en cada pareja, establecen comparación entre ellos. Un aspecto que puede enriquecer la revisión de los resultados es cuestionarlos si existe alguna relación entre la cantidad de símbolos que se requiere para representar un número y su valor.

Para la última actividad es importante que las parejas contrasten sus razonamientos acerca de cuáles son las características que permiten diferenciar al sistema decimal del sistema romano. Se espera que entre los planteamientos de los alumnos estén incluidos algunos de estos aspectos:

Sistema decimal

- Se utilizan 10 símbolos entre los cuales hay uno para el cero.
- El sistema es posicional porque el valor de un símbolo depende de la posición que ocupa.
- En ningún caso se usa el principio sustractivo.
- Se suman los valores que adquieren los símbolos por el lugar que ocupan dentro de un número.

Sistema de numeración romano

- Se utilizan 7 símbolos (letras).
- No usan el cero para escribir los números.
- No es posicional porque los valores de los símbolos no dependen de su posición.
- En algunos casos se aplica el principio sustractivo.
- Aplica el principio aditivo, puesto que se suman los valores absolutos de los símbolos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

60. Sistema egipcio

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen sobre las reglas de escritura de números en el sistema egipcio y que las comparen con el sistema decimal.

Consigna

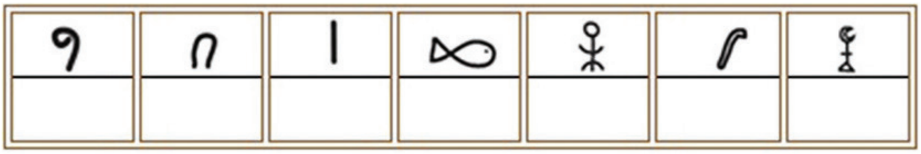
Reunidos en parejas, lean la siguiente información y después realicen las actividades.

> Los sistemas de numeración son instrumentos útiles para expresar y comunicar cantidades.Están compuestos de cifras y reglas para combinar dichas cifras.
>
> Uno de los sistemas de numeración antiguos es el egipcio. Las cifras del sistema de numeración egipcio eran figuras de personas, animales u objetos. Por ejemplo, el número 235 lo escribían así:
>
> 𓍢𓍢𓎆𓎆𓎆𓏺𓏺𓏺𓏺𓏺

Anoten los números que faltan en la siguiente tabla, algunos están escritos en el sistema egipcio y otros en el sistema decimal. Luego, respondan lo que se pregunta.

𓍢𓎆𓏺𓏺 = 112	= 90	𓂭𓂭𓏺𓏺 = 20 002
𓍢𓆼𓆼𓆼𓍢 = 3200	= 425	𓎆𓎆𓍢 = 120
𓁨𓆐 = 1 100 000	𓁨𓁨𓎆 = 2 000 010	= 11 000
𓏺𓏺𓏺𓎆𓎆 =	𓂭𓆼𓍢 =	𓆐𓆐𓍢 = 200

a) ¿Cuál es el valor de cada cifra usada por los egipcios? Anótenlo en la siguiente tabla.



b) El número noventa y nueve, representado con el sistema egipcio, tendría 18 cifras. El mismo número noventa y nueve representado con el sistema decimal tiene 2 cifras. ¿A qué se debe esa diferencia?

____

____

c) En el sistema decimal las expresiones 21 y 12 representan diferentes números. En el sistema egipcio las expresiones:
 y  representan el mismo número.

¿A qué se debe esta diferencia? _______________________

____

d) ¿Qué número se formaría al escribir nueve veces cada una de las cifras egipcias que hay en la tabla del inciso **a**?

____

____

e) ¿Qué se necesitaría hacer para escribir un número mayor al que escribieron en la pregunta anterior, con el sistema egipcio?

____

____

Consideraciones previas

Antes de iniciar la revisión del trabajo realizado por los alumnos, se sugiere platicar brevemente sobre los egipcios, con base en las siguientes preguntas: *¿qué saben acerca de los egipcios? ¿Alguien podría localizar Egipto en un mapa?*

Al completar la primera tabla, se pretende que los alumnos descubran los valores de las cifras que utilizaban los egipcios. Si después de algunos minutos no lo consiguen, hay que pedirles que traten de encontrar las relaciones que hay entre las veces que se repite cada cifra y el número. Por ejemplo, que encuentren esta relación en:

 = 235

Cuando descubran que  vale 1,  vale 10 y  vale 100, se les facilitará identificar el valor de las demás cifras y transcribirlos de un sistema de numeración a otro.

Hay que ayudarlos a establecer que en ambos sistemas cada cifra tiene un valor absoluto. En el caso del sistema egipcio, el valor de cada cifra siempre es el mismo, independientemente del lugar donde se coloque, por lo que sus valores se suman para saber de qué número se trata. Por ejemplo, el número 235 puede escribirse de varias maneras:

En cambio, en el sistema decimal, si cambiamos el orden de las cifras, su valor relativo cambia. Por ejemplo, en los siguientes números, 634, 548, 497, la cifra 4 vale 4 en el primer número, 40 (4 decenas) en el segundo y 400 (4 centenas) en el tercero.

Para la puesta en común es conveniente que se dibuje la primera tabla en el pizarrón o en una cartulina de manera que la pueda observar todo el grupo, para que algunos alumnos pasen a escribir los números que faltan y los demás digan si están o no de acuerdo.

La segunda tabla se puede revisar igual que la anterior, la idea es que los alumnos sinteticen lo que encontraron con respecto al valor de cada cifra.

Las preguntas de los incisos b) y c) están muy relacionadas, de hecho, la razón por la que en el sistema egipcio se tiene que repetir varias veces la misma cifra es que no es posicional y a esto mismo se debe que se mantenga el mismo número aunque cambie la posición de las cifras; dicho de otra manera, las cifras sólo tienen valor absoluto, no tienen valor relativo. Esto sí sucede en el sistema decimal. Ahora bien, el que un sistema numérico sea o no sea posicional tiene que ver con que tenga o no tenga una cifra para el cero, que es la que permite cubrir las posiciones vacías.

Las preguntas de los incisos d) y e) también están relacionadas. Se espera que los alumnos adviertan que se trata de un número de 63 cifras egipcias, formado por nueve veces cada una, y que lo puedan escribir en notación decimal. Se trata del número 9999999; el sucesor de este número es 10000000, para el cual los egipcios no tenían una cifra, de manera que habría que inventarla.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

61. Patrones numéricos

Intención didáctica

Que los alumnos construyan sucesiones con progresión aritmética a partir de distintas informaciones.

Consigna

En equipo, resuelvan los siguientes problemas:

1. Si una sucesión aumenta de 7 en 7, ¿cuáles son los primeros 10 términos si el primero es 4?

2. ¿Cuáles son los primeros 10 términos de una sucesión, si el primer término es 9 y la diferencia entre dos términos consecutivos es 12?

3. El primer término de una sucesión es $\frac{1}{2}$ y aumenta constantemente $\frac{1}{3}$. ¿Cuáles son los primeros 10 términos de la sucesión?

4. La diferencia entre dos términos de una sucesión es siempre de $\frac{1}{4}$. Si el primer término es $\frac{1}{2}$, ¿cuál son los primeros 5 términos de la sucesión?

Consideraciones previas

La idea central de estas actividades es que los alumnos generen sucesiones a partir de un patrón dado o ley de formación. Por ejemplo, en el caso del primer problema, se espera que los alumnos escriban la sucesión que corresponde al patrón dado "aumenta de 7 en 7", sumado 7 al primer término, luego, el término que resulta, sumarle nuevamente 7; y así sucesivamente hasta que escriban los 10 primeros términos de la sucesión.

Es probable que algunos alumnos realicen las sumas mentalmente, otros, tal vez utilicen el algoritmo, por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 4 \\ +\underline{\ \ 7} \\ 11 \end{array} \quad \begin{array}{r} 11 \\ +\underline{\ \ 7} \\ 18 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ +\underline{\ \ 7} \\ 25 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ +\underline{\ \ 7} \\ 32 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ +\underline{\ \ 7} \\ 39 \end{array}$$

Y de esta manera, lograr escribir los 10 términos de la sucesión que son: 4, 11, 18, 25, 32, 29, 46, 53, 60, 67, ...

Con respecto al segundo problema, se espera que los alumnos realicen el mismo trabajo, sin embargo, es probable que tengan dificultades en comprender el significado del patrón dado "la diferencia entre dos términos consecutivos es 12". Por lo que hay que asegurar que los alumnos comprenden el significado de esta expresión, para ello, se pueden plantear preguntas como por ejemplo: ¿Qué número se debe sumar a 9 para que ese número que resulte, al restarle 12 resulte 9?

Ante esta pregunta, se podría auxiliar de un esquema como por ejemplo:

$$9 + \_ =$$

$$\_ + 9 = 12$$

En caso de que los alumnos no puedan responder, entonces, pude retomar la sucesión anterior y plantearles las siguientes preguntas:

4, 11, 18, 25, 32, 29, 46, 53, 60, 67, ...

¿Cuál es la diferencia entre dos términos consecutivos?

Este número que representa la diferencia entre dos términos, ¿es el mismo que se le suma a un término para obtener el siguiente?

Ante estas preguntas, se espera que los alumnos descubran que se está hablando del mismo número, es decir, el número que resulta de la diferencia entre dos términos es el mismo que se suma a un término para obtener el siguiente.

Con lo anterior, se espera que los alumnos determinen que el segundo término es el número 21, porque la diferencia entre 21 y 9 es 12. Superado estas dificultades, se espera que ya no tengan problemas en determinar el resto de los términos.

En los problemas 3 y 4, a diferencia de los anteriores, la dificultad pasa por el tipo de números a operar. En la resolución de estos problemas es una gran oportunidad de averiguar qué tanto saben sobre suma y resta de fracciones con diferente denominador.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

62. Uso de patrones

Intención didáctica

Que los alumnos determinen la regularidad de una sucesión con progresión aritmética y la apliquen para encontrar términos faltantes o continuar la sucesión.

Consigna

Reunidos en parejas, resuelvan los siguientes problemas:

1. ¿Cuál de las siguientes descripciones corresponde a la regularidad de la sucesión $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \ldots$?

	La regularidad es que aumenta cada término de 2 en dos.
	La regularidad es que al término anterior se le aumenta dos al numerador.
	La regularidad es que al término anterior se le suma $\frac{2}{2}$ para obtener el siguiente término.
	La regularidad es que cada término se determina aumentando $\frac{1}{2}$ al término anterior.

2. ¿Cuál es la regularidad de la siguiente sucesión? Descríbanla.
$\frac{1}{16}, \frac{5}{16}, \frac{9}{16}, \frac{13}{16}, \ldots$

3. ¿Cuál es el término que falta en la siguiente sucesión?

$\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \_, \frac{5}{8}, \ldots$

4. ¿Cuál es el término que continua la siguiente sucesión?

$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1\frac{1}{4}, 1\frac{1}{2}, \_, \ldots$

Consideraciones previas

La idea central de estos problemas es que los alumnos determinen la constante aditiva entre los términos de las sucesiones y la usen para encontrar términos faltantes o continuar sucesiones. Por ejemplo, para el primer problema, la constante aditiva es $\frac{1}{2}$ porque la diferencia entre un término y el siguiente es $\frac{1}{2}$ como se muestra enseguida:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{3};$$
$$\frac{3}{2} - 1 = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2}$$
$$2 - \frac{3}{2} = \frac{4}{2} - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

Una vez que los alumnos determinen que la constante aditiva es $\frac{1}{2}$, entonces, podrán definir qué:

La regularidad es que cada término se determina aumentando $\frac{1}{2}$ al término anterior.

En los problemas 2, 3, y 4, se espera el mismo trabajo que consiste en determinar la constante aditiva para luego encontrar términos que faltan o continuar la sucesión.

La dificultad de estas sucesiones pasa por el tipo de números que se tienen que restar para determinar la regularidad en cada una de ellas.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Una escalera de diez

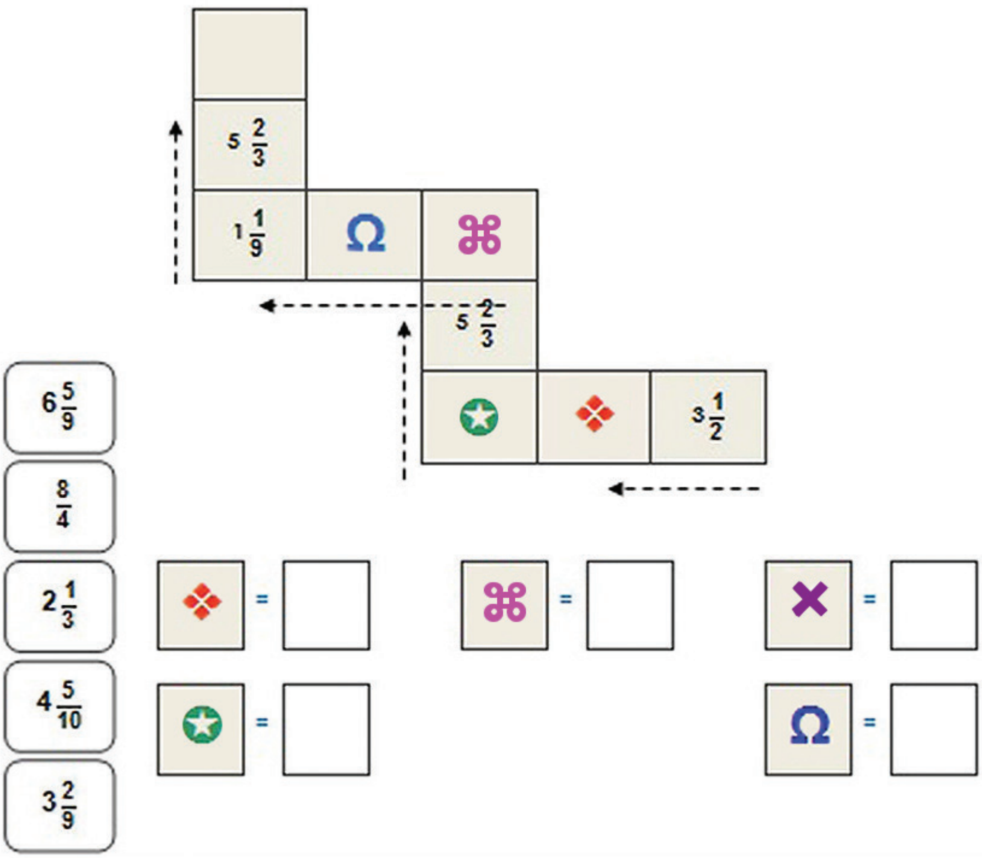
63. Una escalera de diez

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas aditivos (con números fraccionarios y con diferentes denominadores) que impliquen recurrir a estrategias como sumar o restar primero la parte entera o usar fracciones equivalentes para obtener un resultado preestablecido.

Consigna

Reúnete con un compañero para identificar, cuál de los valores le correspon-de a cada símbolo que aparecen en la escalera, de tal forma que al sumar los de cada renglón y los de cada columna la suma sea **10**.



Consideraciones previas

Como en la escalera están indicados los valores con las figuras que debe colocar para la obtención de la suma, podrían recurrir a la estrategias de sumar las fracciones conocidas y averiguar cuál de las otras es la que falta sumar para completar 10, por ello, es muy probable que algunos alumnos adviertan que puede resultar más conveniente iniciar con la última suma, ya que de ésta se conocen dos valores, $1\frac{1}{9}$ y $5\frac{2}{3}$:

$$1\frac{1}{9}+5\frac{2}{3}=(1+5)+(\frac{1}{9}+\frac{2}{3})$$
$$=6+(\frac{1}{9}+\frac{2}{3})$$
$$=6+(\frac{1}{9}+\frac{6}{9})$$
$$1\frac{1}{9}+5\frac{2}{3}=6\frac{7}{9}$$

Si al sumar el valor de esos dos símbolos se obtienen $6\frac{7}{9}$, hacen falta $3\frac{2}{9}$ para completar 10, entonces a la cruz le corresponde ese número.

Dos estrategias que podrían seguir para calcular el resto de los valores son:

a) Restar a 10 el valor conocido y después, restar al resultado de la resta, uno a uno, los valores conocidos.

$$10-1\frac{1}{9}=8\frac{8}{9}$$

$$8\frac{8}{9}-4\frac{5}{10}=(8-4)+(\frac{8}{9}-\frac{5}{10})$$
$$=4+(\frac{8}{9}-\frac{5}{10})$$
$$=4+(\frac{8}{9}-\frac{1}{2})$$
$$=4+(\frac{16}{18}-\frac{9}{18})$$
$$=4\frac{7}{18}$$

Si el valor de ⌘ es…

Este número no se encuentra entre las opciones.

$$8\frac{8}{9}-2\frac{1}{3}=(8-2)+(\frac{8}{9}-\frac{1}{3})$$
$$=6+(\frac{8}{9}-\frac{1}{3})$$
$$=6+(\frac{8}{9}-\frac{3}{9})$$
$$=6\frac{5}{9}$$

Si el valor de ⌘ es…

Éste es el valor de Ω.

b) Restar a 10 el valor conocido y después, tratar de completar ese resultado con dos de las fracciones propuestas:

$10 - 3\frac{1}{2} = 6\frac{1}{2}$

$$4\frac{5}{10} + 2\frac{1}{3} = (4+2) + (\frac{5}{10} + \frac{1}{3})$$
$$= 6 + (\frac{5}{10} + \frac{1}{3})$$
$$= 6 + (\frac{1}{2} + \frac{1}{3})$$
$$= 6 + (\frac{3}{6} + \frac{2}{6})$$
$$= 6\frac{5}{6}$$

Si estos son los valores de ❖ y de ✪...

El resultado no se ajusta a la fracción que se necesita para completar 10.

$$4\frac{5}{10} + \frac{8}{4} = 4\frac{1}{2} + 2$$
$$= 6\frac{1}{2}$$

Si estos son los valores de ❖ y de ✪...

Esta es la fracción que se necesita para completar 10.

Finalmente se espera que los alumnos lleguen a la conclusión que los valores de los símbolos son:

❖	$4\frac{5}{10}$	✪	$\frac{8}{4}$	⌘	$2\frac{1}{3}$	Ω	$6\frac{5}{9}$

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Uno y medio con tres

64. Uno y medio con tres

Intención didáctica

Que los alumnos planteen y resuelvan problemas de sumas y restas de fracciones con denominadores diferentes usando la equivalencia.

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los equipos cuentan con:

- ✦ Un tablero "Uno y medio con tres".
- ✦ Seis fichas de diferente color.
- ✦ Cuaderno y lápiz.

