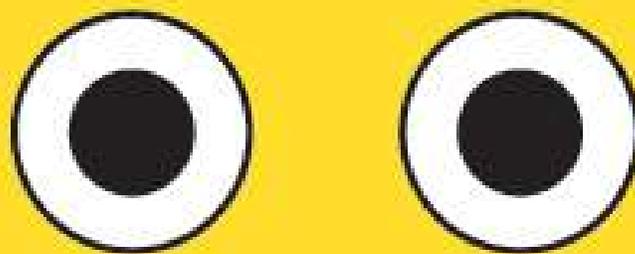


Desafíos

DOCENTE



Desafíos

Cuarto grado

DOCENTE

Desafíos. Cuarto grado. Docente fue desarrollado por la Subsecretaría de Educación Básica, con base en la edición de la Administración Federal de Servicios Educativos en el Distrito Federal.

Coordinación general

Hugo Balbuena Corro, Germán Cervantes Ayala, María del Refugio Camacho Orozco,
María Catalina González Pérez

Equipo técnico-pedagógico de la DGDC que elaboró los planes de clase:

Hugo Balbuena Corro, Javier Barrientos Flores, Esperanza Issa González, Daniel Morales Villar,
Mauricio Rosales Ávalos, María del Carmen Tovilla Martínez, Laurentino Velázquez Durán

Coordinación editorial

Dirección Editorial. DGMIE/SEP

Alejandro Portilla de Buen, Esteban Manteca Aguirre

Cuidado editorial

Sonia Ramírez Fortiz

Producción editorial

Martín Aguilar Gallegos

Formación

Elena Frausto Sánchez, Magali Gallegos Vázquez

Diseño de portada

Fabiola Escalona Mejía

Ilustración

Bloque 1: José Esteban, bloque 2: Carmen Lop, bloque 3: Rocío Padilla,
bloque 4: Aleida Ocegueda, bloque 5: Heyliana Flores

Primera edición, 2013

D.R. © Secretaría de Educación Pública, 2013

Argentina 28, Centro,
06020, México, D. F.

ISBN: 978-607-514-490-0

Impreso en México

DISTRIBUCIÓN GRATUITA-PROHIBIDA SU VENTA



La Patria (1962),
Jorge González Camarena.

Esta obra ilustró la portada de los primeros libros de texto. Hoy la reproducimos aquí para que tengas presente que lo que entonces era una aspiración: que los libros de texto estuvieran entre los legados que la Patria deja a sus hijas y sus hijos, es hoy una meta cumplida.

A seis décadas del inicio de la gran campaña alfabetizadora y de la puesta en marcha del proyecto de los libros de texto gratuitos, ideados e impulsados por Jaime Torres Bodet, el Estado mexicano, a través de la Secretaría de Educación Pública, se enorgullece de haber consolidado el principio de la gratuidad de la educación básica, consagrada en el Artículo Tercero de nuestra Constitución, y distribuir a todos los niños en edad escolar los libros de texto y materiales complementarios que cada asignatura y grado de educación básica requieren.

Los libros de texto gratuitos son uno de los pilares fundamentales sobre los cuales descansa el sistema educativo de nuestro país, ya que mediante estos instrumentos de difusión del conocimiento se han forjado en la infancia los valores y la identidad nacional. Su importancia radica en que a través de ellos el Estado ha logrado, en el pasado, acercar el conocimiento a millones de mexicanos que vivían marginados de los servicios educativos y, en el presente, hacer del libro un entrañable referente gráfico, literario, de conocimiento formal, cultura nacional y universal para todos los alumnos. Así, cada día se intensifica el trabajo para garantizar que los niños de las comunidades indígenas de nuestro país, de las ciudades, los niños que tienen baja visión o ceguera, o quienes tienen condiciones especiales, dispongan de un libro de texto acorde con sus necesidades. Como materiales educativos y auxiliares de la labor docente, los libros que publica la Secretaría de Educación Pública para el sistema de Educación Básica representan un instrumento valioso que apoya a los maestros de todo el país, del campo a la ciudad y de las montañas a los litorales, en el ejercicio diario de la enseñanza.

El libro ha sido, y sigue siendo, un recurso tan noble como efectivo para que México garantice el Derecho a la Educación de sus niños y jóvenes.

Secretaría de Educación Pública

Índice

Introducción	7
Bloque 1	9
1. Los librereros	10
2. Suma de productos	14
3. ¡Lo tengo!	17
4. Décimos, centésimos y milésimos	19
5. Expresiones con punto	22
6. La fábrica de tapetes	24
7. Fiesta y pizzas	27
8. Y ahora, ¿cómo va?	31
9. ¿Cuáles faltan?	34
10. La tienda de doña Lucha	37
11. Los uniformes escolares	42
12. Butacas y naranjas	46
13. Combinaciones	49
14. ¿Alcanza?	52
15. ¿Cómo se ven?	54
16. Diferentes vistas	57
17. ¿Equiláteros o isósceles?	59
18. ¿Un triángulo que es rectángulo?	62
19. ¡Adivina cuál es!	64
20. ¿Hicimos lo mismo?	67
21. Al compás del reloj	70
22. El tiempo pasa	74
23. Piso laminado de madera	77
24. Sólo para conocedores	80
Bloque 2	83
25. ¿Cuál es la escala?	84
26. ¿Es necesario el cero?	86
27. Cero información	88
28. ¿Qué fracción es?	90
29. Partes de un todo	94
30. En busca del entero	98
31. El más rápido	100
32. Tarjetas decimales	103
33. Figuras para decorar	105
34. Como gran artista	109

35. Desarrolla tu creatividad	111
36. El transportador	113
37. Geoplano circular	116
38. Uso del transportador	118
39. Pequeños giros	121
40. Dale vueltas al reloj	127
41. Trazo de ángulos	130
42. Cuadros o triángulos	133
43. ¿Cuál es el más útil?	136

Bloque 3

44. Camino a la escuela	140
45. Los cheques del jefe	144
46. De diferentes maneras	148
47. Expresiones equivalentes	152
48. ¿Tienen el mismo valor?	155
49. Tiras de colores	158
50. La fiesta sorpresa	162
51. Sumas y restas I	164
52. Sumas y restas II	168
53. Los ramos de rosas	171
54. Cuadrículas grandes y pequeñas	173
55. Multiplicación con rectángulos	176
56. La multiplicación	178
57. Algo simple	180
58. Hagamos cuentas	182
59. De viaje	184
60. En la feria	187
61. Cuadriláteros	190
62. ¿En qué se parecen?	192
63. Los habitantes de México	194
64. Cuida tu alimentación	198

Bloque 4

65. ¿Qué parte es?	202
66. ¿Qué fracción es?	206
67. ¿Cuántos eran?	210
68. ¡Primero fíjate si va!	212
69. Estructuras de vidrio	214

70. De varias formas	217
71. Problemas olímpicos	221
72. Cambiemos decimales	225
73. Son equivalentes	227
74. La medida de sus lados	231
75. ¿Habrá otro?	235
76. Lo que hace falta	239
77. ¡Mucho ojo!	242
78. De práctica	244
79. ¿Cuántas veces cabe?	247
80. Contorno y superficie	252
81. Relación perímetro-área	256
82. Memorama	260
83. Las costuras de Paula	262
84. ¿Cuántos caben?	265
85. Superficies rectangulares	267
86. En busca de una fórmula	270
87. Medidas en el salón de clases	275
88. ¿Cómo es?	279
Bloque 5	281
89. ¿Por qué son iguales?	282
90. Sólo del mismo valor	286
91. El número mayor	288
92. ¿Cuánto más?	291
93. ¿Cuánto menos?	293
94. Dobles, triples y cuádruples... ..	295
95. Sucesión con factor	298
96. No basta con mirar	301
97. ¿Cuánto le falta?	306
98. Los más cercanos	309
99. De frutas y verduras	311
100. ¡Nos vamos de excursión!	316
101. Libros y cajas	320
102. ¿A cuál le cabe más?	323
103. Entre uno y otro	325
104. ¿Cuántos de éstos?	327
105. ¡Pasteles, pasteles!	329
106. Cuando la moda se acomoda	333

Introducción

El Plan de Estudios 2011 para la Educación Básica señala que las actividades de aprendizaje deben representar desafíos intelectuales para los estudiantes, con el fin de que formulen alternativas de solución. Este principio pedagógico establece, entonces, que los alumnos participen y produzcan ideas que deberán analizar para sacar conclusiones claras y así avanzar en el aprendizaje. El papel del docente es crucial: plantear los desafíos a los estudiantes y apoyarlos en el análisis colectivo. Sin duda se trata de una orientación diferente a la práctica común que privilegia las explicaciones del maestro como único medio para que los alumnos aprendan.

La Subsecretaría de Educación Básica, consciente de las bondades que encierra el postulado descrito anteriormente para mejorar las prácticas de enseñanza y los aprendizajes de los alumnos, proporciona el presente material, *Desafíos*, a los docentes y directivos de las escuelas primarias, para acompañarlos en esta empresa. Los contenidos del libro originalmente fueron elaborados por un grupo de docentes de todas las entidades federativas bajo la coordinación de la Dirección General de Desarrollo Curricular, perteneciente a la Subsecretaría de Educación Básica de la SEP. En este material destacan las siguientes características:

- Contiene desafíos intelectuales vinculados al estudio de la matemática, que apoyan la labor diaria de los docentes.
- Tiene un formato ágil para que los maestros analicen los desafíos previamente a su puesta en práctica en el aula.
- Fueron elaborados por docentes con un conocimiento amplio y profundo sobre la didáctica de la matemática y se tomó en cuenta la experiencia del trabajo en las aulas.
- Es un material probado por un gran número de supervisores, directores y docentes de educación primaria en el Distrito Federal.

Desafíos se utiliza en los seis grados de educación primaria. En cada uno de los libros para el docente los desafíos se presentan organizados en cuatro aspectos fundamentales:

- **Intención didáctica.** En este apartado se describe el tipo de recursos, ideas, procedimientos y saberes que se espera pongan en juego los alumnos ante la necesidad de resolver el desafío que se les plantea. Dado que se trata de una anticipación, lo que ésta sugiere no necesariamente sucederá, en cuyo caso hay que reformular la actividad propuesta.
- **Reproducción de las páginas del libro del alumno.** Esta parte tiene la finalidad de que al maestro le sea fácil ubicar de qué trata el desafío con sólo ver la miniatura correspondiente de la página del libro del alumno.

Se muestra la actividad o problema que se va a plantear, la organización de los alumnos para realizar el trabajo (individualmente, en parejas, en equipos o en colectivo) y, en algunos casos, lo que se permite hacer o usar y también lo que no se permite.

- **Consideraciones previas.** Explica los elementos que se manejan en la consigna, para que el docente esté en mejores condiciones de apoyar a los alumnos en el análisis de las ideas que producirán. Esta sección contiene explicaciones breves sobre los conceptos que se estudian, procedimientos que se espera utilicen los alumnos, posibles dificultades o errores, sugerencias para organizar la puesta en común y preguntas para profundizar el análisis.

- **Observaciones posteriores.** Se anotan en cada uno de los desafíos con la intención de que el docente reflexione sobre su propia práctica. Para ello conviene que registre de una manera ordenada su experiencia directa en la puesta en práctica de los desafíos. Las preguntas están orientadas a que se recopile información sobre las dificultades y los errores mostrados por los alumnos al enfrentar el desafío, la toma de decisiones del propio docente para ayudarlos a seguir avanzando y, a partir de los resultados obtenidos en la resolución de las actividades, señalar mejoras a la consigna para aumentar las posibilidades de éxito en futuras aplicaciones.

Para que el uso de este material arroje los resultados que se esperan, es necesario que los docentes consideren las siguientes recomendaciones generales:

- Tener confianza en que los alumnos son capaces de producir ideas y procedimientos propios, sin necesidad de una explicación previa por parte del maestro. Esto no significa que todo tiene que ser descubierto por los alumnos, en ciertos casos las explicaciones del docente son necesarias para que los estudiantes puedan avanzar.
- Hay que aceptar que el proceso de aprender implica marchas y contramarchas; en ocasiones, ante un nuevo desafío los alumnos regresan a procedimientos rudimentarios que aparentemente habían sido superados. Hay que trabajar para que se adquiriera la suficiente confianza en el uso de las técnicas que se van construyendo.
- El trabajo constructivo que se propone con el uso de este material no implica hacer a un lado los ejercicios de práctica, éstos son necesarios hasta lograr cierto nivel de automatización, de manera que el esfuerzo intelectual se utilice en procesos cada vez más complejos. Dado que los aprendizajes están anclados en conocimientos previos, se pueden reconstruir en caso de olvido.
- El hecho de que los docentes usen este material para plantear desafíos a sus alumnos significará un avance importante, sin lugar a dudas, pero sólo será suficiente si se dedica el tiempo necesario para analizar y aclarar las ideas producidas por los alumnos, es decir, para la puesta en común.

La Secretaría de Educación Pública confía en que este material resultará útil a los docentes y que con sus valiosas aportaciones podrá mejorarse en el corto plazo y así contar con una propuesta didáctica cada vez más sólida para el estudio de las matemáticas.

Bloque 1



1 Los libreros

Intención didáctica

Que los alumnos usen la descomposición aditiva y multiplicativa de los números al resolver problemas.

1 Los libreros

Consigna 1

En parejas, resuelvan los problemas.

1. El tío de Sebastián quiere comprar uno de estos libreros:





a) ¿Cuál de los tres librereros tiene más descuento?

b) Con la información que hay en los carteles, el costo se puede cubrir en pagos semanales. ¿Cuántos pagos semanales tendría que hacer el tío de Sebastián para comprar el librero modelo 15A?

¿De cuánto sería el último pago?

c) ¿Con cuál de los tres librereros tendría que hacer más pagos semanales?

Consigna 2

Continúen resolviendo el problema de los libreros.

2. Al hacer cuentas, el tío de Sebastián vio que podía pagar el librero en menos tiempo si cada semana pagaba lo equivalente a dos, tres o hasta cuatro pagos juntos. ¿A qué librero corresponde cada forma de pago que hizo el tío de Sebastián?

4 pagos de \$400 3 pagos de \$200 1 pago de \$190 Modelo_____	4 pagos de \$600 1 pago de \$450 1 pago de \$150 Modelo_____	5 pagos de \$400 3 pagos de \$200 2 pagos de \$100 1 pago de \$90 Modelo_____
--	---	---

3. A continuación se muestran las cuentas que hizo el tío de Sebastián; anota los números que hacen falta para completar cada cálculo.



- a) $(4 \times 400) + (3 \times \quad) + (1 \times 190) =$
- b) $(4 \times 600) + (\quad) + (\quad) =$
- c) $(\quad) + (\quad) + (\quad) + (\quad) =$

Consideraciones previas

En la primera actividad se espera que el alumno recurra solamente a descomposiciones aditivas ($100 + 100 + \dots = 2\ 800$ o $150 + 150 + \dots = 3\ 000$). Esta estrategia es válida en tanto que la multiplicación y la división que utilicen como herramientas de cálculo se consoliden en este ciclo. Sin embargo, es probable que algunos alumnos simplifiquen el proceso utilizando sumandos mayores que 100, por ejemplo, $200 + 200 + 200\dots$ o $500 + 500 + 500\dots$, para lo cual deben controlar no sólo cuántas veces 200 es igual a 3000, sino además que cada 200 contiene dos pagos semanales.

Un recurso todavía más eficiente consiste en pensar que si en 1000 hay 10 “cienes”, en 3000 habrá 30, en 2890 hay 28 “cienes”, considerando los 20 que hay en 2000 más los 8 que hay en 800; mientras que en 2390 hay 23, considerando los 20 en 2000, más los 3 en 300.

Es muy probable que estas reflexiones surjan de los propios alumnos, si no es así el profesor puede sugerirlas. Al resolver la segunda actividad los alumnos se verán en la necesidad de plantear productos y sumarlos. Las representaciones pueden ser diversas y no precisamente recurrirán a la escritura polinómica, es por ello que se plantea el tercer problema sugiriendo dicha representación: $(4 \times 400) + (3 \times 200) + (1 \times 190) = 2\ 390$.

Conceptos y definiciones

La **descomposición aditiva** de números se refiere a que cualquier número se puede expresar mediante una suma o una resta, por ejemplo: $125 = 100 + 20 + 5$, $125 = 200 - 75$.

La **descomposición multiplicativa** se refiere a que cualquier número se puede expresar mediante una multiplicación o una suma de multiplicaciones o una división, por ejemplo: $125 = 1 \times 100 + 2 \times 10 + 5 \times 1$, $125 = 250 \div 2$.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

2 Suma de productos

Intención didáctica

Que los alumnos se familiaricen con expresiones polinómicas similares a las que resulten de la descomposición decimal.

2 Suma de productos

Consigna

En equipos, resuelvan lo que se solicita.

- Lean con atención y resuelvan el problema 1.
 - En los recuadros de la siguiente página busquen la operación para resolver el problema 1 y obtengan el resultado.
 - Verifiquen que el resultado del problema y de la operación elegida sean iguales.
 - Hagan lo mismo con los demás problemas.
1. En el estante de una ferretería hay varias cajas con tornillos. De los más chicos hay 4 cajas con 1200 tornillos en cada una, de los medianos hay 7 cajas con 180 tornillos en cada una, y de los grandes hay una caja con 550 tornillos. ¿Cuántos tornillos hay en el estante?
 2. Fernando lleva en su camión un costal con 1200 naranjas, 8 costales con 400 naranjas cada uno y un costal más con 173 naranjas. ¿Cuántas naranjas lleva en total?
 3. Un estadio de fútbol cuenta con 6 secciones de 800 asientos cada una, 4 con 400 asientos cada una y una sección con 210 asientos. ¿Cuál es la capacidad total del estadio?
 4. La cajera de una tienda de autoservicio entregó a la supervisora 4 billetes de \$1000, 5 billetes de \$100, 7 monedas de \$10 y 3 monedas de \$1. ¿Cuánto dinero entregó en total?



5. Ayer jugamos boliche, los bolos rojos valían 1000 puntos, los verdes 100, los anaranjados 10 y los morados 1 punto. Si derribé 6 bolos rojos, 1 anaranjado y 6 verdes. ¿Cuántos puntos conseguí?
6. A la dulcería llegó este pedido: 4 cajas con 800 chicles cada una; 5 paquetes con 250 chocolates cada uno, 6 bolsas con 20 paletas cada una y 3 algodones de azúcar. ¿Cuántas golosinas incluía el pedido?

$$6 \times 1000 + 6 \times 100 + 1 \times 10$$

Problema

$$1200 + 8 \times 400 + 173$$

Problema

$$4 \times 800 + 5 \times 250 + 6 \times 20 + 3$$

Problema

$$4 \times 1000 + 5 \times 100 + 7 \times 10 + 3$$

Problema

$$6 \times 800 + 4 \times 400 + 210$$

Problema

$$4 \times 1200 + 7 \times 180 + 550$$

Problema

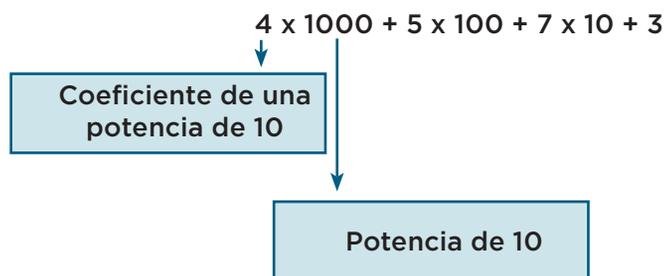


Consideraciones previas

Al resolver cada problema los alumnos podrán usar el recurso de su preferencia o dominio, es probable que algunos usen el cálculo mental y otros el cálculo escrito o una combinación de los dos. La idea de que encuentren la expresión que modela el problema, es decir, que orienta su resolución, es para que noten que las multiplicaciones y sumas pueden representarse en una sola expresión a la cual le corresponde un resultado. Ésta es otra manera de acercarse a la notación desarrollada de los números, es decir, a la suma de productos de cada cifra por una potencia de 10.

Es probable que este desafío se lleve más de una sesión (dependerá del dominio y el ritmo de los alumnos para resolver los problemas).

Seguramente al obtener los resultados de las expresiones se darán cuenta de que algunas implican un cálculo complejo, mientras que en otras, como las descomposiciones polinómicas decimales, el resultado se obtiene a simple vista, considerando los coeficientes de las potencias de 10.



Conceptos y definiciones

Una **expresión polinómica** es aquella en la que podemos utilizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones al mismo tiempo para representar una cantidad.

Las potencias de 10 son el resultado de elevar el 10 a un exponente entero:

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 100$$

$$10^3 = 1\ 000$$

$$10^4 = 10\ 000$$

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

3 ¡Lo tengo!

Intención didáctica

Que los alumnos expresen números mediante su expresión polinómica decimal.

3 ¡Lo tengo!

Consigna

Juega con tres compañeros a "¡Lo tengo!", utiliza el decaedro y las tarjetas de tu material recortable, pp. 251 y 253.

- Pongan las tarjetas con el número hacia abajo y revuélvanlas. Cada jugador toma dos y las coloca hacia arriba, de manera que todos las vean.
- Por turnos, cada jugador tira el decaedro y revisa si el número que cayó le sirve para armar uno o los dos números de sus tarjetas.
- Si el número se puede usar, el jugador decide por cuál potencia de 10 necesita multiplicarlo y escribe la o las multiplicaciones correspondientes para ir armando su o sus números.
- Si el jugador se equivoca al escribir las multiplicaciones pierde su turno.
- El primer jugador que logre armar los números de las dos tarjetas es el ganador.



Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo: las tarjetas numéricas y el decaedro armado del libro del alumno, pp. 249-251.

La consigna no es conocer el decaedro, sin embargo, armar el patrón sería un buen pretexto para que los alumnos identifiquen algunas de sus características y comenten sus expectativas respecto a la forma que tendrá al armarlo.

Esta consigna implica que los alumnos analicen el valor posicional que tendría la cifra en cada tiro, de acuerdo con el número que quieren “armar”, y lo vinculen con su expresión multiplicativa; también que logren desarrollar la expresión polinómica que lo representa.

Los jugadores tienen que distinguir en cada tiro el valor que representa cada cifra en los números que tienen a la vista. Por ejemplo, si un jugador tuviera las tarjetas 6 586 y 8 023 y su tiro cae 8 tendría oportunidad de avanzar en el desarrollo de ambos números, pero distinguiendo el valor que representa 8 en cada caso y anotar 8×10 para el primer número, mientras que para el segundo necesita escribir 8×1000 .

Es importante observar y orientar, en caso necesario, para que las expresiones multiplicativas que representan un número estén relacionadas por la adición.

8 023	2 789	4 293
5 670	1 825	8 174
2 761	9 837	2 910
5 193	1 352	6 031
6 580	1 028	7 020

Conceptos y definiciones

Las cifras de un número tienen un valor que depende de la posición que ocupe.

Por ejemplo:

457:

Centenas: $4 \times 100 = 400$

Decenas: $5 \times 10 = 50$

Unidades: $7 \times 1 = 7$

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

4 Décimos, centésimos y milésimos

Intención didáctica

Que los alumnos determinen fracciones decimales y establezcan comparaciones entre ellas, a partir de la división sucesiva en 10 partes de una unidad.

4 Décimos, centésimos y milésimos

Consigna 1

En parejas, recorten tiras de 3 cm de ancho utilizando cuatro cartoncillos de diferente color con las siguientes características:

- De un cartoncillo, recorten una tira que mida 1 metro de largo para que sea la unidad.
- De otro cartoncillo, recorten una tira que mida 1 metro de largo y divídanla en 10 partes iguales, marquen y recorten las divisiones. A cada parte llámenla 1 décimo de la unidad o $\frac{1}{10}$, o bien, 0.1.
- Del otro cartoncillo, de diferente color, recorten una tira de 1 décimo de la unidad, semejante a las anteriores, y divídanla en 10 partes iguales; marquen y recorten esas divisiones. A cada parte llámenla 1 centésimo de la unidad o $\frac{1}{100}$, que equivale a 0.01.
- Del último cartoncillo recorten una tira de un centésimo de la unidad, semejante a las anteriores, y divídanla en 10 partes iguales, marquen y recorten las divisiones. A cada parte se le conocerá como 1 milésimo de la unidad o $\frac{1}{1000}$, que también se puede expresar como 0.001.



Consigna 2

Tengan a la mano su material recortado para contestar las siguientes preguntas:

a) ¿Cuántos décimos caben en una unidad?, ¿cuántos centésimos caben en un décimo?, y ¿cuántos milésimos caben en un centésimo?

b) ¿Qué es más grande, un décimo o un centésimo?

c) ¿Cuántos milésimos caben en un décimo?

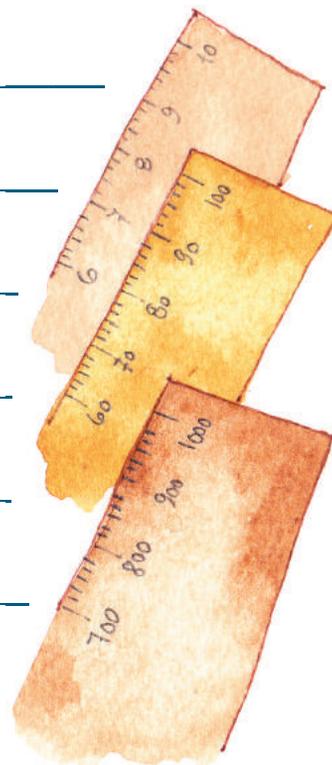
d) ¿Cuántos milésimos caben en una unidad?

e) En dos décimos, ¿cuántos centésimos hay?

f) ¿Cuántos décimos hay en media unidad?

g) ¿Cuántos décimos hay en $1 \text{ unidad} + \frac{5}{10}$?

h) ¿Cuántos milésimos tienen 1.5 unidades?



Consideraciones previas

En la medida de lo posible hay que animar a los alumnos a que hagan todos los cortes de las tiras de cartoncillo, según las indicaciones dadas, aun en el caso de los milésimos, que será difícil. El propósito es que los alumnos, al establecer las comparaciones descritas, puedan visualizar la diferencia entre las unidades estudiadas.

Al hacer las comparaciones se debe subrayar la relación de 1 a 10 entre la unidad y los décimos, entre los décimos y los centésimos, y entre los centésimos y los milésimos; de ahí que un milésimo sea la décima parte de un centésimo, un centésimo sea la décima parte de un décimo y que un décimo sea la décima parte de la unidad.

En consecuencia:

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$$

$$\frac{1}{100} = \frac{10}{1000}$$

Si los alumnos no advierten lo anterior, se sugiere que el profesor señale la relación entre las unidades de longitud estudiadas: los décimos del metro y el decímetro, los centésimos del metro y el centímetro, y entre los milésimos del metro y el milímetro.

Otro aspecto que se debe empezar a discutir es la notación decimal (escritura con punto) de las fracciones decimales:

$$\frac{1}{10} = 0.1$$

$$\frac{1}{100} = 0.01$$

$$\frac{1}{1000} = 0.001$$

Al término de la clase hay que pedir a los alumnos que guarden el material utilizado, pues se ocupará en las próximas sesiones.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Materiales

Para cada pareja:

- Cuatro cartoncillos de diferente color.
- Tijeras.
- Regla.

5 Expresiones con punto

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen fracciones decimales y su escritura con punto decimal para expresar medidas de objetos de su entorno.

5 Expresiones con punto

Consigna

En parejas (con el material de la sesión anterior), midan los objetos que se indican en la tabla y anoten ahí mismo los resultados; deben emplear fracciones decimales y expresiones con punto decimal.

Objeto	Unidades	Décimos	Centésimos	Milésimos	Medida en fracciones decimales	Medida con punto decimal
Largo de un lápiz	0	$\frac{1}{10} = 0.1$	$\frac{8}{100} = 0.08$	$\frac{7}{1000} = 0.007$	$\frac{1}{10} + \frac{8}{100} + \frac{7}{1000}$	0.187
Largo de una mesa						
Largo del pizarrón						
Ancho del pizarrón						
Altura de la puerta						
Ancho de la puerta						

Consideraciones previas

Es posible que algunos alumnos intenten o pregunten si es posible medir algún objeto sólo con una misma unidad de medida; por ejemplo, el ancho de la puerta utilizando décimos o centésimos solamente. En el primer caso se debe destacar que la precisión de la medición hace necesario utilizar otras unidades más pequeñas, ya que si se utilizan únicamente décimos es probable que sobre alguna parte por medir, y para el segundo caso, lo que obliga a utilizar diferentes magnitudes es la economía, pues hacerlo sólo con centésimos es más tardado que hacerlo con décimos, centésimos y milésimos.

Si los estudiantes tienen dificultad para escribir las medidas con punto decimal, por ejemplo, $\frac{3}{10} + \frac{24}{100} + \frac{8}{1000}$, pueden plantearse las preguntas siguientes: ¿cuántos milésimos hay en 24 centésimos?, ¿cuántos milésimos hay en 3 décimos? Con estas preguntas los alumnos podrán calcular que en $\frac{24}{100}$ hay 240 milésimos y en $\frac{3}{10}$ hay 300 milésimos; por tanto, al sumar $\frac{300}{1000}$ con $\frac{240}{1000}$ y $\frac{8}{1000}$ resulta en total $\frac{548}{1000}$, que es igual a 0.548.

Es probable que se registren medidas equivalentes que se pueden aprovechar para analizar equivalencias de fracciones decimales y expresiones aditivas, por ejemplo:

$$\frac{3}{10} + \frac{5}{1000} + \frac{5}{1000}$$

Dado que $\frac{18}{100} = \frac{1}{10} + \frac{8}{100}$, entonces la expresión equivalente es:

$$\frac{4}{10} + \frac{8}{1000} + \frac{5}{1000}$$

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Materiales

Para cada alumno: las tiras de cartoncillo de la sesión anterior.

6 La fábrica de tapetes

Intención didáctica

Que los alumnos comparen fracciones que se representan gráficamente, al tener que dividir una unidad con ciertas condiciones.

6 La fábrica de tapetes

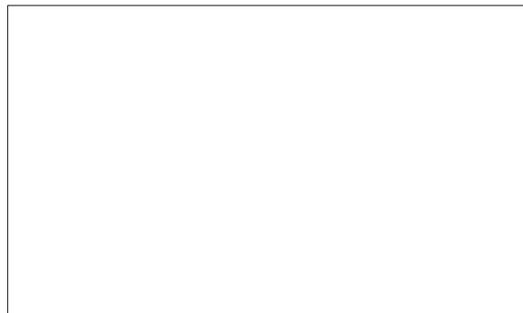
Consigna

Resuelve el siguiente problema con un compañero.