Consigna

Organízate con tres compañeros para jugar "Uno y medio con tres". Las reglas son las siguientes:

- Cada equipo necesita un tablero y seis fichas de dos colores diferentes. Los jugadores se organizan en parejas y preparan su cuaderno para anotar y resolver operaciones. Las parejas eligen las fichas con las que van realizar sus tiros.
- Cada pareja elige tres casillas del tablero que tengan fracciones con diferente denominador y colocan sobre ellas sus fichas. Con los números de las casillas seleccionadas deben realizar las sumas o restas necesarias para completar $1\frac{1}{2}$.
- Las parejas tienen oportunidad de cambiar solamente uno de los números que eligieron, en caso de que consideren que no les es útil.
- Cuando una de las dos parejas termina sus operaciones, comienza a contar de uno en uno hasta 20, para dar tiempo a que la otra acabe; al término de la cuenta se revisan las operaciones. Si el resultado es correcto, la pareja gana 2 puntos.
- En cada ronda de juego las parejas solamente pueden volver a seleccionar uno de los números utilizados anteriormente.
- La pareja que gane más puntos partidas después de jugar tres rondas es la ganadora.

Consideraciones previas

Así como en los números naturales, para profundizar en el estudio de los números fraccionarios es importante que los alumnos se den cuenta que hay diferentes maneras de representar un mismo número; en esta ocasión se trata que ellos logren completar un número determinado realizando sumas, restas o sumas y restas combinadas.

Esta actividad representa un reto mayor para los alumnos, ya que ahora ellos eligen los números con los que van a operar y también con qué operaciones los van a relacionar.

En el tablero hay 20 números representados de la forma $\frac{a}{b}$, de los que se pueden establecer tres grupos: los que son menores que uno, los que representan la unidad y los que son mayores que uno. Entre algunos de ellos existe equivalencia:

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} \qquad \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9} \qquad \frac{7}{7} = \frac{11}{11}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5} \qquad \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \qquad \frac{3}{5} = \frac{6}{10} \qquad \frac{4}{5} = \frac{8}{10}$$

$$\frac{2}{10} = \frac{1}{5} \qquad \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \qquad \frac{3}{5} = \frac{6}{10}$$

Una expectativa de este grado es que los alumnos adquieran dominio de la suma y resta de fracciones usando fracciones equivalentes; ésta es la razón por la que una condición fundamental del juego es que en las operaciones se involucren tres números con diferente denominador; de tal forma que para cumplir con esta exigencia y evitar cálculos muy complejos, ellos se vean obligados a buscar y utilizar equivalencias. Por ejemplo:

$$\frac{12}{4} - \frac{10}{5} + \frac{6}{12} = 3 - 2 + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$$

De esta forma, el proceso de buscar un común denominador puede llegar a ser innecesario, y las operaciones pueden resolverse incluso, mentalmente.

Si se considera necesario, antes de iniciar el juego, se puede dar un tiempo breve para que las parejas comenten algunas características que reconozcan de los números del tablero. Un aspecto que puede incluirse durante la puesta en común es que los alumnos expongan las equivalencias que identificaron entre ellos.

Es muy probable que entre los equipos se encuentren combinaciones como las siguientes:

$$\frac{3}{9}+\frac{4}{6}+\frac{5}{10}=1\frac{1}{2} \qquad \frac{12}{4}-\frac{7}{7}-\frac{6}{12}=1\frac{1}{2}$$

$$\frac{10}{5}+\frac{3}{6}-\frac{11}{11}=1\frac{1}{2} \qquad \frac{9}{6}-\frac{1}{2}+\frac{5}{10}=1\frac{1}{2}$$

Ya sea que los alumnos propongan cálculos que impliquen un solo tipo de operación o la combinación de ambas, es importante observar de cerca cómo los plantean, los interpretan y los resuelven; se recomienda que para la puesta en común, se presenten operaciones con resultados correctos e incorrectos, para generar la discusión entre el grupo.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

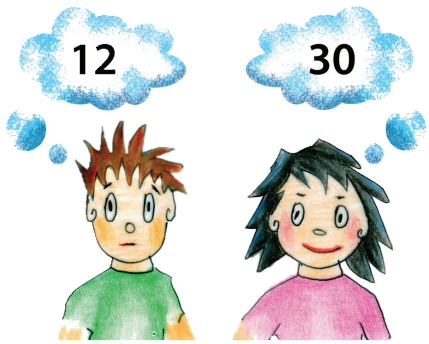
65. Adivinanzas

Intención didáctica

Que los alumnos adviertan que si a un número se le suma, resta, multiplica o divide por otro número, y después al resultado se le aplica la operación inversa con el mismo número, se obtiene el número original.

Consigna

En parejas, analicen los siguientes casos; posteriormente, hagan lo que se pide.



José y Carla juegan a adivinar números.

Caso B:

— *José*: Piensa un número. Divídelo entre 2. Al resultado réstale 4. ¿Qué número obtuviste?

— *Carla*: 11.

— *José*: El número que pensaste es 30.

— *Carla*: Correcto.

Caso A:

— *Carla*: Piensa un número, pero no me lo digas. Multiplícalo por 2. Al resultado súmale 5. ¿Qué número obtuviste?

— *José*: 29.

— *Carla*: El número que pensaste es 12.

— *José*: Correcto.

¿Cómo descubrieron Carla y José el número que el otro había pensado? Explíquenlo.

Carla: ______

José: ______

Caso C:

— *Carla*: Piensa un número. Multiplícalo por 12. ¿Qué número obtuviste?

— *José*: 180.

— *Carla*:Divídelo entre 3.

— *José*:Me quedó 60.

— *Carla*:El número que pensaste ¿era el 15?

— *José*:¡Sí!

Caso D:

— *José*: Piensa un número, y divídelo entre4. ¿Qué número obtuviste?

— *Carla*: 14

— *José*:Multiplícalo por 12.

— *Carla*:Son 168.

— *José*:¿Pensaste el 56?

— *Carla*:¡Así es!

¿Cuál fue el truco que siguió Carla para adivinar el número de José?:

______

______

El truco de Carla ¿fue el mismo que usó José? ______

¿Por qué? ______

______

Consideraciones previas

La idea central de estas actividades es que los alumnos analicen cómo es que cada niño logra saber qué número eligió el otro, con la finalidad de descubrir qué propiedades o regularidades de las operaciones planteadas se ponen en juego al hacer el truco. Se espera que los alumnos adviertan que para conocer el número de partida, Carla y José realizaron procedimientos inversos a los que iban mencionando. Es decir, en cada caso, la operación u operaciones inversas permiten encontrar los números pensados.

Las operaciones inversas son aquellas que deshacen o dejan sin efecto a las que se realizaron con anterioridad. Por ejemplo:

- Si a 7 se le resta 4, y luego, se le suma 4, se tiene nuevamente 7.

  Entonces, $7 - 4 + 4 = 7$, ya que la suma y la resta son operaciones inversas.

- Si 12 se multiplica por 2, y después se divide por 2, se tiene otra vez 12.

  $12 \times 2 \div 2 = 12$, ya que la multiplicación y la división son operaciones inversas.

Los dos primeros casos son similares, ya que incluyen un proceso aditivo y uno multiplicativo. En el caso A, que se parte de una multiplicación y una suma, se espera que los alumnos adviertan que el número pensado se obtiene con una resta y una división: $(a \times 2) + 5 = 29$, entonces: $a = (29 - 5) \div 2$; el número pensado es 12.

En el caso B se realizan una división y una resta; las operaciones inversas, suma y multiplicación, permiten determinar el número pensado: $(a \div 2) - 4 = 11$, entonces: $a = (11 + 4) \times 2$; el número pensado es 30.

En los casos c y d solamente están involucrados procedimientos multiplicativos, en los que está presente la descomposición en factores, y para saber cuál es el número pensado también se realizan las operaciones inversas, pero en partes, de acuerdo con los factores:

- Caso C: 12 por $a = 180$, entonces $180 \div 12 = a$.

Como 3 y 4 son factores de 12, a también se puede calcular si se divide 180 entre 3 y el resultado se divide entre 4.

O bien, haciendo todas las operaciones inversas: 60 x 3 = 180, luego 180 ÷ 12 = 15

- Caso D: a ÷ 4 = 14, entonces 14 x 4 = 56;

  Haciendo todas las operaciones inversas: 168 ÷ 12 = 14, luego 14 x 4 = 56

  Otro camino puede ser: 14 x 12 = 168; 168 ÷ 3 = 56

Es probable que algunos alumnos respondan que Carla y José no realizaron el mismo truco, porque consideran que el orden en que realizaron las operaciones no es el mismo. Sin embargo, se espera que adviertan finalmente se trata del mismo procedimiento: descomponer en factores un número y operar con cada uno de ellos.

Una vez que los alumnos descubran el truco en cada caso, es conveniente pedirles que inventen algunos "trucos" para adivinar números pensados por otras parejas, verificar que funciona el truco y después, comentar la construcción del mismo.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Corrección de errores

66. Corrección de errores

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen aplicar las propiedades de la multiplicación y la división.

Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas:

Problema 1

En una calculadora se tecleó 35 x100, pero se cometió un error ya que se quería multiplicar por 50. ¿Cómo corregir sin borrar lo que ya está?

Problema 2

En otra calculadora se tecleó 325 x 500, pero se quería multiplicar por 125. ¿Cómo corregirlo sin borrar?

Problema 3

En otra se tecleó 35 x 600, pero se quería multiplicar por 30. ¿Cómo corregirlo esta vez?

Problema 4 Sabiendo que 28 x16 = 448, determinen, a partir de esta operación, los resultados de las siguientes: • 28 x 4 • 56 x 16 • 28 x 80 • 7 x 16 • 140 x 160	
	Problema 5 Sabiendo que 324 ÷ 12 = 27, determinen, a partir de ésta, los resultados de las siguientes: • 972 ÷ 12 • 324 ÷ 3 • 81 ÷ 12 • 108 ÷ 12 • 3240 ÷ 120

Consideraciones previas

Tener dominio de las operaciones implica saber también cómo se relacionan entre ellas y qué atajos permiten mayor eficacia en su resolución.

Los problemas 1, 2 y 3 exigen que los alumnos adviertan que un factor y el producto varían proporcionalmente, es decir, si uno aumenta al triple el otro también aumenta al triple, si uno se reduce a la mitad, el otro también se reduce a la mitad, etcétera; así, en el primer problema, el factor 100 se reduce a la mitad, por lo tanto, el producto también debe reducirse a la mitad:

– 35 x100 = 3 500

– 35 x50 = 1 750

Una posible explicación que los alumnos pueden dar es: “50 veces 35 es la mitad de 100 veces 35”. Si los alumnos no la advierten, se les puede compartir.

A partir de este ejemplo los alumnos pueden deducir varias relaciones:

- Multiplicar por 50 es equivalente a multiplicar por 100 y luego dividir el resultado entre 2,
- Multiplicar por 100 es equivalente a multiplicar por 50 y luego multiplicar el resultado por 2.

En el caso del segundo problema, se espera que los alumnos determinen que el error se corrige dividiendo entre 4. Como 125 corresponde a la cuarta parte de 500, el resultado que ahora se obtenga será la cuarta parte del anterior.

En el caso del tercer problema, existen varias formas de corregir el problema. Algunas de ellas son:

- Dividiendo entre 20.
- Dividiendo entre 600 y luego multiplicando por 30.
- Dividiendo entre 100 y luego multiplicando por 5.

Los problemas 4 y 5 son más complejos que los anteriores, ya que se proponen variaciones proporcionales que pueden relacionarse no sólo con uno de los números involucrados en las operaciones sino con los dos.

En el problema 4 se pueden detectar relaciones directamente proporcionales entre las diferentes operaciones y la multiplicación original:

- 28 x 4 y 7 x 16 representan variaciones en las que alguno de los factores es menor que el de la multiplicación original; en ambos casos uno de los factores es la cuarta parte de un factor inicial: 16 ÷ 4 = 4 y 28 ÷ 4 = 7; entonces, para encontrar los resultados de las dos multiplicaciones también se divide 448 entre 4.
- 56 x 16, 28 x 80 y 140 x 160 representan variaciones mayores que la multiplicación original y es necesario identificar cuál es el factor que aumentó y en qué medida lo hizo: 56 es el doble de 28; 80 es cinco veces 16; 140 es cinco veces 28 y 160 es diez veces 16.

En el problema 5 los resultados de las operaciones planteadas se relacionan con el resultado de la operación original de dos formas distintas:

- 81 ÷ 12, 108 ÷ 12 y 972 ÷ 12. En estos casos, los dividendos se mantienen constantes y el cociente mantiene una relación directa con el dividendo; de tal forma que, si hay más elementos (972), con ellos se forman más conjuntos de 12, y si hay menos elementos (81 y 108), con ellos se logran menos grupos de 12 elementos.

  Seguramente los alumnos van a concluir que como 81 es la cuarta parte de 324 y 108 es la tercera parte, los resultados se pueden calcular dividiendo 27 entre 4 y entre 3. Y como 972 es el triple de 324, el resultado se puede obtener multiplicando 27 x 3.

- 324 ÷ 3 y 3240 ÷ 120. Aquí es evidente la relación que guardan estos números son los de la operación original:

  En el caso de la primera de estas divisiones, el 3 cabe cuatro veces más en 324 que 12, porque 3 es la cuarta parte de 12; entonces, para saber el resultado de 324 ÷ 3, es necesario cuadruplicar el resultado de 324 ÷ 12.

  En el caso de 324 ÷ 120, el 120 cabe 10 veces menos en 324 que el 12, porque 120 es 10 veces mayor que 12, entonces, el resultado se puede conocer si 27 se divide entre 10.

Seguramente entre el grupo se van a generar diferentes procedimientos para encontrar los resultados, por ello es importante analizar las respuestas de los alumnos y discutirlas ampliamente, de tal forma que queden claras las propiedades o relaciones identificadas y utilizadas.

Si se considera conveniente y necesario, el grupo puede resolver el siguiente problema para seguir explorando y aplicando las propiedades de la multiplicación y la división.

Sabiendo que 35 x24 = 840, encontrar, sin hacer la cuenta, el resultado de:

– 35 x12 =	– 840 ÷ 12 =
– 840 ÷ 24 =	– 35 x 8 =
– 24 x 7 =	– 840 ÷ 7 =

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

67. ¿Cuál de todos?

Intención didáctica

Que los alumnos consideren la necesidad de establecer puntos de referencia para ubicar objetos en un espacio determinado.

Consigna

Organizados en parejas ubiquen los objetos que se indican, tomando en cuenta la información que se proporciona. Enciérrenlos en un círculo.

a) Los zapatos del primer entrepaño
b) La tercera camisa.
c) El segundo saco.
d) El primer pantalón.
e) Los zapatos del lado derecho.
f) La ropa que está en el cajón de en medio.

Imagen 1

Imagen 2

a) El aparato que está en la parte superior del segundo anaquel del lado derecho, de abajo hacia arriba.

b) Los libros que están en el primer nivel del librero contando de abajo hacia arriba, tercer anaquel de izquierda a derecha.

c) El primer libro de los que están en el segundo anaquel del lado izquierdo, contando de arriba hacia abajo.

d) El libro que está en el tercer anaquel de la parte central del librero, contando de abajo hacia arriba.

e) El quinto libro de los que están en el tercer anaquel del lado izquierdo, contando de abajo hacia arriba.

Consideraciones previas

Los alumnos se enfrentarán a la necesidad de utilizar puntos de referencia para identificar la ubicación de los objetos que se les indican. Seguramente para la primera imagen habrá por lo menos dos respuestas diferentes para cada pregunta, pues algunos alumnos comenzarán a contar de derecha a izquierda, otros de izquierda a derecha; o bien, de arriba hacia abajo o de abajo hacia arriba para determinar la ubicación de los objetos que se les indican. En la segunda imagen, es probable que ya no haya diferencias en las respuestas, pues existen datos que permiten tomar referencias para ubicar los objetos.

Al término de estas actividades será importante hacer que los alumnos reflexionen acerca del porqué en la primera consigna se da la posibilidad de diferentes interpretaciones y en la segunda consigna no. Para ello se sugiere que en un primer momento las parejas intercambien su trabajo y discutan las diferencias; y posteriormente, hacer comentarios de manera grupal.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

68. Banderas americanas

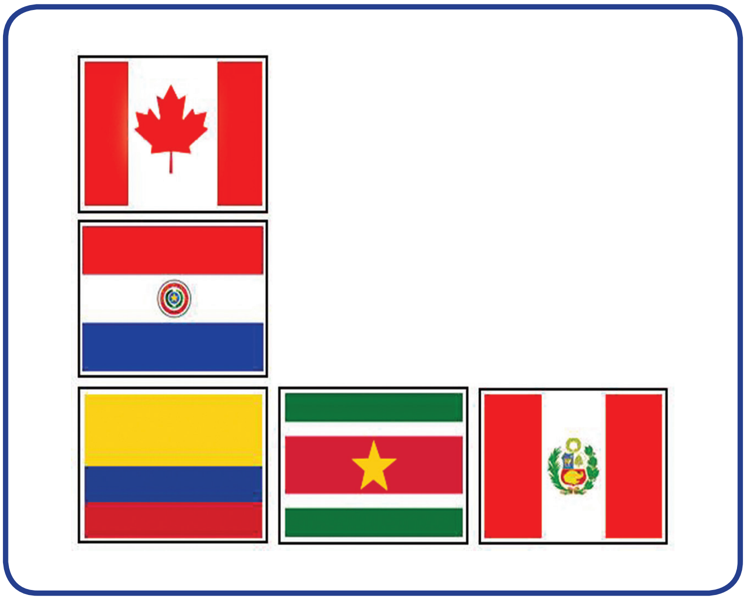
Banderas americanas

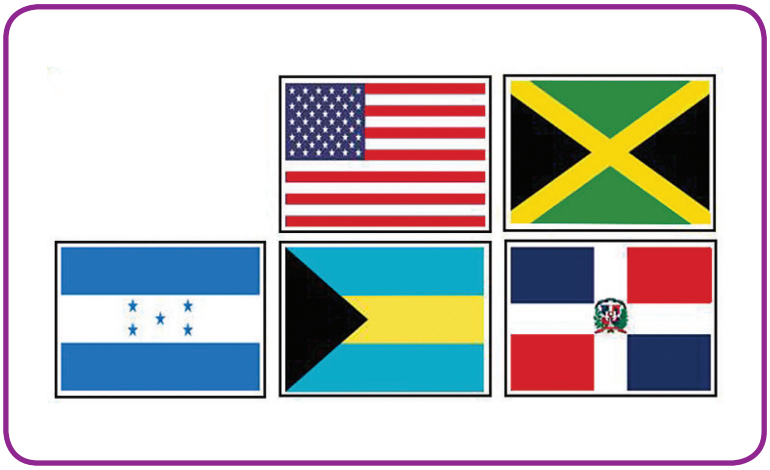
Intención didáctica

Que los alumnos ubiquen objetos en un espacio determinado, dados algunos puntos de referencia.

Consigna

Organizados en parejas, escojan tres banderas de las que aparecen a continuación; y escriban tres mensajes en los que digan en qué lugar se encuentra cada una, sin describir sus características. Cuando terminen, intercámbienlos con otra pareja y ubiquen las que ellos escogieron.





Consideraciones previas

Ahora se les pedirá a los alumnos sean ellos quienes determinen las referencias necesarias para ubicar una bandera dentro del grupo al que pertenece. Aquí lo importante es que aun cuando los alumnos reconozcan varias de ellas y sepan a qué país representan, los mensajes no deben incluir el nombre del país o sus características de color o escudo.

Así que, identificar todas las banderas americanas no es un requisito imprescindible para realizar la actividad.

Se espera que los alumnos logren descripciones como las siguientes:

- Bandera de México: Está en la segunda columna de ese grupo y es la tercera contando de arriba hacia abajo.
- Bandera de Belice: Si se cuenta de izquierda a derecha, se encuentra en el tercer lugar de la fila superior

Es muy probable que los alumnos incluyan en sus descripciones términos coloquiales como encimada, por arriba de, a un lado de, pegada a, lo cual es válido; sin embargo, durante la puesta en común será importante analizar algunos mensajes y reorientarlos utilizando los términos formales, con la intención de que este lenguaje se use cotidianamente en la escuela y los alumnos le den sentido a lo que van aprendiendo.

En caso de que algunos alumnos den como referencia el nombre del país que representa una bandera determinada, será conveniente señalar que no puede ser referencia suficiente, pues no hay garantía de a quien se dé el mensaje conozca las banderas de todos los países de América, en cambio, todos pueden saber qué significa arriba de…, debajo de…, a la derecha de…, en la segunda fila, etc.

Se recomienda que la discusión de la puesta en común se oriente en dos sentidos:

a) Analizar si las referencias dada por los equipos fueron precisas, qué información hizo falta, o si incluyeron información de más;
b) Verificar que las parejas interpretaron correctamente las instrucciones para localizar la bandera.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuánto mide?

69. ¿Cuánto mide?

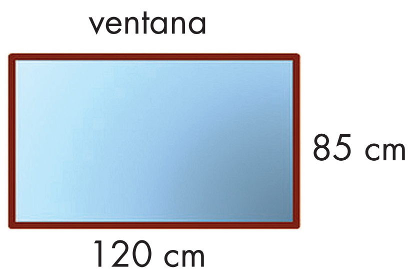
Intención didáctica

Que los alumnos obtengan una fórmula para calcular el perímetro de un rectángulo.

Consigna

Organizados en equipos analicen la siguiente situación y contesten lo que se pide.
La familia Pérez compró una casa y desea hacerle algunos arreglos, entre otros, cambiar las puertas y las ventanas.

Para hacer unas ventanas de aluminio, el herrero cobra por metro lineal, por lo que es necesario saber cuántos metros lineales de aluminio se necesitan para hacer las ventanas.



a) ¿Qué cantidad de aluminio se necesitará para construir una ventana?

____

¿Y para hacer cuatro?

____

b) ¿Qué forma geométrica tienen las ventanas?

____

c) ¿Cómo podemos encontrar el perímetro de esa figura?

____

d) Escriban una fórmula para obtener el perímetro de cualquier figura como ésta.

____

Consideraciones previas

Es importante que usted observe en forma directa el trabajo de los equipos para que apoye y oriente permanentemente a los alumnos en el desarrollo de las actividades, con la finalidad de detectar desviaciones y aciertos que puedan ser útiles al momento de la confrontación.

Tal vez sea necesario aclarar que el perímetro es la cantidad de unidades lineales que caben en el contorno de una figura.

Se espera que los alumnos lleguen a concluir que la forma de las ventanas corresponde a un rectángulo y que su perímetro se obtiene sumando dos veces la medida del largo (a) más dos veces la medida del ancho (b), es decir, (2a + 2b).

En relación con la fórmula, es muy probable que escriban P = a + b + a + b o P = 2 x a + 2 x b.

En este caso vale la pena aclarar que son expresiones equivalentes. También es importante aclarar que se puede usar cualquier letra para representar la altura del rectángulo, y cualquier otra para la base.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

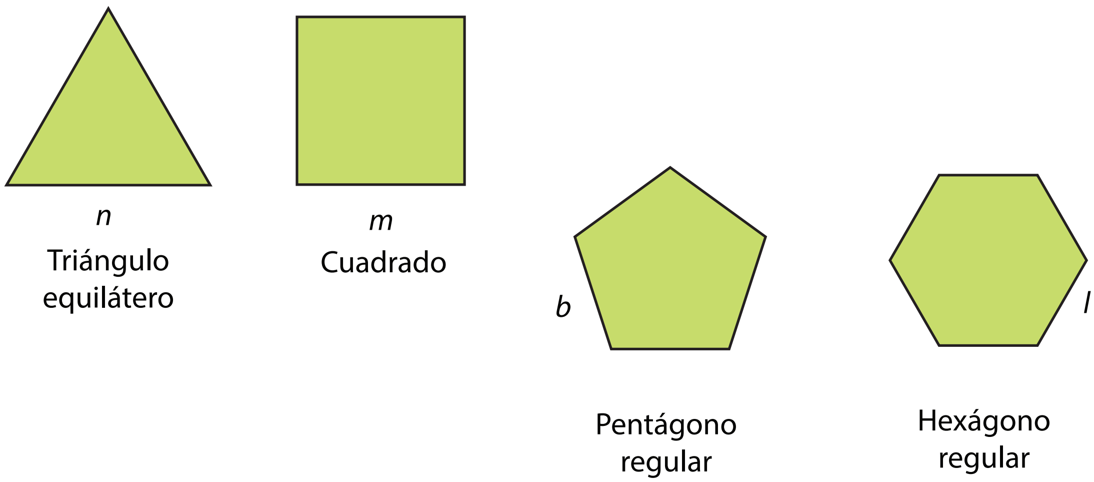
70. Hagámoslo más fácil

Intención didáctica

Que los alumnos obtengan una fórmula para calcular el perímetro de polígonos regulares.

Consigna

En equipos, analicen las siguientes figuras y contesten lo que se pide en cada caso.



1. El triángulo equilátero representa un jardín cuyos lados miden 6 m cada uno, y alrededor de él se va a colocar una cenefa de adoquín. ¿Cuántos metros de adoquín será necesario comprar?

2. Si el jardín tuviera forma cuadrada, como el segundo dibujo, y cada lado midiera 4.7 m, ¿qué cantidad de adoquín sería necesaria?

3. Si para un jardín de forma hexagonal, representado por la última figura, se utilizaron 21 m de adoquín, ¿cuánto mide cada uno de sus lados?

4. Escriban una fórmula para calcular el perímetro de las figuras que representan los jardines.

Triángulo equilátero:	Cuadrado:	Pentágono regular:	Hexágono regular:
____________	____________	____________	____________

Consideraciones previas

Es muy probable que la mayoría de los equipos expresen las fórmulas en forma de sumas y no como producto: $n + n + n$; $m + m + m + m$; $b + b + b + b + b$; $l + l + l + l + l + l$. Es importante observar en forma directa el trabajo de los equipos con la finalidad de detectar estos dos aspectos para retomarlos en la puesta en común de los resultados y hacer ver estas equivalencias.

Para el caso del triángulo equilátero se pueden utilizar las siguientes expresiones equivalentes: $n + n + n$, $3n$ y $3 \times n$. Sin embargo, conviene advertir que la forma más abreviada y que generalmente se utiliza en la fórmula es $3n$, donde n representa la medida de un lado del triángulo equilátero.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Abreviemos operaciones

71. Abreviemos operaciones

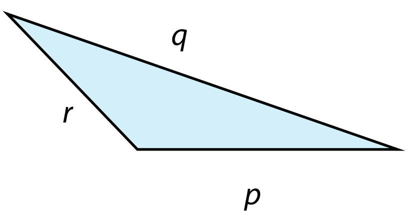
Intención didáctica

Que los alumnos obtengan una fórmula para calcular el perímetro de polígonos irregulares.

Consigna

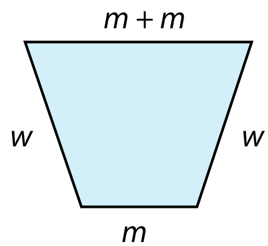
En parejas, hagan lo que se pide a continuación.

1. Escriban una fórmula para calcular el perímetro década una de las siguientes figuras.



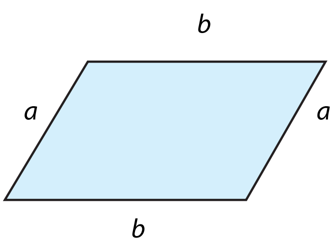
Triángulo escaleno

____



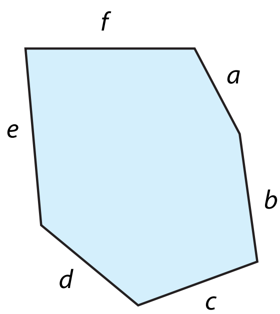
Trapecio isósceles

____



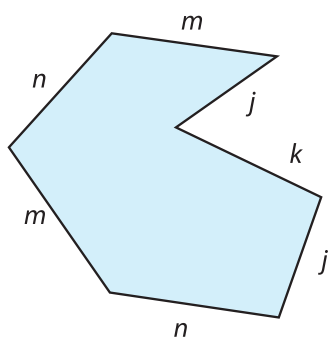
Romboide

____



Hexágono irregular

____



Heptágono irregular

____

2. Escriban una fórmula para obtener el perímetro de cada figura.

Triángulo escaleno:

Trapecio isósceles:

Romboide:

Hexágono irregular:

Heptágono irregular:

3. Dibujen un triángulo cuyo perímetro sea 18.6 cm.

a) ¿Qué tipo de triángulo trazaron?

b) ¿Cuál es la longitud de cada lado?

Consideraciones previas

El propósito de este Desafío es que los alumnos reflexionen sobre la forma general de obtener el perímetro de cualquier polígono, es decir, sumando las medidas de todos sus lados. Sin embargo, cuando se tienen dos o más lados con la misma medida, la suma puede representarse como producto de valores iguales ("tantas veces tal número"), como en el caso del trapecio isósceles, donde probablemente la mayoría escriba la fórmula $P = w + w + m + m + m$ y habrá que hacerles ver que también se puede expresar como producto; es decir, $P = 2 \times w + 3 \times m$, o bien $P = 2w + 3m$.

También se les puede preguntar a los alumnos qué significa que aparezcan dos "emes", dos "enes", dos "aes", etcétera, en una misma figura, esto con la finalidad de que se den cuenta de que estas literales representan la misma medida.

En el trazo del triángulo, dado el perímetro, será importante resaltar que no necesariamente esta medida corresponde a un triángulo determinado, ya que puede corresponder lo mismo a un equilátero que a un isósceles o a un escaleno; lo importante es ver de qué forma hacen la distribución de las magnitudes en cualquiera de estos casos.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

72. Equivalencias

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre las diferentes unidades de medida de longitud y realicen conversiones para resolver problemas.

Consigna 1

Reunidos en pareja completen la tabla con base en la información que se presenta.

El metro es una unidad de medida que pertenece al Sistema Internacional de Unidades. La palabra metro viene de la palabra griega metron que significa medida.

El **metro** es la unidad base, se emplea para medir longitudes y a partir de él se forman otras unidades de medida, tanto mayores (llamadas múltiplos) como más pequeñas (llamadas submúltiplos).

Los nombres de estas unidades se forman por palabras griegas seguidas de la palabra metro.

Deca → diez veces
Hecto → cien veces
Kilo → mil veces
Deci → una décima parte
Centi → una centésima parte
Mili → una milésima parte

Unidad de longitud → metro símbolo m					
Múltiplos del metro (nombre)	Símbolo	Equivalencia	Submúltiplos del metro (nombre)	Símbolo	Equivalencia
Decámetro	Dam	10 m			
	Hm		Centímetro		
	Km				

Consigna 2

Los niños del grupo registraron las medidas de distintas cosas e hicieron una tabla como la que se muestra a continuación. Analícenla y respondan lo que se pregunta.

	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
Largo de la tarima						435	
Perímetro del salón				43	5		
Distancia de la escuela a la papelería			43	5			
Altura del bote de basura							435
Distancia de la escuela al zoológico		43	5				

a) De las cosas que midieron, ¿cuál mide 4.35 hm?

b) En el perímetro del salón, ¿cuántos decámetros completos caben?

c) En el largo de la tarima, ¿cuántos metros completos caben?

d) La distancia de la escuela al zoológico es mayor o menor que 4 km? Explica tu respuesta.

e) ¿La altura del bote de basura es mayor o menor que un metro? Explica tu respuesta.

f) ¿Cuál es la distancia de la papelería al zoológico?

Consigna 3

Con tu mismo compañero analicen y resuelvan los siguientes problemas.

1. Eleazar camina todos los días de su casa a la escuela un kilómetro y medio. Si cuando pasa por la tienda lleva recorridos 320 m, ¿cuánto tiene que recorrer todavía para llegar a la escuela?

2. A un trabajador del municipio le encargaron pintar las guarniciones de las banquetas.

   Tiene que pintar 8 calles y cada una mide un hectómetro. Hasta el momento lleva 245 m pintados, ¿cuántos metros le faltan por pintar?

3. Un caracol se desplaza sobre una jardinera que mide 2 m de largo. Si recorre 13 mm por segundo, ¿cuántos segundos necesita para recorrer el largo de la jardinera?

4. Un caballo puede trotar a una velocidad promedio de 250 m por minuto. Isidro va a ir en caballo de Sta. Lucía a San Jacinto. Si la distancia entre los dos pueblos es de 30 hm, ¿cuánto tiempo tarda Isidro de ir de un lugar a otro?

Consideraciones previas

Es conveniente darles las consignas por separado y hasta que se haya revisado la anterior, para que todo el grupo vaya obteniendo conclusiones.

La primera consigna requiere sólo de la reflexión de los alumnos acerca de cómo se forman las equivalencias entre los múltiplos y los submúltiplos del metro y se colocan en una tabla que facilita la percepción de dichas equivalencias.

En la segunda consigna se requiere que usen las equivalencias para resolver algunos problemas.
Como puede verse los problemas plantean la necesidad de conocer la equivalencia para hacer la conversión, pero no se limitan a decir cosas como: "si un listón mide 2 m, ¿cuántos centímetros son?" ya que esta situación no muestra la necesidad de usar la equivalencia. En este caso es mejor plantear directamente un problema como: "2 m a cuántos centímetros equivale".

En el primer problema, los alumnos tendrán que interpretar a cuántos metros equivale un kilómetro y medio y hacer la diferencia entre los metros recorridos para saber los que le faltan por recorrer.

1.5 km = 1500 m → 1500 m – 320 m = 1180 m

El segundo problema plantea la necesidad de tener presente que un hectómetro equivale a 100 m y que se trata de 8 calles de esa medida, así que habrá que multiplicar 8 por 100 y al resultado restarle 245 m.

El tercero y cuarto problema parecieran más difíciles porque involucran velocidad, sin embargo requieren del mismo razonamiento que los anteriores ya que no es necesario convertir unidades de tiempo, sólo trabajan con unidades de longitud. En el del caracol tienen que calcular a cuántos milímetros equivalen a 2 m y esto dividirlo entre 13 para encontrar los segundos que necesita el caracol para recorrer la jardinera.

Posiblemente algunos alumnos requieran de hacer una tabla para darse cuenta de lo anterior. Pero se darán cuenta de que requerirían de una tabla muy grande para ir marcando de segundo en segundo, por lo que se les pueden hacer preguntas como: Si en un segundo recorre 13 mm, ¿cuántos mm recorrerá en 10 segundos?, ¿y en 20 segundos?, o bien, ¿en cuántos segundos recorrerá 50 mm?, etc.

1 segundo	13 mm
2 segundos	26 mm
…	…
	2000 mm

Practicar las equivalencias es importante así como su memorización, por lo que se pueden plantear ejercicios de conversión de unidades como los que se presentan abajo y revisar los procedimientos empleados.

2.5 m	=	______ cm	280 m	=	______ dam
3.4 km	=	______ m	396 cm	=	______ m
1056 hm	=	______ m	721 dm	=	______ m

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

73. El litro y la capacidad

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre las diferentes unidades de medida de capacidad y realicen conversiones.

Consigna

Organizados en equipo, resuelvan los siguientes problemas:

1. Con base en la siguiente tabla, respondan las preguntas.

Unidad de capacidad → litro símbolo l					
MÚLTIPLOS			**SUBMÚLTIPLOS**		
Nombre	símbolo	equivalencia	Nombre	Símbolo	equivalencia
Decalitro	dal	10 litros	Decilitro	dl	1/10 de litro
Hectolitro	hl	10 decalitros	Centilitro	cl	1/10 de decilitro
Kilolitro	kl	10 hectolitros	Mililitro	ml	1/10 de centilitro

a) ¿Cuántos litros tiene 1 kilolitro? __________

b) ¿Cuántos centilitros tiene 1 litro? __________

c) ¿Cuántos decalitros tiene 1hectolitro? __________

d) ¿A cuántos mililitros equivale 1 litro? __________

e) ¿A cuántos mililitros equivalen 7 decilitros? __________

f) ¿A cuántos mililitros equivale 1/10 de litro? __________

g) ¿A cuántos mililitros equivale 1/100 de litro? __________

h) ¿Cuántos centilitros tiene un decilitro? __________

2. Con un refresco de 600 ml se pueden llenar 3 vasos iguales. Raúl va a tener una reunión con sus amigos y piensa que si cada uno se toma 4 vasos de refresco como los anteriores, con 6 refrescos de 2 litros le alcanzaría exactamente.

a) ¿De qué capacidad son los vasos que usará Raúl para la reunión?

b) Si esto es cierto, ¿cuántas personas podrían estar en la reunión?

c) Si Raúl compra sólo refrescos de 600 ml, ¿cuántos tendría que comprar para que le alcance?

d) ¿Cuántos refrescos de 2 litros se necesitan para tener un decalitro de refresco?

e) Con tres vasos de refresco de 250 ml, ¿cuántos centilitros se tendrían?

Consideraciones previas

Establecer equivalencia entre unidades de medida es una de las mayores dificultades para los alumnos, por lo que es necesario insistir en el significado de cada una. Por ejemplo, para responder el inciso a) del problema 1, se sugiere, independientemente del procedimiento empleado, advertir que 10 litros equivalen a un decalitro, que 10 decalitros equivalen a un hectolitro y que 10 hectolitros equivalen a un kilolitro, de manera que el cálculo puede ser: 10 x 10 x 10 = 1000.