1. Queremos un tapete cuadrangular que tenga cuatro colores:
 - Una parte morada que mida el doble de la parte blanca y que cubra la tercera parte del tapete.
 - Una parte anaranjada que sea igual a la blanca.
 - Una parte verde igual a la morada.

¿Cómo tendría que dividirse el tapete para que cumpla con las condiciones del pedido? Dibújenlo.

Tapete



a) ¿Qué fracción representa la superficie de color anaranjado?

b) ¿Qué fracción representa la superficie morada?

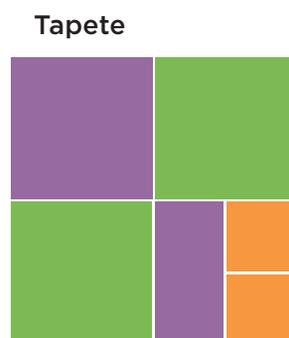
c) ¿Qué colores juntos cubren la mitad del tapete?

Consideraciones previas

Este desafío propicia que los alumnos hagan particiones diferentes a las que han practicado, como tercios y sextos, que las representen gráfica y numéricamente, establezcan comparaciones y distingan algunas equivalencias.

Las particiones con las que los alumnos tienen cierta familiaridad corresponden a fracciones cuyo denominador es una potencia de dos (2^n), en las que es suficiente con partir en mitades (mitad de un medio, cuarto; mitad de un cuarto, octavo; mitad de un octavo, dieciseisavo).

Es muy probable que para resolver el problema los alumnos se orienten por el número de colores que se presentan en el tapete, además que apliquen la estrategia de dividir en mitades, por lo que podrían presentarse soluciones *erróneas* como la siguiente:

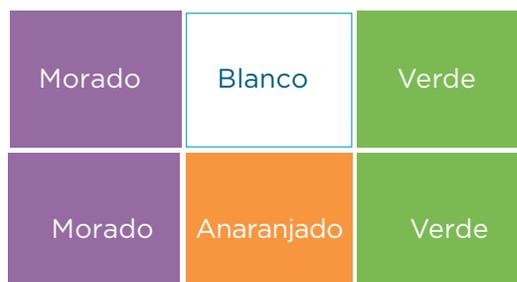


En este ejemplo la superficie se dividió primero en cuatro partes, puesto que son cuatro colores. Posteriormente, se cumplió con una parte de la primera condición y de ahí se deriva el error. En seguida se cumple con la segunda condición (una parte anaranjada igual a la parte blanca).

Otra estrategia de solución podría ser que antes de intentar dividir el espacio del tapete, los alumnos contarán las partes necesarias:

Una parte morada que mida el doble de la parte blanca	2 de morado + 1 de blanco
Una parte anaranjada que sea igual a la blanca	1 de anaranjado
Una parte verde igual a la morada	2 de verde
Total de espacios para tapete	6

Con base en lo anterior se divide la unidad en seis partes iguales y después se colorea de acuerdo con las condiciones que se señalan:

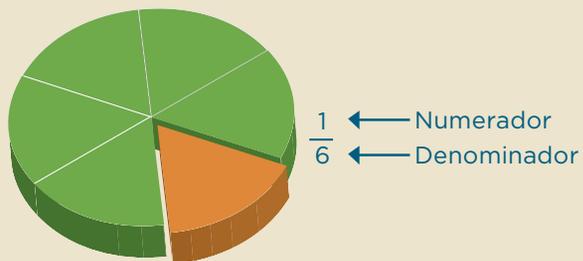


Conceptos y definiciones

Si dividimos un objeto o una unidad en varias partes iguales, a cada una de ellas se le conoce como **fracción**.

Las fracciones están formadas por un numerador y un denominador.

Ejemplo:



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

7

Fiesta y pizzas

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas de reparto que impliquen usar y comparar fracciones (medios, cuartos, octavos; tercios, sextos; quintos, décimos).

7

Fiesta y pizzas

Consigna 1

Resuelve el siguiente problema con un compañero.

Al terminar un torneo de voleibol, algunos jugadores celebraron con una fiesta. Los asistentes se organizaron en pequeños grupos para comprar pizzas, como se muestra en la ilustración. Si las pizzas se repartieron en partes iguales a cada grupo, ¿qué porción de pizza le tocó a cada integrante de cada grupo?

Grupo 1
Porción por persona:



Grupo 2
Porción por persona:

Grupo 3
Porción por persona:



Grupo 4
Porción por persona:

¿En qué grupo le tocó menos pizza a cada persona?

Consigna 2

También resuelvan este problema.

Representen las pizzas que se necesitan para que en un grupo de 6 personas a cada una le toque $\frac{4}{6}$ de pizza.



Consideraciones previas

Los alumnos ya han trabajado con fracciones que tienen como denominador una potencia de dos, y que se representan gráficamente al partir en mitades (mitad de un medio, cuarto; mitad de un cuarto, octavo; mitad de un octavo, dieciseisavo).

Los problemas del desafío propician que los alumnos conozcan nuevas particiones, como tercios, quintos y sextos, y las representen gráfica y numéricamente, estableciendo comparaciones y distinguiendo algunas equivalencias.

Es probable que este desafío abarque más de una sesión (dependerá del dominio y del ritmo de los alumnos para resolver los problemas).

En la resolución del primer problema seguramente se identificarán varias formas de hacer los repartos:

- Grupo 1: dos pizzas entre tres personas. Los alumnos pueden repartir $\frac{1}{2}$ a cada persona, y la mitad restante dividirla en tres partes iguales para repartirla; así, a cada persona le tocó $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$. También pueden dividir cada pizza en tres partes iguales y repartir a cada persona dos de esas partes, de manera que a cada persona le tocó $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$, o bien, $\frac{2}{3}$. Estos resultados dan la oportunidad de analizar la equivalencia de expresiones aditivas: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
- Grupo 2: cuatro pizzas entre tres personas. En este caso el número de pizzas es mayor al número de personas; es decir, que a cada persona le toca más de una pizza. Los alumnos pueden iniciar repartiendo una pizza a cada integrante y dividir la restante en tres partes iguales, así a cada persona le tocó una pizza entera y la tercera parte de otra, lo cual puede escribirse también como $1\frac{1}{3}$. Otra forma podría ser dividir las cuatro pizzas en tercios y dar a cada persona $\frac{1}{3}$ de cada pizza, así cada persona recibió $\frac{4}{3}$ de pizza. Ambas respuestas son válidas ($1\frac{1}{3}$ o $\frac{4}{3}$ de pizza). Es importante aprovechar estas situaciones para que los alumnos reflexionen en torno a las diferentes maneras de expresar fracciones mayores que 1.
- Grupo 3: tres pizzas entre cinco personas. Los alumnos pueden partir las pizzas en mitades y relacionar cada mitad con una persona; para repartir la mitad sobrante pueden dividirla en cinco partes iguales; así a cada persona le tocó $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$. También podrían dividir cada pizza en cinco partes iguales y repartir a cada persona tres de ellas, es decir, $\frac{3}{5}$.
- Grupo 4: tres pizzas entre cuatro personas. Siguiendo los anteriores procedimientos, a cada persona le tocó $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, o $\frac{3}{4}$.

Conceptos y definiciones

Una manera de considerar a la fracción es como parte de un todo. Se representa así:

$$\frac{a}{b}$$

Al número de arriba se le llama **numerador**, que es el número de partes que se tienen de todas las obtenidas.

Al de abajo se le conoce como **denominador**, que es el número de partes en que se ha dividido el todo.

En el caso de los grupos 1 y 3, los alumnos podrían confundir la fracción que resulta al dividir la mitad restante en tres o cinco partes, y expresar con $\frac{1}{3}$ en lugar de $\frac{1}{6}$, la porción que se obtiene al partir $\frac{1}{2}$ en tres partes iguales, o con $\frac{1}{5}$ en lugar de $\frac{1}{10}$, la porción que se obtiene al partir $\frac{1}{2}$ en cinco partes iguales. Estos errores pueden aprovecharse para que el grupo analice cuál es la unidad que se toma como referencia para fraccionar.

Es importante hacer cuestionamientos como: esta fracción, ¿qué parte representa de la mitad de la pizza?, ¿cómo lo expresan numéricamente?, esa misma fracción, ¿qué parte representa de toda la pizza?, ¿cómo lo podemos comprobar?

Para decidir en cuál de los repartos le tocó menos pizza a cada persona, los alumnos pueden reflexionar lo siguiente: el grupo 2 es el único caso en el que hay más pizzas que personas, por tanto, a cada persona le toca más de una pizza; así que el grupo 2 queda descartado. Respecto a los grupos 3 y 4, la porción que le tocó a cada persona del grupo 4 es mayor que la que les tocó en el grupo 3, ya que es el mismo número de pizzas entre menos personas. Finalmente, entre los grupos 1 y 3 pueden compararse las expresiones $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$ y $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$, y verificar que $\frac{1}{10}$ es menor que $\frac{1}{6}$, por tanto, a cada persona del grupo 3 le tocó menos cantidad de pizza. La representación gráfica y, en ciertos casos, el uso de material concreto, son buenas alternativas para comprobar sus hallazgos.

El segundo problema representa un proceso inverso al primero, se parte de la cantidad que le toca a cada persona y la incógnita es el total de pizzas que se repartieron. Es muy probable que para solucionarlo los alumnos dibujen las pizzas, una por una, al mismo tiempo que las van dividiendo en sextos para asignar uno a cada persona, hasta completar los cuatro que se necesitan de acuerdo con la actividad.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

8 Y ahora, ¿cómo va?

Intención didáctica

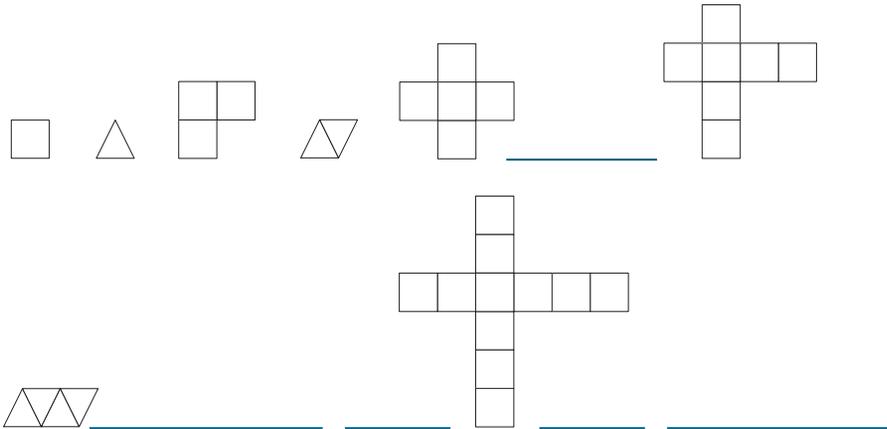
Que los alumnos identifiquen la regularidad en una sucesión compuesta formada por figuras.

8 Y ahora, ¿cómo va?

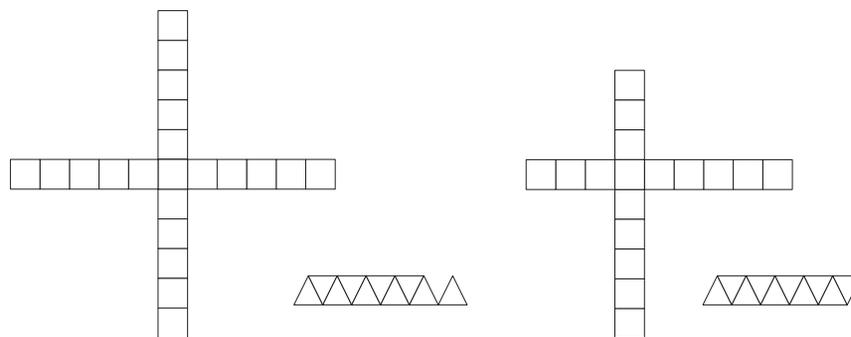
Consigna

En equipos de tres, analicen, discutan y posteriormente resuelvan los ejercicios.

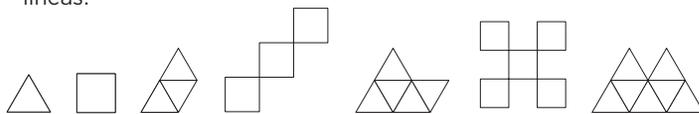
1. Encuentra los elementos faltantes en las siguientes sucesiones.

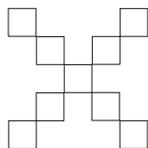


- a) Encierra en un círculo las figuras que forman parte de la sucesión anterior y dibújalas en su lugar.

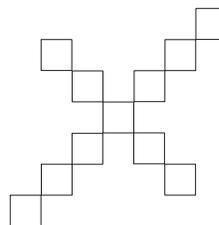
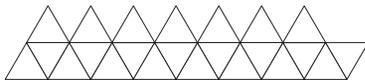


2. ¿Qué elementos faltan en esta sucesión? Dibújalos sobre las líneas.





a) Estas figuras forman parte de la sucesión anterior; anota qué lugar ocupan.



Consideraciones previas

Si los alumnos han tenido experiencias anteriores para encontrar elementos faltantes en una sucesión, seguramente la mayor dificultad que encontrarán en esta consigna es el hecho de que hay dos sucesiones intercaladas, las cuales deben tomar en cuenta para encontrar los elementos que faltan. Tener presente la alternancia de ambas no es cosa simple, por lo que es importante el análisis grupal de las respuestas y la forma en que llegaron a ellas.

La resolución de este tipo de problemas favorece en los alumnos desarrollar un aspecto de la llamada “habilidad matemática”, que se incluye en diversas pruebas.

Pero también los encamina para entender, más adelante, el uso de la literal como número general, es decir, expresiones como $2n + 1$, que representa un número impar, independientemente del valor que tome n . Por ello, en el momento que expliquen cómo obtuvieron las respuestas, se deberá resaltar cómo enuncian la regla de variación que encontraron entre los elementos dados.

En el ejercicio 1 se tiene que la sucesión está formada por cuadrados y triángulos, donde los cuadrados aumentan de dos en dos, pero no en cualquier orden, y los triángulos aumentan de uno en uno, pero invertidos. Lo mismo habrá que analizar en la segunda sucesión.

Conceptos y definiciones

Una **sucesión** es un conjunto ordenado de elementos (números, letras, figuras, etcétera) que responden a una ley de formación o regla. A los elementos de la sucesión se les llama **términos**.

Las sucesiones se construyen siguiendo una regla; por ejemplo, cada término se obtiene sumando una constante al término anterior.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

9

¿Cuáles faltan?

Intención didáctica

Que los alumnos reconozcan la regla de variación en una sucesión compuesta formada por números, ya sea creciente o decreciente, e identifiquen los elementos faltantes o los siguientes.

9

¿Cuáles faltan?

Consigna

En equipos de tres compañeros, analicen, discutan y resuelvan los siguientes ejercicios.

Encuentren los elementos faltantes en las siguientes sucesiones y contesten las preguntas.

- 3, 5, 8, 8, 13, 11, 18, _____, _____, 17, _____, 20, 33, _____, 38, 26, 43, _____, _____, 32, 53, _____, 58, 38, _____, 41, 68, 44, _____, _____...

a) ¿Qué números deben ir en los lugares 40 y 41?

b) ¿Qué regla se establece en la sucesión anterior? Escribá-la con sus propias palabras:



2. 300, 5300, 600, 5250, 900, 5200, _____, 5150, _____,
_____, 1800, _____, _____, _____...

a) De la sucesión anterior, qué número corresponderá al lugar 20?

b) ¿Hay algún número que se repita en esa sucesión?

c) De los números que van disminuyendo, ¿alguno podrá ocupar el lugar 31?

¿Por qué?

d) Escriban la regla que se establece en esa sucesión.



Consideraciones previas

La primera sucesión compuesta de este desafío es creciente, esto es, en todos los números hay un aumento y es diferente a la segunda, en la que mientras una sucesión va aumentando la otra va disminuyendo.

A diferencia del desafío anterior, en el que fácilmente los alumnos se percatan de que se trata de dos figuras distintas que varían, en éste se les puede dificultar ya que son números. Si los alumnos no se dieran cuenta de que es una sucesión compuesta, es decir, que hay dos sucesiones intercaladas, el maestro podría decirlo, o bien, escribir con diferente color los números que pertenecen a cada una. Por ejemplo, en la pregunta 1:

3, 5, 8, 8, 13, 11, 18, _____, _____, 17, _____, 20, 33, _____, 38, 26, 43, _____, _____,
32, 53, _____, 58, 38, _____, 41, 68, 44, _____, _____.

Para conocer los números que faltan, seguramente escribirán toda la sucesión hasta llegar al lugar que se le pregunta. Esta estrategia es muy común, ya que aún no cuentan con la posibilidad de obtener una regla general para resolverlo.

Se sugiere que se resuelvan las actividades 1 y 2 por separado con sus respectivas respuestas, con el fin de que los alumnos puedan seguir los razonamientos hechos por sus compañeros y los analicen. Incluso la sucesión 2 podría resolverse en la siguiente clase.

En esta sucesión se pregunta si hay algún número que se repita. El profesor podría solicitar que los alumnos traten de anticipar la respuesta y después busquen su comprobación.

En ambos casos se pide que los alumnos enuncien con sus palabras la regla que detectan en cada sucesión. Después habrá que ver si en realidad estas reglas se aplican a los números dados.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

10 La tienda de doña Lucha

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen sumar números decimales en contextos de dinero, utilizando diferentes procedimientos, entre ellos, el algoritmo usual o convencional.

10 La tienda de doña Lucha

Consigna 1

En equipos, analicen la siguiente información y luego contesten lo que se pide. No se vale usar calculadora. En la tienda de doña Lucha se venden estos alimentos:

Tortas		Bebidas	
Pollo	\$14.75	Licuada	\$13.50
Chorizo	\$15.75	Jugo	\$9.45
Huevo	\$10.50	Vaso con agua de sabor	\$5.60
Especial	\$21.80	Yogurt	\$15.95

1. Juan compró una torta de pollo y un jugo, y Raúl compró dos tortas de chorizo y un vaso con agua de limón. ¿Quién de los dos pagó más?

2. Doña Lucha vende a los maestros comida para llevar; cada pedido lo mete en una bolsa y a cada una le pone una etiqueta con el nombre del maestro y su cuenta. Anoten los alimentos que puede haber en las bolsas de Jessica y de Rogelio:



Consigna 2

También en equipos, solucionen el problema.

1. Paula registró en una libreta sus ahorros de una semana: el lunes, \$21.50; el martes, \$42.75; el miércoles, \$15.25; el jueves, \$32.20, y el viernes, \$13.45. ¿Cuánto ahorró en total?



2. Resuelvan los ejercicios:

a) $35.90 + 5.60 =$

b) $89.68 + 15.60 =$

c) $145.78 + 84.90 + 19.45 =$

Consideraciones previas

En el primer problema, para obtener lo que gastó Juan ($\$14.75 + \9.45) es probable que los alumnos sumen por separado los pesos y los centavos ($14 + 9 = 23$ y $75 + 45 = 120$) y que en algunos casos no relacionen la parte entera y la parte decimal.

Algunas posibles respuestas son:

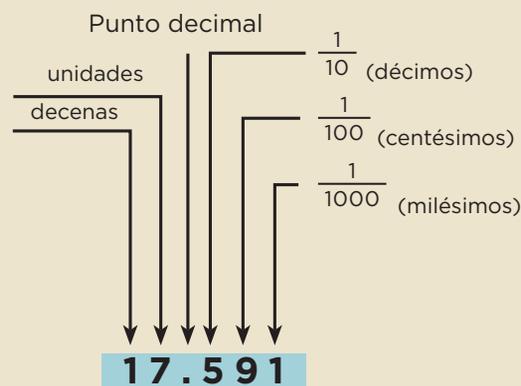
- 23 pesos con 120 centavos
- 24 pesos con 20 centavos
- \$24.20
- \$23 120
- \$23.120

En la puesta en común hay que ayudar a los alumnos a analizar cuál o cuáles de todas estas respuestas son correctas. Las tres primeras son acertadas, sin embargo, en el caso de la respuesta “23 pesos con 120 centavos”, habría que hacerles notar que 120 centavos equivalen a 1 peso con 20 centavos, por lo que finalmente la respuesta cambia a 24 pesos con 20 centavos, o bien, \$24.20.

En relación con las respuestas “\$23 120” y “\$23.120”, se debe ayudar a los alumnos a que se den cuenta que la primera, donde no hay punto decimal, no es una respuesta lógica, ya que el gasto de una torta y un jugo no puede ascender a varios miles de pesos, y la segunda, como la unidad mínima de nuestro peso es un centavo, es decir, una centésima parte de un peso, no es correcta porque este número significa 23 pesos con 120 milésimas de un peso, que es equivalente a 23 pesos con 12 centavos (\$23.12).

Conceptos y definiciones

La palabra *decimal* quiere decir “basado en 10” (de la palabra latina *decima*: “una parte de diez”). Un **número decimal** tiene un punto decimal, que indica que los números situados a su derecha disminuyen su valor en potencias de 10.



Es probable que otros alumnos usen el algoritmo usual para sumar números naturales, es decir, sin tomar en cuenta el punto decimal:

$$\begin{array}{r} 14.75 \\ + 9.45 \\ \hline 24.20 \end{array}$$

Por lo tanto, su respuesta sería \$ 2420

Sería conveniente que los alumnos comparen el resultado correcto (24.20) con el que obtuvieron quienes aplicaron el algoritmo usual para sumar números naturales, la idea es que identifiquen la ausencia del punto decimal en el segundo y que puedan deducir un algoritmo sintético para sumar números decimales. En caso necesario, el profesor podría dar una explicación que debe considerar los siguientes puntos:

- Acomodar los números de manera vertical para que los puntos decimales queden alineados.
- Resolver la suma como si se tratara de números naturales.
- Colocar el punto decimal del resultado para que quede alineado con los puntos de los números que se están sumando.

Es importante comentar que la alineación del punto decimal obedece a una razón matemática; hay que sumar décimos con décimos, centésimos con centésimos, etcétera. Con los números naturales se alinean unidades con unidades, decenas con decenas, centenas con centenas, etcétera.

Para la compra de Raúl (\$15.75 + \$15.75 + \$5.60), independientemente del procedimiento empleado para sumar, se sugiere solicitar a los alumnos que verifiquen sus resultados utilizando el algoritmo convencional.

$$\begin{array}{r} 15.75 \\ + 15.75 \\ + 5.60 \\ \hline 37.10 \end{array}$$

La riqueza del problema 2 es que la búsqueda de los productos cuyos precios sumen \$29.25 y \$31.25, obliga a hacer varias sumas de decimales.

Se espera que los alumnos determinen que la bolsa de Jessica contiene una torta de chorizo (\$15.75) y un licuado (\$13.50), cuyo importe total es de \$29.25; mientras que la bolsa de Rogelio contiene una torta especial (\$21.80) y un jugo (\$9.45), con un importe total de \$31.25.

Finalmente, se podría pedir a los alumnos que comprueben sus operaciones con la calculadora.

En la segunda consigna se propone que resuelvan un problema en el que es necesario sumar para solucionarlo y algunas sumas que tienen como fin ejercitar el algoritmo estudiado.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

11

Los uniformes escolares

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que implican sumar o restar números decimales, utilizando los algoritmos convencionales.

11

Los uniformes escolares

Consigna 1

En equipos, resuelvan el siguiente problema sin usar la calculadora.

Juan y su mamá están en una tienda de ropa; Juan necesita un pantalón, una camisa y un cinturón, y su mamá desea comprar un pantalón, una blusa y una falda. Los precios de las prendas que buscan son los que se muestran:

Ropa para niños	
Pantalón	\$119.90
Camisa	\$105.70
Cinturón	\$59.90

Ropa para damas	
Pantalón	\$189.90
Blusa	\$175.50
Falda	\$199.90



a) Si la mamá de Juan tiene \$1000.00, ¿le sobra o le falta dinero para comprar esas prendas?

¿Cuánto?

Consigna 2

Individualmente, resuelvan los problemas y las sustracciones.

1. Con un billete de \$20.00 se pagó una cuenta de \$12.60. ¿Cuánto se recibió de cambio?

2. Paulina necesita un pincel que cuesta \$37.50, y su amiga comenta, “yo lo compré en otra papelería a \$29.90”. ¿Cuál es la diferencia entre los dos precios?

3. La mamá de Perla fue al mercado y compró 2 kg de tomate, \$30.60 y 3 kilos de papa en \$45.50. ¿Cuánto le dieron de cambio si pagó con un billete de \$100.00?

4. Agustín tenía cierta cantidad de dinero ahorrado, su papá le dio \$48.30 y ahora tiene \$95.80. ¿Cuánto tenía ahorrado?

5. $35.60 - 5.90 =$

6. $79.95 - 25.60 =$

7. $184.90 - 59.45 =$



Consideraciones previas

Una forma de resolver el problema de la consigna 1 es calcular el costo de las seis prendas y restar el resultado a \$1000. Para obtener el importe total de la compra puede hacerse una suma con los precios de los seis productos o por separado, es decir, el importe de las prendas de Juan y el importe de las prendas de su mamá.

$$\begin{array}{r}
 119.90 \\
 + 105.70 \\
 \hline
 225.60 \\
 + 59.90 \\
 \hline
 285.50
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 189.90 \\
 + 175.50 \\
 \hline
 365.40 \\
 + 199.90 \\
 \hline
 565.30
 \end{array}$$

Después, sumar los resultados y se obtiene un total de \$850.80.

Considerando que en el desafío anterior se estudió el algoritmo usual o convencional para sumar números decimales, se espera que los alumnos no tengan dificultades para encontrar el precio de las seis prendas, ya sea a través de una sola suma o de varias.

En caso de no utilizar el algoritmo convencional, se sugiere invitar a los alumnos a que lo hagan y a que identifiquen las ventajas respecto a los procedimientos utilizados; es importante enfatizar que no se vale usar la calculadora.

Por lo anterior, es evidente que la mamá de Juan puede comprar las seis prendas con los \$1000, ahora, el desafío es responder qué cantidad de dinero le sobra.

Los alumnos pueden encontrar la diferencia entre \$850.80 y \$1000 de diversas formas, algunas de ellas son:

- Descomponer el sustraendo (850.80) en sumandos (800 + 50 + 0.80); luego restar cada uno: $1000 - 800 = 200$; $200 - 50 = 150$; $150 - 0.80 = 149.20$.
- Restar primero $1000 - 850$, que da como resultado 150. Luego a 150 restarle mentalmente 80 centavos, resultando al final 149.20.

Si a los alumnos no se les ocurre, el profesor puede sugerir el algoritmo convencional para restar números decimales, que consiste en resolver la resta como si se tratara de números naturales, cuidando la colocación adecuada del punto decimal.

$$\begin{array}{r}
 1000.00 \quad \text{minuendo} \\
 - 850.80 \quad \text{sustraendo} \\
 \hline
 149.20
 \end{array}$$

Por supuesto que es importante alinear los puntos del minuendo y del sustraendo, de tal manera que se puedan restar centésimos con centésimos, décimos con décimos, unidades con unidades, etcétera. El punto decimal del resultado deberá estar alineado con los puntos del minuendo y del sustraendo.

En la consigna 2 se propone que los alumnos resuelvan operaciones de adición y sustracción con números decimales para ejercitar lo estudiado en la consigna anterior.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

12

Butacas y naranjas

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen la multiplicación para resolver problemas de proporcionalidad.

12

Butacas y naranjas

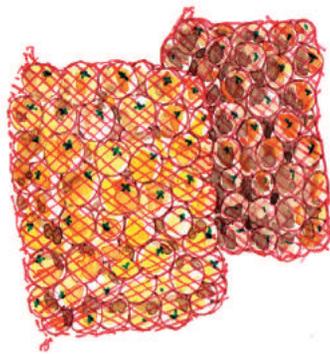
Consigna

Resuelve los problemas con un compañero.

1. ¿Alcanzarán las butacas del teatro para los 400 alumnos y 20 maestros de una escuela, si en el teatro hay 23 filas de 19 butacas cada una?

Expliquen su respuesta:

2. Una bodega de la Central de Abastos distribuye naranjas a diferentes mercados. Para transportarlas utilizan costales de media gruesa (72 naranjas), una gruesa (144 naranjas) y de 30 naranjas. Si la camioneta que lleva el producto descarga 19 costales de media gruesa en el mercado Morelos, 8 costales de una gruesa en el Independencia, y finalmente 22 costales de 30 naranjas en el mercado Sinatel.



- a) ¿Cuál mercado recibió mayor cantidad de naranjas?

- b) ¿Cuál es la diferencia entre la mayor y la menor cantidad de naranjas repartidas?

Consideraciones previas

Los problemas multiplicativos pueden dividirse en dos grandes grupos, los que implican una relación de proporcionalidad y los que implican un producto de medidas. Los primeros relacionan cuatro términos, mientras que los segundos sólo tres términos.

En este desafío se presentan dos problemas del primer tipo de proporcionalidad, el primero plantea la siguiente relación entre cuatro cantidades:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ fila} \longleftrightarrow 19 \text{ butacas} \\ 23 \text{ filas} \longleftrightarrow x \text{ butacas} \end{array}$$

Una vez que se calcula la cantidad de butacas se debe comparar con 420 y así responder la pregunta que se plantea. Una característica importante de este tipo de problemas es que involucran dos dimensiones y el resultado es una de ellas. En este caso, filas-butacas y el resultado es butacas; esto puede justificarse al operar con las dimensiones pero no es necesario hacerlo en este grado.

El segundo problema representa varias relaciones de proporcionalidad: si un costal contiene 72 naranjas, ¿cuántas naranjas corresponden a 19 costales?

Si un costal contiene 30 naranjas, ¿cuántas naranjas corresponden a 22 costales?, etcétera. Note que en el primer caso se establece la siguiente relación:

$$\begin{array}{l} 1 \text{ costal} \longleftrightarrow 72 \text{ naranjas} \\ 19 \text{ costales} \longleftrightarrow x \text{ naranjas} \end{array}$$

Aquí el problema consiste en calcular y comparar las cantidades de naranjas que se distribuyen en cada mercado, y la multiplicación es una herramienta pertinente para lograrlo. Si bien una decisión necesaria para resolver un problema es elegir qué operaciones utilizar, también lo es la forma de obtener los resultados de dichas operaciones. En la siguiente página se describen algunos procedimientos de cálculo que es probable y deseable que los alumnos utilicen para conocer las cantidades de naranjas que se dejaron en cada mercado.