Es importante que los alumnos compartan los procedimientos que evidencien las conversiones entre diferentes unidades. El inciso e) del segundo problema es un buen ejemplo, ya que se puede determinar que tres vasos de refresco de 250 ml son 750 ml y que si 10 mililitros equivalen a un centilitro, al dividir 750 entre 10, se obtiene el resultado correcto: 75 centilitros.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

74. Más unidades para medir

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre las diferentes unidades de peso y realicen conversiones.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan los siguientes problemas:

1. Consideren la siguiente información y completen las tablas que se presentan abajo.

    - Diez unidades de medida de peso iguales equivalen a la unidad inmediatamente mayor.
    - Las unidades de medida de peso se ordenan de mayor a menor de la siguiente manera:

Kilogramo **(kg)**	Hectogramo **(hg)**	Decagramo **(dag)**	Gramo **(g)**	Decigramo **(dg)**	Centigramo **(cg)**	Miligramo **(mg)**

Equivale a:	
1 kilogramo	______ gramos
1 decagramo	______ kilogramos
1 gramo	______ centigramos

Equivale a:	
1 hectogramo	______ gramos
1 decigramo	______ miligramos
1 centigramo	______ gramos

Equivale a:	
1 kilogramo	______ decigramos
$\frac{1}{2}$ kilogramo	______ gramos

Equivale a:	
$\frac{1}{4}$ kilogramo	______ gramos
$\frac{3}{4}$ kilogramo	______ gramos

2. Para festejar el día del padre, la familia Sánchez preparó chiles en nogada. La siguiente tabla muestra la cantidad de ingredientes que utilizaron. Analícenla y luego respondan lo que se pregunta.

Ingredientes	**kg**	**hg**	**dag**	**g**	**dg**	**cg**	**mg**
Chiles poblanos	3		50				
Carne molida de res		20		500			
Carne molida de puerco			150				
Pasas	½			150			
Duraznos			75				
Nueces				450			
Crema				1750			
Manzanas			56				
Almendras					10		
Granada		10					
Ajo picado							500

a) Para hacer los chiles en nogada, ¿se utilizó más de $\frac{1}{2}$ kilogramo o menos de $\frac{1}{2}$ kilogramo de duraznos?

¿De cuánto es la diferencia?

b) ¿Cuántos hectogramos de pasas se utilizaron?

c) Utilicen otra u otras unidades para expresar de manera diferente la cantidad de crema.

d) ¿Cuántos kilogramos de carne de res se necesitaron?

e) ¿Y cuántos de carne molida de puerco?

Consideraciones previas

Se espera que en el primer problema los alumnos puedan hacer una analogía entre las diferentes unidades de medida de peso con las unidades de medida de longitud y capacidad.

Por ejemplo, cuando una unidad se nombra con los prefijos deca, hecto o kilo es 10, 100 o 1000 veces más grande la unidad fundamental; cuando se nombran los prefijos deci, centi o mili se hace referencia a unidades de medida 10, 100 o 1000 veces más pequeñas que la unidad fundamental.

Es importante comentar colectivamente las reglas de agrupamiento con que se van conformando los submúltiplos del gramo. Destacar qué parte del gramo representan un decigramo (1/10 de gramo), un centigramo (1/100 de gramo) y un miligramo (1/1000 de gramo).

Para completar las tablas, es probable que tengan dificultades al ubicar el punto decimal. Por ejemplo, al tratar de expresar en kilogramos 1 decagramo, tal vez anoten 10, 0.10 o 1.0. Si surgen estos errores, es conveniente plantear preguntas que lleven a los alumnos a darse cuenta de que 1 decagramo equivale a 10 gramos y que 10 gramos es la centésima parte de un kilogramo. Otra forma más general es emplear la división entre potencias de 10, en este caso entre 100.

Puede sugerirse a los alumnos que, cuando hagan una conversión, analicen otras posibles expresiones equivalentes; por ejemplo, cuando convierten 3/4 de kilogramos en 750 gramos preguntar: ¿de qué otra manera se puede expresar esta misma cantidad? Probablemente observen que en 750 gramos hay 7 hectogramos y 5 decagramos y lo expresen de otra manera.

Algunas equivalencias son: $\frac{3}{4}$ kg = 750 g, $\frac{3}{4}$ kg = 7.5 hg, $\frac{3}{4}$ kg = 75 dag.

Respecto al problema 2, en el caso de la primera pregunta se pretende que los alumnos encuentren la relación entre ½ kg y 50 dag.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

La venta de camisas

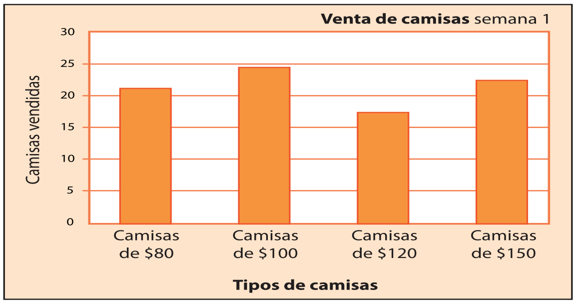
75. La venta de camisas

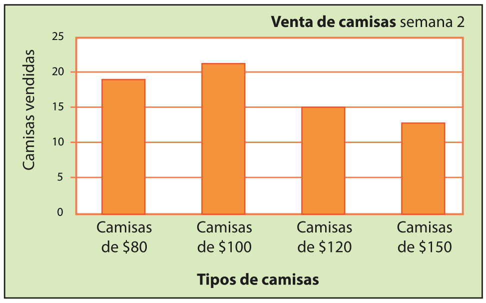
Intención didáctica

Que los alumnos analicen los datos que contiene una gráfica de barras e interpreten la información presentada para responder preguntas al respecto.

Consigna

Las siguientes gráficas representan las ventas de diferentes tipos de camisas en una tienda durante dos semanas distintas. Reunidos en equipo, analícenlas y contesten lo que se pide.





a) ¿Cuántos tipos de camisa se registran en las gráficas?

____

¿Cuáles son?

____

b) En la semana 1, ¿cuál fue el precio de la camisa más vendida?

____

c) ¿Cuántas camisas de $80.00 se vendieron en la semana 2?

____

d) ¿En qué semana se vendieron más camisas?

____

e) Considerando las ventas de las dos semanas, ¿cuál es el tipo de camisa que menos se vendió?

Consideraciones previas

Las gráficas de barras, junto con las poligonales y las circulares, son las de mayor uso. Las gráficas de barras son utilizadas comúnmente para presentar las frecuencias absolutas y relativas con que se manifiestan ciertos hechos o acontecimientos.

Vámonos entendiendo...

La frecuencia absoluta se refiere al número de veces que aparece un dato estadístico. La frecuencia relativa de un dato es el resultado de dividir la frecuencia absoluta y el número total de datos. Por ejemplo: Se ha hecho una encuesta para conocer el número de hermanos de 9 personas y se han obtenido los siguientes resultados: 1, 2, 1, 5, 1, 0, 1, 2, 3.

Viendo estos datos podemos decir que la frecuencia absoluta del dato 0 es 1, del 1 es 4; del 2 es 2; del 3 es 1; del 5 es 1.

Por otro lado, la frecuencia relativa del dato 0, es 1/9, la frecuencia relativa del dato 1 es 4/9, etc.

La frecuencia relativa también puede expresarse por medio de números decimales o porcentaje. Por ejemplo: una aproximación de 4/9 es 0.444 o bien 44.4%.

Muchos alumnos han tenido la experiencia de interpretar información en gráficas de barras; sin embargo, para otros seguramente serán sus primeros contactos con este tipo de gráficos, por eso es importante que en la puesta en común se discutan ampliamente las formas de obtener las respuestas; por ejemplo, los tipos de camisa son cuatro, sus nombres aparecen en el eje horizontal y cada barra representa la venta de cada tipo. Para el caso del inciso c), en la segunda semana se vendieron 19 camisas de $80.00, porque la altura de la barra que representa la venta de este tipo de camisas llega hasta el 19 en la escala vertical.

En general, se trata de aprovechar la interpretación de las gráficas para identificar las principales convenciones de este tipo de gráficas:

- El título indica la distribución que se está graficando. En este caso, las ventas semanales de camisas por cada tipo.
- En cada eje se representa una variable; en este caso, en el eje horizontal los tipos de camisa y en el eje vertical la escala que se toma como referencia para saber la cantidad de camisas vendidas de cada tipo. En el ejercicio que se comenta cada división del eje vertical representa 5 camisas vendidas.
- La altura de cada barra representa la frecuencia absoluta de cada variable registrada en el eje horizontal.

En algunos casos la frecuencia de cada barra puede identificarse visualmente; en otros, es necesario realizar algún trazo o utilizar una escuadra; la perpendicular al eje vertical que coincide con el límite superior de la barra permite conocer la frecuencia de cada variable. Por lo anterior, es fundamental la precisión de los trazos en este tipo de gráficas.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

76. ¿Qué tanto leemos?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen las convenciones de una gráfica de barras para relacionar una tabla de frecuencias con su representación gráfica.

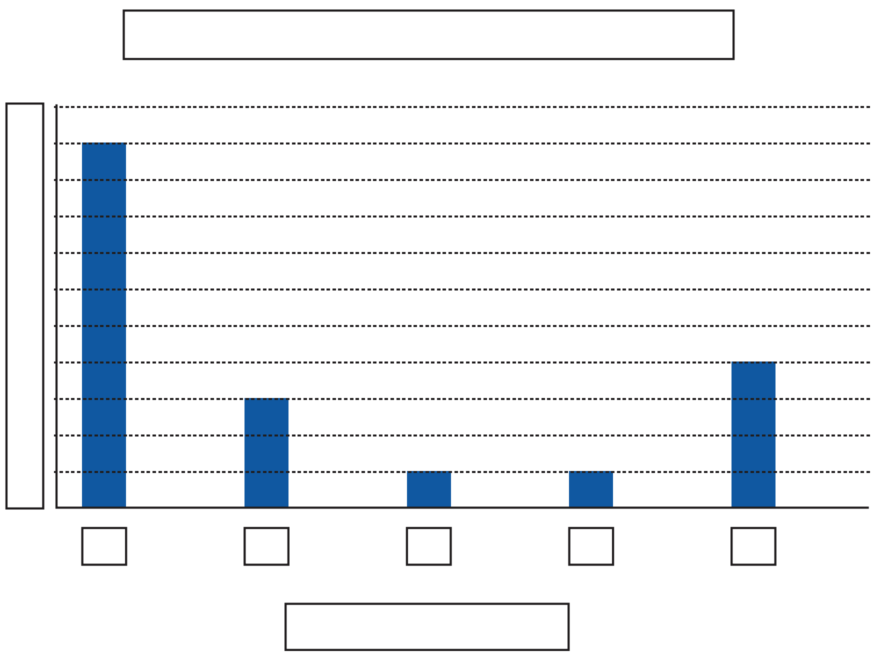
Consigna

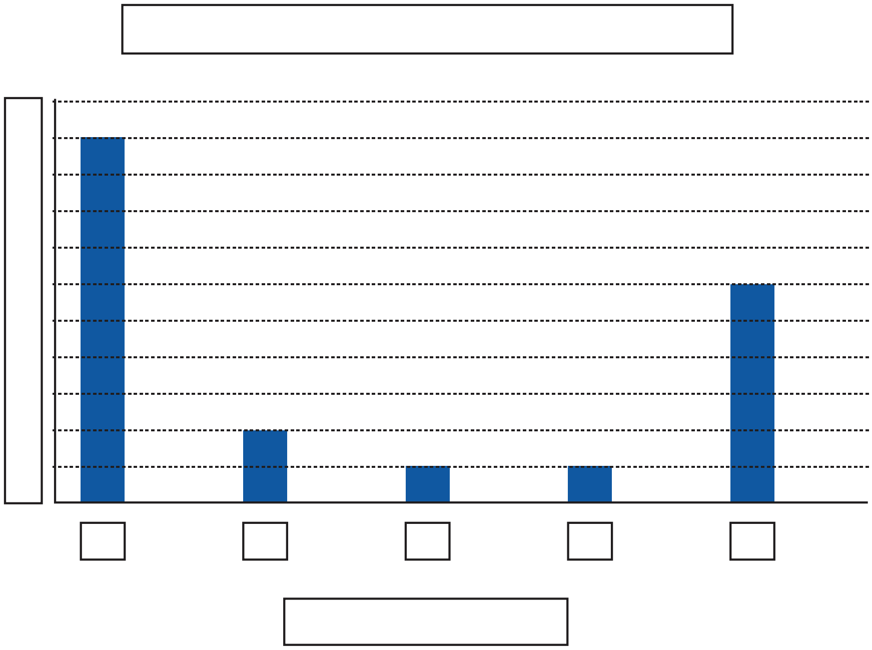
Organizados en equipo, resuelvan el siguiente problema:

En la siguiente tabla se organizaron las respuestas de una encuesta aplicada a 1 000 estudiantes acerca de la cantidad de libros que leen en un año.

Cantidad de libros leídos	1	2	3	4	5 o más
Cantidad de personas	500	100	50	50	300

1. Descubran cuál de las dos gráficas siguientes corresponde a la tabla anterior. Para ello, escriban las cantidades en los ejes, así como los títulos de la gráfica y en los ejes (personas o libros leídos).





2. Construyan una tabla con los datos de la gráfica que no corresponde a la tabla inicial.

Después respondan lo siguiente:

¿Qué aspectos se deben considerar para construir una gráfica de barras?

¿Cuáles son las ventajas de presentar la información en una gráfica?

Consideraciones previas

En la actividad a), se espera que los alumnos puedan reconocer que los datos que se deben ubicar en el eje horizontal es la cantidad de libros leídos y en el eje vertical es la cantidad de personas. En caso contrario, es importante plantear a los alumnos preguntas como las siguientes: ¿cómo son entre sí las gráficas? ¿En qué son diferentes? ¿En qué son iguales? ¿Qué representa la altura de una barra? ¿Cuál es la escala que se está empleando en el eje vertical? La finalidad de este tipo de preguntas es lograr que los alumnos puedan identificar que la altura de las barras representa la cantidad de personas. La dificultad para relacionar el número de personas con la altura de las barras depende de que reconozcan la escala que se está utilizando en ambas gráficas; en este caso, cada segmento del eje vertical representa 50 personas.

Una vez logrado lo anterior, se espera que finalmente los alumnos determinen que la gráfica que corresponde a la tabla es la segunda.

La intención de la actividad b) es plantear el camino inverso y, de alguna manera, validar los argumentos. Se espera que los alumnos construyan una tabla con la siguiente información:

Cantidad de libros leídos	1	2	3	4	5 o más
Cantidad de personas	500	150	50	50	200

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

77. Información gráfica

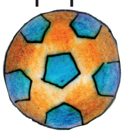
Intención didáctica

Que los alumnos utilicen las convenciones de una gráfica de barras para representar información contenida en tablas de frecuencias.

Consigna

Reunidos en equipo, elaboren una gráfica de barras que represente la información que se da en cada uno de los siguientes casos:

Caso 1. En una escuela primaria se hizo una encuesta sobre cuál es el equipo favorito de futbol. La información que se obtuvo es la siguiente:



Equipo	Número de niños
Toluca	12
Pachuca	10
América	16
Cruz Azul	10
Guadalajara	20
Pumas	14
Otros	8
Total	90

Elaboren la gráfica:

— Comenten:

¿Qué información pusieron en la escala del eje vertical?

¿Qué información pusieron en el eje horizontal?

¿Para qué les sirvió graficar la información?

Caso 2. En un negocio de venta de ropa se realiza el control semanal de las ventas de cada tipo de mercancías. La siguiente tabla contiene información sobre dos marcas de camisa:

Cantidad de camisas vendidas en una semana					
	Lunes	**Martes**	**Miércoles**	**Jueves**	**Vienes**
1ª marca	25	40	50	20	30
2ª marca	20	30	40	30	25

Elaboren su gráfica:

— Comenten:

¿Cuántas gráficas elaboraron?

¿Por qué?

— Comenten:

¿Cuántas gráficas elaboraron?

¿Por qué?

¿Qué información pusieron en la escala del eje vertical?

¿Qué información pusieron en el eje horizontal?

¿Para qué les sirvió graficar la información?

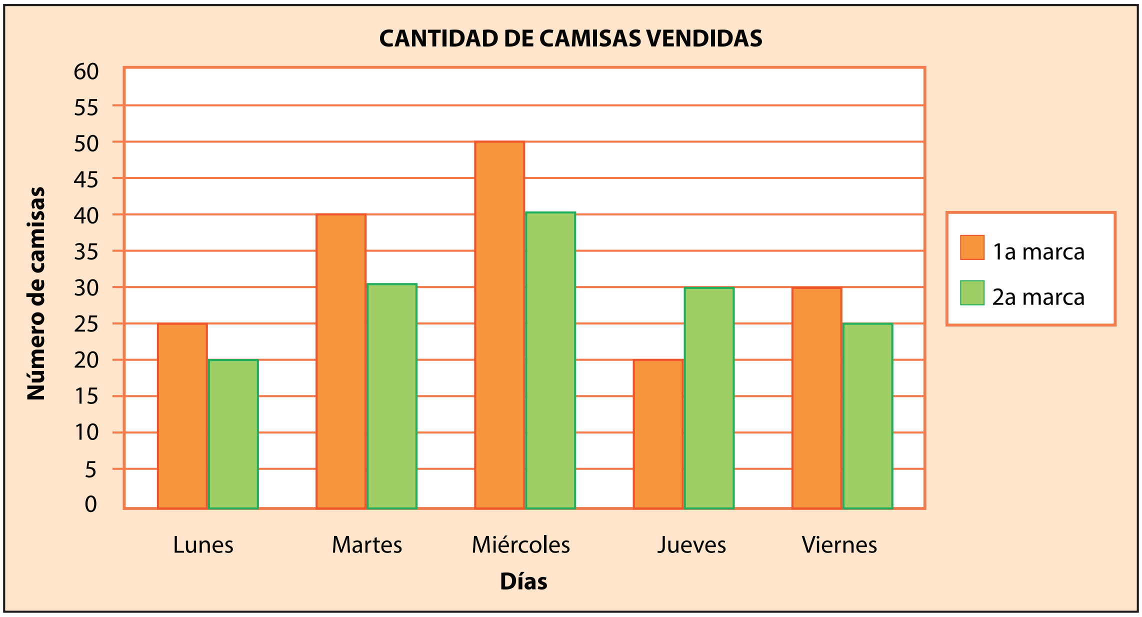
¿Qué dificultades tuvieron al elaborar la gráfica?

Consideraciones previas

En la primera actividad, es probable que algunos equipos tengan dificultad en determinar la escala en el eje vertical; sin embargo, es importante dejar que ellos sean quienes tomen la decisión. También es probable que haya equipos que no coloquen los títulos correspondientes, por lo que en la puesta en común es conveniente cuestionarlos sobre la pertinencia de los mismos. Finalmente, se espera que los alumnos puedan lograr construir una gráfica de barras como la siguiente:

La actividad 2 representa para los alumnos un mayor desafío porque la tabla contiene dos series de datos (1ª marca y 2ª marca).

Es probable que algunos equipos elaboren dos gráficas, una para cada marca; a otros, tal vez se les ocurra elaborar una sola como la siguiente:



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

78. ¿En qué se parecen?

Intención didáctica

Que los alumnos infieran y describan las características del sistema de numeración maya y las comparen con el sistema decimal.

Consigna

Organizados en equipo, resuelvan los siguientes problemas:

1. Los números mayas se escriben de abajo hacia arriba en varios niveles cuyo valor cambia. Aquí se representaron los números que van en cada nivel con un color diferente para que les ayude a identificar su valor.

Sistema maya											
	𝋠	𝋡	𝋢	𝋣	𝋤	𝋥	𝋦	𝋧	𝋨	𝋩	
Sistema decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Sistema maya							𝋡	𝋡	𝋡		
	𝋬	𝋭			𝋰		𝋠	𝋡	𝋢		
Sistema decimal	12	13	14	15	16	17	20	21	22	23	25

Sistema maya									𝋡		𝋡
	𝋡				𝋥				𝋠		𝋡
	𝋫			𝋠	𝋡				𝋠		𝋣
Sistema decimal	31	34	39	100	101	102	103	105	400	401	423

a) ¿Cuántas y cuáles son las cifras que se utilizan para escribir números en el sistema de numeración maya?

b) ¿Hasta cuántas veces puede repetirse cada cifra?

c) ¿Cuánto vale el punto en el primer nivel?

¿Y en el segundo nivel?

¿Y en el tercer nivel?

d) ¿Cuánto vale la raya en el primer nivel?

¿Cuánto vale en el segundo nivel?

¿Y en el tercer nivel?

e) ¿Cuál es el mayor número que se puede escribir usando una sola vez las tres cifras?

¿Y cuál es el menor?

2. Completen la siguiente tabla. Al terminar contesten las preguntas.

45			4 x 10	5 x 1
		1 x 100	0 x 10	6 x 1
2012	2 x 1000			2 x 1
			6 x 10	9 x 1
5880	5 x 1000		8 x 10	
322				
974				4 x 1
	3 x 1000	4 x 100	3 x 10	0 x 1
7931				
			0 x 10	9 x 1
		5 x 100	0 x 10	5 x 1
1004				

a) ¿Cuántas y cuáles son las cifras que emplea el sistema decimal?

b) ¿Cuál es el máximo número que se puede escribir en una posición?

c) ¿Cuál es el valor de cada una de las posiciones de un número? Escribe sólo las primeras cuatro de derecha a izquierda.

d) Anoten una característica del sistema maya en la que se parezca al sistema decimal.

e) Anoten una característica del sistema maya en la que no se parezca al sistema decimal:

Consideraciones previas

Se dieron los colores a los símbolos mayas con el fin de ayudar a los alumnos a entender el sistema de numeración.

No se trata de que tengan que memorizar símbolos ni que se les pida que aprendan a escribir cualquier número del sistema decimal en sistema maya, sino de que comparen la estructura que presenta éste con respecto al decimal y cuáles son las ventajas o desventajas de uno con respecto al otro.

Si se considera necesario, se pueden escribir en cartulina algunos números mayas donde quede más clara la división por niveles. Por ejemplo:

					400
	20		100		40
	1		10		0

Si aún con este apoyo los alumnos tienen dificultad para encontrar los valores, se les puede indicar que el primer nivel vale 1, el segundo vale 20 y el tercero 400. De esa manera, seguramente se les facilitará interpretar los valores.

Lo fundamental aquí consiste en que observen que según el lugar que ocupa cualquiera de las tres cifras que se usan en el sistema maya (  ), adquiere un valor diferente según la posición que ocupe y estos valores se suman para obtener el número final, es decir, se trata de un sistema de numeración posicional.

La segunda consigna permitirá volver a analizar algunas características del sistema de numeración decimal, con el fin de que observen que también en él las cifras adquieren un valor diferente de acuerdo con el lugar que ocupan y se suman estos valores.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

79. Es más fácil

Intención didáctica

Que los alumnos analicen las ventajas del sistema decimal con respecto al sistema de numeración maya.

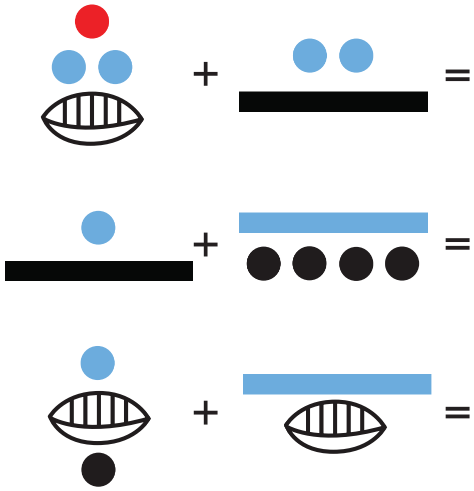
Consigna

Organizados en pareja, resuelvan los siguientes problemas.

1. Anoten en la tabla las cantidades que se piden de acuerdo con el sistema de numeración indicado.

Cantidad	Número decimal	Número maya
Días que tiene un año		
Edad de uno de ustedes		
Número de alumnos en el grupo		
Número de hermanos que tiene cualquiera de ustedes		
Cantidad de maestros que hay en tu escuela		

2. Realicen las siguientes operaciones en el sistema maya y luego transformen las cantidades al sistema decimal, resuélvanlas y contesten la pregunta.



¿Por qué consideras que a través de la historia de la humanidad el sistema de numeración decimal se ha universalizado?

Consideraciones previas

Seguramente a los alumnos se les dificultará hacer las operaciones en el sistema maya, incluso algunos tendrán problemas desde la representación de los números.

La dificultad para realizar operaciones es una de las razones fundamentales del por qué otros sistemas de numeración no progresaron ni se universalizaron, ésta es una ventaja que tiene el sistema decimal sobre otros sistemas.

Aquí que se tratará de que los alumnos analicen y experimenten estas características con base en los problemas planteados.

El trabajo que aquí se propone no se debe plantear más allá de este análisis. Esto es, no se les propondrán evaluaciones en las que se incluyan operaciones con sistemas diferentes al decimal.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

80. ¿A quién le toca más?

Intención didáctica

Que los alumnos descubran que un problema de reparto se puede expresar como *n*/*m*, donde *n* representa las unidades a repartir y *m* representa el número entre el cual se reparten.

Consigna

Trabajen en equipo para completar las tablas y responder las preguntas.

1. Varios alumnos se organizaron en equipos y repartieron gelatinas de manera equitativa y sin que sobrara ninguna.

Equipo	Cantidad de gelatinas compradas	Cantidad de alumnos por equipo	Cantidad que le toca a cada uno
A	1	5	
B	2	5	
C	3	5	
D	4	5	
E	5	5	

a) ¿En qué equipo le toca una porción más grande de gelatina a cada alumno?

b) ¿En cuál equipo les toca una porción más pequeña a los alumnos?

2. La siguiente tabla corresponde a otros equipos.

Equipo	Cantidad de gelatinas compradas	Cantidad de alumnos por equipo	Cantidad que le toca a cada uno
F	7	3	
G	7	4	
H	7	5	
I	7	6	
J	7	7	

a) ¿En qué equipo le toca una porción más grande a cada niño?

b) ¿En cuál equipo le toca una porción más pequeña a cada uno?

c) ¿Existe alguna relación en las dos tablas que te permita saber rápidamente cuánto le toca a un niño al repartir cierto número de gelatinas? Explícala.

Consideraciones previas

En grados anteriores los alumnos resolvieron problemas de reparto utilizando diversos procedimientos; podrán seguir usando estos procedimientos y se espera que evolucionen hasta determinar que al repartir m unidades entre n personas, el resultado es la fracción m/n o una equivalente.

Es muy probable que entre los procedimientos que surjan esté el de repartir una por una las gelatinas entre el número de niños que tenga el equipo. Por ejemplo, en la tercera fila, 3 gelatinas entre 5 niños dirán: de 1 gelatina entre 5 les toca $\frac{1}{5}$, otro quinto de la segunda gelatina y un tercer quinto de la tercera gelatina, por lo tanto les tocan $\frac{3}{5}$ de gelatina a cada uno.

Así que es conveniente que comparen su razonamiento con los alumnos que se dan cuenta de esto y dicen: si de cada gelatina entre 5 se obtiene $\frac{1}{5}$ para cada uno, entonces el número de gelatinas irá en el numerador y el de alumnos en el denominador, por lo que, en este caso, el que cambiará será el numerador y el denominador permanecerá constante.

En el caso del segundo problema, el número constante es de las gelatinas y el que varía es el de alumnos. Por lo tanto, el numerador se mantendrá constante: 7 y el denominador será el que vaya variando: 3, 4,…, dando origen a una fracción donde a cada alumno le corresponde más de una gelatina.

Las preguntas que se plantean después de cada tabla pretenden que los alumnos observen precisamente esta relación entre el número que se reparte y el número entre el cual se reparte, además de la variación en el "tamaño" de la fracción según se cambie uno u otro.

Si los alumnos no se dieran cuenta de esto, se les puede señalar y cerrar la actividad con esta conclusión. Se sugiere plantear problemas similares para que los alumnos contesten de modo oral, por ejemplo: Se reparten ocho pasteles entre cinco niños, ¿cuánto le toca a cada uno? Respuesta: $\frac{8}{5}$.Se reparten 3 litro de agua en partes iguales entre 4 personas, ¿cuánta agua le toca a cada una? Respuesta: $\frac{3}{4}$ de litro.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

81. El robot

Intención didáctica

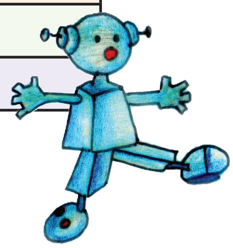
Que los alumnos anticipen números fraccionarios que expresan resultados en problemas de división.

Consigna

En equipo, completen la siguiente tabla y respondan las preguntas.

Un grupo de alumnos elaboró varios robots. Cada robot avanza una cantidad de unidades determinada en función del número de pasos que da. Las tablas muestran esta relación.

Robot	Unidades que avanza	Número de pasos que da	Unidades que avanza por cada paso
A	1	5	
B	2	7	
C	4	10	
D	7	12	
E	10	30	
F	5	2	
G	3	3	
H	8	12	
I	9	15	
J	6	10	



a) ¿Qué robot avanza más en un paso?

b) ¿Cuál avanza menos en un paso?

Consideraciones previas

Entre los procedimientos que pueden surgir está la representación con dibujos o gráfica del problema. Por ejemplo, algunos podrían usar la recta numérica y hacer lo siguiente para representar el avance del robot A:

Donde las líneas azules representan las unidades que avanza y las líneas anaranjadas representan los pasos que necesita dar para avanzar una unidad.

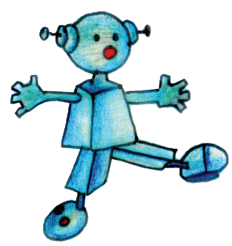
De aquí se deduce que cada paso que da el robot A representa una quinta parte de la unidad ($\frac{1}{5}$).

Seguramente, después de hacer esto con uno o dos robots, ya no tengan necesidad de hacerlo con los demás y puedan entender la relación que existe entre las dos columnas.

También entra en juego la comparación de estas fracciones para poder responder las preguntas que se plantean.

Al igual que en el Desafío anterior, es muy probable que en la confrontación de resultados los alumnos expongan varios procedimientos incluyendo el que se desea estudiar (la anticipación de la fracción *m*/*n*). De no ser así, se les puede señalar y cerrar la actividad con esta conclusión.

Esta idea deberá ser usada constantemente cuando se presenten situaciones semejantes y se pueden buscar problemas donde se aplique.



Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

¿Cuál es el patrón?

82. ¿Cuál es el patrón?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen y apliquen la regularidad en una sucesión con progresión geométrica de números naturales, para encontrar términos faltantes o cercanos.

Consigna

En equipo, resuelvan los siguientes problemas. Pueden utilizar la calculadora.

1. Encuentren los términos faltantes de las siguientes sucesiones:

   a) 1, 4, 16, __________ , 256, 1024, 4096, _________, _________

   b) 4, 28, 196, 1372, _______, __________, __________, 351 232

2. ¿Cómo encontraron los términos faltantes en cada sucesión?

____

____

3. En un estadio de fútbol, los patrocinadores de los equipos que jugaron la final regalaron una camiseta y una gorra autografiada por los jugadores a los aficionados cuyos boletos de entrada pertenecen a la siguiente sucesión:

   9, 27, 81, 243, 729, 2187…

   a) Si Norberto tiene el boleto 19683, ¿se ganó la camiseta y la gorra? Argumenta tu respuesta.

____

   b) En caso de haber ganado los premios, ¿en qué lugar estaría el boleto de Norberto?

____

4. Algunos folios de boletos fueron exhibidos en la entrada del estadio por diferentes motivos:

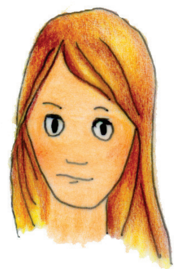
25789, 36890, 59049, 63564, 177147, 531441

a) ¿Cuáles de ellos corresponden a los ganadores de la gorra y la camiseta?

b) ¿Cómo determinaron los patrocinadores a quién le regalarían la camiseta y la gorra?

5. Más de 500 000 estudiantes a nivel nacional presentaron examen para ingresar a la universidad; algunos de los exámenes son idénticos en la sección de matemáticas. Los siguientes son algunos de los folios de alumnos que presentaron examen en el mismo grupo:

Primer asiento	Folio	13
Segundo asiento	Folio	52
Tercer asiento	Folio	208



a) Si Josefina presentó examen en este grupo y su solicitud tenía el folio 159744, ¿en qué asiento se sentó?

b) Si su amiga Norma tenía el folio 79768, ¿estaría en este grupo?, ¿por qué?

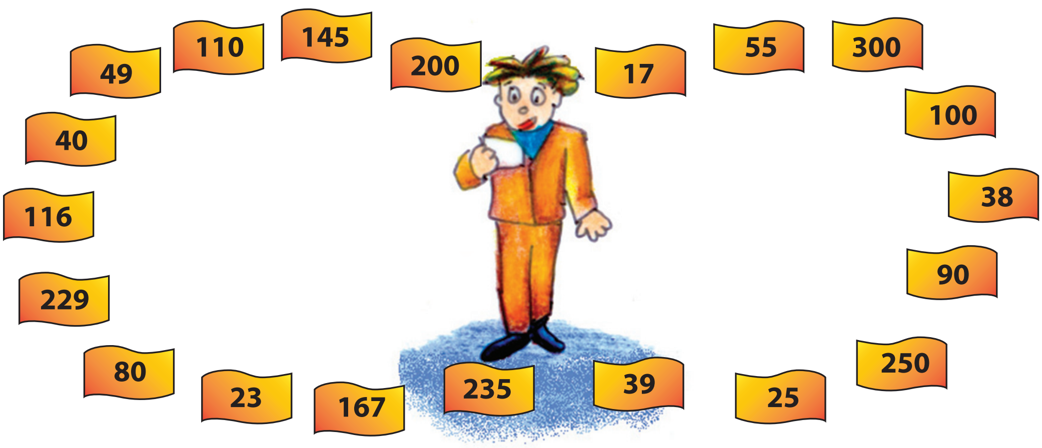
c) ¿Cómo determinaron los aplicadores los folios de los exámenes para organizar los grupos?

6. Algunos de los folios de los aspirantes que presentaron examen en el grupo 6, son los siguientes:

Primer asiento	2
Segundo asiento	4
Tercer asiento	6
Cuarto asiento	8
Quinto asiento	10

a) ¿Cómo determinaron los aplicadores los folios para los exámenes de este grupo?

b) ¿Qué folio le corresponde al asiento 10?, ¿y al 17? Argumenten su respuesta.



Consideraciones previas

Teniendo en cuenta que este es el primer acercamiento de los alumnos con las progresiones geométricas en una sucesión de números, es importante que en el momento de la socialización se ponga atención en los conceptos empleados por ellos para justificar su respuesta, con la finalidad de establecer formalizaciones matemáticamente correctas que permiten identificar las partes de la progresión (sucesión, término de la sucesión, patrón o regularidad).

En las sucesiones implicadas sólo se trabajan números naturales, con progresiones crecientes; por lo tanto, se sugiere que en caso de diseñar nuevos problemas considere lo anterior en situaciones como: números de boletos para rifas, distribución de asientos, folios y aquellos que impliquen seleccionar datos de un conjunto mayor (Censos).

Vámonos entendiendo...

Una **sucesión de números reales** es un conjunto ordenado de infinitos números reales a_1, a_2, a_3, a_4, a_5,..., a_n,... que sigue una determinada ley de formación (Regularidad o patrón).

Cada uno de los números reales se llama **término** de la sucesión.

Una sucesión con **progresión geométrica** es una sucesión de números tales que cada uno de ellos (salvo el primero) es igual al anterior multiplicado por un número constante llamado **razón**.

La regularidad o patrón de comportamiento de una sucesión con progresión geométrica es por ejemplo, que cada término se calcula multiplicando el anterior por un número fijo.

Considerando que la intención didáctica es identificar la regularidad, se puede permitir el uso de la calculadora para encontrar los términos.

Para el primer problema, se espera que los alumnos no tengan dificultad para encontrar los términos faltantes, ya que pueden analizar los tres primeros términos e identificar la regularidad a través de dividir dos números consecutivos (el mayor entre el menor), corroborando con los otros términos que realmente se cumpla la regularidad para así obtener los términos faltantes. Esta actitud de comprobar que la respuesta es válida para todos los elementos se debe fomentar en los alumnos con preguntas como: *¿esto que dices se* *cumple para todos los números?, ¿cómo lo sabes?,¿qué hicieron para saber que esta respuesta era la correcta?, ¿cómo comprobaron su respuesta?, etc.*

Puede ser que también encuentren la regularidad a través del uso del ensayo y error, siendo válido; ya al momento de la puesta en común se discutirá cuál forma es más eficaz para obtener el patrón.