Conceptos y definiciones

La **proporcionalidad** es un concepto muy utilizado en nuestra vida diaria: al preparar una receta, al calcular cuántos dulces se necesitan para un determinado número de niños, etcétera. Es una relación entre magnitudes medibles. Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al aumentar una, aumenta la otra en la misma proporción.

Mercado Morelos: 19 costales de media gruesa

- $19 \times 72 = (72 \times 2) \times 10 - 72 = 1\,368$ (equivale a multiplicar 72×20 y restar 72 para que quede multiplicado por 19)
- $19 \times 72 = (72 \times 10) \times 2 - 72 = 1\,368$ (es el procedimiento anterior, sólo que multiplicando primero por 10 y luego por 2)
- $19 \times 72 = 72 \times 10 + 72 \times 9 = 720 + 648 = 1\,368$ (equivale a descomponer el 19 en $10 + 9$ y multiplicar cada sumando por 72)

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

13 Combinaciones

Intención didáctica

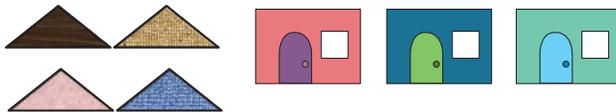
Que los alumnos usen procedimientos propios y la multiplicación para resolver problemas que implican un producto de medidas.

13 Combinaciones

Consigna

En equipos, resuelvan los problemas.

1. ¿Cuántas casas diferentes entre sí, pero similares a las del modelo, se pueden formar con estos triángulos y rectángulos?



2. El postre de hoy es alguna de estas frutas: sandía, melón, piña o mango, acompañada con nieve de limón o chile piquín. ¿Cuántos postres diferentes se pueden servir?

3. Para la fiesta de cumpleaños de Antonio asistirán 18 mujeres y 15 hombres. ¿Cuántas parejas de baile diferentes se podrán formar con los invitados?

Consideraciones previas

A diferencia de los problemas del desafío anterior, en los que se establece una relación de proporcionalidad, en éstos no hay tal, no hay de por medio un valor unitario explícito o implícito y el resultado del problema no es ninguna de las dos dimensiones que se relacionan. Por ejemplo, en el problema 1 se relacionan triángulos y rectángulos, mientras que el resultado es casas. En el problema 2 se relacionan frutas con nieve o chile y el resultado es postres, y en el problema 3 se relacionan hombres con mujeres y el resultado es parejas.

En este tipo de problemas se puede establecer una doble relación de proporcionalidad. Por ejemplo, el número de parejas es proporcional al número de hombres cuando el número de mujeres permanece constante, o bien, el número de parejas es proporcional al número de mujeres cuando el número de hombres permanece constante.

Este desafío incluye tres problemas en los que se trata de combinar cada uno de los elementos de un conjunto, con cada uno de los elementos de otro conjunto. Pueden resolverse usando diferentes representaciones en las que el problema principal consiste en controlar que no sobren o falten combinaciones. Después de probar con tales representaciones se espera que los alumnos descubran que una multiplicación puede ser suficiente para llegar a la solución.

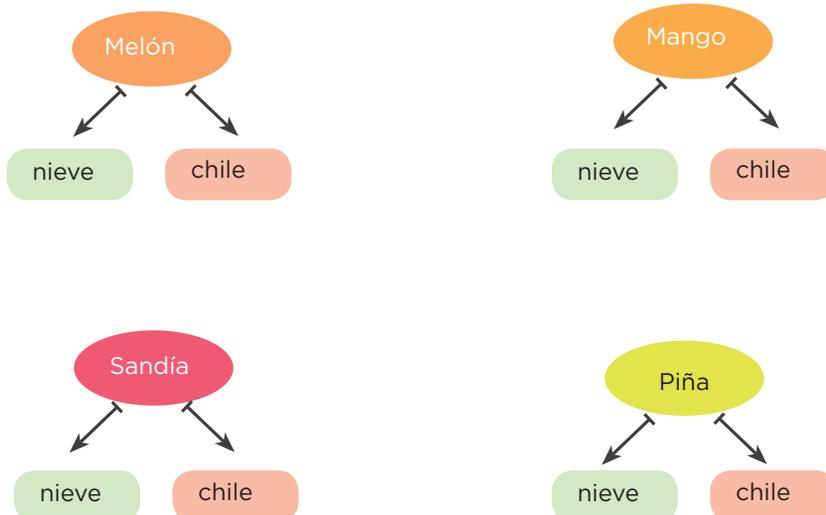
Para el primer problema es importante que los alumnos se den cuenta de que cada rectángulo puede combinarse con todos los triángulos, o bien, que cada triángulo puede combinarse con todos los rectángulos; de tal manera que concluyan que con cada rectángulo se harían cuatro casas diferentes, o bien, que con cada triángulo se harían tres casas diferentes. Para encontrar la respuesta los alumnos pueden:

- Dibujar todas las combinaciones de casas.
- Sumar $4 + 4 + 4$, pensando en las cuatro combinaciones diferentes que se pueden armar con cada uno de los tres rectángulos.
- Sumar $3 + 3 + 3 + 3$, considerando que con cada triángulo se pueden formar tres casas diferentes.
- Multiplicar 3×4 , o multiplicar 4×3 .

Si a los alumnos no se les ocurre utilizar operaciones para llegar al resultado, se les puede preguntar directamente, ¿qué operación te ayuda a llegar directamente al resultado? Si las respuestas son $4 + 4 + 4$, o $3 + 3 + 3 + 3$, hay que relacionar éstas con las operaciones 3×4 o 4×3 , y que identifiquen qué representa cada número.

Cuando los alumnos estén relacionando cada rectángulo con los triángulos o cada triángulo con los rectángulos, a manera de reflexión se les preguntaría: si ya se relacionó cada triángulo con todos los rectángulos para encontrar todas las combinaciones posibles, ¿también es necesario relacionar cada rectángulo con todos los triángulos?, ¿por qué? La idea es que se den cuenta si se repite o no alguna combinación.

La diferencia entre los problemas 1 y 2 es que en el segundo la información viene en un texto y, precisamente, un primer acercamiento de los alumnos podría ser una representación gráfica como la siguiente:



A partir de esta representación se pretende que los alumnos lleguen a utilizar operaciones, en particular, la multiplicación, para llegar al total de combinaciones que es 8, resultado de 4×2 y de 2×4 .

El tercer problema incluye números más grandes con la idea de que los alumnos busquen alternativas más eficaces que las representaciones gráficas, para encontrar todas las combinaciones posibles. Se espera que determinen que con la multiplicación 18×15 o 15×18 se llega a la solución.

Respecto a los procedimientos de cálculo, en el tercer problema se pueden aplicar algunas estrategias previamente elaboradas como las siguientes:

- $18 \times 15 = 18 \times 10 + 18 \times 5 = 180 + 90 = 270$
- $18 \times 15 = (15 \times 10) \times 2 - (2 \times 15) = 300 - 30 = 270$

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

14 ¿Alcanza?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen la multiplicación para resolver problemas que implican un producto entre medidas.

14 ¿Alcanza?

Consigna

Resuelve los problemas con un compañero.

1. Una pieza de tela mide 15 m de largo por 1.5 m de ancho. ¿Cuánto mide la superficie de la tela?

2. Un terreno de forma rectangular mide 210 m² de superficie y el ancho mide 7 m. ¿Cuánto mide de largo?

3. Samuel tiene 11 cajas con mosaicos cuadrados de 20 cm por lado y quiere cubrir una pared que mide 3 m de largo y 2 m de alto. Si en cada caja hay 14 mosaicos, ¿será necesario que compre más cajas?

¿Por qué?

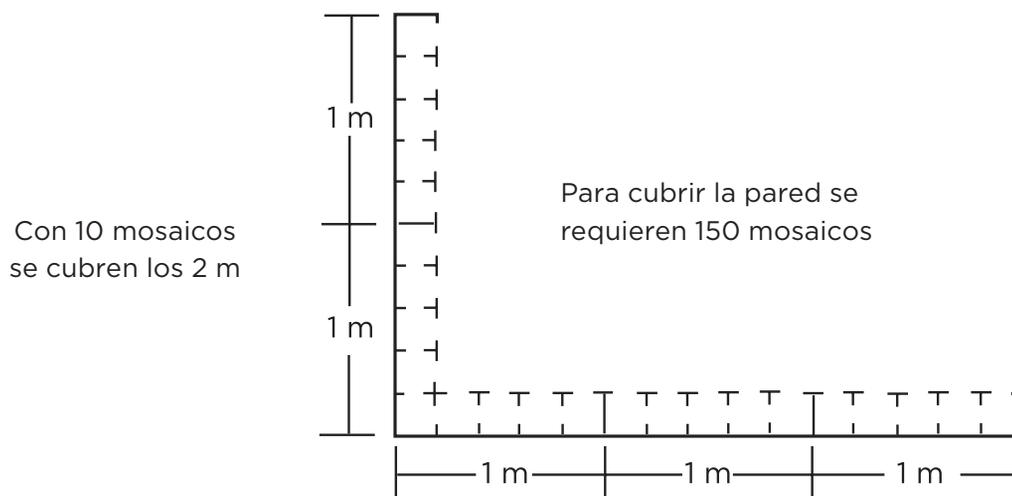


Consideraciones previas

En los problemas de este desafío la idea de producto de medidas es aún más clara. Los dos primeros implican una sola operación, pero es importante resaltar el hecho de que las cantidades que se multiplican son metros y el resultado son metros cuadrados. Es conveniente acercar a los alumnos al concepto de metro cuadrado en dos sentidos: como el cuadrado que mide un metro por lado, y como el resultado de multiplicar metros por metros.

El tercer problema es más complejo si se recurre, como en los dos anteriores, al producto de medidas: $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$ para calcular el área de un mosaico, para luego multiplicar por 14 mosaicos y después por 11 cajas, con lo que se tendría la superficie total que se cubre con los mosaicos ($61\ 600\text{ cm}^2$), que si se compara con $300\text{ cm} \times 200\text{ cm} = 60\ 000\text{ cm}^2$, que es el área de la pared, no es necesario comprar más cajas.

Sin embargo, también es posible resolver este problema sin incluir el producto de medidas. Para ello, los alumnos primero necesitan relacionar las dimensiones de los mosaicos con las dimensiones de la pared para conocer cuántas filas de mosaicos hay en 2 m de la altura de la pared, y cuántos mosaicos cubren los 3 m del largo de la pared; de tal forma que las multiplicaciones 15×10 y 11×14 que representan el número de mosaicos necesarios para cubrir la pared y el número de mosaicos de las 11 cajas que Samuel compró, son relativamente sencillas y pueden utilizarse los recursos antes mencionados. $15 \times 10 = 150$ y $11 \times 14 = 154$, por tanto, no es necesario que se compren más cajas. Visto así, este problema implica una relación de proporcionalidad.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

15 ¿Cómo se ven?

Intención didáctica

Que los alumnos describan y dibujen objetos a partir de distintos puntos de vista.

15 ¿Cómo se ven?

Consigna

En parejas, dibujen y describan los objetos como se indica.

1. Un vaso visto desde abajo y de frente, a la altura de tus ojos.



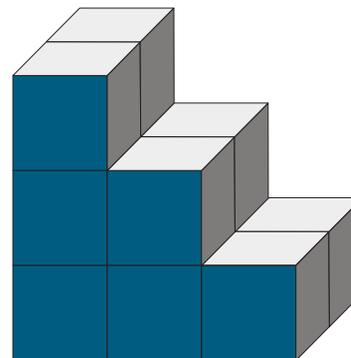
2. Un escritorio visto desde arriba y desde un lado.



3. La siguiente pila de cajas vista desde arriba y desde el lado derecho. El frente es la parte más oscura.

- a) ¿Cuántas cajas se necesitaron para construirla?

- b) ¿Cuál es el menor número de cajas que se necesita para completar un cubo?



Consideraciones previas

Antes de resolver los problemas se recomienda analizar en grupo la importancia de reconocer el frente de los objetos para identificar las demás vistas (posterior, lateral izquierda, lateral derecha, etcétera). Podrán tomar como ejemplos algunos objetos del salón como una silla, el estante, etcétera.

Es importante que los alumnos se den cuenta que un mismo objeto, representado en un dibujo, puede tener una apariencia diferente de acuerdo con la posición y la ubicación que tenga la persona que lo observa. Lograr abstraer las características del objeto, describirlo y representarlo desde los diferentes puntos de donde lo ven no es cosa fácil.

Observar las ilustraciones no es suficiente para solucionar los problemas, se debe tener a la mano objetos similares para concluir la actividad; si es necesario, cambie los objetos que se van a dibujar por otros que sean más sencillos.

En el caso del primer problema, los alumnos podrían representar y describir el vaso con una respuesta parecida a la siguiente: visto desde abajo, el vaso se dibuja con tres círculos; uno grande representa la parte de arriba o la boca del vaso, y otros dos círculos más pequeños dentro del grande representan la parte de abajo, la base para pararlo.

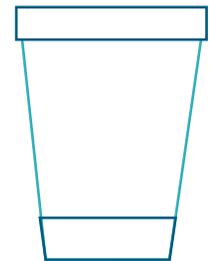
Si se trata de un vaso cilíndrico, seguramente sólo dibujará un círculo, ya que la “boca” y la base del vaso son iguales.

Visto de frente el vaso se puede dibujar con tres figuras. Un rectángulo delgado para la parte de arriba o boca del vaso, y dos trapecios, uno más grande que el otro.

Si el vaso es cilíndrico, la vista que se representa sería sólo un rectángulo.

Las descripciones de los equipos se pueden enriquecer con términos como “trapezio”, para referirse a las figuras que representan el cuerpo y la base del vaso, o “concéntricos”, en el caso de los círculos que representan el vaso, que se refiere a los círculos que tienen el mismo centro pero diferente radio, por lo que se aprecian uno dentro del otro. También se les podría cuestionar respecto a qué parte de ese mismo dibujo representa la altura del vaso.

Para resolver el segundo problema se espera que los alumnos identifiquen las siguientes vistas del escritorio:



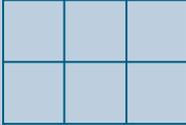
Desde arriba, el escritorio se ve como un rectángulo.



En la parte lateral del escritorio se observan dos rectángulos diferentes colocados uno sobre otro; uno de ellos es más largo y delgado. En caso de que se trate de una mesa que sirve como escritorio, el dibujo constará de dos rectángulos verticales colocados en los extremos del que representa la parte de arriba.

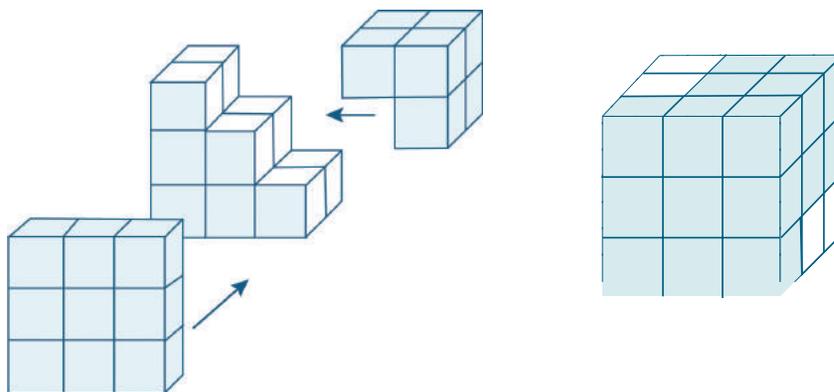


Se espera que para el tercer problema los alumnos logren soluciones como éstas:

<p>Desde arriba, la pila de cajas se ve como un rectángulo formado por dos filas de tres cuadrados pequeños cada una.</p>	
<p>El lado derecho de la pila de cajas se ve como un rectángulo formado por cuadrados, agrupados en tres filas de dos cuadrados cada una.</p>	

Respecto a las preguntas *a* y *b* el número de cajas que se utilizaron para construir la pila es 12, respuesta que se obtiene al contar y sumar el número de cajas que integran cada columna o cada piso de la pila. La segunda pregunta involucra un razonamiento complejo, pues implica recordar las características de un cubo y considerar que el reto es completar uno, partiendo del número de cajas que se tiene.

En el dibujo se observa que un lado del cuerpo está integrado por nueve cajas; así que es necesario agregar 15 cajas para que se forme el cubo ($3 \times 3 \times 3$).



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

16 Diferentes vistas

Intención didáctica

Que los alumnos formen figuras con diferentes materiales y las representen vistas desde varias perspectivas.

16 Diferentes vistas

Consigna

En equipos de tres, lleven a cabo las actividades sentados en el piso.

- Formen las letras “O”, “S” y “L” con el material que les proporcione su maestro.
- Cada vez que terminen de formar una letra, obsérvenla de pie, acostados y sentados en el piso.
- Dibujen cómo se ve cada letra desde esas posiciones.

Cuando terminen de dibujar, muestren sus dibujos y compárenlos con los de otro equipo.



Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo: latas, recipientes de plástico, cajas, rollos de papel sanitario o cualquier otro que sirva.

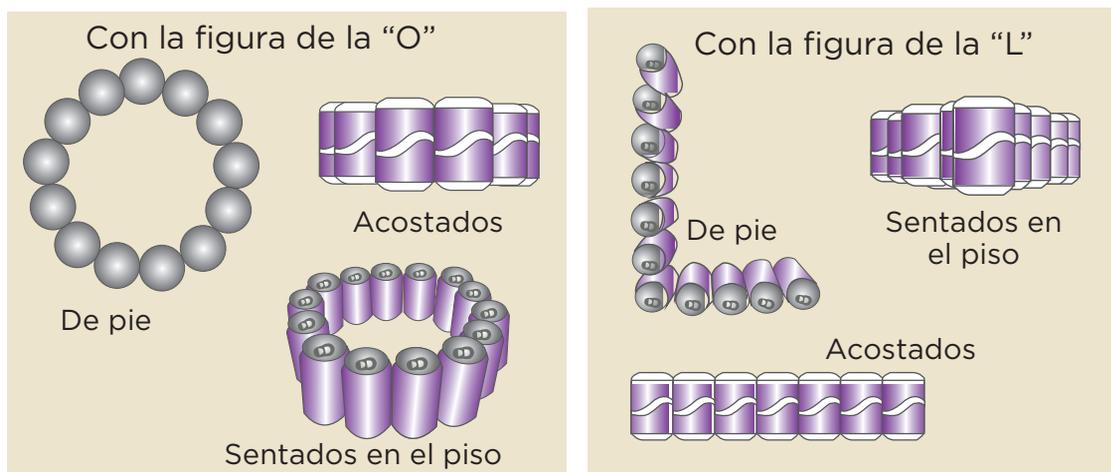
Durante el desarrollo debe observarse el trabajo de los niños e intervenir en caso necesario para ayudarlos en la reproducción de la forma, sin que consideren el tamaño real de los objetos, pero sí las diferencias entre las proporciones de los lados de cada figura que construyan.

Cuando el grupo termine se podrían aprovechar las diferentes representaciones para que los alumnos expliquen por qué el mismo objeto se representa de manera distinta; es decir, se debe llegar a la conclusión de que influye el punto espacial desde donde se observan los objetos.

Es importante escuchar qué expresan los alumnos cuando forman y comparan sus dibujos, para invitarlos a utilizar vocabulario formal en caso necesario. Por ejemplo, si para señalar que deben alinear los materiales en una sola dirección dicen: “hay que ponerlos derechitos”, se les preguntaría: “¿formando una línea recta?”.

Si es indispensable, en el desarrollo de la actividad se plantearán las siguientes preguntas: al representar los lados curvos de las letras, ¿usaron siempre líneas curvas?, ¿en qué posición vieron la letra L cuando la representaron con una sola línea?

Algunos dibujos de los alumnos podrían parecerse a los siguientes:



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

17 ¿Equiláteros o isósceles?

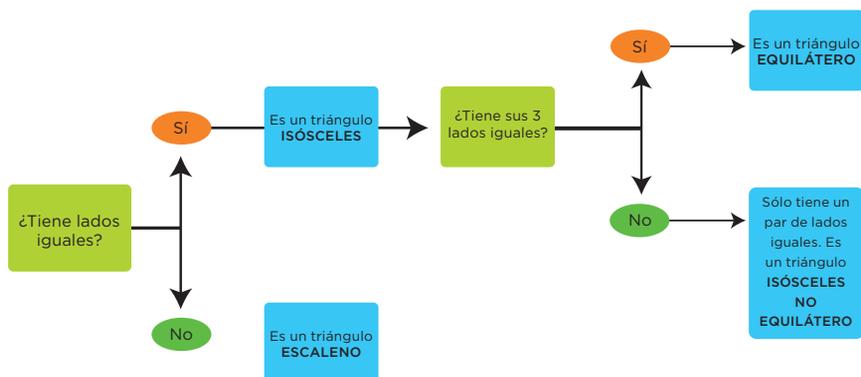
Intención didáctica

Que los alumnos clasifiquen triángulos con respecto a la medida de sus lados.

17 ¿Equiláteros o isósceles?

Consigna

En equipos, tengan listos los triángulos de su material recortable, p. 249, observen el siguiente diagrama para determinar cuáles son escalenos y cuáles isósceles, y registren en las tablas de abajo los números de los triángulos, según corresponda. Después contesten lo que se pide.



Triángulos escalenos

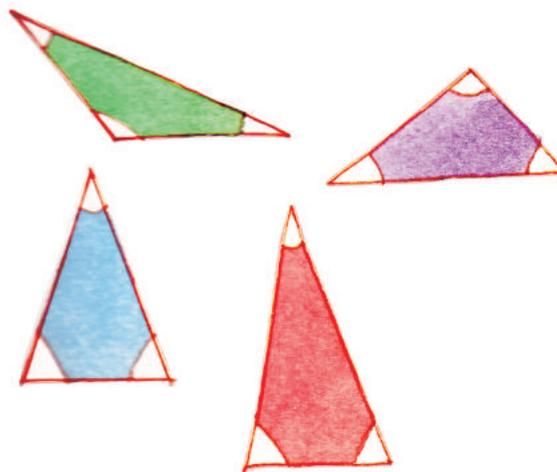
Triángulos isósceles

a) ¿Cómo describirían un triángulo isósceles? _____.

¿Y un escaleno? _____.

b) ¿Hay triángulos que sean isósceles y equiláteros al mismo tiempo? _____.

¿Por qué?



Consideraciones previas

Para determinar la congruencia de lados, los alumnos pueden utilizar la regla, un compás, marcar las longitudes sobre una hoja, etcétera. Es importante comentar con los alumnos que muchas veces las mediciones no son exactas, que existen variaciones dependiendo del instrumento que se utilice, por lo que los resultados de sus mediciones pueden considerarse iguales si el margen de diferencia entre ellos es mínimo.

Conviene aprovechar esta consigna para reorientar y enriquecer algunas definiciones que los alumnos han construido hasta este momento, tal es el caso de los triángulos isósceles y equiláteros. De acuerdo con el esquema, los alumnos pueden distinguir en un primer momento dos grupos, los triángulos que tienen lados iguales y los que no. Los triángulos que no tienen lados iguales se denominan **escalenos**, y los que sí tienen lados iguales, es decir, que tienen al menos un par de lados congruentes se les llama **isósceles**; los triángulos equiláteros son un caso particular de este último grupo, pues en ellos la congruencia se presenta entre los tres lados. Así que todos los triángulos **equiláteros** son también isósceles, pero no todos los isósceles son equiláteros.

Si es pertinente, una actividad que enriquecería lo estudiado es que los alumnos encuentren los ejes de simetría de cada triángulo y que posteriormente los clasifiquen de acuerdo con el número de ejes (cero ejes, escaleno; un eje, isósceles no equilátero; tres ejes, equilátero).

Materiales

Para cada alumno: los triángulos del material recortable, p. 249, del libro del alumno.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos indaguen acerca de los ángulos rectos en diferentes triángulos para identificar los que son rectángulos.

Consigna

En parejas, averigüen entre los triángulos que usaron en la clase anterior cuáles tienen un ángulo recto; después regístralos en la tabla y contesten las preguntas que se plantean.

Triángulos que tienen un ángulo recto

1. ¿Existen triángulos escalenos con un ángulo recto? _____; escriban un ejemplo: _____
2. ¿Todos los triángulos escalenos tienen un ángulo recto? _____
3. Indiquen un triángulo isósceles que tenga un ángulo recto. _____
4. ¿Hay triángulos equiláteros con un ángulo recto? _____; escriban un ejemplo: _____

Consideraciones previas

Para investigar si un ángulo es recto, es decir, que mide 90° , los alumnos pueden utilizar el transportador, una escuadra, doblar un círculo en cuatro y sobreponer, etcétera.

El ángulo recto ya se ha definido y trazado, por lo que se espera que los alumnos no tengan dificultad para identificar los triángulos que lo contienen.

Una vez que los alumnos identificaron los triángulos que tienen un ángulo recto, el profesor les indicará que a éstos se les conoce como **triángulos rectángulos**, precisamente porque uno de sus ángulos mide 90° .

El propósito de las preguntas es motivar a los alumnos a reflexionar en torno a los triángulos escalenos e isósceles y que a la vez sean rectángulos. Un argumento idóneo para los alumnos de este grado para probar que un triángulo equilátero no tiene ángulos rectos es el trazo; por lo que deben intentar dibujar un triángulo con sus tres lados congruentes, a partir de un ángulo recto.

Materiales

- Triángulos del desafío anterior.
- Transportador.
- Escuadras.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

19 ¡Adivina cuál es!

Intención didáctica

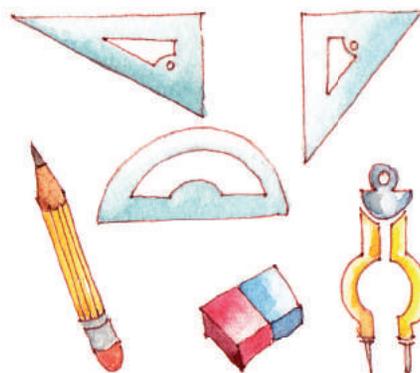
Que los alumnos identifiquen diferentes triángulos con base en la medida de sus ángulos: los que tienen un ángulo recto, los que tienen un ángulo mayor a 90° y los que tienen todos sus ángulos menores a 90° .

19 ¡Adivina cuál es!

Consigna

En equipos, participen en el juego “¡Adivina cuál es!”.

- Cada equipo necesita un juego de geometría, una hoja blanca para registrar sus respuestas y los triángulos de tu material recortable, p. 247.
- El profesor muestra a todos los equipos una tarjeta con el tipo de triángulo que deben identificar. A partir de ese momento, el equipo selecciona todos los triángulos que cumplan con los requisitos que se señalan en la tarjeta y los registran en la hoja. El profesor les dirá “Alto” cuando el tiempo se haya terminado.
- En plenaria, comenten cuáles triángulos cumplen con las características de la tarjeta que mostró el profesor. Los equipos que hayan acertado se anotan un punto.
- El procedimiento anterior se repite cada vez que el maestro presente una nueva tarjeta, y el equipo ganador es el que obtiene más puntos.



Consideraciones previas

Cuando inicia el juego, conviene que el maestro resuelva las tarjetas con el tipo de triángulo y muestre una a los equipos, a partir de ese momento los alumnos verificarán qué triángulos cumplen con los requisitos utilizando los recursos que sean necesarios y que se han estudiado en clases anteriores. Se sugiere utilizar todas las tarjetas en una sesión, pero si no fuera posible por el tiempo, entonces se continuaría en otro momento. Cada vez que los alumnos registren los triángulos que cumplen con los requisitos de una tarjeta, es conveniente que en plenaria se analice y discuta la respuesta correcta.

Se sugiere vigilar constantemente el trabajo de los equipos y que, cuando la mayoría haya terminado con sus respuestas, se marque “Alto” y pase a la siguiente ronda para agilizar la actividad.

En las tarjetas se han incluido ocho grupos de triángulos. Se espera que los alumnos reconozcan que algunos triángulos pueden pertenecer a dos o más grupos diferentes. Aunque no se da el nombre de los triángulos que tienen un ángulo mayor de 90° , ni de los que tienen sus tres ángulos menores a 90° , es probable que los alumnos pregunten si éstos reciben algún nombre en particular, pues saben que los que tienen un ángulo recto se llaman triángulos rectángulos. Si se considera conveniente hay que indicarles que se llaman obtusángulos (el ángulo obtuso mide más de 90° y menos de 180°) y acutángulos (el ángulo agudo mide menos de 90° y más de 0°), respectivamente.

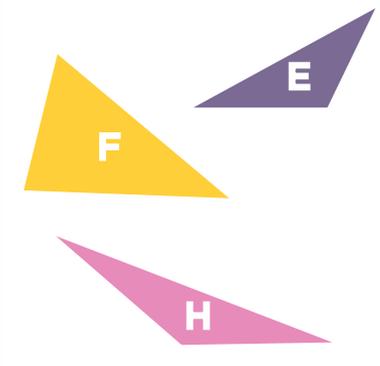
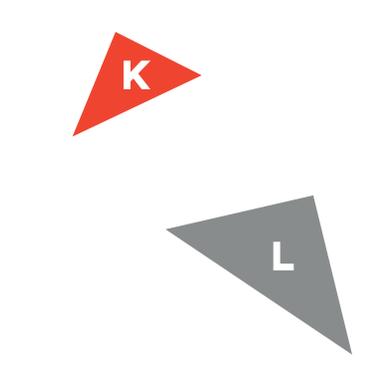
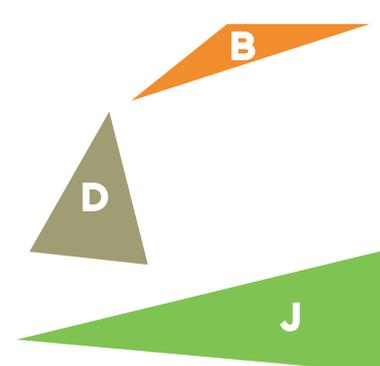
Materiales

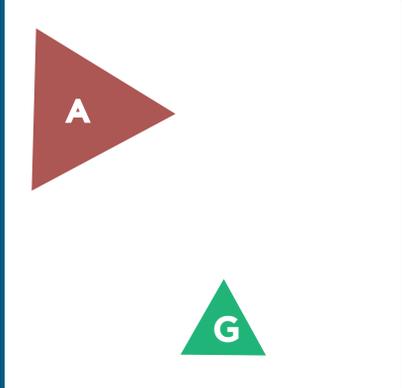
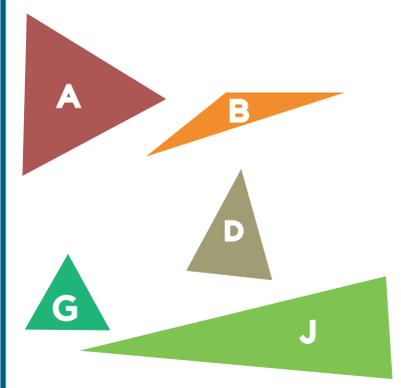
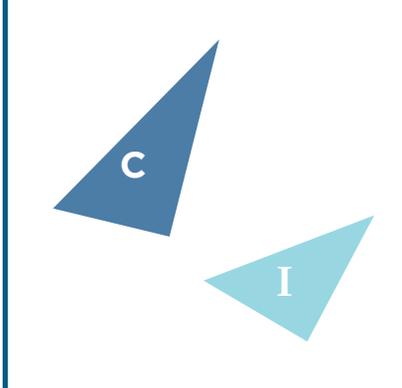
Para cada equipo:

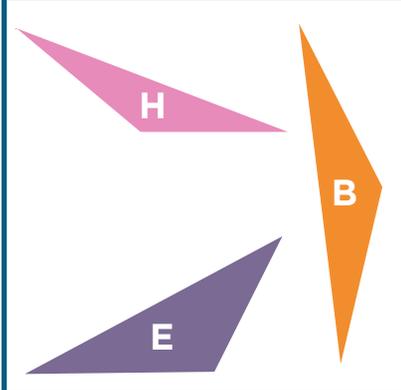
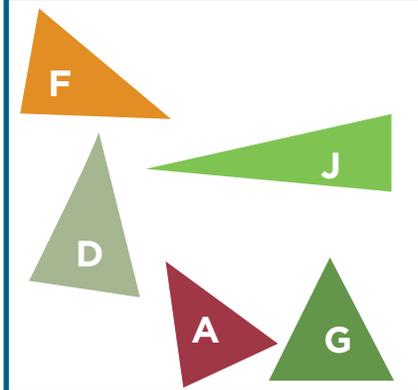
- Los triángulos del material recortable, p. 247.
- Un juego de geometría.
- Una hoja para registrar sus respuestas.

Para el profesor: ocho tarjetas tamaño carta, cada una con los siguientes textos:

- Triángulo isósceles que es equilátero.
- Triángulo isósceles que no es rectángulo.
- Triángulo escaleno que es rectángulo.
- Triángulo que no es rectángulo.
- Triángulo isósceles que es rectángulo.
- Triángulo isósceles que no es rectángulo y no es equilátero.
- Triángulo con un ángulo mayor que 90° .
- Triángulo con todos sus ángulos menores que 90° .

Triángulo escaleno que no es rectángulo	Triángulo isósceles que es rectángulo	Triángulo isósceles que no es rectángulo y no es equilátero
		

Triángulo isósceles que es equilátero	Triángulo isósceles que no es rectángulo	Triángulo escaleno que es rectángulo
		

Triángulo con un ángulo mayor que 90°	Triángulo con todos los ángulos menores que 90°
	

Una variante que enriquecería lo que se ha estudiado en este desafío consiste en que el maestro entregue a cada equipo un triángulo diferente a los que se dan en el material recortable y les pida que escriban las características del mismo (no se debe mencionar el color ni la letra). Al terminar de escribir devolverán el triángulo al maestro. Después intercambiarán su hoja con otro equipo, que se encargará de buscar en el montón de triángulos que tiene el maestro el que corresponde con las características que se indican en la hoja y luego lo pegarán en el cuadro correspondiente.

Los triángulos podrían hacerse en cartón grueso o fomi para facilitar su manipulación.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos asocien las características de los cuadriláteros con los triángulos que los forman.

Consigna

En equipos, formen cuadriláteros con el material (triángulos) que utilizaron en la clase anterior.

- Con los triángulos deben formar cuadriláteros al unir algunos de sus lados.
- Gana el equipo que más cuadriláteros diferentes haya formado.



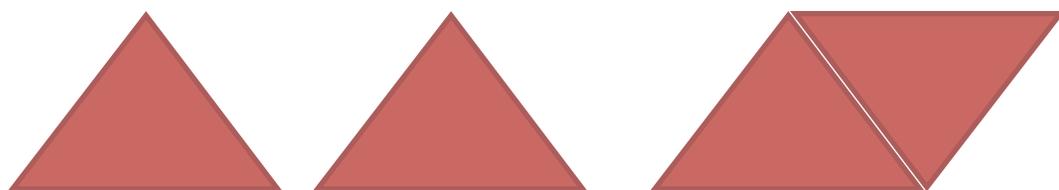
Consideraciones previas

Materiales

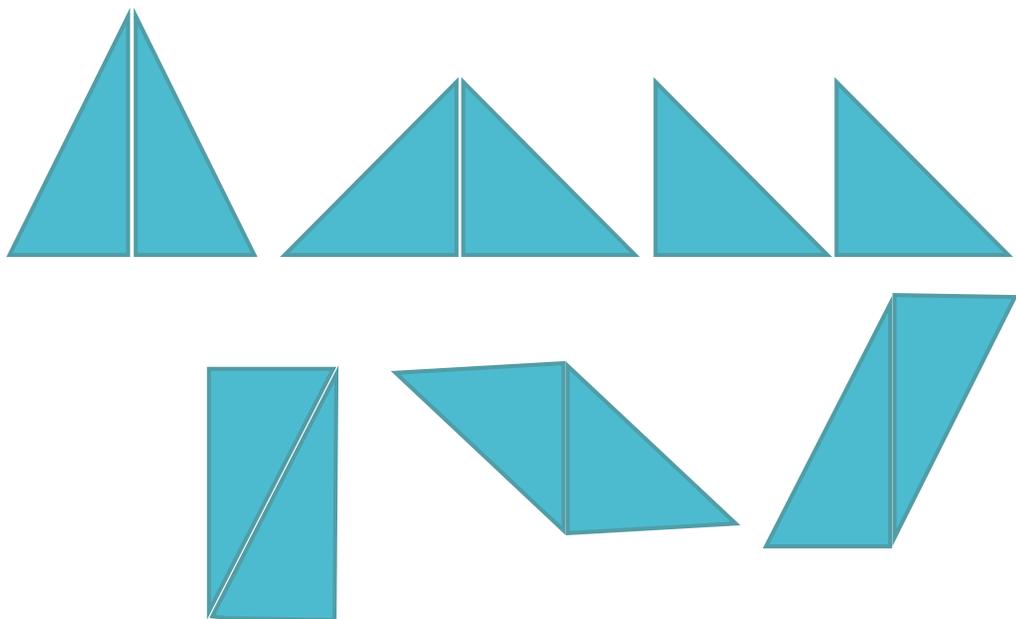
Para cada equipo: dos juegos de triángulos del desafío 19.

Lo más inmediato para formar cuadriláteros es juntar los triángulos que tienen el mismo tamaño (incluso el color). En esta actividad, los alumnos deben observar que en algunos casos se puede unir por cualquiera de sus lados y forman un cuadrilátero, pero que esto no ocurre en todos los casos.

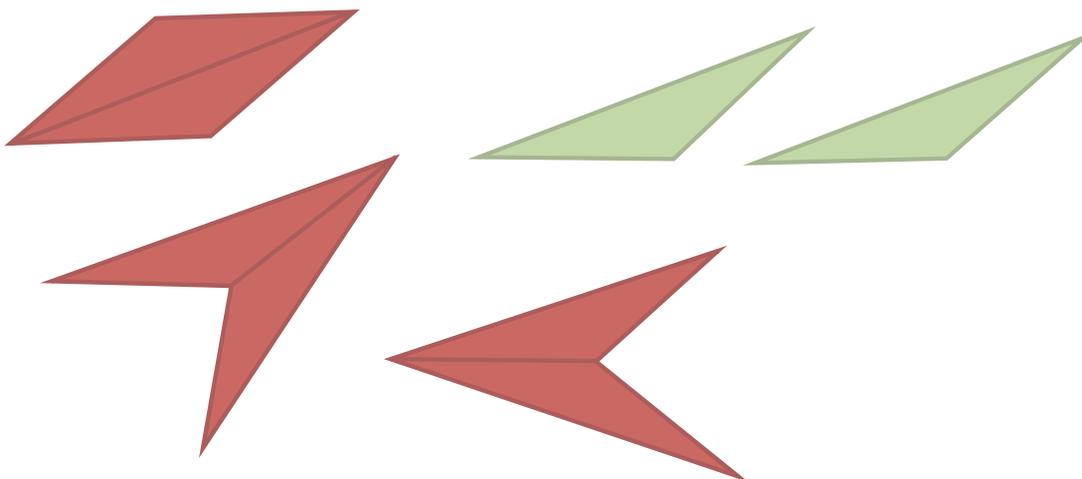
Por ejemplo, si se tienen dos triángulos equiláteros, al unirlos por cualquiera de sus lados forman un cuadrilátero. Habrá que analizar qué relación tiene la longitud de los lados del cuadrilátero con los triángulos que lo forman, con preguntas como: ¿con qué triángulos formaron este cuadrilátero?, ¿cuál es la medida de sus lados?, ¿cómo lo supieron?



En el caso de los triángulos rectángulos, se pueden unir de la forma que se muestra abajo. De igual manera, se observa que según se unan los dos triángulos se puede obtener o no un cuadrilátero.



Con dos triángulos obtusángulos, como los que se muestran abajo, se pueden obtener cuadriláteros como los de color rojo.



También es importante que analicen si los cuadriláteros que se obtuvieron son diferentes, ya que muchas veces los alumnos creen que una figura es diferente a otra sólo porque cambió de posición. Los alumnos pueden indagar para encontrar otras formas geométricas y combinando los triángulos que tendrán sobre la mesa. Finalmente es importante que observen los distintos cuadriláteros que se forman al unir de diversas maneras los triángulos y la relación entre sus lados, aspecto que más adelante les ayudará para hacer mediciones, entre otras tareas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

21

Al compás del reloj

Intención didáctica

Que los alumnos lean la hora en relojes analógicos (de manecillas) y digitales (de números sobre una pantalla), con diferentes formas de indicar las horas, y que resuelvan problemas que involucran unidades de tiempo que se utilizan en los relojes.

21

Al compás del reloj

Consigna 1

En equipos de tres, resuelvan los problemas.

1. El médico recetó a Mariana tomar un medicamento cada 6 horas; la primera pastilla la tomó a las 8:30 a.m. ¿A qué horas deberá tomar la segunda y la tercera pastilla?

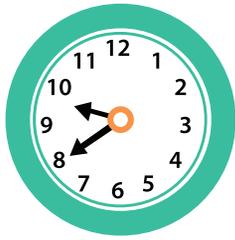
2. El recorrido que se hace para viajar de la Ciudad de México al Puerto de Veracruz es aproximadamente de 5 horas con 20 minutos en automóvil. ¿A qué hora se llegará a Veracruz si el viaje se inicia a las 9:50 horas?

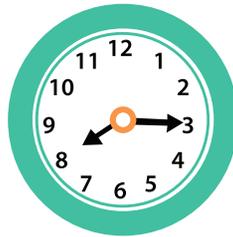
3. Ayer regresé a casa a las 13:20 horas, después de ir a visitar a mi tía; de su casa a la mía hice 30 minutos. Estuve platicando con ella alrededor de 20 minutos y después adornamos juntas un pastel durante un $\frac{1}{4}$ de hora. Para llegar a su casa hice media hora. ¿A qué hora salí de mi casa?

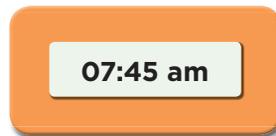


Consigna 2

En parejas, expresen de diferentes formas la hora que marca cada reloj.







Consideraciones previas

Si es posible, prestar (o pedir) a los alumnos algunos relojes analógicos y digitales para que reconozcan su funcionamiento y además para verificar sus resultados.

Para el caso del primer problema, una de las dificultades es que los alumnos no sepan interpretar las abreviaturas “a.m.” y crean que se trata de las 8:30 de la noche; si fuera el caso y que ningún alumno hiciera la interpretación correcta, el profesor puede comentar el significado y el uso de las abreviaturas “a.m.” y “p.m.”, es decir, “antes de mediodía” y “después de mediodía”, respectivamente; siempre y cuando se les aclare que las 24 horas del día se dividen en dos periodos, en 12 horas de la medianoche al mediodía y en otras 12 horas del mediodía a la medianoche.

Para dar respuesta al problema, los alumnos podrían utilizar esta forma de representación o recurrir a otras equivalentes y de uso común:

- Segunda pastilla: 2:30 p.m.; dos y media de la tarde; 14:30 horas.
- Tercera pastilla: 8:30 p.m.; ocho y media de la noche; 20:30 horas.

Si surgen expresiones como 14:30 horas o 20:30 horas, es recomendable analizar el sistema de 24 horas, mediante el cual se indica cuántas horas y minutos han pasado desde la medianoche y compararlo con el de a.m.—p.m., que se menciona en el párrafo anterior.

Independientemente de las diferentes formas de representación, en los tres problemas de la primera consigna se trata de operar con horas y minutos. Una forma de llegar a la respuesta del segundo es:

- Plantear la solución mediante una suma:
9:50 horas + 5 horas y 20 minutos.
- Primero sumar las horas completas:
 $9 \text{ horas} + 5 \text{ horas} = 14 \text{ horas}$, o bien, las 2 de la tarde.
- Después, sumar los minutos:
 $50 \text{ minutos} + 20 \text{ minutos} = 70 \text{ minutos}$, o bien, 1 hora más 10 minutos.
- A las 2 de la tarde hay que aumentar 1 hora y 10 minutos. Así, la hora de llegada a Veracruz es a las 3 de la tarde con 10 minutos, o bien, a las 3:10 p.m. o 15:10 horas.

Dar respuesta al tercer problema implica para los alumnos desarrollar un proceso inverso al de los problemas anteriores, pues ahora se trata de calcular la hora en que se iniciaron ciertas acciones, partiendo de la hora en que se finalizaron. Es muy probable que la estrategia que sigan los alumnos sea ir retrocediendo paulatinamente en el tiempo, en relación con lo invertido para llevar a cabo cada acción, hasta llegar a la hora de partida. Aunque no podría descartarse que algún equipo decidiera primero sumar todo el tiempo invertido y después restarlo a la hora de término, de cualquier forma es deseable que lleguen a la respuesta correcta que es 11:45 horas, escrita así o de otra forma equivalente.

La segunda consigna está encaminada a que los alumnos, además de leer la hora en relojes analógicos y digitales, analicen diferentes expresiones para indicar la misma hora. Algunas expresiones que pueden utilizar los alumnos se muestran a continuación:

	
<ul style="list-style-type: none"> • Veinte minutos para las diez • Faltan veinte para las diez • Las nueve con cuarenta minutos • Las nueve cuarenta • Las diez menos veinte 	<ul style="list-style-type: none"> • Las ocho y cuarto • Ocho con quince minutos • Quince minutos después de las ocho

<p style="text-align: center;">17:30</p>	<p style="text-align: center;">07:45 am</p>
<ul style="list-style-type: none"> • Las diecisiete horas con treinta minutos • Las cinco de la tarde con treinta minutos • Las cinco y media de la tarde • Las cinco treinta • Las cinco y media • Treinta después de las cinco • Treinta minutos después de las cinco de la tarde 	<ul style="list-style-type: none"> • Las siete horas con cuarenta y cinco minutos • Las siete de la mañana con cuarenta y cinco minutos • Las siete y cuarenta y cinco de la mañana • Las siete cuarenta y cinco a.m. • Las siete cuarenta y cinco • Cuarto para las ocho • Quince minutos para las ocho de la mañana • Cuarenta y cinco minutos después de las siete

Si alguna de estas representaciones no surgiera de los alumnos, es conveniente mencionarla y analizarla. En los dos últimos casos, donde aparecen relojes digitales, es necesario identificar que el segundo reloj indica “a.m.”, así que se trata de las 7:45 de la mañana; mientras que en el primero, aunque no aparece ninguna abreviatura, se puede deducir que se trata del sistema de 24 horas al utilizar el número 17 para las horas, es decir, la hora indicada es las cinco y media de la tarde.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen la información que proporciona un calendario para resolver problemas que implican determinar el inicio o el final de diferentes eventos.

Consigna

En equipos de tres compañeros, resuelvan los siguientes problemas.

1. Rosaura compró su bicicleta haciendo 5 pagos semanales; el último pago fue el 3 de diciembre, el mismo día de la semana que hizo los anteriores. ¿Cuándo hizo el primer pago?

2. La jornada de trabajo en una plataforma petrolera es de 12 horas diarias durante 28 días continuos, con un descanso de 14 días. Rogelio inició su periodo laboral el 24 de junio. ¿Cuándo inicia su periodo de descanso? ¿Cuándo tiene que presentarse en la plataforma?

3. El grupo de Mariana se organizó en 6 equipos. Cada equipo cumplirá con tres comisiones al mismo tiempo (aseo, puntualidad y orden), durante una semana. Los equipos irán participando en orden numérico durante el primer cuatrimestre del ciclo escolar; los turnos iniciarán la segunda semana de clases. Mariana es integrante del equipo 4, ¿en qué periodos le tocará participar? ¿Todos los equipos participarán el mismo número de veces? ¿Por qué?



4. Sabemos que en México las estaciones del año duran un trimestre cada una. Si la primavera inicia el 20 o el 21 de marzo, ¿en qué fechas iniciarán las tres estaciones restantes?

Consideraciones previas

Se recomienda que en el salón de clases se cuente con varios calendarios del año en curso por si los equipos lo requieren, para responder o verificar las respuestas de los problemas. Para dar respuesta al primer problema, los alumnos seguramente observarán que independientemente del día de la semana que corresponda al 3 de diciembre, hay una relación entre las cuatro fechas anteriores (26, 19, 12 y 5 de noviembre) que se vincula con el número de días que hay en una semana; esta regularidad permite que se calculen fechas, ya sea sumando o restando siete, como en este caso. Para determinar la relación anterior es necesario saber que noviembre tiene 30 días; si los alumnos no lo recuerdan o lo desconocen se les podría proponer algunos recursos nemotécnicos (de asociación de ideas, sistemáticos o de repetición).

- Los nudillos de una mano. Se invita a los alumnos a que cierren su puño y vean los nudillos de su mano, es decir, los huesitos que sobresalen del puño y que dan inicio a los dedos. Se indica que el nudillo del dedo pulgar no se considera y que los demás se utilizarán iniciando por el dedo índice y terminando con el meñique. Se mencionan los meses del año, nombrando como enero al primer nudillo, es decir, al nudillo del dedo índice; el hueco intermedio entre éste y el segundo nudillo corresponde a febrero; el siguiente nudillo es marzo y el siguiente hundimiento es abril; así se continúa hasta llegar a julio, que será el nudillo del dedo meñique. Para mencionar los meses restantes se inicia el mismo proceso, de tal forma que agosto es el primer nudillo y diciembre el tercero. Los meses que coinciden con los nudillos tienen 31 días y los que coinciden con hundimientos tienen 30, a excepción de febrero que tiene 28 días y 29 cada cuatro años.
- Rima: “Treinta días trae septiembre, con abril, junio y noviembre; veintiocho tiene uno y los otros treinta y uno”

En el segundo problema, los alumnos podrían calcular fácilmente contando de siete en siete que Rogelio termina su periodo laboral cuatro semanas después de la fecha mencionada, aunque no precisamente el mismo día de la semana, sino un día anterior, pues el 24 de junio se cuenta como el primero de la jornada, por lo que el primer día de descanso es el 22 de julio.

Otra estrategia que quizá se presente en el grupo es la siguiente: Rogelio comienza el 24 de junio y el periodo laboral dura casi un mes; entonces, el término de este periodo será aproximadamente el 24 de julio, un mes después; ahora se tienen que restar los dos días de diferencia entre 28 y 30, que son los días del mes, y cae el 22 de julio, pero como el 24 es el primero de los 28 días, el periodo laboral termina un día antes, el 21 de julio, por lo que su descanso comienza el 22 de julio.

Un cálculo semejante se puede hacer para determinar la fecha en que Rogelio regresa a la plataforma, aunque los alumnos tendrán que considerar que julio tiene 31, y no 30 días como junio.

Para resolver el tercer problema los alumnos necesitan determinar cuántos meses equivalen a un cuatrimestre, y si este término no lo conocen es conveniente que lo analicen, o inclusive el profesor puede dar su significado. Se espera que los alumnos observen que los equipos no pueden participar el mismo número de veces en las comisiones, porque el número de semanas de clases en septiembre, octubre, noviembre y diciembre, no es múltiplo de seis.

Seguramente los alumnos calcularán con facilidad a cuánto tiempo corresponde un trimestre, al solucionar el cuarto problema. Dado que la duración de las estaciones del año es aproximadamente de tres meses (un trimestre) y de acuerdo con las diversas formas de conteo o de cálculo que utilicen los alumnos, también las fechas de inicio del verano, del otoño y del invierno pueden ser aproximadas; sin embargo, éstas tendrán que caer en la segunda mitad de los meses de junio, septiembre y diciembre, respectivamente.

Conceptos y definiciones

La **nemotecnia** es un procedimiento de asociación mental para facilitar el recuerdo de algo.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

23

Piso laminado de madera

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten y usen información explícita e implícita que aparece en un anuncio.

23

Piso laminado de madera

Consigna 1

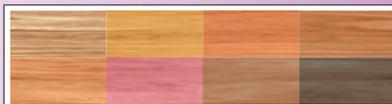
En parejas, respondan con base en la información del anuncio.

a) ¿Cuánto cuestan tres cajas de piso laminado de 6 mm de grosor con descuento?

b) ¿Cuántas cajas de piso laminado de 6 mm se deben comprar para cubrir un piso de 14 m²?

c) ¿Cuál es el costo total del material necesario de piso laminado de 7 mm, para una habitación de 10 m²?

Piso laminado de madera



- No requiere mantenimiento.
- Térmico: aísla temperatura.
- No incluye instalación.



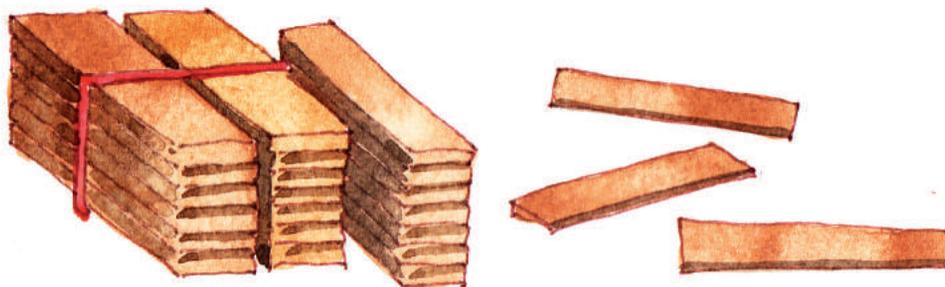
Precio por m²

- 6 mm de grosor, \$200
- 7 mm de grosor, \$220

Se vende por caja cerrada

- Caja de 6 mm cubre 4 m²
- Caja de 7 mm cubre 3 m²

Este producto tiene un descuento de \$10 por cada \$100



Consigna 2

Contesten las preguntas con base en la información de la etiqueta.

**“AGUA NATURAL”
CONT. NETO 1.5 l**

INFORMACIÓN NUTRIMENTAL	
Por 100 ml:	
Contenido energético	0 kcal
Carbohidratos	0 g
Proteínas	0 g
Grasas (lípidos)	0 g
Sodio	5 mg

a) ¿Cuál es la capacidad de la botella que corresponde a esta etiqueta?

b) ¿Cuántos mg de sodio contiene la botella de agua que corresponde a esta etiqueta?

c) ¿A qué cantidad de agua corresponde la información nutricional de la etiqueta?



Consideraciones previas

En este grado se siguen proponiendo consignas para que los estudiantes lean y utilicen información que hay en distintos portadores. Es importante asegurarnos de que la información se refiere a los aspectos que ya se han estudiado; por ejemplo, en este desafío se debe considerar la relación de proporcionalidad (si por cada \$100 se descuentan \$10, entonces cuánto se descuenta por una determinada compra, y si en cada 100 mililitros de agua hay 5 miligramos de sodio, entonces cuántos miligramos de sodio habrá en 1.5 litros de agua).

En la pregunta c del primer problema la primera dificultad consiste en darse cuenta de que para cubrir los 10 m² es necesario comprar cuatro cajas, porque con tres cajas apenas se cubrirían 9 m². La segunda dificultad es calcular el descuento. Si por cada \$100 se descuentan \$10, ¿cuánto se descontará por \$880?

Es probable que algunos alumnos sólo consideren los \$800 y dejen fuera los \$80, porque no se completan otros \$100. Este razonamiento puede considerarse correcto porque efectivamente así funcionan algunas ofertas en la vida real. Sin embargo, puede ser que otros alumnos sí consideren los \$80 y encuentren que el descuento es de \$88 en vez de \$80. Por supuesto que este razonamiento también es correcto y deja ver un mayor nivel de generalización. Para la primera pregunta pueden tomar en cuenta que cada caja contiene 4 m² y que cada metro cuadrado cuesta \$200; entonces la compra es de 12 m² y su precio es de \$2400. Al aplicar el descuento de \$240, el precio final de las tres cajas es de \$2160.

La segunda pregunta es un antecedente de la tercera, para que se den cuenta que en algunos casos hay que comprar más material del que se necesita.

Es probable que algunos alumnos cuestionen el significado de **metro cuadrado** (m²); para ello se sugiere comentar que un metro cuadrado es como un cuadrado de un metro por lado; si el profesor lo cree pertinente se puede construir de papel o cartón para que los alumnos perciban su tamaño.

En el segundo problema es probable que algunos alumnos no se den cuenta que la información nutrimental corresponde a 100 mililitros de agua, por lo que habría que estar pendiente de las relaciones que hacen y discutir las durante la puesta en común, sean correctas o incorrectas. Si cada 100 mililitros de agua contienen 5 miligramos de sodio, entonces en 1.5 litros de agua hay 75 miligramos de sodio. En tercer grado se vio el tema de unidades de capacidad y de peso; pero quizá se deba recordar a los alumnos que un litro equivale a 1000 mililitros y que 100 mililitros es la décima parte de un litro.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

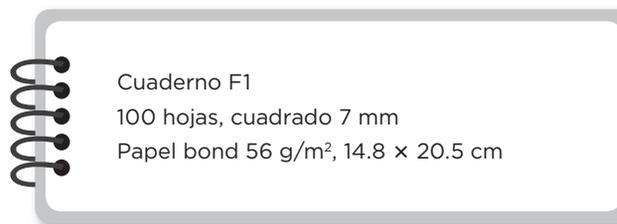
Intención didáctica

Que los alumnos interpreten información que se presenta de manera abreviada.

Consigna

En parejas, hagan lo que se pide en cada caso.

1. Con base en la información de esta etiqueta de cuaderno, contesten las preguntas:



- a) ¿De qué forma es el cuaderno?

- b) Según los datos, las hojas son cuadradas. ¿Cuánto mide un lado de cada cuadrado?

- c) ¿Cuáles son las dimensiones de las hojas?

- d) ¿Qué se informa con "Papel bond 56 g/m²"?



2. Escriban en las líneas lo que se anuncia en el recuadro café, de tal manera que cualquier persona entienda la información con exactitud.

LAS OFERTAS DEL MES

Donde seguro encuentra todo lo necesario para remodelar su casa.

LA MERCANTIL

Duela de 1a
 $1\frac{1}{2} \times 10 \times 3,$
\$120.00 m²

Consideraciones previas

A diferencia del desafío anterior, la información de los portadores que se incluyen en éste se presenta de forma abreviada o implícita. La intención es que los alumnos no interpreten totalmente la información de los dos datos, sino que los analicen e intenten darles sentido a partir de sus saberes. En el primer problema se presenta una etiqueta que generalmente se encuentra en los cuadernos que a diario utilizan los alumnos. Se espera que ellos interpreten sin dificultad estos datos:

- FI: el cuaderno es de forma italiana
- 14.8 x 20.5 cm: son las medidas de las hojas del cuaderno, y ambas representan centímetros, aun cuando una de ellas no lo registra.

Es muy probable que la expresión “56 g/m²” sea la que en este problema cause desconcierto, ya que esta nomenclatura se utiliza en la industria papera, y en este caso indica que “1 metro cuadrado de este papel pesa 56 gramos”; por lo que este dato se vincula con el espesor del papel. Se puede pedir a los alumnos que interpreten cada elemento que la integra y hacer analogías con otras expresiones que ellos conozcan, por ejemplo, “km/h”.

En el segundo problema se presenta un anuncio de una tienda especializada de materiales para remodelación de espacios. Las personas que podrían interesarse en el anuncio saben que la duela es un listón de madera que se utiliza para cubrir pisos; que su largo se mide en metros y su ancho y su grosor en centímetros; también saben que la madera se clasifica dependiendo de su “pureza”. En este anuncio ellos leerían: “se vende duela de primera calidad, de 1 metro y medio de largo por 10 cm de ancho y 3 cm de grosor, a un precio de \$120 el metro cuadrado”.

Es posible que los alumnos no lleguen a las interpretaciones anteriores por sí solos; en tal caso hay que proporcionarles la información para que comprendan el mensaje, o invitarlos a investigar para validar o modificar sus interpretaciones. Se sugiere pedir a los alumnos que busquen otros portadores de este tipo para analizarlos en clase.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Bloque 2



25 ¿Cuál es la escala?

Intención didáctica

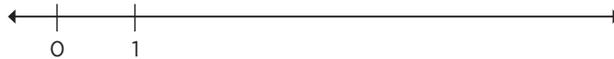
Que los alumnos adviertan que la escala en una recta numérica dada es única y que la utilicen para ubicar números naturales. Que concluyan que la escala está determinada por la ubicación de dos números cualesquiera.

25 ¿Cuál es la escala?

Consigna

En equipos, localicen en cada recta los números que se indican.

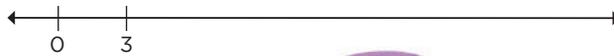
El número 5



El número 10



Los números 4 y 20



Consideraciones previas

El objetivo principal de este desafío es que los alumnos identifiquen y respeten la escala determinada por los números ubicados en la misma recta, la distancia entre 0 y 1 debe ser la misma que entre 3 y 4, entre 8 y 9, etcétera.

Los procedimientos que utilicen los alumnos pueden ser diversos, lo importante es que se basen en la escala que está establecida en cada recta.

Para el primer problema basta con iterar cuatro veces la distancia de 0 a 1, a partir del 1. Algunos estudiantes quizá midan con una regla o escuadra la distancia entre 0 y 1, y después con la regla determinen a la derecha del 1 un segmento cuatro veces mayor. Es importante observar con detenimiento las formas que los alumnos practican para ubicar los números que se piden.