La respuesta del problema 3.a), no debe limitarse a una afirmación o negación, se debe buscar la argumentación que permite analizar el tipo de razonamiento que llevaron a cabo. En este caso, seguramente identificarán pronto que la regularidad existente entre 9, 27 y 81 no puede ser aditiva porque:

$$9 \xrightarrow[+18]{} 27 \xrightarrow[+54]{} 81$$

Pero sí multiplicativa:

$$9 \xrightarrow[\times 3]{} 27 \xrightarrow[\times 3]{} 81$$

Si los alumnos se percataron desde las sucesiones con progresión aritmética que también podían encontrar números yendo de adelante hacia atrás si realizaban la operación contraria, podrían aplicar este mismo concepto en las sucesiones con progresión geométrica, sólo que en este caso tendrían que dividir. Así, para saber si 19683 (boleto de Norberto) pertenece a la sucesión (boletos con premio) y ya determinaron que la sucesión se obtiene multiplicando por 3, entonces podrán usar la estrategia de dividir entre 3 hasta obtener un número que ya esté dado en la sucesión:

$$2187656 \xrightarrow[\div 3]{} 119683 \xrightarrow[\div 3]{}$$

En el caso del problema 5a se espera que la respuesta sea un número ordinal. Para el problema 5c, es conveniente que los alumnos, reconstruyan la sucesión presentada inicialmente para poder establecer qué folios corresponde a los ganadores. En la última pregunta se busca que los alumnos identifiquen la regularidad mediante la cual se construye la sucesión, sería el número 1 (el primer asiento ya que la numeración de las butacas inicia con el 1).

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

83. Un patrón de comportamiento

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen la regularidad de una sucesión con progresión geométrica para determinar si un elemento pertenece o no a la sucesión.

Consigna

En equipo, resuelvan los siguientes problemas.

1. Indiquen si el número que aparece en el inciso pertenece o no a la sucesión que le sigue y argumenten su respuesta:

   a) 512

   2, 4, 8, 16, 32, 64....

   ____

   ____

   b) 4880

   20, 60, 180, 540, 1620...

   ____

   ____

   c) 3.75

   245760, 61440, 15360, 3840, 960, 240...

   ____

   ____

   d) 0.375

   96, 48, 24, 12, 6, 3, 1.5...

   ____

   ____

2. Diseñen una sucesión con progresión geométrica, con diez elementos como máximo. Consideren los siguientes pasos:
   a) Construyan la sucesión solicitada.
   b) Intercámbienla con otro equipo.
   c) Identifiquen la regularidad planteada en la sucesión que intercambiaron.
   d) Explíquenla a sus compañeros de grupo.

Consideraciones previas

En los incisos a y b del primer problema se esperaría que no hubiese mayor problema, ya que si encuentran la regularidad (multiplicar por 2 y 3, respectivamente), lo único que les queda es continuar la sucesión y verificar si el número dado está o no en ella.

En el caso de los dos incisos siguientes la dificultad es mayor, ya que el patrón puede verse de dos formas: como un factor fraccionario, o bien, como un divisor. Esto es:

Si se continúa esta sucesión (divide entre 4 cada término) se llega a 3.75.

245760, 61440, 15360, 3840, 960, 240...

Otra forma de verlo es que cada número de la sucesión está multiplicado por $\frac{1}{4}$ o por 0.25, pero es poco probable que los alumnos lo analicen así.

Tal vez los alumnos digan de entrada que 3.75 no pertenece porque observan que todos los números dados de la sucesión son enteros y se les está preguntando por un número decimal. Habrá que dejar que argumenten y discutan en grupo si ese argumento es válido o no. En caso de que no surja la idea de que no es válido el argumento, se les puede orientar o pedir que identifiquen el patrón y lo continúen para verificar su respuesta.

En la siguiente el patrón consiste en dividir entre dos cada término para obtener el siguiente, o bien, multiplicar por $\frac{1}{2}$ o por 0.5.

Para el problema 2, los alumnos pondrán en juego todo lo aprendido al construir una sucesión con progresión geométrica y resolver la que haya elaborado otro equipo.

Éste es un buen momento para redondear los conceptos y aclarar las dudas.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

La papelería

84. La papelería

Intención didáctica

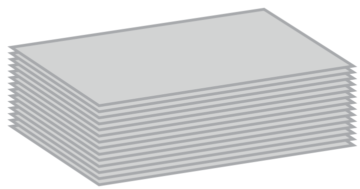
Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen multiplicar números decimales por un número natural, utilizando procedimientos personales.

Consigna

En equipo, resuelvan el siguiente problema. No se vale usar calculadora.

Ramiro trabaja en una papelería y tiene que estar muy atento a lo que va a cobrar, pues si le falta dinero lo paga de su sueldo.

CD, $4.90 c/c



Fotocopias	
Carta	$0.50
Oficio	$0.75
Engargolado	$13.50

a) Llegó una persona que pidió 8 fotocopias tamaño oficio y 8 CD. ¿Cuánto deberá cobrarle en total?

b) Otra persona pidió 3 CD y 5 fotocopias tamaño carta. ¿Cuánto le deberá pagar a Ramiro?

c) Araceli pidió 23 fotocopias tamaño oficio y que se las engargolaran. Pagó con un billete de $50, ¿cuánto tendrá que regresarle Ramiro de cambio?

Consideraciones previas

Para resolver el problema los alumnos pueden seguir diferentes procedimientos, algunos de ellos son los siguientes:

Para responder el primer inciso es probable que determinen que para dos fotocopias el importe es de $1.50 y para cuatro de $3.00; por lo tanto, el importe de 8 fotocopias es de $6.00

Otro procedimiento podría ser que algunos alumnos descompongan los 75 centavos como 50 centavos más 25 centavos, luego sumen por un lado los 50 centavos (ocho veces) y por otra parte los 25 centavos (ocho veces), de donde resulta $4.00 más $2.00 que en total da los $6.00 que debe cobrar Ramiro.

Para encontrar el costo de los CD es probable que redondeen $4.90 (precio de uno) a $5.00, luego sumen 8 veces $5.00 o bien multipliquen $8 x 5 y con ello obtengan como resultado $40.00. Después, como agregaron 10 centavos en el redondeo por cada CD, lo cual equivale a 80 centavos por las 8 piezas, resten $0.80 a los $40.00 y con ello determinen el importe de los 8 CD que es de $39.20.

Una vez obtenidos los precios por separado de las copias y de los CD, es necesario sumar sus importes para saber el costo total de la compra ($6.00 + $39.20 = $45.20).

Dado que los alumnos ya saben multiplicar números naturales mediante el algoritmo convencional, es probable que lo utilicen para realizar las multiplicaciones 0.75 x 8 (costo de las ocho copias) y 4.90 x 8 (costo de los ocho CD); si esto ocurre es necesario comentar ampliamente la forma de ubicar el punto decimal en el resultado cuando se trata de multiplicar un número decimal por un número entero; así el resultado correcto es 6.00 y 39.20, en este caso y no 600 y 3920.

En los dos incisos siguientes, los procedimientos seguramente serán muy semejantes a los expuestos anteriormente, así que sólo habrá de considerar que todos ellos se pueden transformar en una operación (multiplicación) en la que se debe tener presente qué pasa con el punto decimal.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

85. ¿Qué hago con el punto?

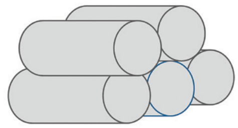
Intención didáctica

Que los alumnos relacionen la suma iterada de números decimales con la multiplicación y que encuentren un procedimiento para hallar el resultado.

Consigna

Organizados en equipos, resuelvan los siguientes problemas.

1. Una tubería consta de 7 tramos iguales de 0.75 metros. ¿Cuál es la longitud de la tubería?



2. Esther compró 3 frascos de pegamento de $4.80 cada uno. ¿Cuánto pagó en total?

3. Sonia compró 5 paquetes de queso panela con un peso de 0.375 kg cada uno y 6 paquetes de jamón con un peso de 0.250 kg cada uno. ¿Cuál es el peso total de los quesos y el jamón?

4. José fue a una papelería y sacó 10 fotocopias a color tamaño carta a $2.75 cada una, 100 fotocopias blanco y negro tamaño carta a $0.75 cada una. ¿Cuánto pagó en total por las fotocopias?

Consideraciones previas

Es muy probable que la mayoría de los alumnos usen sumas iteradas todavía para resolver cada uno de los problemas, pero también es probable que algunos alumnos en vez de sumar, multipliquen. Si surge la multiplicación es importante comparar los resultados que se obtuvieron en cada caso y comentar sobre la colocación del punto decimal cuando se multiplica. En caso de que no surja, se les dará como una opción para resolver con mayor facilidad este tipo de situaciones.

Al presentar el algoritmo de la multiplicación con decimales habrá que poner mucho énfasis en el punto decimal del resultado, haciendo ver que el número de cifras decimales significativas del resultado coincide con el número de cifras decimales significativas del factor que se multiplica, es decir, si el factor tiene décimos, el resultado tendrá décimos, si el factor tiene centésimos, el resultado tendrá centésimos, etcétera.

Una posible explicación de lo anterior es, por ejemplo, *7* x 0.*75* metros = *7* x *75* centésimos de metro = *525* centésimos de metro = 5 metros + 25 centésimos de metro = 5.25 metros.

Se limita el uso de la calculadora para resolver los problemas porque la finalidad aquí es que los alumnos entiendan por qué obtienen esos resultados.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

86. La excursión

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen multiplicar números decimales por un número natural, utilizando el algoritmo convencional.

Consigna

En equipos resuelvan el siguiente problema. **No se vale usar calculadora**.

El profesor Héctor y sus alumnos organizaron una excursión a la ciudad de México. Visitarán el Centro Histórico, el Castillo de Chapultepec y el museo de Antropología. El costo del transporte por alumno es de $310.75.
Nota: No incluye alimentos.

1. Para realizar el pago del transporte, el profesor Héctor tiene que juntar el dinero de los 37 alumnos que participarán en la excursión. ¿Cuánto dinero debe juntar?

2. Para comer seleccionaron un restaurante de hamburguesas que ofrece la siguiente oferta:

Hamburguesas con papas y agua fresca a solo: $37.50

Antes de salir a la ciudad de México, el profesor ha decidido juntar el dinero de la comida de todo el grupo. ¿Qué cantidad debe reunir?

Consideraciones previas

Las operaciones 310.75 x 37 y 37.50 x 37 permiten obtener el costo total del transporte y de la comida de los excursionistas. Es probable que los alumnos continúen utilizando procedimientos personales, como la suma iterada, para encontrar los resultados de dichas operaciones; sin embargo, ahora se trata de promover el uso del algoritmo usual o convencional, es por esto que se usan estas cantidades, ya que si decidieran usar la suma iterada, les llevaría mucho tiempo y seguramente tendrían algunos errores por la longitud de la operación, incluso si consideraran sumar en forma separada los pesos y los centavos.

Cuando se realice la confrontación de procedimientos, si no surge el algoritmo por parte de los alumnos, aunque éste se haya presentado en el Desafío anterior, se sugiere presentarlo como una alternativa más para resolver ese tipo de operaciones y que se discuta las ventajas de su uso.

Al realizar las operaciones de multiplicación que resuelven el problema se debe enfatizar en la relación de los decimales que lleva uno de los factores con los que lleva el resultado de la operación, como en este caso donde uno de los factores tiene centésimos y por tanto el resultado deberá tener centésimos.

$$
\begin{array}{r}
310.75 \\
\times \quad 37 \\
\hline
217525 \\
93225 \\
\hline
11497.75
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
37.50 \\
\times \quad 37 \\
\hline
26250 \\
11250 \\
\hline
1387.50
\end{array}
$$

Es muy importante discutir y deducir el procedimiento para ubicar el punto decimal en el resultado y por supuesto señalar que dicho algoritmo es muy semejante al que se utiliza para multiplicar números naturales.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

87. La misma distancia

Intención didáctica

Que los alumnos conciban a la circunferencia como un conjunto de puntos que están a la misma distancia de otro punto al que se llama centro y que identifiquen esa distancia como el radio de la circunferencia.

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de contar con los siguientes materiales:

En grupo:

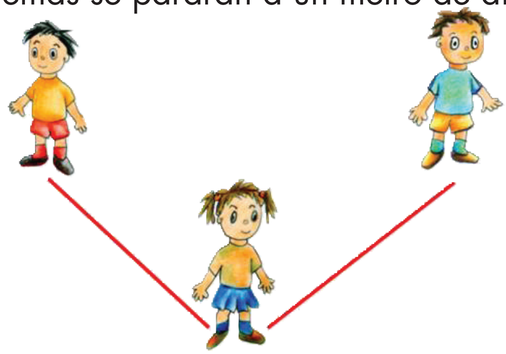
- Un metro o un listón que mida un metro.

En equipo:

- Una regla o escuadra graduada, compás, hilo grueso (hilo cáñamo o algún estambre parecido).

Consigna 1

Todo el grupo elija a un compañero que se colocará en un punto determinado del patio y los demás se pararán a un metro de distancia de él.



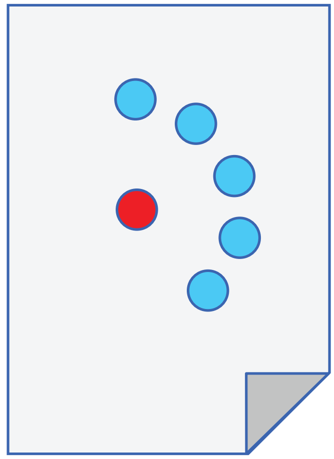
1. Observen y digan qué figura se forma con todos los alumnos que se pararon a un metro de distancia de su compañero que está en el centro.

Consigna 2

Organizados en parejas, realicen lo que se indica.

1. Marquen un punto con color rojo en el centro de una hoja blanca. Después marquen con azul todos los puntos que se encuentren a 5 cm de distancia del punto rojo. Gana la pareja que marque más puntos cuando el profesor diga ¡ALTO!

   ¿Qué figura forman todos los puntos que marcaron?



2. En la parte de atrás de la hoja blanca marquen otro punto rojo en el centro. Usen el pedazo de cuerda para marcar muchos puntos que estén a la misma distancia del punto rojo. Gana quien marque más puntos.

   ¿Encontraron alguna manera de marcar todos los puntos posibles? Expliquen cómo lo hicieron.

Consideraciones previas

Las tres actividades tienen el propósito de motivar en los alumnos la construcción del concepto de circunferencia como el conjunto de puntos que están a la misma distancia de otro punto al que se le llama centro. En el caso de la primera actividad, el centro es el compañero voluntario, mientras que en las otras dos actividades el centro es el punto rojo que marcaron en la hoja.

Si la primera actividad no se puede realizar en el salón de clases, podrán hacerlo en el patio. Hay que llevar un metro o un listón que mida un metro y prestarlo a los alumnos que lo requieran; pronto, los estudiantes notarán que están formando una circunferencia, aunque es muy probable que le llamen círculo. Aclarar que forman una circunferencia (perímetro del círculo). Ésta más el espacio que está dentro es lo que se conoce como círculo.

La segunda actividad requiere que los alumnos tengan una regla o escuadra graduada. A partir de esta actividad, algunos alumnos se darán cuenta de que lo solicitado es una circunferencia de 5 cm de radio con el centro en el punto rojo, por lo que, quizá, cambien la regla por un compás. Cuando se indique ¡ALTO!, se deberá pedir a los alumnos que digan cuántos puntos encontraron. Aquellos alumnos que usaron el compás podrán res¬ponder "muchos", "muchísimos", "no los puedo contar" e, incluso, "un número infinito".

La tercera actividad tiene el propósito de que los alumnos usen la cuerda como compás. Se recomienda que sea de hilo grueso y que no se estire; pueden utilizar el hilo cáñamo o algún estambre parecido. Es probable que algunos alumnos aún marquen de punto en punto; la estrategia óptima es que uno de los integrantes de la pareja sujete un extremo en el punto rojo y el otro, con el lápiz en el extremo opuesto, marque la circunferencia. La circunferencia contiene todos los puntos que es posible marcar.

Al terminar las tres actividades, puede preguntar a los alumnos aspectos como los siguientes: ¿Qué se formó en todos los casos? Si tuvieran que explicarle a alguien qué es una circunferencia, ¿cómo lo harían sin usar dibujos?

Para finalizar, es conveniente que se formalice lo trabajado. Los alumnos identificarán la circunferencia, el centro y el radio en cada una de las actividades propuestas. Se les puede pedir que hagan un resumen en su cuaderno y que lo ilustren.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

88. Antena de radio

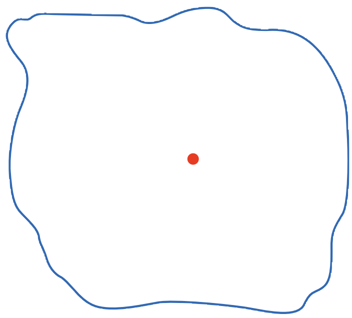
Intención didáctica

Que los alumnos adquieran el concepto de círculo como la superficie que queda limitada por una circunferencia.

Consigna

Organizados en parejas resuelvan el siguiente problema y contesten las preguntas.

El dibujo representa el pueblo de San Lucas. El punto rojo indica el lugar donde se instaló una antena de radio que transmite sus ondas a una distancia máxima de 3 km.



Representen cada kilómetro con un centímetro y marquen el límite de la zona donde se escucha la radio con color rojo. Después coloreen de azul todo lo que queda dentro de ese límite.

a) ¿Qué forma tiene la figura marcada con rojo?

b) ¿Qué forma tiene lo coloreado de azul?

Consideraciones previas

Mientras los alumnos trabajan, el profesor puede recorrer los diferentes equipos y apoyarlos en caso de que note que no han entendido lo que se tiene que hacer. Se espera que las experiencias de la sesión anterior sirvan de base para resolver este problema, ya que, en esencia, el problema consiste en encontrar todos los puntos que están a 3 cm de distancia del punto rojo (circunferencia) y después colorear de azul todos los puntos que quedan dentro (círculo). Esto es, deberán trazar un círculo cuya circunferencia se encuentre a 3 cm del centro.

Finalmente, se les debe preguntar a los alumnos dónde podrán estar ubicadas las casas que reciban la señal de radio. La respuesta a esta pregunta será que los alumnos señalen cualquier punto dentro del círculo o sobre la circunferencia.

También se les puede preguntar dónde estarán las casas más alejadas que aún reciban la señal de la antena. En este caso la respuesta deberá comprender sólo los puntos que se encuentran en el perímetro del círculo, es decir, en la circunferencia.

En el momento de la confrontación debe centrar la atención en que les quede claro a los alumnos a qué se le llama circunferencia y a qué se llama círculo.

La circunferencia es el conjunto de puntos que están a la misma distancia de otro llamado centro, donde éste no pertenece a la circunferencia. El círculo está formado por la circunferencia y toda la parte interior.