En el segundo problema es necesario que los estudiantes adviertan que el segmento determinado por los números dados es de dos unidades (de 0 a 2). Algunas formas de localizar el 10 son: ubicar el 1 a la mitad de 0 y 2, y después iterar ocho veces la distancia de 0 a 1 a partir del 2; iterar cuatro veces la distancia de 0 a 2 a partir del 2; medir el segmento de 0 a 2 (2 cm) y después marcar un segmento de 8 cm a partir del 2.

Para el caso del tercer problema los alumnos pueden utilizar los procedimientos descritos anteriormente, sin embargo, se espera que adviertan que en lugar de iterar una a una la distancia de una unidad, puedan iterar segmentos de tres o más unidades. Por ejemplo, una vez ubicado el número 4 deben iterar cuatro veces la distancia de 0 a 4 a partir del 4. Igual que en los casos anteriores no se descarta la posibilidad de utilizar medidas.

Finalmente, es importante que los alumnos adviertan que la unidad puede representarse con diferentes distancias; en el primer problema mide 1.5 cm, en el segundo 1 cm y en el tercero menos de 0.5 cm. Sin embargo, una vez que se determina la escala en una recta, ésta se tiene que respetar para todos los números que se ubiquen en la misma recta.

Materiales

Para cada alumno: hilo, cintas, tira de papel, compás, regla u otros objetos que les ayuden a medir la distancia entre los números.

Conceptos y definiciones

La escala de la recta numérica la determina la distancia que existe entre dos números, por ejemplo:



La distancia de 0 a 1 será la misma que se establezca para ubicar los números 2, 3, 4, 5, etcétera.

Conceptos y definiciones

Iterar significa repetir varias veces algo, en este caso, una misma unidad.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

26 ¿Es necesario el cero?

Intención didáctica

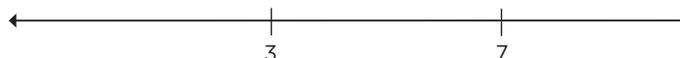
Que los alumnos adviertan que dada la escala por la ubicación de dos números cualesquiera en una recta numérica, no es indispensable ubicar el cero para representar otros números.

26 ¿Es necesario el cero?

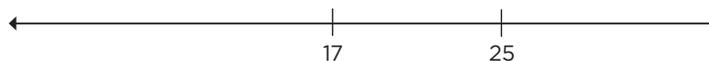
Consigna

En equipos, localicen en cada recta los números que se indican:

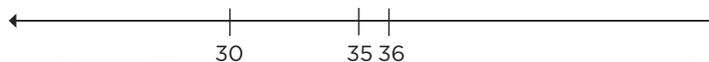
Los números 2 y 9



Los números 9, 15 y 33



Los números 26 y 41



Consideraciones previas

Una diferencia importante entre los problemas de este desafío y los del anterior, “¿Cuál es la escala?”, es que en las rectas no aparece el cero, que quizá sea una de las primeras dificultades para los alumnos. Se espera que éste sea uno de los aprendizajes: determinada la escala por dos números cualesquiera, la ubicación del cero no es indispensable para ubicar otros números.

Es probable que en el primer caso los alumnos ubiquen todos los números del 0 al 9, de uno en uno, para representar el 2 y el 9; sin embargo en los otros dos no es posible, siempre y cuando respeten la escala y no prolonguen las rectas. Lo anterior es con el propósito de que los alumnos busquen otras maneras de resolver los problemas, prescindiendo del cero. Los procedimientos que se pueden utilizar para ubicar los números indicados son semejantes a los descritos en el desafío anterior, la diferencia es que la búsqueda de los segmentos que deben iterarse es más compleja. Algunas posibilidades son las siguientes:

- Para el primer problema: dividir el segmento de 3 a 7 en dos partes iguales y luego una mitad nuevamente en dos partes iguales, con ello se obtienen segmentos de dos y de una unidad. Determinar a la derecha del 7 un segmento de dos unidades y uno a la izquierda del 3 de una unidad, ayuda a ubicar los números 9 y 2.
- En el segundo problema: una posibilidad consiste en dividir el segmento de 17 a 25 (ocho unidades) en dos partes iguales, con lo que se obtendría la ubicación del 21. Luego, señalando la mitad de 17 a 21 se obtiene la ubicación del 19 y un segmento de dos unidades. Para ubicar el 9 hay que determinar a la izquierda de 17 un segmento de ocho unidades a partir del 17; para ubicar el 15 hay que determinar a la izquierda un segmento de dos unidades a partir del 17, y para el 33 determinar a la derecha un segmento de ocho unidades a partir del 25.
- En el tercer problema: para ubicar el 41 se puede determinar a la derecha un segmento de cinco unidades (30-35) a partir del 36, y para ubicar el 26 determinar a la izquierda un segmento de cuatro unidades a partir del 30.

En los tres casos no se descarta la posibilidad de utilizar medidas, por ejemplo, si el segmento de 3 a 7 mide 4 cm y hay cuatro unidades, entonces cada unidad mide 1 cm, por tanto, se mide a la derecha 2 cm a partir del 7 para ubicar el 9, y 1 cm a la izquierda a partir del 3 para ubicar el 2.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

27

Cero información

Intención didáctica

Que los alumnos determinen la escala y el origen de la graduación de una recta numérica para ubicar números.

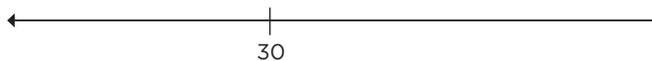
27

Cero información

Consigna

En equipos, localicen en cada recta los números que se indican.

Los números 20, 50 y 80



Los números 300, 500 y 750



Los números 175, 250, 300 y 475

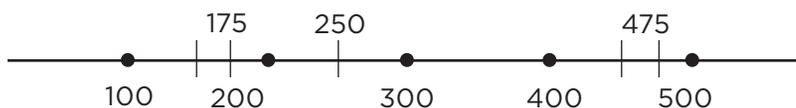


Consideraciones previas

En estas rectas aparece sólo un número o ninguno, por tanto, los alumnos tendrán que determinar la escala para ubicar los números solicitados, así como el origen de la graduación; para ello es importante considerar la longitud de la recta, pero se sugiere que no la prolonguen.

La escala y el inicio de la graduación dependen de los números que se quieren ubicar. Para el tercer problema se puede proceder como se describe a continuación:

Ubicar cinco puntos que representen los números 100, 200, 300, 400 y 500, de tal manera que tengan la misma distancia entre ellos. Para ubicar el 175 hay que dividir en dos el segmento de 100 a 200 y luego en cuatro partes iguales; para ubicar el 250 hay que dividir el segmento de 200 a 300 en dos partes iguales; para ubicar el 475 hay que dividir el segmento de 400 a 500 en dos y luego en cuatro partes iguales.



Algunas reflexiones que es importante subrayar con los alumnos son:

- El punto donde inicia la graduación es arbitrario y puede representarse con el cero, si se requiere, o con cualquier otro número: 3, 10, 100, 300, 1000, etcétera.
- Los segmentos de igual longitud pueden representar tantas unidades como se requiera para ubicar a los demás números, de 1 unidad, de 5, de 10, de 100, de 1000, etcétera.
- La graduación de la recta responde a los números que se quiere representar. Por ejemplo: la distancia de 0 a 1 será la misma que se establezca para ubicar los puntos 3, 4, 5, etcétera.

El origen de la graduación de una recta es el cero, pero éste quizá no esté representado y cuando sea necesario habrá que determinar su ubicación.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

28

¿Qué fracción es?

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones entre las partes de una unidad, así como entre una parte y la unidad.

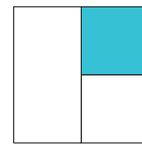
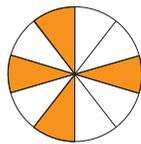
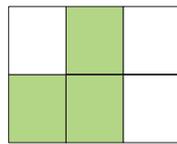
28

¿Qué fracción es?

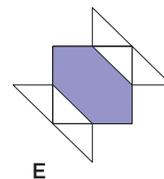
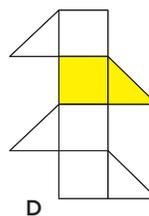
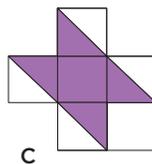
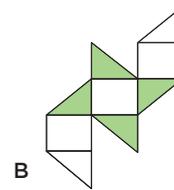
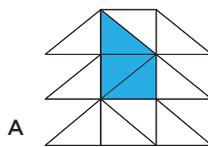
Consigna

En equipos, resuelvan los siguientes problemas.

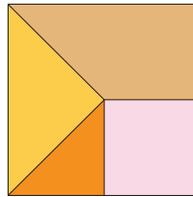
1. ¿Qué fracción representa la parte pintada de cada figura? Escriban la respuesta debajo de la figura.



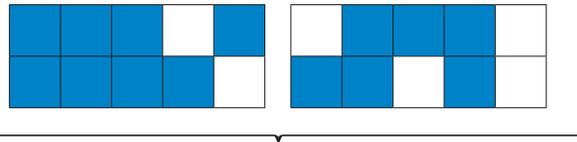
2. De las siguientes figuras, ¿en cuál está pintada la mitad?, ¿la tercera parte? y ¿la cuarta parte? Comenten.



3. Indiquen qué fracción representa cada sección del cuadrado, y escriban la respuesta en cada una.



4. Si cada rectángulo se considera una unidad, ¿qué fracción representa la parte pintada? Escriban en el recuadro.



--	--

5. Si el segmento mayor se considera una unidad, indiquen la fracción que representa cada uno de los segmentos menores.



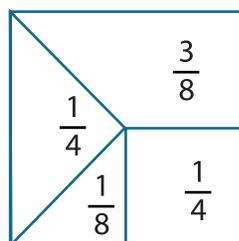
- a) _____
- b) _____
- c) _____
- d) _____

Consideraciones previas

En las consignas se propone que los alumnos resuelvan una gama amplia de problemas que se vinculen con el significado de la fracción como expresión de una relación entre una parte y un todo. En este caso, los alumnos identifican y representan fracciones que corresponden a partes de magnitudes continuas, ya sea longitudes o superficies, además se incluyen fracciones con denominadores diferentes a 2^n (tercios, quintos, sextos, novenos, décimos); fracciones unitarias y no unitarias (fracciones cuyo numerador es diferente a uno, por ejemplo, $\frac{4}{10}$), y fracciones mayores o menores a la unidad. Las magnitudes continuas, a diferencia de las discretas, son aquellas que existen entre dos cantidades cualesquiera, es decir, siempre es posible encontrar otra cantidad.

En el primer problema se espera que los alumnos no tengan dificultad en escribir la fracción que representa la parte sombreada de cada figura. En tres de ellas la división es homogénea, de manera que las subdivisiones son congruentes; para resolver la cuarta figura, los alumnos tendrán que observar que la parte sombreada representa $\frac{1}{4}$ y no $\frac{1}{3}$, pues el cuadrado señalado es la mitad de la mitad del cuadrado unidad. Es probable y deseable que algunos estudiantes logren establecer equivalencias, y adviertan, por ejemplo, que en el primer cuadrado se sombrearon $\frac{3}{6}$ o $\frac{1}{2}$; del triángulo se sombrearon $\frac{6}{9}$ o $\frac{2}{3}$, y que en el círculo se señalan $\frac{4}{10}$ o $\frac{2}{5}$.

Las figuras del segundo problema no están divididas en dos, tres o cuatro partes iguales; el objetivo es que los alumnos se vean obligados a establecer equivalencias para identificar la fracción que corresponde a la mitad, la tercera o la cuarta parte de la unidad. Se espera que ellos logren identificar que cada figura contiene 12 triángulos iguales, transformando todos los cuadrados y los romboides en dos triángulos de éstos y el hexágono en seis. Para dar solución al tercer problema se espera que los alumnos recuperen y apliquen los conocimientos que analizaron en los dos problemas anteriores.



Como se menciona en el problema 4, cada uno de los rectángulos representa una unidad, por consiguiente cada cuadrado pequeño representa un décimo; es probable que erróneamente los alumnos consideren a los dos rectángulos como una unidad y que cada cuadrado pequeño represente un veinteavo. El total de cuadrados pequeños sombreados es de 14 y equivale a un número mayor que una unidad, los alumnos pueden escribirlo de diferentes maneras: $\frac{14}{10}$, $\frac{7}{5}$, $1\frac{4}{10}$ o $1\frac{2}{5}$.

El último problema representa para los alumnos un conflicto diferente a los anteriores, ya que la unidad de referencia es una longitud y no una superficie. Para identificar qué fracción representa cada segmento menor es necesario apoyarse en un objeto que sirva como intermediario entre el segmento mayor y los menores; se puede recurrir a un trozo de hilo o de cordón, una hoja rayada, un lápiz, tiras de papel o una regla graduada.

Para los alumnos quizá resulte relativamente sencillo darse cuenta de que el segmento *a* cabe seis veces en el segmento unidad, que el segmento *b* cabe cuatro veces y que el *c*, dos veces; por consecuencia les corresponde las fracciones $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$, respectivamente; sin embargo, el segmento *d* no cabe un número entero de veces en el segmento unidad. Para averiguar la fracción que le corresponde puede seguirse alguno de estos procedimientos:

- Dividirlo en dos partes iguales y averiguar que una de ellas corresponde a $\frac{1}{3}$, por consiguiente, completo corresponde a $\frac{2}{3}$.
- Iterar el segmento *a* cuatro veces sobre el segmento *d*. Si el segmento *a* representa $\frac{1}{6}$ de la unidad, el segmento *d* representa $\frac{4}{6}$ de la unidad, o bien, $\frac{2}{3}$.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

29

Partes de un todo

Intención didáctica

Que los alumnos usen la equivalencia de fracciones al tener que representarlas gráficamente.

29

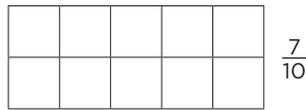
Partes de un todo

Consigna 1

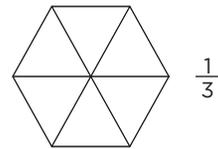
En parejas, resuelvan los siguientes ejercicios.

1. En cada figura iluminen la fracción que se indica:

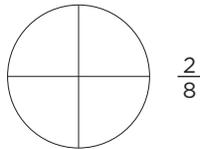
a)



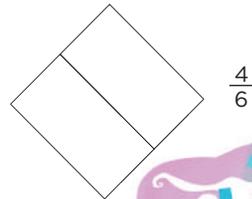
b)



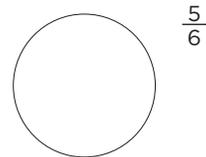
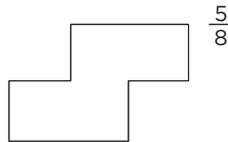
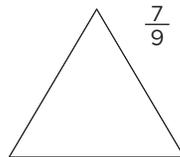
c)



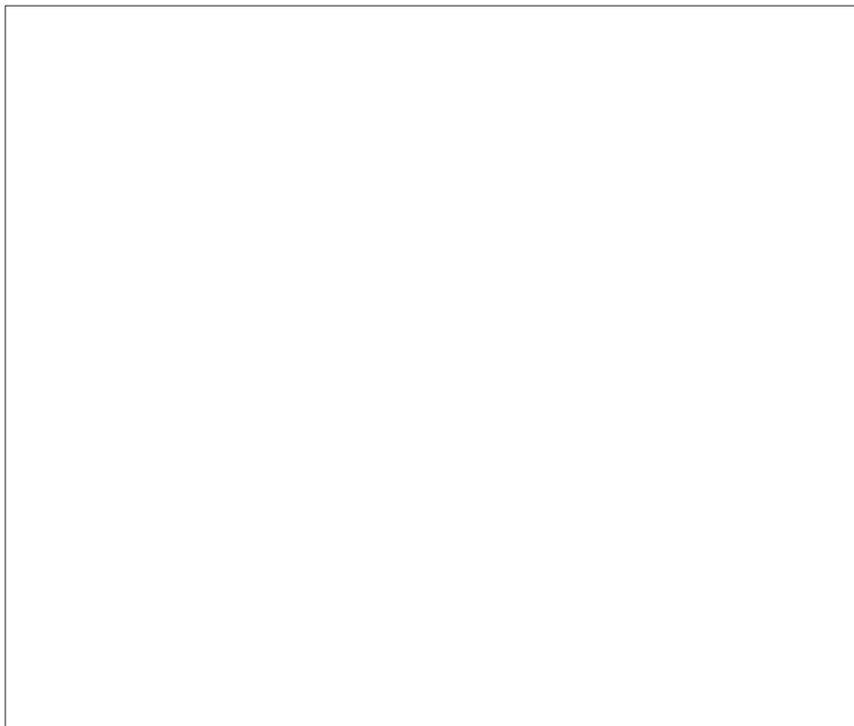
d)



2. En cada figura representen la fracción que se indica:



3. Utilicen figuras para representar las fracciones $\frac{2}{3}$ y $\frac{8}{5}$:



4. Consideren que el segmento representa la unidad y tracen otros segmentos con estas longitudes:

a) $\frac{8}{10}$ de la unidad

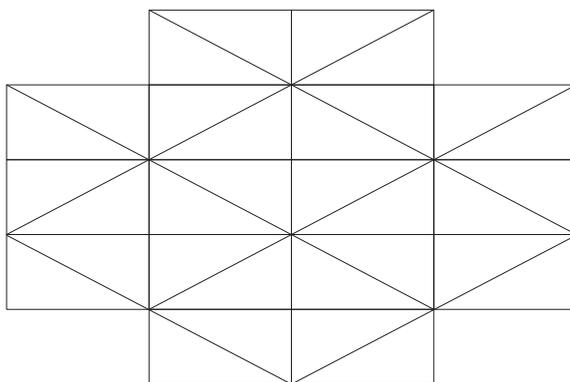
b) $\frac{2}{5}$ de la unidad



Consigna 2

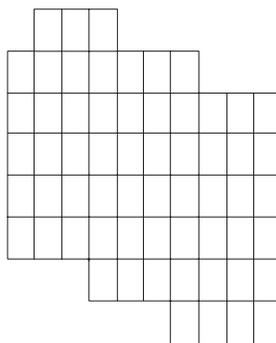
Iluminen cada figura según las indicaciones.

1. $\frac{2}{4}$ de color verde, $\frac{1}{8}$ de anaranjado y $\frac{1}{16}$ de amarillo. Ningún triángulo puede iluminarse dos veces.



¿Cuántos triángulos pequeños se iluminaron? _____

2. $\frac{2}{5}$ de rojo y $\frac{1}{3}$ de rosa. Cuida que no se sobrepongan ambas zonas.



¿Cuántos rectángulos quedaron sin iluminar? _____



Consideraciones previas

En el primer problema las figuras están divididas en partes iguales, aunque no como lo indica el denominador; en el segundo, las figuras no están divididas, los estudiantes tendrán que dividir las de la manera más adecuada; en el tercero no hay figuras, los alumnos deben decidir las formas y cómo dividir las; finalmente, el problema cuatro se trata de medidas de longitud.

Para resolver el primer problema, además de conocer el significado de los términos de la fracción, los alumnos podrían establecer algunas equivalencias: para el caso del inciso b, saber que $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$, de tal manera que sombrear 2 triángulos (sextos) equivale a representar $\frac{1}{3}$.

En el inciso c, los estudiantes pueden dividir cada cuarto en 2 partes iguales y marcar 2 de las 8 partes del círculo, o bien iluminar una cuarta parte del círculo, ya que $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$; por último, en el inciso d podrán dividir en 6 partes iguales la figura e iluminar 4 de ellas, o bien, que adviertan que $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ y dividir la otra mitad en 3 partes iguales, de modo que puedan iluminar una mitad y la tercera parte de la otra mitad, es decir, $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$, lo cual equivale a $\frac{4}{6}$.

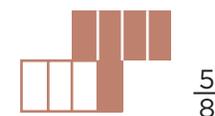
Aun cuando en el problema 2 se establecen las unidades de referencia, no están divididas, lo que representa una dificultad diferente respecto al problema 1, ya que los alumnos tienen que acordar cuál es la forma más conveniente para fraccionar cada una. Sin duda la más complicada es la división del triángulo en 9 partes iguales, sin embargo se tiene la referencia de la clase anterior, pues el triángulo ya está dividido. Las soluciones posibles se observan en las figuras de la derecha.

Resolver el tercer problema es un reto mayor pues en este caso no hay algún referente para representar las fracciones que se solicitan, así que los alumnos tendrán que decidir qué figura utilizar y cómo dividirla para representarlas adecuadamente. Se espera que identifiquen que la fracción $\frac{8}{5}$ es mayor a una unidad, por lo que se necesita dibujar más de una figura.

Para resolver el último problema los alumnos podrían:

- Identificar la longitud que corresponde a la décima parte del segmento unidad e iterar esa longitud 8 veces sobre el segmento unidad o una recta, el segmento determinado equivale a $\frac{8}{10}$ de la unidad. Se puede seguir el mismo procedimiento para dibujar el segmento de $\frac{2}{5}$ de la unidad.
- Aplicar diferentes relaciones de equivalencia: $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$; $\frac{4}{5}$ es el doble de $\frac{2}{5}$, y $\frac{2}{5}$ es el doble de $\frac{1}{5}$; entonces $\frac{8}{10}$ es cuatro veces $\frac{1}{5}$, por lo que basta iterar la longitud identificada como $\frac{1}{5}$ cuatro veces para dibujar el segmento de $\frac{8}{10}$ de la unidad y 2 veces para dibujar la fracción de $\frac{2}{5}$ de la unidad.

Para resolver los diferentes problemas seguramente los alumnos harán representaciones imprecisas, pero es aceptable que las divisiones tengan cierto margen de error, siempre y cuando permitan identificar sin ambigüedad de qué fracción se trata.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

30 En busca del entero

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan la relación entre una fracción (unitaria o no unitaria) que se representa gráficamente y la unidad de referencia, al construir esta última.

30 En busca del entero

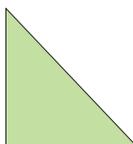
Consigna

En equipos, resuelvan los problemas.

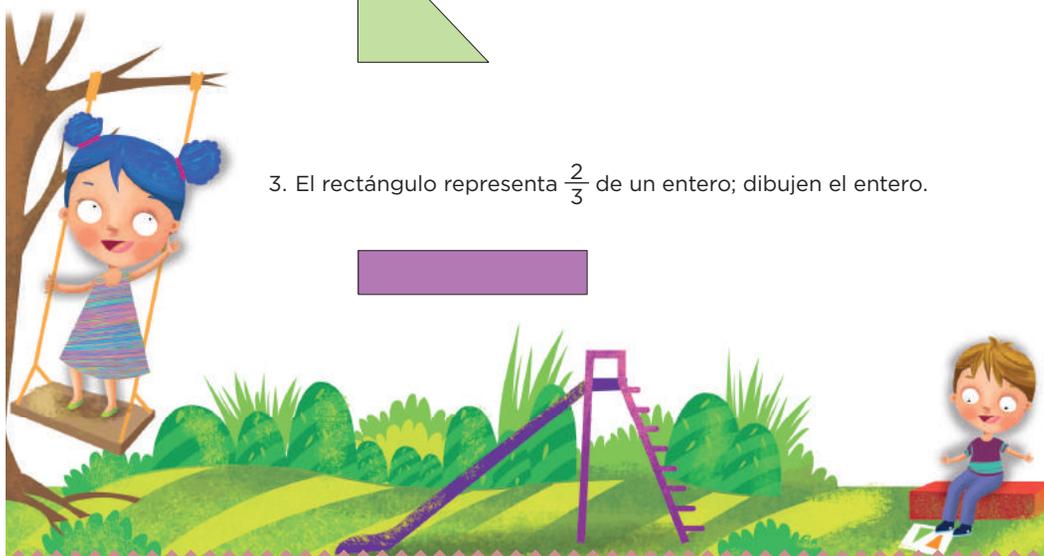
1. El segmento representa $\frac{1}{5}$ de la unidad; tracen la unidad.



2. El triángulo representa $\frac{2}{6}$ de una figura; dibujen la figura completa.



3. El rectángulo representa $\frac{2}{3}$ de un entero; dibujen el entero.



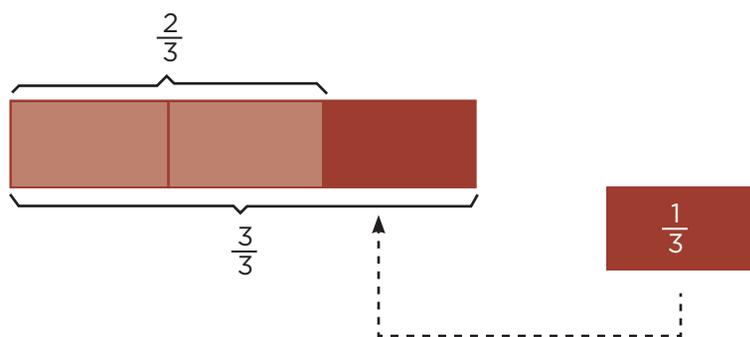
56 | Desafíos

Consideraciones previas

En el primer problema hay que advertir que la unidad de referencia debe medir cinco veces la longitud del segmento que se muestra. Podrían prolongar el segmento dado e iterar cuatro veces su longitud, o bien, en una recta independiente iterar cinco veces el segmento dado.

Para el problema 2, los alumnos pueden proponer cualquier figura integrada por tres triángulos iguales al modelo, ya que $\frac{2}{6}$ equivale a $\frac{1}{3}$.

Se espera que al resolver el problema 3, los alumnos adviertan que para completar el entero no es suficiente dibujar varias veces la superficie dada, ya que si se dibuja una superficie equivalente a dos veces la que se da, ésta sería mayor a un entero, es decir, su valor sería de $\frac{4}{3}$ o $1\frac{1}{3}$. Una posible forma de resolver la situación es dividir en dos partes iguales la superficie dada, de tal manera que cada una represente $\frac{1}{3}$ de la unidad, posteriormente dibujar $\frac{1}{3}$ junto al rectángulo dado para completar el entero, o bien, dibujar tres superficies de $\frac{1}{3}$ juntas.



En los tres problemas, los alumnos pueden considerar la longitud o superficie dada como parte de la unidad que tienen que trazar o dibujarla de manera independiente.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

31 El más rápido

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan sumas y restas de números decimales, con base en los resultados que tengan memorizados y en cualquier otra estrategia de cálculo mental.

31 El más rápido

Consigna

En equipos, organicen una competencia con las siguientes reglas.

- Cada equipo debe tener una tarjeta de su material recortable, pp. 243 y 245, en la que escribirá su respuesta. Coloquen la tarjeta hacia abajo, de manera que no se vea lo que tiene escrito.
- El que inicie la competencia toma la tarjeta y lee lo que aparece escrito en el primer renglón de la tabla. Hace el cálculo mental y escribe el resultado donde dice “cantidad”. En seguida, voltea la tarjeta otra vez hacia abajo y la pasa al compañero que sigue.
- El estudiante en turno lee el segundo renglón, anota el resultado después de hacer mentalmente el cálculo y pasa la tarjeta volteada hacia abajo al siguiente compañero.
- Se repite el procedimiento anterior hasta terminar con todos los renglones de la tabla.
- El equipo que complete primero la tabla será el ganador.
- Si alguien hace la operación por escrito o con calculadora, hará que pierda su equipo.



Consideraciones previas

En esta consigna y dependiendo del número de equipos pida a dos o tres alumnos recortar las tarjetas del material del alumno “Lo que tengo... Lo que quiero”. Reparta una tarjeta a cada equipo. En este desafío se deberá observar detenidamente que los alumnos no estén resolviendo operaciones con la calculadora o papel y lápiz, pues lo que se quiere es que ejerciten el cálculo mental.

Se sugiere dar tarjetas diferentes a cada equipo. En esta consigna se proponen algunas, pero se pueden cambiar las cantidades de acuerdo con el nivel del grupo.

Al término de la consigna es conveniente que primero se revisen los resultados de un equipo y se dé tiempo para que todos los demás tengan la oportunidad de comprobar si los resultados son correctos, así como de compartir estrategias de cálculo mental para resolver de manera más rápida y eficiente una operación como la que se muestra en las tablas.

En las tablas se combinan expresiones equivalentes, como 1.5 o 1.50; también se pide que completen de una cantidad dada en centésimos a otra dada en décimos, por ejemplo, de 1.59 a 1.6 o viceversa.

Los alumnos deben familiarizarse cada vez más con el manejo de los números decimales y usarlos en los cálculos mentales.

Materiales

Para cada equipo: una de las tarjetas del libro del alumno, pp. 243-245.

Lo que tengo	Cantidad	Lo que quiero
1.5		2
3.5		1.5
0.07		2.77
0.49		0.11
6.24		6.42
4.01		10.04
0.03		3.3
1.59		1.6
5.28		2.20
1.10		1.67

Lo que tengo	Cantidad	Lo que quiero
0.05		2
1.51		0.51
0.70		1
2.12		0.12
0.85		0.50
1.59		2
5.28		3.28
0.3		0.7
0.6		0.06
1.5		0.5

Lo que tengo	Cantidad	Lo que quiero
5.5		4
0.15		1
0.7		2.7
1.49		0.39
6.24		2.2
4.01		3
1.03		2.30
1.29		10.30
0.28		3.5
1.11		1.1

Lo que tengo	Cantidad	Lo que quiero
1.8		3
3.5		1.50
0.07		0.77
0.49		0.11
2.4		2.42
4.01		1.04
0.03		0.3
1.09		1.05
5.28		10
0.3		3

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

32 Tarjetas decimales

Intención didáctica

Que los alumnos ejerciten el cálculo mental de sumas y restas de números decimales y apliquen estrategias que les faciliten dichos cálculos.

32 Tarjetas decimales

Consigna

En equipos, nombren a un “juez o árbitro” en cada equipo y jueguen lo siguiente con el material recortable, pp. 239 y 241.

- Cada equipo tiene 2 mazos de 15 tarjetas cada uno. El árbitro colocará un mazo a su derecha y otro a su izquierda, todas las tarjetas deben tener el número hacia abajo.
- El árbitro tomará una tarjeta del mazo que está a su derecha y lo mostrará al resto del equipo, después tomará una tarjeta del mazo que está a su izquierda y también lo mostrará. En seguida, otra vez volteará las tarjetas hacia abajo.
- Los demás integrantes del equipo harán mentalmente la operación que sea necesaria (suma o resta) para pasar del primer número mostrado al segundo.
- El primero que dé el resultado correcto se lleva las dos tarjetas y ahora él será el árbitro.
- Para saber si el resultado es correcto, el árbitro puede hacer la operación con la calculadora o con lápiz y papel.
- El juego finaliza cuando se terminan las tarjetas de los dos mazos, y gana quien haya logrado reunir más tarjetas.



Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo: 30 tarjetas con números decimales del material recortable del alumno, pp. 239-241.

Se recomienda que los alumnos jueguen varias veces y revuelvan las tarjetas cada vez que empiece un juego, para evitar que se repitan parejas de números.

Es importante que no se dejen a la vista las tarjetas más tiempo del necesario para observar claramente los números, de manera que los alumnos los retengan mentalmente y operen con ellos.

Aunque las tarjetas revueltas dan un gran número de combinaciones, se pueden hacer otras con números diferentes, según el nivel del grupo.

Al finalizar el juego conviene hacer una puesta en común para analizar las estrategias que emplean los alumnos al hacer los cálculos mentalmente. Esta habilidad de resolver operaciones se impulsa desde primer grado de primaria –claro que con números de una cifra y sólo de suma y resta–, así que si los alumnos han ejercitado el cálculo mental desde entonces, tendrán menos dificultades que quienes no han tenido esta experiencia.

Si esta última es la situación de los alumnos, se podría pensar en operaciones con números decimales que sean más manejables para ellos, como:

$0.5 + \text{_____} = 10$; $1 - 0.3 = \text{_____}$; $2.5 - 0.5 = \text{_____}$; $\text{_____} + 5.5 = 10$; etcétera.

0.45	7.11	6.78	0.75	10.15	17.22
3.5	0.01	19.23	6.5	10.10	2.25
18.52	8.18	2.1	12.13	2.9	1.1
13.17	4.3	3.33	5.25	4.5	7.15
3.7	0.5	14.25	4.68	8.8	16.3

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

33

Figuras para decorar

Intención didáctica

Que los alumnos imaginen las caras de un cuerpo en diferentes posiciones, para que puedan identificarlas en diseños.

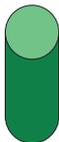
33

Figuras para decorar

Consigna 1

Algunas caras de los cuerpos dibujados en seguida se usaron como sellos para hacer decorados. En equipos, anoten después de cada decorado cuál o cuáles cuerpos se usaron para hacerlo y justifiquen su respuesta.

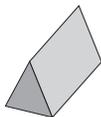
a)



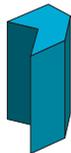
b)



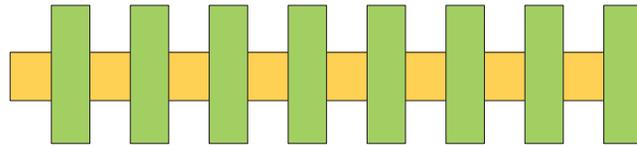
c)

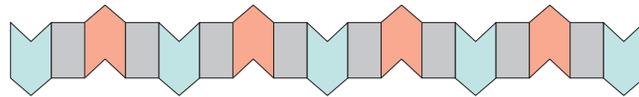


d)





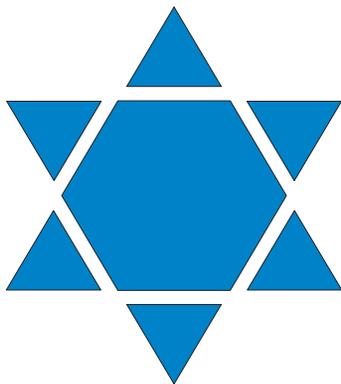






Consigna 2

Expliquen qué cuerpos utilizarían para hacer la siguiente figura.





Consideraciones previas

En el primer diseño se aprecian rombos, pero los alumnos no encontrarán un cuerpo con esa cara, por lo que tendrán que imaginar una combinación de la cara triangular. En el tercer diseño pueden señalar que los rectángulos se hicieron con una cara del prisma triangular, o bien, con una de las caras que forman el poliedro cóncavo.

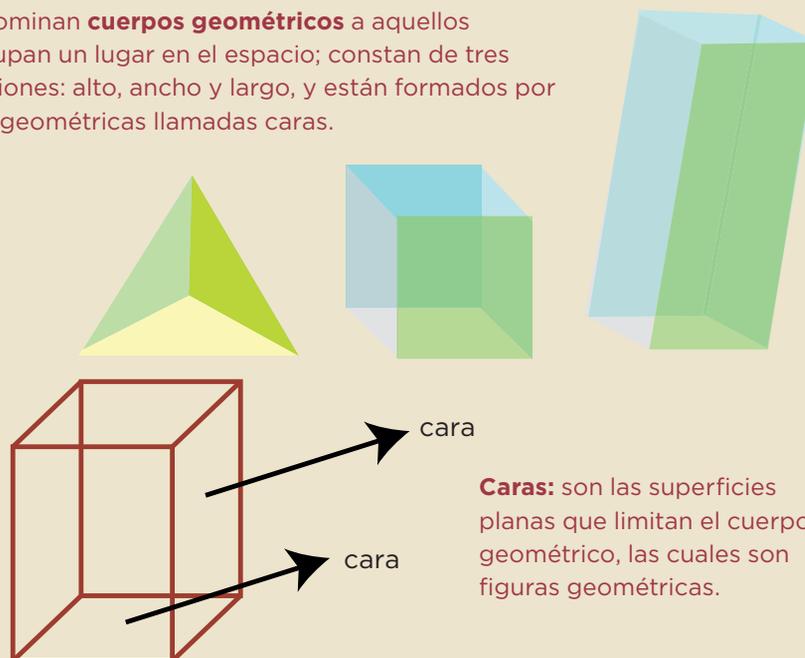
En todos los casos es importante que los propios alumnos analicen y discutan si el decorado se puede hacer o no con determinado cuerpo, hasta que lleguen a una conclusión y observen que algunos diseños se hacen con más de un cuerpo.

En todos los ejercicios es necesario que los alumnos observen la forma de las caras (lados rectos, curvos, número de lados, su disposición, etcétera), y en estas características se basen sus justificaciones.

Es probable que la segunda consigna resulte difícil y por tanto digan que no se puede hacer con ninguno de los cuerpos. Se debe dar tiempo para que la analicen, a ver si alguien propone dividir el hexágono en seis triángulos iguales. Si a nadie se le ocurriera esta opción, se podría proponer.

Conceptos y definiciones

Se denominan **cuerpos geométricos** a aquellos que ocupan un lugar en el espacio; constan de tres dimensiones: alto, ancho y largo, y están formados por figuras geométricas llamadas caras.



Caras: son las superficies planas que limitan el cuerpo geométrico, las cuales son figuras geométricas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

34

Como gran artista

Intención didáctica

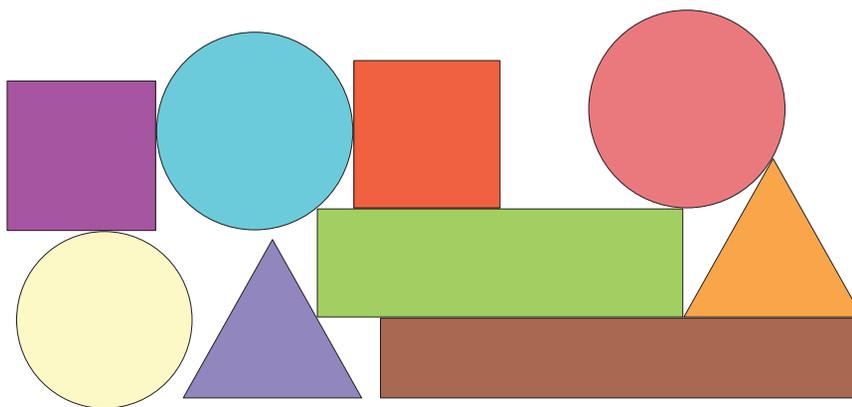
Que los alumnos analicen las características de las figuras que forman un diseño para reproducirlo.

34

Como gran artista

Consigna

En equipos, cada integrante reproducirá el siguiente dibujo en una hoja blanca; si quieren utilicen instrumentos como la regla, el transportador y el compás. Al terminar, coloquen su diseño sobre el original para ver qué tanto coinciden.



Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo: escuadras, reglas, compás y transportador; hojas de papel de china, marquilla o cebolla.

Se deben tener a la mano instrumentos geométricos suficientes para los niños que decidan utilizarlos en sus trazos, sin presionarlos a que lo hagan. Será interesante observar si utilizan el compás para dibujar los círculos u otro objeto, pero en caso de que ningún equipo use el compás, se les podría cuestionar al respecto. Aquí probablemente surjan algunos aspectos interesantes, ya que los círculos no tienen marcado el centro y las estrategias de los alumnos pueden ser muy variadas. Escuche las discusiones al interior de los equipos y motive a que reflexionen sobre la posición, el tamaño y la forma de las figuras.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

35

Desarrolla tu creatividad

Intención didáctica

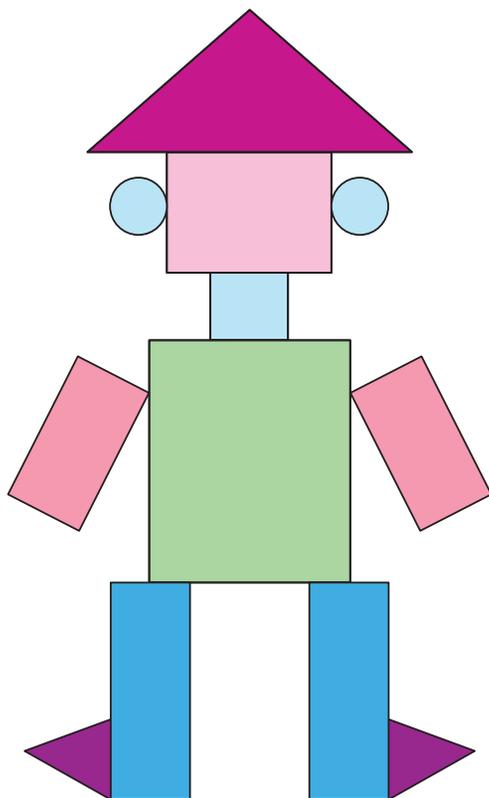
Que los alumnos asocien la forma de las caras de algunos objetos con su representación plana, para elaborar diseños.

35

Desarrolla tu creatividad

Consigna

De manera individual, elabora un diseño con los objetos que tienes a tu alcance. Cuando lo termines puedes pegarlo en una cartulina o una tabla, ya que se presentará en una exposición en el salón de clases.



Consideraciones previas

Materiales

Para cada alumno:

- Latas y tapas de refresco.
- Vasos pequeños.
- Gomas de borrar.
- Cajas de medicina.
- Cuerpos geométricos.
- Lápices de colores, anilina o pintura vegetal, de varios colores.

Es necesario tener a la mano los materiales para que los alumnos elijan lo que deseen y elaboren su diseño. Al término de la consigna se organiza una pequeña exhibición de los trabajos; se puede propiciar que un alumno adivine los objetos utilizados en un diseño que no sea el suyo. El creador del diseño dirá si acertó o no.

Una figura geométrica podrá ser reconocida y recordada a partir de sus características, como forma, cantidad de lados o vértices, lados curvos o rectos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

36 El transportador

Intención didáctica

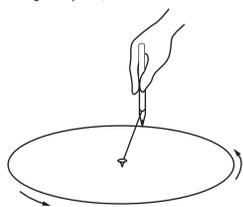
Que los alumnos analicen cómo se elabora un transportador y cómo se utiliza para medir ángulos.

36 El transportador

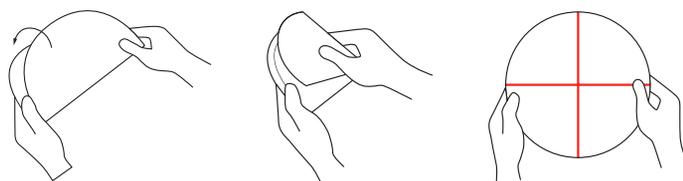
Consigna

Construye un transportador siguiendo los pasos que se muestran. Al terminar, contesta las preguntas.

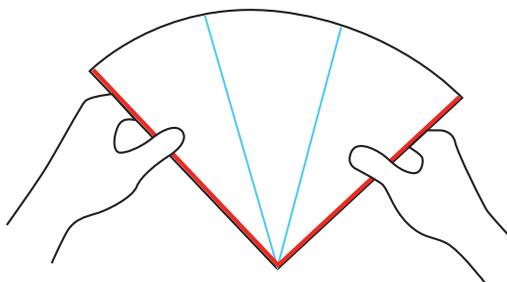
- Traza una circunferencia de cualquier tamaño sobre una hoja de papel traslúcido, puedes emplear un compás o una tachuela, hilo y lápiz, como se muestra:



- Una vez que trazaste la circunferencia, recorta y dobla el círculo a la mitad; nuevamente haz otro doblé a la mitad para obtener cuatro partes iguales, es decir, cuatro ángulos de 90° . Repasa con el color que más te guste las líneas del plegado.



- Ahora, mediante dobleces, divide en tres tantos iguales cada parte del círculo, lo más exacto posible, y márcalos con un color diferente al que marcaste primero.

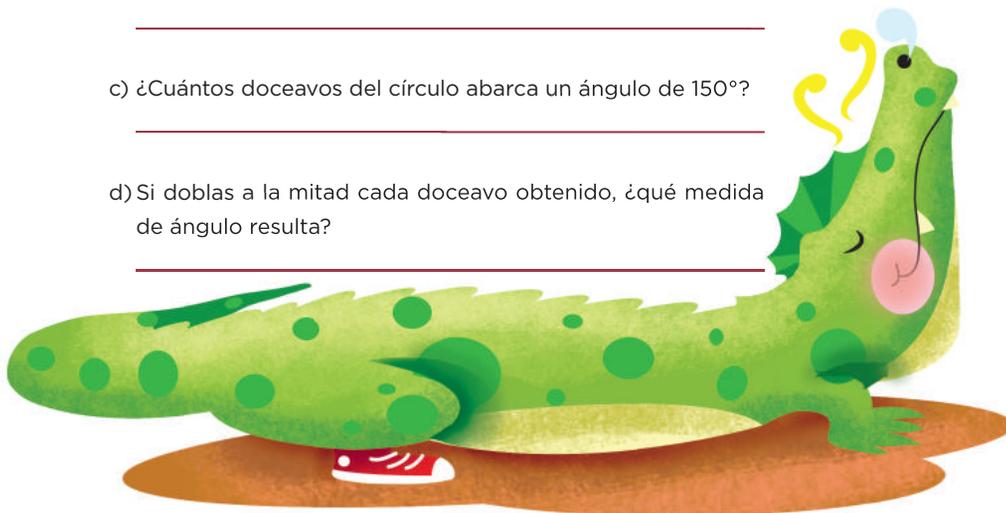


a) ¿Qué fracción del círculo es cada una de las partes en que quedó dividido?

b) Además de los ángulos de 90° , ¿cuántos grados mide cada fracción del círculo?

c) ¿Cuántos doceavos del círculo abarca un ángulo de 150° ?

d) Si doblas a la mitad cada doceavo obtenido, ¿qué medida de ángulo resulta?



Consideraciones previas

El material con el que se fabrique el transportador es determinante: se requiere que sea traslúcido (se recomienda: papel albanene delgado, papel mantequilla, papel cebolla, papel copia, papel de china) para que así los alumnos tengan una visión de la superficie donde midan o tracen los ángulos que se estudian.

En caso de contar con acetatos, se recomienda que los alumnos hagan los dobleces y los trazos sobre papel (cualquier tipo de papel, sólo que sea fácil de doblar), y posteriormente, reproduzcan en el acetato las marcas hechas en el círculo del papel, ya que este material no se presta para hacer los dobleces. Al finalizar este trabajo, conservarán su transportador para las siguientes sesiones.

Los alumnos deben hacer “al tanteo” los tres dobleces en el círculo para así encontrar las “divisiones” o fracciones de los ángulos rectos, es decir, la intención no es tener exactitud, sino que una vez localizados en el círculo los ángulos de 90° , marquen diferentes secciones y así podrán reconocer la medida de otros ángulos.

Las respuestas que se den a las preguntas deberán considerarse para reflexionar acerca de la medida de los ángulos; es decir, si ya saben que todo el círculo mide 360° , entonces obtendrán con facilidad la medida de los ángulos que se generan con los dobleces. Es probable que no haya mayor dificultad para determinar que los primeros cuatro ángulos obtenidos miden 90° y, por tanto, cada uno de los siguientes mide 30° .

Para responder la pregunta c tendrán que establecer equivalencias: cinco ángulos de 30° , un ángulo de 90° y dos de 30° , etcétera. Incluso, se les puede pedir que lo representen con los dobleces del círculo.

Finalmente, al doblar un doceavo (ángulo de 30°) a la mitad obtienen ángulos de 15° .

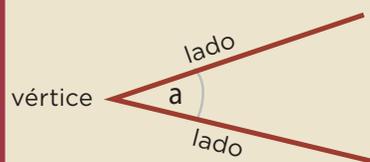
Materiales

Para elaborar el transportador:

- Una hoja de papel traslúcido (papel albanene delgado, papel mantequilla, papel cebolla, papel copia o papel de china).
- Compás o tachuela.
- Hilo.
- Lápiz.

Conceptos y definiciones

Ángulo es la abertura comprendida entre dos rectas que se unen en un punto llamado vértice. Las rectas que lo forman se llaman **lados**.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

37

Geoplano circular

Intención didáctica

Que los alumnos concluyan que dos ángulos son iguales si tienen igual medida, aunque estén en distinta posición o la longitud de sus lados sea diferente.

37

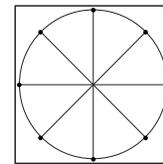
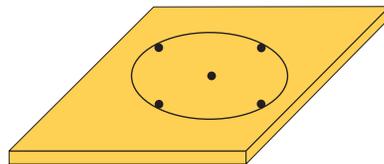
Geoplano circular

Consigna

Sigue las indicaciones para construir el geoplano, y después haz los ejercicios:

Instrucciones:

- En una base de madera o pedazo de unicel coloca el transportador que hiciste en el desafío anterior y pon una tachuela en el centro.
- Coloca una tachuela en el extremo de cada línea marcada en el transportador de papel.
- Traza con un plumón la circunferencia y retira con cuidado el círculo de papel.



En el geoplano, representa con ligas de colores los siguientes ángulos; luego reúnete con un compañero para que comparen su trabajo y comenten si los ángulos que hicieron son iguales o no, y a qué conclusión llegaron.

- Ángulo de 180° (rojo)
- Ángulo de 60° (negro)
- Ángulo de 135° (azul)
- Ángulo de 270° (amarillo)
- Ángulo de 225° (blanco)
- Ángulo de 300° (verde)
- Ángulo de 45° (anaranjado)

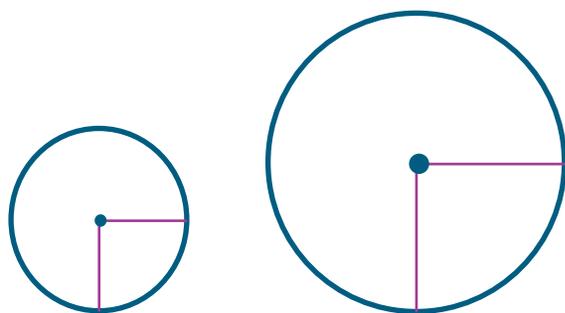
Consideraciones previas

La construcción del geoplano se deberá supervisar de manera constante para evitar accidentes.

Respecto a la representación de los ángulos, es conveniente que los alumnos analicen lo que hicieron y comenten si obtuvieron ángulos iguales. Quizá digan que los ángulos no son iguales por la posición de las ligas. Por ejemplo, para representar el ángulo de 45° se pueden dar casos como los que se muestran abajo, en los que la orientación del ángulo dependerá de dónde se haya colocado el segmento de partida, pero su amplitud es la misma. Ésta será una de las conclusiones a las que se deben llegar: “dos ángulos son iguales si tienen la misma abertura, sin importar la posición en que se encuentren”.



También podrían pensar que los ángulos son diferentes porque los segmentos que los forman tienen diferente longitud (según el tamaño del círculo que hayan hecho). En este momento se debe señalar que no importa la longitud de sus lados, ya que si su abertura es la misma los ángulos son iguales.



Se les puede pedir que representen otros ángulos y que digan cómo determinaron su medida.

En caso de que resulte problemático construir el geoplano, se puede indicar a los alumnos que tracen círculos del tamaño que quieran y en cada uno representen el ángulo que se solicita.

Materiales

Para cada alumno:

- El transportador de la sesión anterior.
- Marcadores de colores.
- Tachuelas, chinchetas o clavos.
- Ligas o estambre de colores.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

38 Uso del transportador

Intención didáctica

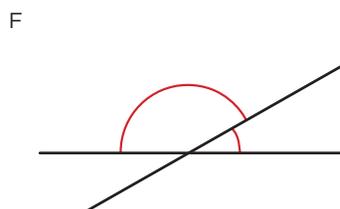
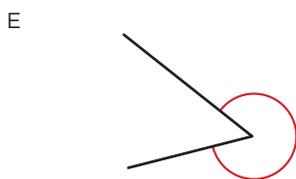
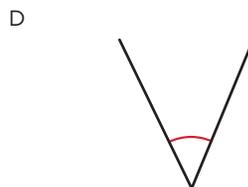
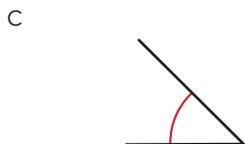
Que los alumnos desarrollen la habilidad para usar el transportador al tener que reproducir diferentes ángulos.

38 Uso del transportador

Consigna

En equipos, hagan los ejercicios y comenten lo que se pide.

Usen el transportador que construyeron y tracen con él, en su cuaderno, ángulos de igual medida a los que aparecen a continuación. Anoten la medida de cada ángulo.



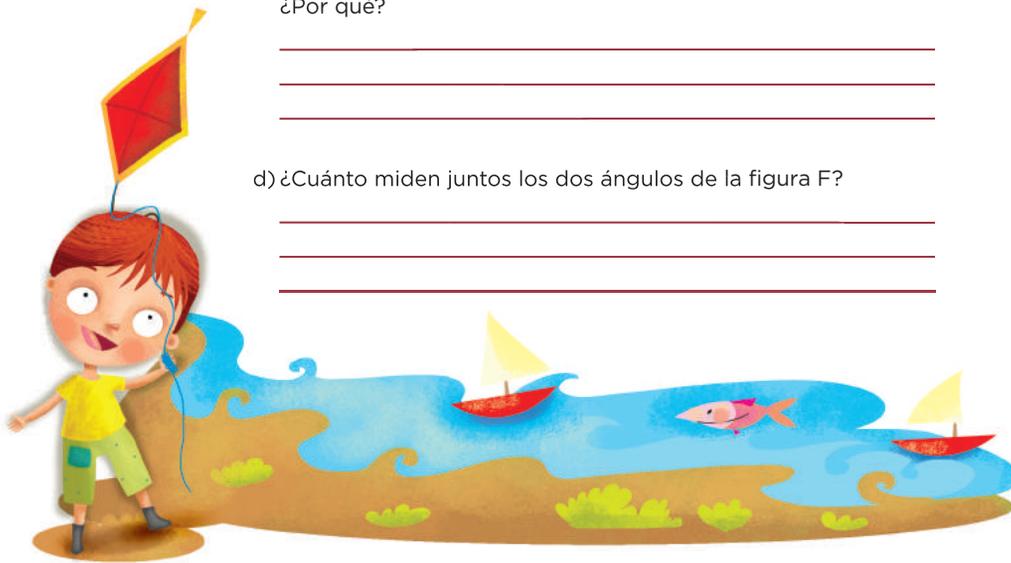
a) ¿Cómo trazaron los ángulos?

b) Alarguen o acorten hasta donde quieran los lados de cualquiera de los ángulos que trazaron, ¿se conserva la abertura o cambia? ¿Por qué?

c) ¿Les costó más trabajo reproducir algún ángulo?

¿Por qué?

d) ¿Cuánto miden juntos los dos ángulos de la figura F?



Consideraciones previas

Es importante que los alumnos aprendan a usar papel, lápiz y transportador para trazar ángulos.

El uso del transportador de papel translúcido ayudará a los alumnos a reflexionar acerca de cómo deben colocarlo para obtener la medida que se les pide. Por ejemplo, para medir un ángulo como el de abajo pueden colocar el transportador como se muestra.



La estrategia para reproducirlo en su cuaderno puede variar. Es probable que algunos alumnos marquen en su transportador las dos líneas que les sirven de referencia para trazar uno igual. Otros quizá opten por doblar el transportador para usar el borde del doblado como “regla”. Algunos posiblemente marquen sólo los puntos que deben unir para obtenerlo.

En cualquier caso, será importante que los alumnos expliquen cuál es la estrategia elegida y si ésta les sirvió para todos los casos. Asimismo se debe insistir en que la longitud de los lados y la posición no determinan la abertura (medida) de un ángulo.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

39

Pequeños giros

Intención didáctica

Que los alumnos reflexionen acerca de la relación entre los giros y la medida de ángulos en grados.

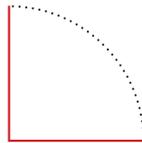
39

Pequeños giros

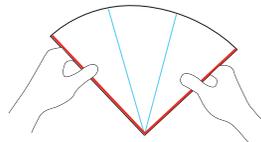
Consigna 1

En equipos de cuatro integrantes, sigan las instrucciones que se indican en seguida y después contesten las preguntas.

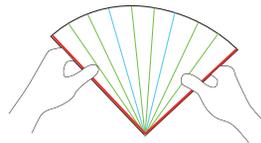
- Tracen un círculo en una hoja blanca, cuyo radio mida más de 6 cm y recórtenlo. Doblen el círculo en cuatro partes iguales, repasen las líneas del dobléz con color rojo, recorten sobre las líneas y cada alumno se queda con un cuarto de círculo, como se muestra en la figura de abajo.



- Doblen el cuarto de círculo en tres partes iguales y remarquen con color azul cada línea del plegado.



- Doblen otra vez cada una de las partes que obtuvieron en tres partes iguales, y ahora remarquen con color verde las líneas del plegado.

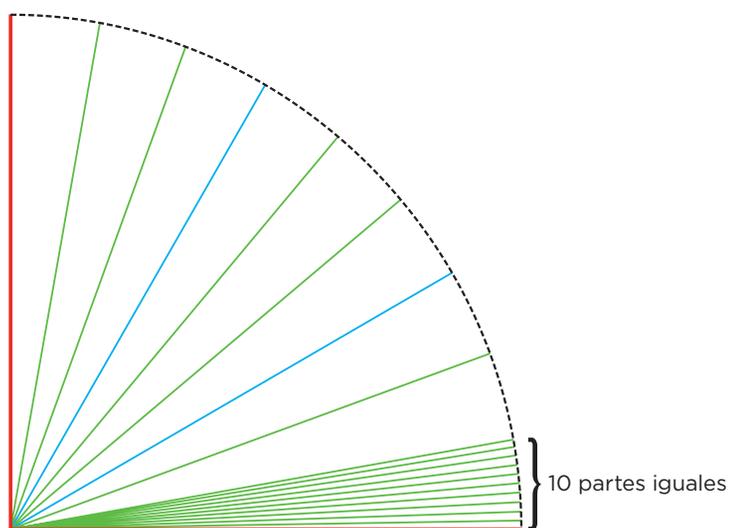


- Ahora, comenten y respondan las preguntas.

a) ¿Cuántos grados mide el ángulo que forman las líneas rojas?	
b) ¿Qué fracción de un giro completo representa?	
c) ¿Cuántos grados mide cada uno de los tres ángulos que se formaron con los dobleces en el punto 2?	
d) ¿Y cuántos grados medirán los ángulos marcados con líneas verdes?	
e) ¿Qué pasa si haces lo mismo en un círculo más pequeño o en un círculo más grande, se conservarán las medidas anteriores?	
f) ¿Todos los equipos obtuvieron las mismas respuestas? ¿A qué crees que se deba?	

Consigna 2

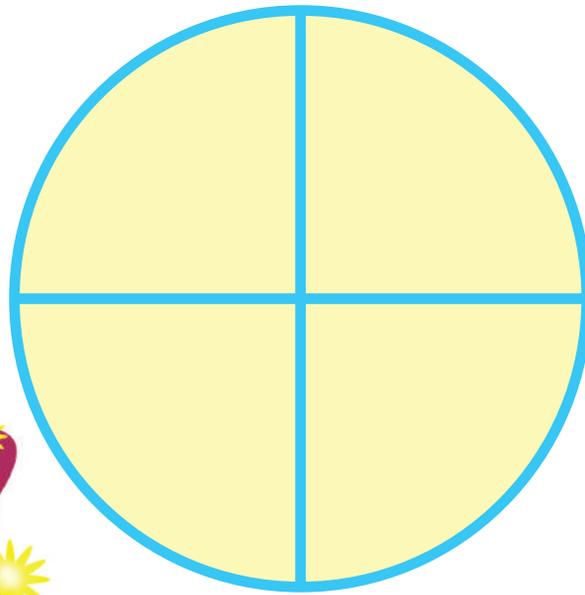
Ahora, con una regla y un lápiz con buena punta, dividan en 10 partes iguales cada ángulo obtenido anteriormente, como se observa en el dibujo.



a) ¿Cuánto mide cada ángulo de los que acabas de trazar?

b) ¿Cuántos grados mide el cuarto de círculo que tiene cada uno de ustedes?

c) Los cuatro integrantes del equipo junten su cuarto de círculo de manera que coincidan las líneas azules hasta formar nuevamente el círculo y digan cuántos grados mide.



Expliquen su respuesta.

Consideraciones previas

Como en el desafío anterior los alumnos ya habían trabajado con giros y se les explicó que el ángulo que representa $\frac{1}{4}$ de giro mide 90° ; se espera que no tengan ningún problema para responder las tres primeras preguntas de esta consigna, pues al dividir el ángulo de 90° en tres partes iguales obtendrán ángulos de 30° que, al doblarlos nuevamente en tres partes iguales, darán origen a ángulos de 10° .

La pregunta del inciso *d* seguramente propiciará que verifiquen su respuesta trazando un círculo diferente al que hicieron al inicio y repitiendo los pasos, o bien, compararán sus respuestas directamente con otro equipo cuyo círculo fuese de diferente tamaño para verificar su respuesta. En ambos casos habrá que darles tiempo para que reflexionen y discutan al interior de los equipos, antes de hacer la puesta en común.

Se sugiere que después de la puesta en común y la discusión grupal de la primera consigna, se realice la segunda.

En la primera consigna se debe concluir que cada ángulo obtenido mide un grado, ya que están dividiendo en 10 partes iguales cada ángulo de 10° . También será importante que observen que el círculo mide 360° .