Para reafirmar este conocimiento puede pedir que tracen círculos cuyos radios tengan diferentes medidas y después marquen con algún color su circunferencia.

a) Radio 5 cm

b) Radio 3.5 cm

c) Radio 4 1/2 cm

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Relaciones con el radio

89. Relaciones con el radio

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la relación entre las medidas del radio y el diámetro, así como la existente entre la medida del radio y la de cualquier segmento que une el centro con un punto interior del círculo.

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los equipos cuentan con:

- Los círculos.
- Lápices de colores.

Consigna

Organizados en equipo utilicen los círculos de papel para realizar lo que se indica enseguida.

1. Tomen un círculo y dóblenlo por la mitad. Luego, desdóblenlo y marquen con rojo la línea. Éste es el diámetro, escriban su nombre sobre la línea.

   a) ¿Cuántos diámetros tiene una circunferencia?

   b) Expliquen por qué el diámetro de una circunferencia también es un eje de simetría.

   c) ¿Cuántos ejes de simetría tiene un círculo?

2. Tomen otro círculo y ubiquen el centro de la circunferencia. Cuando lo hayan encontrado, respondan las siguientes preguntas.

   a) ¿Cuánto mide el radio de la circunferencia?

   b) ¿Cuánto mide el diámetro de la circunferencia?

   c) ¿Qué relación hay entre radio y diámetro?

3. Ahora marquen con rojo la circunferencia en el tercer círculo y ubiquen el centro.

   a) Tracen un radio y anoten cuánto mide.

   b) Marquen 5 puntos que estén a diferente distancia del centro, pero dentro del círculo. Midan la distancia del centro a cada uno de esos puntos y anótenla.

   c) ¿Alguna distancia de las que encontraron en el inciso anterior es mayor que la medida del radio?

   ¿Por qué creen que sucede esto?

Consideraciones previas

Es necesario tener recortados ya tres círculos para cada equipo con la finalidad de que no se pierda el tiempo en esta tarea.

Aunque se use indistintamente círculo y circunferencia para nombrar esta figura geométrica, es necesario que los alumnos tengan claridad sobre los dos conceptos.

Circunferencia es el conjunto de todos los puntos del plano que equidistan(o que están a igual distancia) de un mismo punto llamado centro de la circunferencia.

Círculo es la figura plana formada por una circunferencia más toda su región o área interior.

La primera actividad introduce el término diámetro como un eje de simetría de un círculo (o de la circunferencia), al mismo tiempo que se identifica como el segmento que divide al círculo en dos partes iguales. Se espera, además, que el alumno llegue a la conclusión de que un círculo tiene un número infinito de diámetros y que todos tienen la misma medida.

La segunda actividad pretende que el alumno explore la manera de encontrar el centro en un círculo de papel, lo cual le facilita el trabajo pues lo que podría hacer es doblar el círculo por dos de sus diámetros y el punto donde se cortan representa el centro del círculo. En esta actividad, el alumno también deberá concluir que la medida del radio es siempre la mitad de la del diámetro.

En el Desafío anterior, el alumno exploró el concepto de círculo como la superficie que queda limitada por la circunferencia. En la actividad tres, se espera que el alumno concluya que el radio es el segmento más largo que va del centro hacia la circunferencia.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Diseños circulares

90. Diseños circulares

Intención didáctica

Que los alumnos apliquen los conceptos de radio, diámetro y centro para resolver problemas.

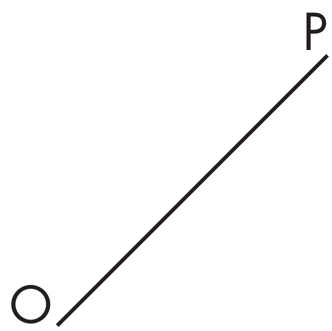
ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese de que los alumnos cuentan con su juego de geometría.

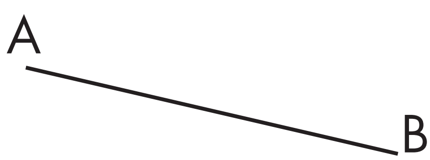
Consigna

Por equipo busquen una manera de trazar lo que se indica en cada caso. En todos los trazos apóyense de sus instrumentos geométricos.

1. Tracen un círculo cuyo radio sea el segmento OP.



2. Tracen una circunferencia cuyo diámetro sea el segmento AB.



3. Tracen círculos tomando en cuenta las siguientes medidas. Coloreen la circunferencia del color que prefieran.

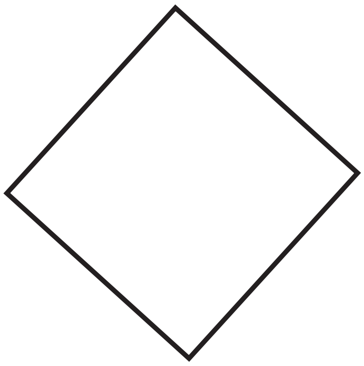
Radio: 3.5 cm

Diámetro: 6 cm

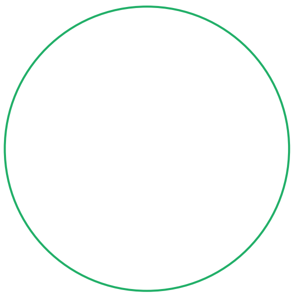
Radio: 2 cm

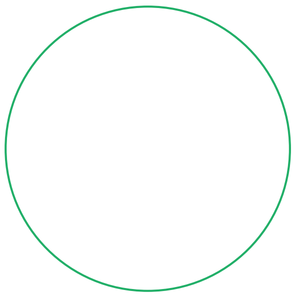
Diámetro: 9 cm

4. Tracen una circunferencia que pase por los cuatro vértices del cuadrado

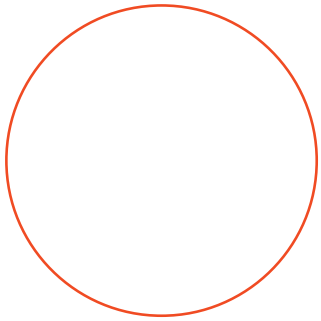


5. En el primer círculo tracen un rectángulo cuyos vértices estén sobre su circunferencia. En el segundo círculo tracen un triángulo cuyos vértices también estén sobre su circunferencia.

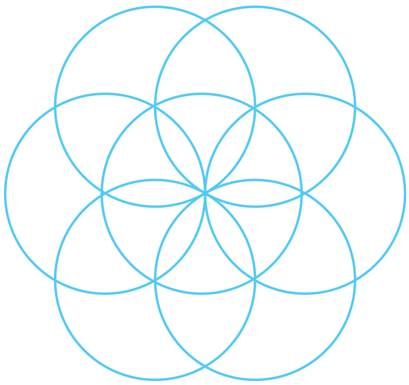




6. Encuentren el centro de la siguiente circunferencia.



7. Reproduzcan la siguiente figura.



Consideraciones previas

Desde el primer problema, los alumnos se verán en la necesidad de utilizar las relaciones estudiadas en los Desafíos anteriores.

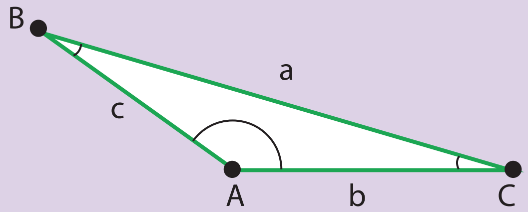
En el primero se espera que no tengan mayor problema, pues se les proporciona la medida del radio y sólo la tendrán que asociar la abertura del compás para trazar el círculo, aquí deben tener claro que cualquiera de los dos extremos puede ser el centro.

En el segundo problema la dificultad pasa por ubicar el centro del círculo, lo cual logran al medir el segmento y obtener su punto medio, puesto que se trata del diámetro. El tercer problema es con la finalidad de que retomen las dos estrategias anteriores.

En el problema 4 habrá que observar qué estrategia ponen en juego, pues seguramente muchos creerán que si abren el compás a la medida de un lado del cuadrado podrán trazar el círculo. Habrá que dejarlos experimentar para que ellos mismos observen que el círculo no pasa por los vértices, pues queda más chico que el cuadrado, otro procedimiento que tal vez prueben es el de abrir el compás del tamaño de una diagonal, es decir, que consideren la distancia entre un vértice y otro no consecutivo, lo cual hará que obtengan un círculo muy grande que no pasa por los vértices del cuadrado. La estrategia que permite resolverlo consiste en trazar las dos diagonales del cuadrado y el punto donde se cortan es el centro de la circunferencia pedida. Si a los alumnos no se les ocurre, se les puede compartir.

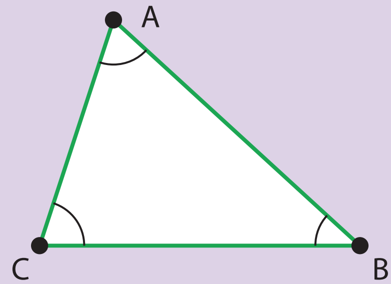
Vámonos entendiendo...

Un triángulo obtusángulo es aquel que tiene un ángulo mayor a 90°



Vámonos entendiendo...

Un triángulo Acutángulo es aquel que tiene todos sus ángulos menores a 90°



El problema 5 tiene un gran número de soluciones, pues existen varios rectángulos y triángulos que se pueden trazar dentro de ellos de manera que sus vértices estén sobre la circunferencia. Después de que resuelvan este ejercicio, podrían plantearse algunas preguntas como: *¿Qué tipo de triángulo pudieron trazar? ¿Todos los triángulos que se pueden trazar con esa condición son acutángulos? ¿Se pueden trazar triángulos obtusángulos? ¿Se puede trazar un triángulo rectángulo que cumpla con esa condición? ¿Se puede trazar un triángulo equilátero? ¿Se puede trazar un cuadrado que cumpla con la misma condición?*

Para el problema 6 pueden seguir diferentes procedimientos. Como en el Desafío anterior concluyeron que el punto donde se cortan dos diámetros es el centro, es probable que algunos tracen dos diámetros y encuentren el centro. Este procedimiento es erróneo porque para trazar los diámetros necesitamos identificar antes el centro y ese es precisamente el problema que se desea resolver. El doblado de papel es una forma empírica de obtener el diámetro, pero no puede trasladarse a los trazos. Así que tal vez algunos decidan recortar la figura y hacer lo mismo que hicieron antes.

Con base en los problemas anteriores, podrían resolver éste. Por ejemplo, para trazar un rectángulo no necesitan saber dónde está el centro pero, cuando ya lo tienen, pueden trazar sus diagonales donde el punto de intersección será el centro de la circunferencia.

Si nota que algún equipo no puede resolver este problema, apóyelos con intervenciones como: *Cuando trazaste la circunferencia alrededor de cuadrado ,¿cómo le hiciste?, ¿no te podría servir eso para resolver este problema?*

Finalmente, se les pide reproducir una figura con varias circunferencias que tienen puntos en común y en la cual tendrán que combinar los razonamientos hechos antes.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

91. ¿Dónde me siento?

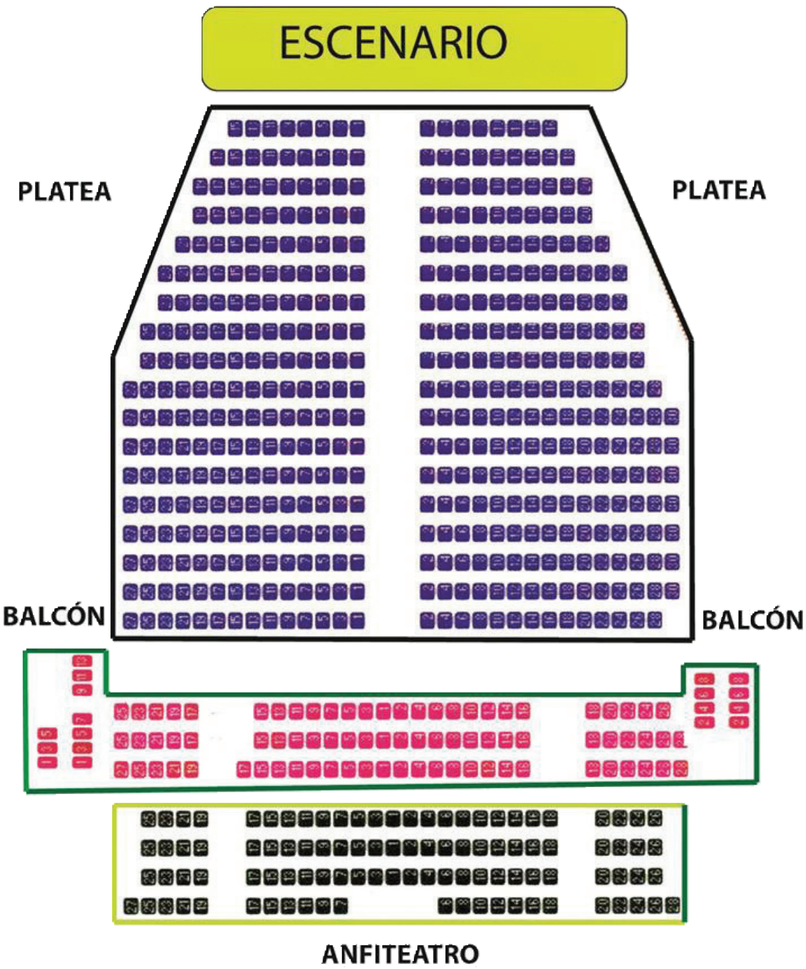
Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen puntos o lugares basándose en sistema de referencia distinto a las coordenadas cartesianas.

Consigna

Formen parejas para resolver el siguiente problema.

Diego invitó a sus primos Joel, Ixchel y Vanesa a un concierto. Los boletos que compró corresponden a la sección "Platea" del teatro, pero ya no le tocaron juntos. El siguiente plano representa las diferentes secciones de asientos.



1. Tachen los lugares donde deberán sentarse, según indicaciones de los boletos.

   - El lugar de Diego está en la fila 13, asiento 7.
   - El lugar de Ixchel están en la octava fila, asiento 4.
   - El lugar de Vanesa está en la fila 12, asiento 5.
   - El lugar de Joel está en la fila 17, asiento 3.

2. ¿Todos se sentaron del mismo lado del teatro?

____

3. Expliquen brevemente cómo es la distribución de asientos en esta sección del teatro.

____

____

4. ¿Es la misma distribución de los asientos en las tres secciones? Expliquen su respuesta.

____

____

5. ¿Cuál es la sección más cercana al Escenario?

____

6. Piensen en algún concierto de música que les gustaría asistir y si fuera en este teatro, elijan 5 asientos donde les gustaría estar.

____

Consideraciones previas

Es importante dejar que los alumnos exploren el plano para que se familiaricen con este tipo de representaciones y se enfrenten con obstáculos similares a los que experimenta una persona que consulta por primera vez un plano de este tipo.

Para realizar lo que se pide en el primer punto, deberán identificar las referencias que tienen para ubicar los asientos. En cuanto a la pregunta, deberán comprender que la parte llamada Platea está dividida por un pasillo en dos secciones, por lo que tres lugares quedaron de un lado y uno del otro lado. Además, podrán observar que los lugares pares se ubican del lado derecho del teatro y los lugares nones del lado izquierdo.

Por otra parte, cuando analicen la distribución de lugares en las tres secciones, se darán cuenta de que en la sección llamada Balcón sólo hay tres filas de frente al escenario y los asientos en ellas se distribuyen de manera semejante a la Platea sólo que no hay un pasillo que separe los asientos pares de los nones y que hay dos espacios (uno a la derecha y otro a la izquierda) donde también se ubican algunos asientos.

En la sección llamada Anfiteatro se tiene una distribución semejante a la de Balcón.

La elección de 5 asientos que él quiera servirá para que se dé cuenta que es necesario señalar sección, fila y asiento para ubicar los lugares que quiere, pues de otra manera no podría precisarse cuál es el asiento elegido.

Este tipo de actividades permitirá que el alumno se ubique en un plano ya elaborado y entienda qué referencias son necesarias para precisar su ubicación.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

92. Batalla aérea

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan un sistema de referencia que les permita ubicar puntos en un plano cuadriculado.

ANTES

Antes de iniciar la actividad asegúrese que las parejas cuentan con:

- Un tablero diferente cada uno.
- Aviones.

Consigna

Reúnanse en pareja para jugar "batalla aérea", el cual consiste en derribar los aviones del tablero de su compañero a través de proponer diferentes posiciones en las que pueden estar ubicados.

a) Cada uno tendrá un tablero con aviones colocados en lugares diferentes. No deben permitir que su compañero vea su tablero.

b) Quien empiece deberá decir la posible ubicación de un avión en el tablero de su compañero. Si le atina, éste tachará el avión y será su turno para tratar de atinar la posición de un avión en el tablero de su compañero.

c) Para decir en qué casilla se encuentra el avión tendrán que ponerse de acuerdo en cómo ubicarán la posición de los aviones.

d) Gana el que derribe primero todos los aviones de su contrincante.

Consideraciones previas

Para la realización de este juego, es importante que indique a cada alumno con qué tablero jugará, a fin de que cada integrante de la pareja tenga uno distinto.

Es importante escuchar qué decisión toman acerca de cómo indicar la posición del avión en el tablero, ya que en ambos lados tiene las mismas letras.

Cuando se escuche que dicen las letras de ubicación, habrá que fijarse cuál fue el criterio que eligieron, incluso se puede intervenir con preguntas, por ejemplo, si dicen el avión está en el lugar A, C, se les puede preguntar: *¿decir A, C es lo mismo que decir C, A? ¿Cuál es la diferencia? ¿Cómo saben cuál corresponde a las letras que están verticalmente y cuáles a las que están horizontalmente?*

Para cerrar esta actividad, además de señalar quién fue el ganador en cada equipo, habrá que preguntarles cuál fue el criterio que acordaron para identificar los lugares de los aviones en cada pareja. Seguramente habrá diferentes criterios y entonces se puede plantear la necesidad de que todos establezcan un mismo criterio y con base en él realicen en otro momento el mismo juego.

Una variante de este juego consiste en darles la cuadrícula en blanco y que sean ellos quienes ubiquen sus aviones donde quieran para que su compañero trate de adivinar, cuidando que se pongan de acuerdo en la cantidad de aviones que dibujarán.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

93. Dinero electrónico

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen utilizar la regla de correspondencia, "*n* de cada 100" como constante.

Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas:

1. En una tienda de autoservicio por cada $100.00 de compra te regalan en monedero electrónico $8.00. En función de esto, determinen cuánto regalarán en monedero electrónico para cada una de las compras que aparecen en la siguiente tabla:

Compras	Dinero Electrónico
$100.00	$8.00
$200.00	
$250.00	
$300.00	
$400.00	
$450.00	

2. De cada $100.00 de venta, el dueño de la tienda obtiene una ganancia de $25.00. Si el total de ventas en una hora fue de $25000.00, ¿de cuánto fue la ganancia para el dueño?