Aquí es conveniente remarcar que el grado es la unidad de medida para los ángulos y se representa mediante un círculo pequeño ($^\circ$), que se coloca en el ángulo superior derecho del número.

Seguramente muchos niños ya habrán visto el transportador en los juegos de geometría, aun así será conveniente que lo observen y reconozcan que cada línea pequeña representa un grado.

Si lo cree conveniente, indique que algunos ángulos reciben un nombre específico, según sea su medida, aunque no deberá pedir que memoricen esta clasificación, ya que con la práctica los manejarán por su nombre. Inclusive, se puede hacer el siguiente cuadro en cartulina y dejarlo a la vista del grupo.

Nombre	Medida	Figura
Agudo	Menor de 90°	
Recto	90°	
Obtuso	Entre 90° y 180°	
Llano	180°	
Entrante	Entre 180° y 360°	
Perigonal	360°	

Conceptos y definiciones

El **radio** es la distancia que hay desde el centro hasta el borde de un círculo. Es la mitad del diámetro del círculo.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

40 Dale vueltas al reloj

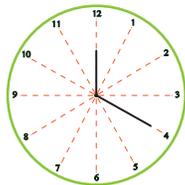
Intención didáctica

Que los alumnos utilicen el grado como unidad de medida en ángulos.

40 Dale vueltas al reloj

Consigna 1

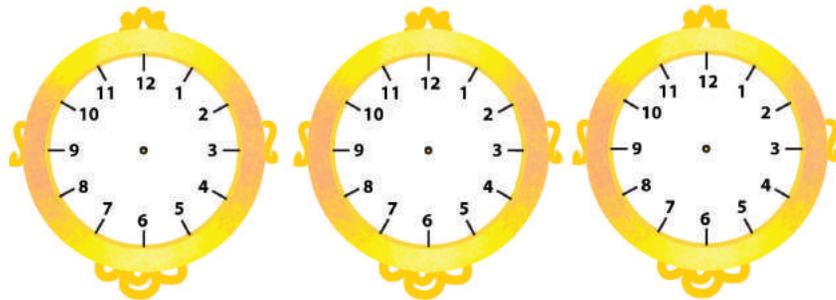
En parejas, respondan las preguntas relacionadas con el reloj que se muestra.



a) La manecilla grande estaba en el 1 y llegó hasta el 4. ¿Cuántos grados giró?	
b) La manecilla pequeña estaba en el 9 y llegó al 12. ¿Cuántos grados giró?	
c) La manecilla grande estaba en el 12 y giró hasta el 6. ¿Cuántos grados giró?	
d) La manecilla pequeña estaba en el 2 y giró 180° . ¿Hasta qué número llegó?	
e) La manecilla pequeña estaba en el 11 y giró 30° . ¿A qué número llegó?	
f) La manecilla grande giró 30° y llegó al 8. ¿En qué número estaba?	
g) La manecilla grande giró 90° y llegó al 3. ¿En qué número estaba?	
h) La manecilla pequeña giró $\frac{1}{2}$ vuelta y llegó al 9. ¿En qué número estaba?	
i) La manecilla grande estaba en el 6 y giró $\frac{3}{4}$ de vuelta. ¿A qué número llegó?	

Consigna 2

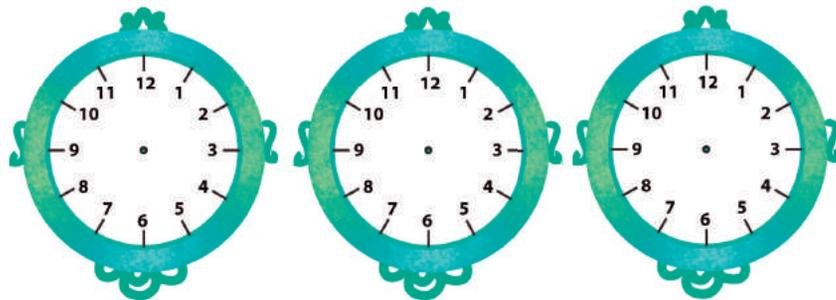
Ahora, de manera individual dibuja las manecillas a cada reloj para que forme el ángulo que se indica.



60°

180°

120°



270°

90°

30°

Consideraciones previas

En la primera consigna se espera que los alumnos den sus respuestas con base en el sentido que giran las manecillas del reloj (de izquierda a derecha), aunque es probable que si algunos tomaron el giro en sentido contrario, sus respuestas sean distintas. Si sucediera lo anterior, habrá que indicar a qué se debió la respuesta diferente, pero si las respuestas corresponden con la amplitud del giro no deberá señalarse como error, sino sólo aclarar que las manecillas del reloj siempre giran hacia la derecha.

En la segunda consigna hay varios resultados posibles que son correctos. Es conveniente reunir a los alumnos en parejas o tríos para que intercambien sus relojes y comenten la congruencia de sus respuestas.

Observe que todos los ángulos que aquí se piden son múltiplos de 30. Esto implica que si una manecilla apunta exactamente hacia un número, la otra forzosamente señalará otro número, es decir, no habría necesidad de marcar líneas entre dos números. Sin embargo, si a algún alumno se le ocurriera que uno de los lados del ángulo señalara un punto entre dos números, sólo habría que verificar que la otra manecilla hiciera el giro correcto.

Hay que reconocer que aun cuando las manecillas del reloj son un buen recurso para leer o representar ángulos, en realidad no tienen movimientos independientes, es decir, cuando se mueve el minutero también se mueve la manecilla horaria.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

41 Trazo de ángulos

Intención didáctica

Que los alumnos desarrollen la habilidad para usar el transportador.

41 Trazo de ángulos

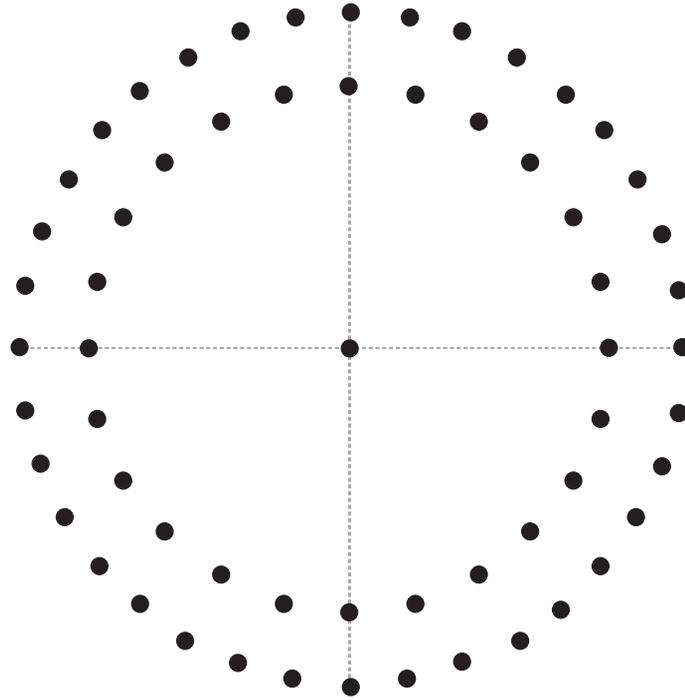
Consigna

En parejas, sigan las indicaciones.

- Tracen en el dibujo de la siguiente página los ángulos que se indican en la tabla.
- Al terminar sus trazos intercambien con otra pareja su hoja y revisen los trazos. Si no coinciden, analicen y comenten cuáles son erróneos y por qué.

Color	Medida
Negro	180°
Rojo	45°
Verde	360°
Café	30°
Negro	270°
Azul	60°
Rojo	135°
Negro	90°
Azul	120°
Verde	300°





Consigna 2

Individualmente escribe en una hoja la medida de un ángulo y traza otro de cualquier medida. Después intercambia tu hoja con la de algún compañero y cada uno mida el ángulo de la hoja que recibió y trace otro de la medida anotada.



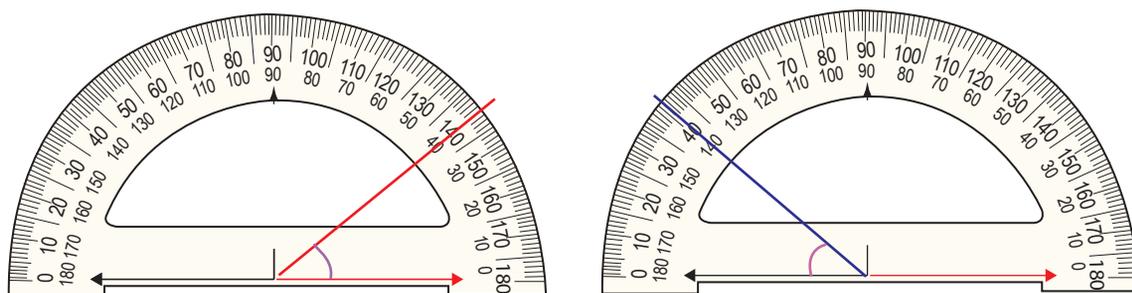
Consideraciones previas

Es probable que algunos alumnos determinen cuánto mide el ángulo entre dos puntos consecutivos y lo tomen como referencia para trazar los ángulos que se piden, lo cual es una buena estrategia.

Aunque haya alumnos que utilicen directamente el transportador, no debe dejarse de lado la socialización de ambos procedimientos. Sin embargo, lo fundamental es aprovechar el segundo procedimiento con el objeto de hacer énfasis en el uso correcto del transportador.

Como complemento de la consigna conviene solicitar a los alumnos que tracen en una hoja blanca algunos ángulos, proponiendo las medidas. La consigna se puede desarrollar en parejas para que tengan la posibilidad de superponer sus ángulos y ver si coinciden. Si no es así, hay que revisar si hubo error. Además, vale la pena comentar que por lo general hay una pequeña diferencia, que es normal y puede originarse por varias causas.

En la segunda consigna, los alumnos tendrán oportunidad de verificar sus trazos y afianzar su conocimiento sobre el uso del transportador. Habrá que verificar que la medida sea correcta, independientemente de la posición en que tracen el ángulo.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

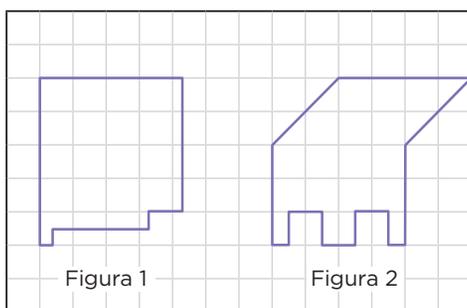
Intención didáctica

Que los alumnos determinen cómo comparar dos superficies con base en el uso de unidades de medida no convencionales y establezcan que para comparar dos superficies se debe usar la misma unidad de medida.

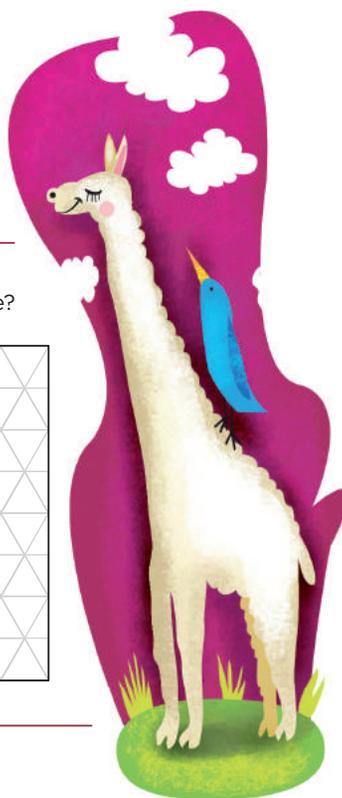
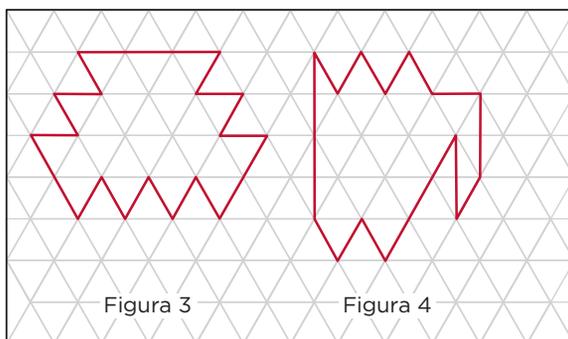
Consigna

En equipos, respondan las preguntas.

1. ¿Cuál de las siguientes figuras tiene mayor superficie?



2. ¿Cuál de las siguientes figuras tiene menor superficie?



3. ¿Qué figura tiene mayor superficie, la número 1 o la 4?

Expliquen su respuesta:

4. Escriban la medida de las figuras en las siguientes tablas:



	Retícula de cuadro	Retícula de triángulo
Figura 1		Figura 3
Figura 2		Figura 4

Consideraciones previas

La dificultad a la que se enfrentan los alumnos en estas actividades consiste en medir figuras que no necesariamente quedan cubiertas por unidades de medida completas. Sin duda, el conteo de cuadros o triángulos será la estrategia que usen, así que habrán de sumar mitades de figuras para obtener sus respuestas.

En el caso de la retícula cuadrada tendrán que considerar las partes que ocupan la mitad de un cuadrado, e incluso algunas que corresponden sólo a la cuarta parte o a las tres cuartas partes de un cuadro. Respecto a las figuras sobre la retícula triangular, también deben tener en cuenta mitades de triángulo.

Al responder la pregunta 3, seguramente muchos alumnos darán como respuesta alguna de las figuras, incluso con base en las cantidades escritas en las tablas de abajo, pero habrá que preguntarles si en verdad creen que se pueden comparar las superficies de las figuras solicitadas cuando están medidas con diferente unidad de medida. Sería conveniente preguntar qué tendrían que hacer para dar una respuesta acertada.

Entre las soluciones que los alumnos podrían proponer está recortar una de las figuras y sobreponerla en la retícula donde se encuentra la otra figura. Con ello se darán cuenta de que las unidades de la primera retícula tienen diferente medida a las que se usan en la segunda retícula, lo que hace difícil establecer una relación entre ambas figuras.

Otra idea que puede surgir es la de sobreponer una figura a otra; pero con esta opción se tiene el problema de tomar en cuenta la equivalencia de las partes que no coinciden.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

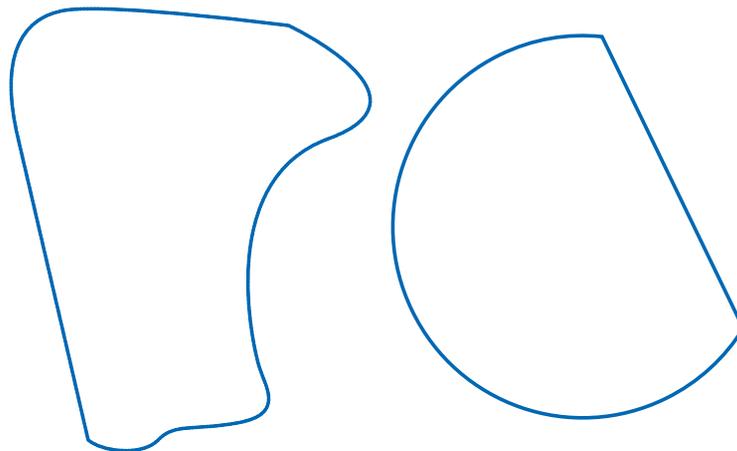
Intención didáctica

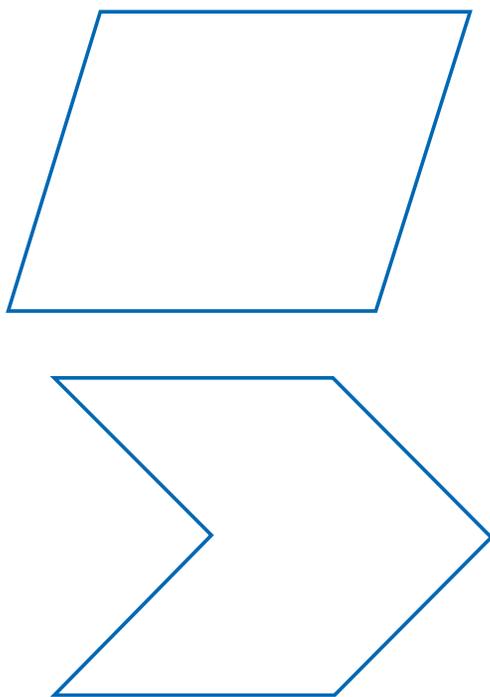
Que los alumnos identifiquen las formas que cubren totalmente el plano, y por tanto, facilitan el cálculo de áreas.

Consigna

En equipos, elaboren las figuras.

1. Usen papel traslúcido (albanene delgado, mantequilla, cebolla, copia, o papel de china) para copiar las cuatro figuras que se muestran a continuación, y recorten las tres retículas del material recortable, pp. 233-237.





2. Ahora, sobrepongan una figura en una retícula y midan la superficie de la figura.



Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo:

- Papel albanene delgado, papel mantequilla, papel cebolla, papel copia o papel de china.
- Las retículas (3) del material recortable, pp. 233-237.

Enfrentar al alumno con estos problemas favorece que asimile el concepto de área y su medida, independientemente de la unidad que se utilice. Esto lo invita a la reflexión y a la discusión de los aspectos que se deben tomar en cuenta para medir una superficie.

Es importante que a cada equipo se le proporcionen las 3 retículas, para que tengan la oportunidad de analizar y comentar las ventajas o desventajas que tienen una u otra. Por ejemplo, al usar la retícula de los pentágonos no se cubre el plano totalmente y entre ellos se forman otros polígonos, cuya área es difícil de relacionar con la de los pentágonos. Otra retícula

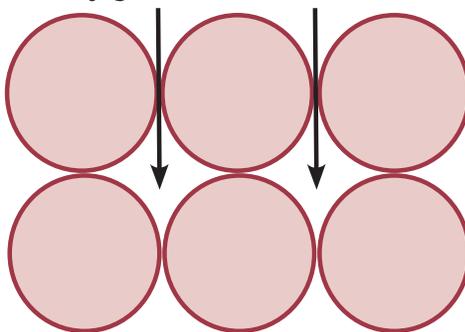
que no resulta eficaz para calcular áreas es la que está formada por círculos, pues también es difícil cuantificar la superficie que queda entre ellos. Si los alumnos quisieran obviar estos espacios al hacer el conteo, darían un resultado muy lejano a la medida real, lo cual no puede ser correcto.

Esta situación les ayudará a reflexionar en que algunas ocasiones se obtienen medidas por defecto o por exceso, y que de acuerdo con la situación es conveniente una u otra.

Por ejemplo, si se va a cubrir un piso con loseta, ¿cuál de las dos medidas sería la más adecuada en caso de no obtener la medida exacta? O en el caso de calcular la cantidad de agua para llenar un vaso en una máquina despachadora.

Otro aspecto para reflexionar es plantear qué margen de error en medición sería aceptable.

Si estos espacios no se consideran, el error en la medición puede ser muy grande.



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Bloque 3



44

Camino a la escuela

Intención didáctica

Que los alumnos escriban el nombre de números naturales con cifras y viceversa, y que los comparen y ordenen a partir de su escritura con cifras.

44

Camino a la escuela

Consigna 1

En equipos, resuelvan el siguiente problema.

Para llegar a la escuela, Martina camina 1350 m, Luis 875 m, Ignacio 1418 m, Bety 918 m y Alfredo 2130 m.

- En la tabla escriban el nombre del alumno, ordenen las distancias de mayor a menor y escriban el número de metros con cifras y con letra.

Alumno	Número de metros con cifras	Nombre del número
	1418	
		Mil trescientos cincuenta
		Ochocientos setenta y cinco



a) ¿Quién vive más cerca de la escuela, Luis o Ignacio?



b) La escuela quiere donar una bicicleta para apoyar a quien viva más lejos; si comparan los casos anteriores, ¿a quién le correspondería?

c) Si se juntan las distancias que caminan Martina y Bety, será _____ con respecto a la distancia que camina Alfredo. (mayor o menor)

d) ¿En qué se fijaron para ordenar los números de la tabla?

e) ¿Si sólo estuvieran escritos los nombres de los números, les serviría tomar en cuenta el número de palabras de cada número para ordenarlos?

¿Por qué?



Consigna 2

Con el mismo equipo resuelvan el siguiente problema.

El papá de Esteban ahorró para comprar un coche y actualmente tiene treinta mil cuatrocientos cincuenta y seis pesos. Visitó varios sitios en internet para conocer los precios y modelos, y las opciones que más le atrajeron fueron:



Escriban con letras las cantidades que se piden a continuación:

a) ¿Para qué coche le falta menos dinero?

¿Cuánto le falta?

b) ¿Si quisiera comprar el coche más caro, cuánto dinero le haría falta?

c) ¿Qué cantidad de dinero hay de diferencia entre el coche de menos precio y el de mayor precio?

Consideraciones previas

Antes de llenar la tabla se deben comparar y ordenar los números, ya que una condición es que se inicie con el más grande y se termine con el más pequeño. Dado que los números están escritos con cifras, una característica evidente y que se utilizaría como criterio para compararlos es el número de cifras; si dos números tienen diferente número de cifras se puede asegurar que es mayor el que tiene más cifras.

Así, entre los números 1350, 875, 1418, 918 y 2130, se afirma que 1350, 1418 y 2130 son mayores que los otros dos, ya que tienen 4 cifras y los otros únicamente 3. El nuevo reto es determinar entre dos números con la misma cantidad de cifras, cuál es mayor, para ello es necesario comparar el valor absoluto de cifras que ocupan el mismo lugar empezando por la izquierda.

Los números 1350, 1418 y 2130 tienen 4 cifras; al comparar las cifras que ocupan el lugar de las unidades de millar, resulta que 2130 tiene la cifra mayor en ese lugar; por tanto, ese número es mayor que los otros dos. Entre 1350 y 1418, que tienen la misma cifra en las unidades de millar, 1418 es mayor por tener 4 centenas, mientras que el otro tiene 3.

Es probable que los alumnos alineen los números de izquierda a derecha y determinen que el mayor es el que tiene la cifra mayor en el primer lugar de la derecha, pero esta comparación es errónea dado que se están comparando cifras con diferentes valores relativos, centenas con unidades de millar, centenas con decenas, etcétera; una alternativa que permite darse cuenta del error es el nombre de los números: los que tienen 4 cifras tienen la terminación mil, mientras que los de 3 cifras finalizan con la palabra cientos: ochocientos... y novecientos...; por tanto, los de 4 cifras son mayores que los que tienen 3.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

45 Los cheques del jefe

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen los signos $>$ y $<$, al comparar números naturales escritos con cifras o a partir de sus nombres.

45 Los cheques del jefe

Consigna 1

En parejas, resuelvan los problemas.

Un comerciante paga a dos de sus empleados con los siguientes cheques.

a) En el recuadro superior derecho anota con número la cantidad de cada cheque, según corresponda:

 Banco Industrial, S.A.	Cuenta - 000-071000-0	\$
Cheque No. 00063470		
México, D.F., 14 de mayo de 2013		
Pago a la orden de: Laura Adriana Valle		
Suma: Cuatro mil veinte pesos 00/100 M.N.		
•3.:000000115:•10000.:000983		 Firma



Cuarto grado | 85

Bi Banco Industrial, S.A. Cuenta - 000-071000-0 \$

Cheque No. **00063471**

México, D.F., 14 de mayo de 2013

Pago a la orden de: Juan Carlos López

Suma: Tres mil veinte pesos 00/100 M.N.

• 3 :000000982: • 10000 :000945 
Firma

b) ¿Quién recibió mayor sueldo?

c) Expliquen cómo lo determinaron.

d) ¿Cuál es la diferencia de dinero entre un cheque y otro? Escriban la cantidad con letra.



Consigna 2

1. Escriban en cada cuadro el signo > (mayor que) o < (menor que), según corresponda.

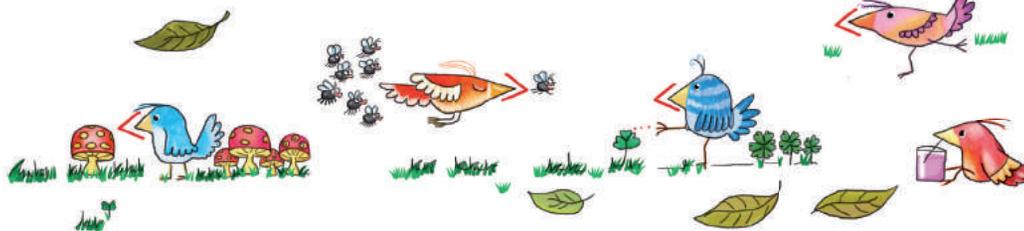
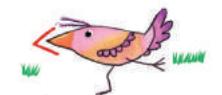
3 208	<input type="text"/>	3 028	Mil veinticinco	<input type="text"/>	100 025
2 461	<input type="text"/>	2 641	2 108	<input type="text"/>	Dos mil dieciocho
5 432	<input type="text"/>	5 423	Veinticinco mil	<input type="text"/>	2 500
60 450	<input type="text"/>	60 045	Diez mil ochenta y dos	<input type="text"/>	Mil ochocientos diez

2. A partir del nombre, determinen la cantidad de cifras que tiene cada número:

a) Trescientos cuarenta y ocho

b) Mil nueve

c) Diez mil setecientos



Consideraciones previas

Para resolver la primera consigna, que implica comparar números escritos con palabras, es probable que algunos alumnos los escriban con cifras y los comparen para responder quién de los dos empleados recibió más sueldo; si esto ocurre puede plantearse la siguiente pregunta, ¿es posible saber quién gana más sin escribir los salarios con cifras? La finalidad es que los alumnos adviertan que los nombres de los números dan información suficiente para compararlos; en ambos casos, las dos primeras palabras (cuatro mil y tres mil) determinan que los dos tienen 4 cifras, pero la primera indica cuál es mayor; es decir, cuatro mil y algo más es mayor que tres mil y algo más.

Una vez que los alumnos han comparado los salarios de los empleados, escritos con cifras o con palabras, es importante solicitarles que observen cuántas palabras tiene el nombre del número mayor y cuántas el menor, de tal manera que puedan inferir que el número de palabras no es un criterio para compararlos.

En la segunda consigna, si los alumnos tienen errores al tratar de relacionar números con los signos $<$ y $>$, es importante verificar si el error es porque no saben qué número es mayor o porque confunden los signos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

46

De diferentes maneras

Intención didáctica

Que los alumnos reconozcan que hay diferentes expresiones (sumas, multiplicaciones o combinación de ambas) para representar un mismo número.

46

De diferentes maneras

Consigna 1

El maestro les dará indicaciones para que elaboren unas tarjetas; luego, en parejas, lean las reglas e inicien el juego.



- En las 16 tarjetas en blanco deben anotar diferentes números mayores que 20 y menores que 50, uno en cada tarjeta. Revuélvanlas y colóquenlas apiladas al centro de la mesa, con los números hacia abajo.
- Por turnos, cada uno toma una tarjeta y muestra el número que aparece en ella. Individualmente, traten de escribir en su cuaderno la mayor cantidad de operaciones que den como resultado el número de la tarjeta. Las operaciones pueden ser sumas, multiplicaciones o su combinación; si se trata de una combinación, primero escriban la multiplicación y después la suma. Tienen tres minutos para escribir la mayor cantidad de operaciones diferentes.
- Cuando se termine el tiempo, intercambien cuadernos y verifiquen que las operaciones de su compañero den como resultado el número de la tarjeta. Las sumas valen 1 punto, las multiplicaciones 2 y las operaciones combinadas valen 4 puntos, siempre y cuando se obtenga el número de la tarjeta.
- Gana el niño que después de cuatro rondas acumule más puntos.

Consigna 2

En parejas, construyan problemas que puedan resolverse con cada expresión:

a) $4 \times 4 + 9 =$

b) $3 \times 8 + 1 =$

c) $11 \times 2 + 3 =$



Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo:

- 16 tarjetas en blanco; pueden ser de cartulina, cartoncillo u hojas de papel.
- Un marcador de agua.
- Lápiz, cuaderno u hojas.

Para llevar a cabo el juego en este desafío considere un tiempo de 30 minutos, aproximadamente.

Se espera que los alumnos logren escribir diferentes expresiones aditivas, multiplicativas o mixtas que representen el mismo número, por ejemplo, si el número de la tarjeta es el 25, los participantes pueden escribir algunas descomposiciones como las siguientes:

$10 + 15 =$	$25 \times 1 =$	$12 \times 2 + 1 =$
$20 + 5 =$	$1 \times 25 =$	$2 \times 10 + 5 =$
$18 + 7 =$	$5 \times 5 =$	$5 \times 4 + 5 =$
$14 + 11 =$		$4 \times 4 + 9 =$
$8 + 12 + 5 =$		$3 \times 8 + 1 =$
$10 + 10 + 5 =$		$11 \times 2 + 3 =$
		$2 \times 3 \times 3 + 2 + 5 =$

Es muy probable que en el caso de las sumas los alumnos utilicen dos sumandos, en las multiplicaciones dos factores, y en el caso de las combinadas, una multiplicación de dos factores afectada por un sumando; sin embargo, si algunos estudiantes emplean más de dos sumandos o factores al referirse a una suma o una multiplicación, respectivamente, conviene permitir estas expresiones, siempre y cuando sean las adecuadas para obtener el número de la tarjeta.

Cuando terminen el juego se sugiere tomar algunos números que emplearon los equipos, de preferencia los que se repitieron, para analizar las diversas formas en que los representaron o los que no tuvieron muchas variantes, para que el grupo piense en otra forma. Dado que las diferentes expresiones representan la misma cantidad, el profesor puede escribir en el pizarrón algunas igualdades y cuestionar a los alumnos sobre su validez. Por ejemplo, se sugieren algunas igualdades en el caso del número 25:

- $10 + 15 = 18 + 7$
- $5 \times 5 = 1 \times 25$
- $12 \times 2 + 1 = 4 \times 4 + 9$
- $14 + 11 = 25 \times 1$
- $10 + 10 + 5 = 11 \times 2 + 3$
- $8 + 12 + 5 = 5 \times 5 = 2 \times 3 \times 3 + 2 + 5$

Es importante que los alumnos adviertan la equivalencia de las expresiones, es decir, que la expresión del lado derecho del signo igual (=) representa el mismo valor que la expresión escrita del lado izquierdo.

También se debe considerar que al obtener el valor de una expresión combinada, el orden en que se resuelven las operaciones influye en el resultado que se obtiene. Por ejemplo, se establece la siguiente igualdad y hay que verificar su validez:

$$7 \times 5 + 9 = 4 + 7 \times 4$$

El valor de la primera expresión se conoce resolviendo primero $7 \times 5 = 35$, y a esta cantidad se agrega 9, lo que da como resultado 44. Las operaciones se resuelven en el orden que aparecen, es decir, de izquierda a derecha.