Consideraciones previas

Es probable que los alumnos no comprendan lo que significa dinero electrónico; si es así, sería conveniente comentar que el dinero electrónico es aquel dinero creado, cambiado y gastado de forma electrónica. Esto es, que algunas tiendas han implantado el uso de una tarjeta donde depositan los descuentos que hacen a la mercancía que ponen de oferta, para que el cliente pueda usar ese dinero de la tarjeta en compras posteriores. Hay que aclararles que este dinero electrónico no lo pueden convertir en efectivo, sólo en compras que realicen en la misma tienda.

Ya antes los alumnos han calculado valores para cantidades que varían proporcionalmente, a través del concepto de dobles, triples, mitad, etc., así que aquí es válido que recurran a este procedimiento o bien puedan pensar en algún otro. El procedimiento más sencillo y que con seguridad saldrá es:

Si por $100 te abonan $8, entonces por el doble ($200) te abonarán también el doble ($16).

Como $50 es la mitad de $100, entonces te abonarán la mitad de lo que abonan por $100 ($4).

Resaltar el hecho de que estas propiedades se cumplen en toda relación de proporcionalidad directa.

Otro procedimiento que podría surgir es que se den cuenta que si multiplican la cantidad comprada por la cantidad abonada a $100 y el resultado lo dividen entre 100, obtienen la cantidad que se les dará en dinero electrónico. Por ejemplo:

$200 \times 8 = 1600$ y $1600 \div 100 = 16$;
$250 \times 8 = 2000$ y $2000 \div 100 = 20$

En el segundo problema es probable que los alumnos recurran a una tabla de proporcionalidad parecida a la anterior. Sin embargo, se espera que no tengan necesidad de alargarla hasta escribir todos los valores de 100 en 100, sino que encuentren alguna estrategia que les permita abreviar el camino para encontrar la respuesta.

Una de estas estrategias puede ser: dado que a cada $100 corresponden $25 de ganancia, entonces 10 veces 100 es 1000, así que 10 veces 25 serán 250. Y como 25000 equivale a 25 veces 1000, entonces 25 veces 250 es 6250.00.

En caso de que tengan dificultades, se les pueden ayudar con preguntas que los hagan pensar en pasos anteriores a la solución.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

94. La mejor tienda

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen convertir razones en otras equivalentes, cuyo antecedente sea 100.

Consigna

Organizados en parejas, resuelvan los problemas y justifiquen su respuesta.

1. En la tienda "Doña Paty" hacen un descuento de $3.00 por cada $20.00 de compra y en la tienda "El amoroso" ofrecen un descuento de $6.00 por cada $50.00 de compra.

   ¿En cuál de las dos tiendas conviene comprar?

   ¿Por qué?

2. En la panadería 1 dan siete panes por $15.00 y en la panadería 2 dan cuatro panes por $7.00. ¿Dónde conviene comprar el pan?

   ¿Por qué?

3. Una tienda anunció una oferta de dos suéteres por el precio de uno y otra tienda anunció los mismos suéteres con el mismo precio, pero con una rebaja del 50%. ¿En qué tienda conviene comprar y por qué?

Consideraciones previas

Es muy probable que los alumnos resuelvan el primer problema apoyándose en tablas de proporcionalidad, donde ponen en juego algunas propiedades, por ejemplo, duplicando, triplicando o multiplicando los datos de un renglón; calculando mitades o sumando los datos de dos o más renglones para calcular los valores faltantes.

Dependiendo de la cantidad de cálculos que realicen, resultarán tablas con más o menos renglones para diferentes cantidades de compras y sus correspondientes descuentos hasta lograr determinar el descuento correspondiente a \$100.00 de compra para cada tienda, pues es en esta cantidad donde las dos tablas permiten hacer fácilmente la comparación.

El amoroso	
Descuento	Compra
\$6.00	\$50.00
\$12.00	\$100.00

Doña Paty	
Descuento	Compra
\$3.00	\$20.00
\$6.00	\$40.00
\$12.00	\$80.00
\$15.00	\$100.00

Es evidente que conviene comprar en la tienda Doña Paty, ya que en ella descuentan \$15.00 por cada \$100.00, mientras que en la otra descuentan únicamente \$12.00 por cada \$100.00.

El problema 2 es muy semejante a éste, donde los alumnos podrán recurrir a intentar obtener el precio de una pieza de pan, lo cual no es muy fácil por los números que se manejan; así que podrían recurrir al siguiente razonamiento: “si en la panadería 2 compro el doble de pan (8 piezas) me cuesta \$14 y en la panadería 1 me dan 7 piezas por \$15, entonces me conviene la panadería 2”.

El tercer problema permite que los alumnos interpreten la información donde comúnmente se usa este tipo de expresiones.

Puesto que en la primera tienda se anuncia la venta de 2 x 1, se puede considerar que cada suéter cuesta la mitad de su precio. Esto mismo sucede en la segunda tienda, puesto que la rebaja es del 50%, los suéteres costarán la mitad de su precio. Aquí lo más interesante serán los argumentos que den los alumnos para justificar por qué conviene más comprar en una tienda que en otra. Un argumento puede basarse en que en la primera tienda los suéteres cuestan la mitad de su precio, pero hay que comprar forzosamente dos, en cambio en la segunda tienda se puede comprar sólo uno. Lo más importante es que en el momento de la confrontación expliquen cómo resolvieron el problema.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

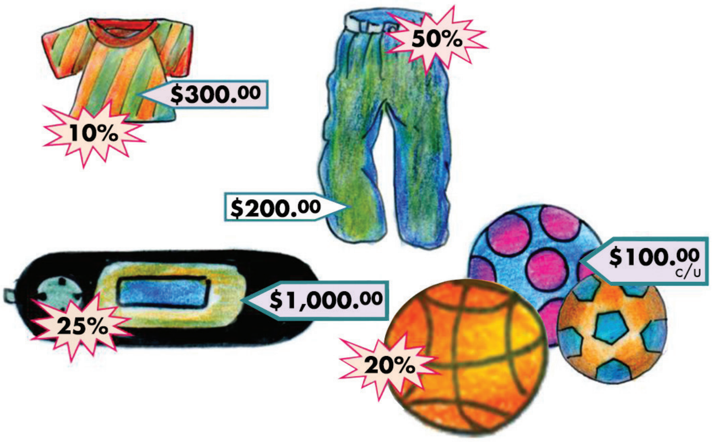
95. En busca de descuentos

Intención didáctica

Que los alumnos, a partir de la resolución de problemas, relacionen la escritura *n*% con la expresión "*n* de cada 100".

Consigna

Organizados en equipo, observen los siguientes anuncios de una tienda comercial, la cual se encuentra en su 5° aniversario y por ello tiene algunos descuentos en ropa, electrónicos y en el departamento de deportes. Posteriormente, contesten lo que se pide.



1. ¿Saben cómo se lee el signo %?

   ¿Saben qué significa? Coméntenlo con sus compañeros.

2. Si un descuento de 20% significa que por cada $100.00 de compra se descuentan $20.00, ¿qué significa un descuento del 10%, descuento del 25% y descuento del 50%?

3. De acuerdo con lo anterior, determinen el precio con descuento de cada uno de los artículos.

Artículo	Descuento	Precio con descuento
Playera	10%	
Pantalón	50%	
MP3	25%	
Balón	20%	

4. ¿A cuánto equivale el 35% de descuento de una compra de $400?

5. ¿Qué significa que en una compra te ofrezcan el 45% de descuento?

6. Si se compran dos pantalones, dos playeras y un balón, ¿el descuento será de más del 100%?

   Expliquen su respuesta.

Consideraciones previas

Es importante comentar con todo el grupo los significados de los descuentos de 10%, 20%, 25% y 50%, con la finalidad de que los alumnos relacionen la escritura n% con la expresión "n de cada 100".

En el caso del 25%, 15%, 35%, etc., los alumnos pueden recurrir a la estrategia de calcular el 10% y la mitad de lo obtenido representará el 5%.

La última pregunta tiene el propósito de que los alumnos se den cuenta que en situaciones como la planteada no es correcto sumar los porcentajes y mucho menos pensar que pueda haber descuentos mayores al 100%. Para ayudarlos se les puede preguntar: *¿Qué significaría que un descuento fuese del 100%? ¿Qué significaría que fuese de más del 100%?*

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

96. Recargos

Intención didáctica

Que los alumnos, a partir de la resolución de problemas, relacionen los porcentajes 50%, 25%, 20% y 10% con sus representaciones en forma de fracción con denominador 100 y en forma simplificada.

Consigna

En equipo, hagan lo que se indica enseguida:

1. Cuando los almacenes venden productos a plazos les hacen un recargo de acuerdo con la cantidad de pagos que haga el comprador. El empleado de un almacén está calculando los recargos que se harán a algunos artículos. Completen las siguientes tablas:

Precio base	Recargos del 10%
\$80.00	\$8.00
\$50.00	
\$800.00	
	\$80.00
	\$60.00
	\$120.00

Precio base	Recargos del 20%
\$50.00	
\$500.00	
\$900.00	\$180.00
	\$200.00
	\$320.00

Precio base	Recargos del 10%
\$50.00	
\$180.00	
\$600.00	\$150.00
	\$25.00
\$400.00	

Precio base	Recargos del 10%
\$50.00	
\$1800.00	
\$2800.00	\$1400.00
	\$600.00
	\$120.00

2. Si 25% se representa con la fracción $\frac{25}{100}$, o bien de manera simplificada con $\frac{1}{4}$, completen la tabla.

Porcentajes	n/100	Fracción simplificada
25%	$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{20}{100}$	
		$\frac{1}{2}$
10%		

3. Si la mitad de una cantidad es 50%, ¿qué parte de la cantidad es 10%, 20%, 25% y 75%? Utilicen estas relaciones para verificar los cálculos que hicieron en la actividad 1.

Consideraciones previas

Dado que ya conocen la razón "n de cada 100" expresada en porcentaje, basta con aplicar las propiedades de una relación de proporcionalidad para resolver la primera actividad, aunque es importante que se analicen los diferentes procedimientos utilizados.

Quizás donde tengan algunas dificultades sea en los porcentajes de cantidades menores que 100; sin embargo, se espera que los alumnos puedan realizar los cálculos duplicando, triplicando o calculando mitades; por ejemplo, para calcular 25% de 50, primero calculen 25% de 100 y después dividan a la mitad. Por ello, mientras los alumnos completan las tablas, es importante observar y escuchar lo que hacen, con la finalidad de que en el momento de la confrontación se explicite el tipo de relaciones que establecen para afirmar o negar algo y que los demás analicen las estrategias de sus compañeros y las comparen con las que ellos llevaron a cabo.

Con las actividades 2 y 3 se espera que los estudiantes identifiquen la representación fraccionaria de los porcentajes estudiados. Así, tendrán un recurso más para realizar los cálculos; por ejemplo, para calcular 25% de una cantidad, basta con obtener la cuarta parte de la misma, la décima parte si se trata de 10%, etcétera.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

97. Vamos por una beca

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que implican obtener la media aritmética (promedio), como un valor representativo.

Consigna

Organizados en pareja resuelvan los siguientes problemas.

1. Ernesto, Joaquín, Laura y Margarita están compitiendo por una beca para estudiar. Sólo quien obtenga mínimo 8.5 de promedio obtendrá la beca. Abajo se muestran las calificaciones que han obtenido en los 4 bimestres.

	1er. Bimestre	2°. Bimestre	3er. Bimestre	4°. Bimestre	5°. Bimestre
Ernesto	7	8	8	8	
Joaquín	8	7	8	9	
Sara	8	9	8	8	
Elisa	7	8	8	9	

a) Hasta el cuarto bimestre, ¿quién tiene posibilidades de obtener la beca?

b) ¿Qué calificación necesita obtener cada uno en el quinto bimestre como mínimo para que le den la beca?

Ernesto: ____________________

Joaquín: ____________________

Sara: ____________________

Elisa: ____________________

2. Un objeto pequeño se pesa con un mismo instrumento por diez estudiantes de una clase, obteniéndose los siguientes valores en gramos:

   62, 60, 59, 64, 59, 62, 61, 62, 60, 61

   a) ¿Cuál es el peso mayor?

   b) ¿Cuál es el peso menor?

   c) ¿Cuál sería la mejor estimación del peso real del objeto?

Consideraciones previas

Los alumnos aprenden a muy temprana edad a calcular el promedio de sus calificaciones y lo van extendiendo a varios ámbitos.

Es por esto que el primer problema se apoya en la necesidad de conocer el promedio de un conjunto de calificaciones y además se les pide que analicen qué calificación deberán obtener para alcanzar la beca. Éste también es un ejercicio que comúnmente se realiza, pues cuando se tiene una meta por alcanzar y ya se posee información anterior, siempre se realiza un cálculo de lo que falta para alcanzarla.

En este caso, los alumnos se podrán dar cuenta que Ernesto es quien necesita de una calificación mayor para alcanzar el promedio necesario para obtener la beca, en cambio Elisa es la que se encuentra más cerca de obtenerla.

En el segundo problema no se les pide que calculen el promedio, sino que establezcan una forma para determinar la cantidad que representaría mejor el peso de la bolsa.

Aquí, algunos alumnos podrían señalar el 62 es la cantidad correcta, pues hay tres alumnos que obtuvieron esa medida. Sin embargo, se les puede cuestionar acerca de si realmente esta cantidad es representativa, ya que uno obtuvo 64 y otros dos 59.

El propósito aquí es establecer cuándo el promedio de un conjunto de datos puede ser representativo de ellos.

Es importante aclarar que la media aritmética también se conoce como promedio o simplemente media.

Apuntes didácticos

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?

2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?

Participación en la fase piloto y adaptación de los Desafíos frente a grupo en el DF: Supervisores Generales de Sector: Antonio Abad Escalante Álvarez (19), Gonzalo Colón Vallejo (23), Celia Martínez Nieto (24). **Supervisores de Zonas Escolares:** Juan de Dios Ojeda González (100), Patricia Luz Ramírez Gaytán (101), Enma Fariña Ramírez (103), Jorge Ibarra Gallegos (104), Gerardo Ariel Aguilar Rubio (105), Alma Lilia Cuevas Núñez (107), Ma. Teresa Macías Luna (108), María Bertha Cedillo Crisóstomo (109), Jesús Pineda Cruz (111), María Esther Cruz Vázquez (112), Thalía Salomé Caballero García (114), Jaime Velázquez Valencia (117), Ana Marta Lope Huerta (119), Josefina Aguilar Tovar (120), Sergio Adrián García Herrera (124), María Eugenia Galindo Cortés (125), Maribel Carrera Cruz (126), Jesús Luna Mejía (127), Teresa Gómez Suárez (132), Patricia Soto Vivas (145), Fernando Díaz Méndez (137), Elizabeth Alejandre Tuda (129), Bertha Reyes Ávalos (135), Ricardo Zenón Hernández (139), Eduardo Castro López (142), Víctor Adrián Montes Soto (143), Irma Cortés López (208), Vidal Flores Reyes (216), Olga Mendoza Pérez (217), Guadalupe Pérez Ávalos (218), Beatriz Adriana Aguilar García (225), David Rubén Prieto (230), María del Rocío López Guerrero Sánchez (239), Olivia Soriano Cruz (242), Imelda García Hernández (245), Ignacio Castro Saldívar (247), María Guadalupe Sosa (256), Hilaria Serna Hernández (257), Gloria Gutiérrez Aza (258), Silvia García Chávez (259), Rosa Ponce Chávez (260), Hipólito Hernández Escalona (300), Llanet Araceli Nava Ocadiz (304), Laura Muñoz López (309), María Laura González Gutiérrez (316), Juana Araceli Ávila García (324),Jorge Granados González (328), José Rubén Barreto Montalvo (333), Alfonso Enrique Romero Padilla (345), Juan Manuel Araiza Guerrero (346), Adelfo Pérez Rodríguez (352), Thelma Paola Romero Varela (355), Silvia Romero Quechol (360), Marcela Eva Granados Pineda (404), María Elena Pérez Teoyotl (406), Josefina Angélica Palomec Sánchez (407), Cecilia Cruz Osorio (409), Ana Isabel Ramírez Munguía (410), Víctor Hugo Hernández Vega (414), Jorge Benito Escobar Jiménez (420), Leonor Cristina Pacheco (421), María Guadalupe Tayde Islas Limón (423), Lídice Maciel Magaña (424), Minerva Arcelia Castillo Hernández (426), Verónica Alonso López (427), Rosario Celina Velázquez Ortega (431), Arsenio Rojas Merino (432), María del Rosario Sánchez Hernández (434), Lucila Vega Domínguez (438), Silvia Salgado Campos (445), Rosa María Flores Urrutia (449), Norberto Castillo (451), Alma Lilia Vidals López (500), Angélica Maclovia Gutiérrez Mata (505), Virginia Salazar Hernández (508), Marcela Pineda Velázquez (511), Patricia Torres Marroquín (512), Rita Patricia Juárez Neri (513), Ma. Teresa Ramírez Díaz (514), Alejandro Núñez Salas (515), María Libertad Castillo Sánchez (516), María Aurora López Parra (517), María Guadalupe Espindola Muñoz (520), Rosa Irene Ruiz Cabañas Velásquez (522), Ada Nerey Arroyo Esquivel (523), Yadira Guadalupe Ayala Oreza (524), Arizbeth Escobedo Islas (528), Patricia Rosas Mora (537), Gerardo Ruiz Ramírez (538), Nelli Santos Nápoles (543), María Leticia Díaz Moreno (553), Alma Rosa Guillén Austria (557), Juan Ramírez Martínez (558), María Inés Murrieta Gabriel (559), Beatriz Méndez Velázquez (563) **Directores de Escuelas Primarias:** Rocío Campos Nájera (Esc. Prim. Marceliano Trejo Santana), Alma Lilia Santa Olalla Piñón (Esc. Prim. 21 de agosto de 1944), Víctor Sánchez García (Esc. Prim. Zambia), Alma Silvia Sepúlveda Montaño (Esc. Prim. Adelaido Ríos y Montes de Oca), Cossette Emmanuelle Vivanda Ibarra (Esc. Prim. Benito Juárez. T.M.).

Desafíos Docente. Quinto Grado se imprimió
en los talleres de la Comisión Nacional de Libros
de Texto Gratuitos, con domicilio en Av. Acueducto No.2,
Parque Industrial Bernardo Quintana,
C.P. 76246, El Marqués, Qro., en el mes de noviembre de 2012.
El tiraje fue de 5, 250 ejemplares.
Sobre papel offset reciclado
con el fin de contribuir a la conservación
del medio ambiente, al evitar la tala de miles de árboles
en beneficio de la naturaleza y los bosques de México.

Impreso en papel reciclado