Es posible pensar que el valor de la segunda expresión también se obtiene resolviendo de izquierda a derecha; primero calcular $4 + 7 = 11$, y esta cantidad multiplicarla por 4, lo que daría también como resultado 44.

Aparentemente la igualdad se verifica, sin embargo, el procedimiento aplicado para la segunda expresión no es correcto. Cuando una expresión contiene sumas y multiplicaciones, primero se resuelven las multiplicaciones y con los resultados se efectúan las sumas. Este criterio forma parte de la jerarquía de las operaciones, incluso las calculadoras científicas están programadas con base en esta jerarquía, mas no cualquier calculadora, por lo que esta propiedad debe conocerse.

En el caso anterior, el valor de la expresión de la izquierda del signo igual se obtuvo correctamente, sin embargo, el proceso para obtener el valor de la expresión de la derecha no se respetó, ya que las operaciones se hicieron de izquierda a derecha. Lo correcto es efectuar primero la multiplicación 7×4 y el resultado sumarlo con 4 ($4 + 28 = 32$). Se puede concluir que la igualdad no es válida, ya que $44 \neq 32$; es por ello que una de las condiciones del juego es que las multiplicaciones se escriban antes de las sumas, de tal manera que al efectuar las operaciones de izquierda a derecha se obtenga el resultado correcto.

Una segunda consigna es que los estudiantes construyan problemas que puedan resolverse con expresiones conocidas, por ejemplo:

a) $4 \times 4 + 9 =$ b) $3 \times 8 + 1 =$ c) $11 \times 2 + 3 =$

Los alumnos tendrán que advertir que expresiones equivalentes pueden representar situaciones diferentes.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

47

Expresiones equivalentes

Intención didáctica

Que los alumnos adviertan que las expresiones equivalentes con adiciones y/o multiplicaciones pueden representar la misma o diferente situación.

47

Expresiones equivalentes

Consigna

En equipos, resuelvan los problemas.

1. ¿Cuántas personas pueden sentarse en la sección blanca de un auditorio si hay 4 filas con 12 butacas cada una y 3 filas con 8 butacas cada una?

2. Al invernadero “La margarita” llegó el siguiente pedido: 3 paquetes con 30 docenas de rosas cada uno, 4 paquetes con 20 docenas de gerberas cada uno y 2 paquetes con 40 docenas de margaritas cada uno. ¿Cuántas docenas se van a entregar en el pedido?

3. Maura está llenando bolsas de dulces para una fiesta de cumpleaños. En cada bolsa mete 6 chocolates. Hasta este momento ha llenado 9 bolsas y aún quedan 18 chocolates en el paquete. ¿Cuántos chocolates había en el paquete?



4. Éste es el registro de canastas que anotó el equipo de Luis en los últimos cuatro partidos. Si se sabe que cada canasta vale 2 puntos, ¿cuántos puntos ha acumulado el equipo?

Jugador	Canastas
Luis	27
Javier	25
Alfonso	21
Raúl	27
Mauricio	25

5. Para pagar la entrada al cine y comprar palomitas, Fernanda y Marisol van a cooperar con \$55.50 cada una, y Lorena y yo, con \$69.50 cada una. ¿Cuánto dinero vamos a reunir?



Consideraciones previas

Durante este desafío se pretende abordar dos aspectos. Por un lado, que los alumnos adviertan que diferentes expresiones resuelven el mismo problema, es decir, representan la misma relación entre sus valores, y por otro lado, que las expresiones equivalentes también hacen referencia a situaciones diferentes.

Una vez que los equipos han resuelto los problemas se sugiere que, en plenaria, primero se analice cada problema y las diferentes expresiones equivalentes que representan su solución; posteriormente, identificar las expresiones equivalentes de los cinco problemas. Las expresiones de los problemas 1 y 3 son equivalentes, dado que tienen el mismo resultado (72). Lo mismo ocurre con los problemas 2, 4 y 5, que para ellos la respuesta es 250.

Algunas expresiones que los alumnos pueden utilizar para resolver los problemas, son las siguientes:

Problema 1:

$$12 + 12 + 12 + 12 + 8 + 8 + 8 = 72$$

$$48 + 24 = 72$$

$$4 \times 12 + 3 \times 8 = 72$$

Problema 2:

$$3 \times 30 + 4 \times 20 + 2 \times 40 = 250$$

$$90 + 80 + 80 = 250$$

$$30 + 30 + 30 + 20 + 20 + 20 + 20 + 40 + 40 = 250$$

Problema 3:

$$9 \times 6 + 18 = 72$$

$$54 + 18 = 72$$

$$12 \times 6 = 72$$

Problema 4:

$$54 + 50 + 42 + 54 + 50 = 250$$

$$108 + 100 + 42 = 250$$

$$27 \times 4 + 25 \times 4 + 21 \times 2 = 250$$

Problema 5:

$$2 \times 55.50 + 2 \times 69.50 = 250$$

$$111 + 139 = 250$$

$$55.50 + 55.50 + 69.50 + 69.50 = 250$$

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

48

¿Tienen el mismo valor?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen si dos expresiones aditivas y multiplicativas son equivalentes o no.

48

¿Tienen el mismo valor?

Consigna

En equipos de tres compañeros, comprueben si las expresiones de cada tarjeta tienen el mismo valor. En caso de no tenerlo, justifiquen por qué. No se vale usar calculadora.

$$4.50$$

y

$$4 \times 0.50 + 8 \times 0.20$$

¿Tienen el mismo valor? _____

¿Por qué? _____

$$2 \times 24 + 12 + 12$$

y

$$5 \times 6 + 12 \times 3$$

¿Tienen el mismo valor? _____

¿Por qué? _____

$$9 \times 0.50 + 3 \times 0.20 +$$
$$7 \times 0.10$$

y

$$5.00 + 2 \times 0.20$$

¿Tienen el mismo valor? _____

¿Por qué? _____

¿Tienen el mismo valor? _____
 ¿Por qué? _____

$$3 \times 15 + 2 \times 12 + 3 \times 9$$

y

$$4 \times 23 + 4$$

¿Tienen el mismo valor? _____
 ¿Por qué? _____

$$3 + 4 \times 0.10 + 0.50$$

y

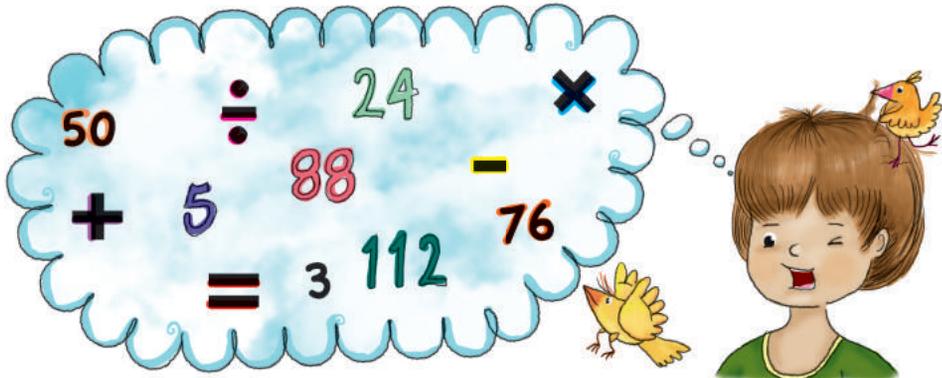
$$3.50 + 2 \times 0.20$$

¿Tienen el mismo valor? _____
 ¿Por qué? _____

$$4 \times 60 + 5 \times 8$$

y

$$125 + 98$$



Consideraciones previas

En desafíos anteriores los alumnos leyeron, compararon y operaron con números decimales en problemas relacionados con el tema del dinero; por ello, en estos problemas las expresiones aditivas y multiplicativas contienen valores de las monedas que aún se utilizan (\$0.50, \$0.20 y \$0.10), y es probable que algunos alumnos recurran a esas experiencias para solucionarlos.

Es importante observar si siguen el orden en que se resuelven las operaciones; si para ellos el proceso es indistinto, se les debe recordar que primero se resuelven las multiplicaciones y con los resultados se efectúan las sumas. Es válido si los alumnos necesitan hacer las sumas en forma de columna, aunque también es conveniente alentarlos a que recurran al cálculo mental.

De las seis tarjetas solamente dos contienen expresiones equivalentes:

- $3 \times 15 + 2 \times 12 + 3 \times 9 = 4 \times 23 + 4 = 96$
- $3 + 4 \times 0.10 + 0.50 = 3.50 + 2 \times 0.20 = 3.90$

Para justificar por qué el resto de las parejas no tienen el mismo valor, se espera que los alumnos mencionen que una expresión es mayor o menor que la otra después de haber hecho la operación.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

49

Tiras de colores

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen fracciones o expresiones equivalentes a otra dada con ayuda de material concreto.

49

Tiras de colores

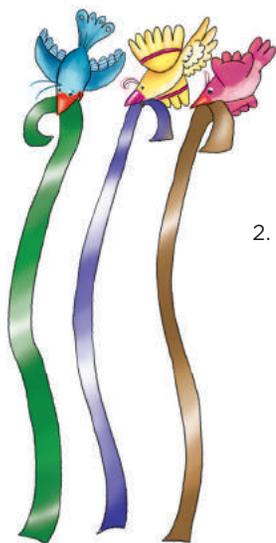
Consigna 1

Resuelve lo siguiente con un compañero; utilicen las tiras de su material recortable, pp. 229 y 231.

1. Identifiquen a qué fracción de la tira gris corresponde cada tira de color:

Tira	Fracción
Verde	
Morada	
Azul	
Rosa	
Negra	

Tira	Fracción
Amarilla	
Café	
Roja	
Anaranjada	



2. Encuentren tres formas distintas para representar un entero con tiras de diferente color.

Representación con tiras	Representación con números

3. Para cada caso, encuentren dos formas diferentes de construir $\frac{2}{3}$.

Con tiras del mismo color		Con tiras de diferente color	
Representación con tiras	Representación con números	Representación con tiras	Representación con números

4. Para este ejercicio deben considerar las fracciones que representan las tiras de colores; luego encuentren y anoten en el recuadro las fracciones o expresiones equivalentes posibles para cada fracción.

$$\frac{4}{5} =$$

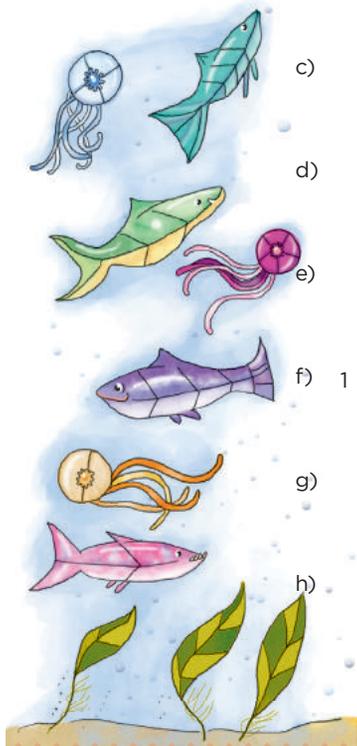
$$1 \frac{2}{6} =$$



Consigna 2

En parejas, completen los ejercicios.

Escriban sobre la línea "es equivalente a" si las dos fracciones que se comparan tienen el mismo valor. Cuando terminen, comprueben sus respuestas con las tiras de colores.



a) $\frac{6}{12}$ _____ $\frac{5}{10}$

b) $\frac{4}{6}$ _____ $\frac{5}{9}$

c) $\frac{9}{10}$ _____ $\frac{11}{12}$

d) $\frac{6}{6}$ _____ $\frac{10}{10}$

e) $\frac{4}{3}$ _____ $\frac{2}{2} + \frac{1}{6}$

f) $1 \frac{3}{12}$ _____ $\frac{3}{4}$

g) $\frac{1}{2} + \frac{1}{12}$ _____ $\frac{7}{10}$

h) $\frac{6}{8}$ _____ $\frac{9}{12}$

Consideraciones previas

En este desafío se continúa con el trabajo que se inició en tercer grado, relacionado con identificar y calcular fracciones equivalentes, pero ahora incluyendo fracciones diferentes a las del tipo $m/2^n$. Para esta consigna se recomienda que con anticipación cada alumno recorte la totalidad de tiras.

Para cada color, la cantidad de tiras que se incluyeron es mayor que la necesaria para completar el entero, con la intención de que los alumnos no se limiten solamente a contar las tiras para responder a qué fracción corresponden las tiras de cada color en la primera consigna:

Materiales

Para cada equipo: las tiras de colores del material recortable del alumno, pp. 229-231.

Tira	Fracción	Tira	Fracción	Tira	Fracción
roja	$\frac{1}{2}$	amarilla	$\frac{1}{5}$	azul	$\frac{1}{9}$
verde	$\frac{1}{3}$	morada	$\frac{1}{6}$	rosa	$\frac{1}{10}$
anaranjada	$\frac{1}{4}$	café	$\frac{1}{8}$	negra	$\frac{1}{12}$

Algunas preguntas que favorecen la reflexión pueden plantearse al interior de los equipos: ¿por qué pueden sustituir una tira de $\frac{1}{3}$ por dos de $\frac{1}{6}$? ¿Por qué sustituyen una tira de $\frac{1}{2}$ por tres tiras de $\frac{1}{6}$? ¿Qué relación hay entre $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{5}$? ¿Y entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{12}$?

Se espera que después de resolver las actividades los alumnos adviertan que una fracción se representa de distintas formas, ya sea con una sola fracción o con expresiones que tengan el mismo valor.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

50

La fiesta sorpresa

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones de equivalencia entre dos o más fracciones, al resolver problemas de reparto y de medición.

50

La fiesta sorpresa

Consigna

En parejas, resuelvan los problemas.

1. Jimena cumple años la próxima semana y sus amigos se organizaron para hacerle una fiesta sorpresa; Jesús, Mauricio y Eduardo eligieron inflar globos de colores para jugar tiro al blanco durante la fiesta. Jesús va a colocar los globos rojos, que son $\frac{3}{9}$ del total que cabe en el tablero. A Mauricio le tocaron los verdes, que son $\frac{6}{18}$ del total, y Eduardo eligió el color amarillo y va a inflar el resto de los globos del tablero. ¿De qué color habrá más globos?

¿Por qué?

2. Elisa y Talía son las encargadas de adornar el salón y para ello cada una quedó en llevar un rollo de cinta festón de 10 m. Elisa calculó que va a ocupar $\frac{3}{5}$ partes de su rollo, y Talía sabe que le van a sobrar 4 m del suyo. ¿Quién de las dos va a gastar más cinta?

¿Por qué?



Cuarto grado | 97

Consideraciones previas

Ahora, los alumnos deben aplicar algunos descubrimientos que analizaron en el desafío anterior para resolver problemas.

En ambos problemas la respuesta no es un número que representa el resultado de uno o varios cálculos; las respuestas que se esperan son argumentos que justifiquen la condición que resulta de algunos cálculos.

En el primer problema se espera que los alumnos adviertan que no es necesario conocer la cantidad de globos que caben en el tablero, para determinar que $\frac{3}{9}$ y $\frac{6}{18}$ son fracciones equivalentes a $\frac{1}{3}$, por lo que la cantidad de globos rojos y verdes es la misma y los dos grupos juntos representan $\frac{2}{3}$ del total de los globos que se pondrán en el tablero. El grupo de globos amarillos necesariamente representa el tercio faltante del tablero; en ese caso habrá la misma cantidad de globos de cada color.

El segundo problema es más complejo, ya que la información que se incluye de cuánta cinta ocupará cada niña no es del mismo tipo, y antes de que los alumnos puedan determinar quién de las dos niñas va a ocupar más cinta necesitan establecer qué parte del rollo de cinta representa 4 m. Se espera que logren identificar que 4 m representan $\frac{4}{10}$ de 10 m, que son el total de metros que tiene cada rollo; esa fracción es equivalente a $\frac{2}{5}$. Por otro lado, si Elisa va a necesitar $\frac{3}{5}$ del total de los metros de su rollo, le van a sobrar $\frac{2}{5}$, lo cual lleva a la conclusión de que ambas niñas van a ocupar la misma cantidad de cinta, esto es, $\frac{3}{5}$ del rollo o 6 m.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

51

Sumas y restas I

Intención didáctica

Que los alumnos recurran a las equivalencias entre fracciones que ya conocen, para resolver sumas o restas de fracciones que se representan gráficamente.

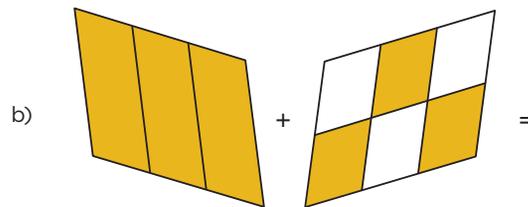
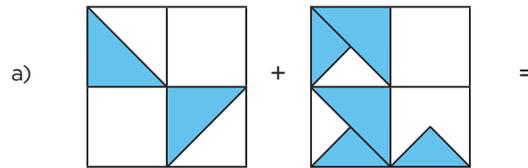
51

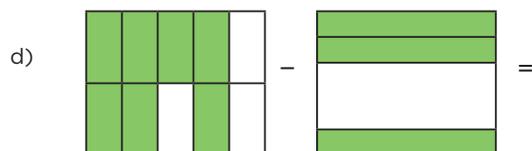
Sumas y restas I

Consigna

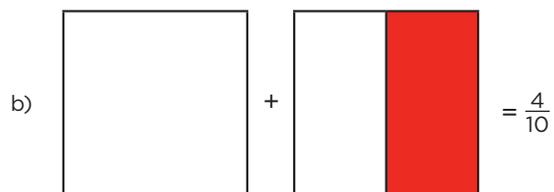
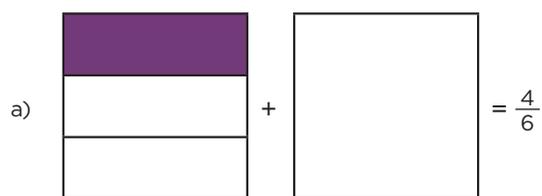
En parejas, resuelvan los problemas:

1. Encuentren la fracción que sea el resultado de sumar o de restar las fracciones que se representan gráficamente.





2. En la figura en blanco, representen gráficamente la fracción que se necesita para obtener el resultado que se indica.

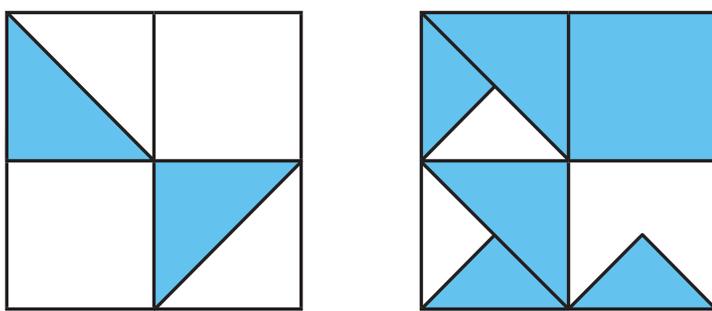


Consideraciones previas

Para resolver los problemas de este desafío los alumnos pueden apoyarse en equivalencias de fracciones estudiadas y analizadas en otras consignas; por ejemplo: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$; $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$; $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$, etcétera.

Como no se trata de que los alumnos utilicen el algoritmo usual para sumar o restar fracciones, seguramente lo harán con diversos procedimientos, los cuales vale la pena analizar a detalle en la puesta en común.

Entre las estrategias que los alumnos podrían utilizar para resolver el problema 1, inciso a, se consideran las siguientes: la primera, operar gráficamente las fracciones, esto es, incluir en uno de los cuadrados las fracciones que se representan en ambos, de tal forma que se aprecie solamente en uno de ellos el resultado de sumar ambas fracciones:



Si todas las partes sombreadas se reúnen en una sola figura, basta con interpretar la fracción que se representa: se trata de $\frac{11}{16}$, si se sabe que $\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$

Otra posible estrategia es trabajar directamente con las fracciones representadas en las dos figuras:

Dado que $\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$, entonces el cuadrado de la izquierda representa $\frac{4}{16}$ y el de la derecha $\frac{7}{16}$, por tanto, en total hay $\frac{11}{16}$, resultado de sumar $\frac{4}{16}$ y $\frac{7}{16}$. Para resolver el problema 1, inciso b, los alumnos podrían pensar que independientemente del número de partes en que está dividida la primera figura (tercios), ésta representa una unidad porque está totalmente coloreada, y como tal puede sumarse a cualquier otra fracción, por lo que un entero que se suma a $\frac{3}{6}$ da como resultado $1\frac{3}{6}$, que también se interpreta como $1\frac{1}{2}$. Otra forma sería mantenerse en la parte gráfica y subdividir la primera figura, de modo que cada tercio se divida a la mitad y se aprecien los $\frac{6}{6}$, que al sumarse con los $\frac{3}{6}$ de la segunda figura da como resultado $\frac{9}{6}$.

En el caso del problema 1, inciso c, probablemente los alumnos recurran a estrategias que se utilizaron en los problemas anteriores, por ejemplo, subdividir las zonas sombreadas del primer triángulo para que se aprecien partes congruentes con las del segundo triángulo, y posteriormente buscar la diferencia entre $\frac{6}{9}$ y $\frac{5}{9}$.

El problema 1, inciso d, varía en complejidad respecto al anterior, ya que en éste las divisiones entre ambas figuras son totalmente diferentes, y para identificar la fracción que se representa en el sustraendo, los alumnos primero deben identificar a cuántas partes iguales a las de color corresponde la zona blanca. Se espera que ellos logren concluir que la operación a resolver es: $\frac{7}{10} - \frac{3}{5}$, cuya solución se obtiene si se utiliza la equivalencia $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$.

Los incisos *a* y *b* del problema 2 representan mayor reto para los alumnos, ya que en ambos casos deben proponer la fracción que complete correctamente cada operación. Esto implica que desarrollen más procesos: identificar la fracción representada, encontrar la diferencia entre ésta y el resultado, y finalmente, representar de manera gráfica esta diferencia. Al igual que en desafíos anteriores, este tipo de situaciones son una oportunidad para que el alumno amplíe su conocimiento respecto al significado de estas operaciones y las relaciones entre ambas, ya que podrá utilizar la suma para completar una resta y restar para completar una suma.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen sumar o restar fracciones mediante diversos procedimientos.

Consigna

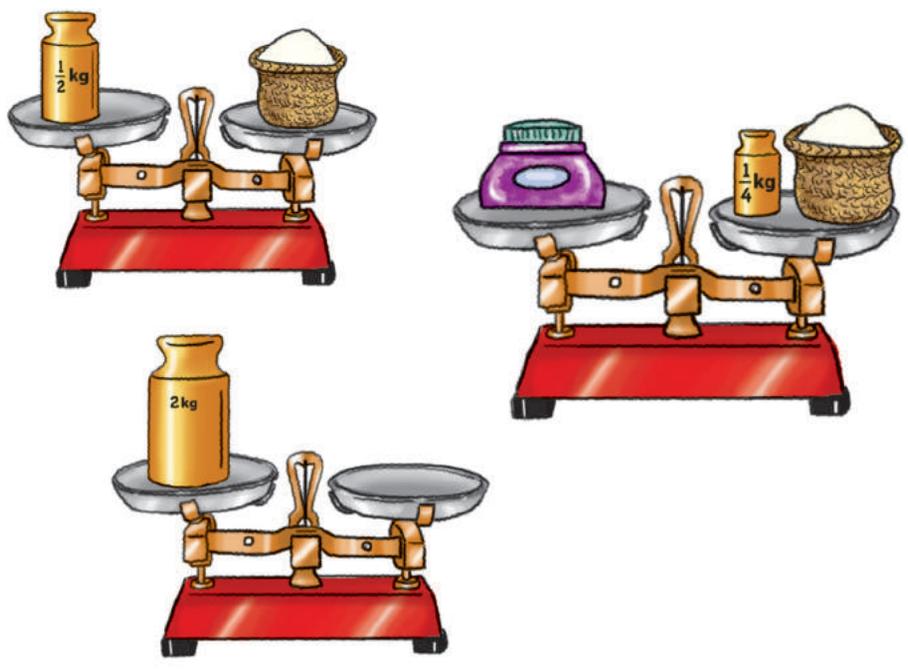
En parejas, resuelvan los problemas:

1. Luisa ocupa $\frac{1}{3}$ m de listón para elaborar un moño. Si necesita 7 moños azules, 4 rojos y 5 dorados, ¿cuánto listón de cada color debe comprar?

2. En la fiesta de Saúl se sirvió helado de chocolate a todos los invitados. Después de repartir una porción a cada persona, sobraron $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuánto helado tendrá que comprar la mamá de Saúl para repartir otra vez la misma cantidad, si sabe que necesita $1\frac{1}{2}$ litros en total?



3. ¿Cuántos frascos y cuántas bolsas se deben colocar en el platillo derecho de la tercera balanza para mantenerla en equilibrio? Se deben poner tanto frascos como bolsas.



4. En 4º “A” se llevó a cabo una votación para elegir al representante del grupo. La mitad votó por Rocío y $\frac{1}{3}$ por Samuel. ¿Qué parte del grupo no votó?

Consideraciones previas

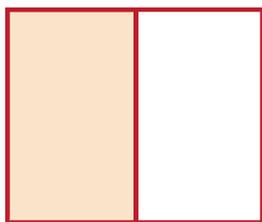
Una manera de abordar el primer problema es considerar que con un metro de listón se puede hacer tres moños, así que para cada color se requiere más de un metro de listón, es decir, para los cuatro moños rojos es necesario $1\frac{1}{3}$ m de listón. Para saber la cantidad de listón dorado sólo basta aumentar $\frac{1}{3}$ m, ya que se trata de un moño más que los rojos. Para los siete moños azules se necesitan $2\frac{1}{3}$ m de listón.

Para resolver el segundo problema los alumnos podrían recurrir a estrategias ya conocidas como completar la unidad:

- Si se tienen $\frac{3}{4}$ de litro, entonces falta $\frac{1}{4}$ de litro para completar el litro. Si se necesitan $1\frac{1}{2}$ litros, la diferencia entre 1 litro y $1\frac{1}{2}$ litros es $\frac{1}{2}$ litro.
- $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ suman $\frac{3}{4}$, ya que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, por lo que la cantidad de helado que se necesita comprar es $\frac{3}{4}$ de litro.

Para el problema de la balanza, los alumnos pueden dibujar los objetos que dan el equilibrio de la balanza o simplemente escribir una lista de ellos. A partir de la primera balanza se deduce que el peso de una bolsa es de $\frac{1}{2}$ kg. El peso de un frasco es el resultado de sumar $\frac{1}{2}$ kg y $\frac{1}{4}$ kg, es decir, $\frac{3}{4}$ kg. Así, el platillo de la derecha debe llevar dos frascos y una bolsa, ya que 2 veces $\frac{3}{4}$ kg más $\frac{1}{2}$ kg equivale a 2 kg.

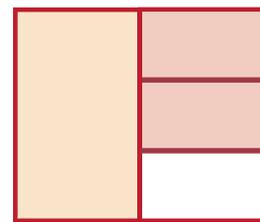
Una estrategia que los alumnos podrían aplicar para resolver el último problema es graficar las fracciones:



Esta parte del grupo votó por Rocío ($\frac{1}{2}$).



Esta parte del grupo votó por Samuel ($\frac{1}{3}$).



Las áreas sombreadas representan los votos de Rocío y de Samuel. Entonces la parte blanca representa los alumnos que no votaron ($\frac{1}{6}$).

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

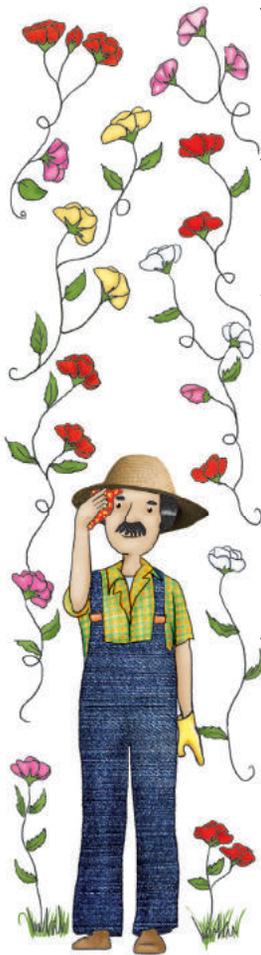
Aunque los alumnos también podrían establecer equivalencias entre las fracciones, consideren que la mitad del grupo también representa $\frac{3}{6}$ del grupo, y que la tercera parte es equivalente a $\frac{2}{6}$ del grupo, por lo que la parte que no votó representa $\frac{1}{6}$ del total de los alumnos de 4º A.

Intención didáctica

Que los alumnos usen diferentes recursos para resolver problemas de multiplicación con números de dos cifras.

Consigna

En equipos, resuelvan los problemas.



1. El sábado, don Gustavo vendió en el mercado 15 ramos con 12 rosas cada uno. ¿Cuántas rosas vendió?

2. El domingo hizo ramos con 24 rosas cada uno y vendió 14 ramos. ¿Cuántas rosas vendió?

3. Don Gustavo vende los ramos de 12 rosas a \$15 y los de 24 rosas a \$25.

a) ¿Cuánto dinero recibió el sábado por la venta de las rosas?

b) ¿Cuánto dinero recibió el domingo?

4. En su parcela tiene 28 surcos con 23 rosales en cada uno. ¿Cuántos rosales tiene en total?

Consideraciones previas

Este desafío es la entrada al estudio de un algoritmo para multiplicar números de dos cifras. Se debe estar pendiente de los recursos que usan los alumnos para calcular los resultados y tratar de relacionar dichos recursos con el proceso para llegar al algoritmo usual de la multiplicación.

Para resolver estos problemas se espera que los alumnos recurran a la descomposición de al menos uno de los factores y que las representaciones no sean tan claras. Por ejemplo, para el primer problema puede surgir una situación como ésta:

Por 10 ramos son 120 rosas; por otros 5 ramos son 60 rosas, entonces, 120 más 60 es igual a 180 rosas.

En este caso el recurso es la descomposición de 15 en $10 + 5$, y es importante que los alumnos vean que la operación 15×12 también se representa así: $(10 + 5) \times 12$. El paréntesis en este caso se utiliza para indicar que 10 y 5 deben multiplicarse por 12; sería incorrecto, por ejemplo, multiplicar 5×12 y sumarle 10 al resultado. Se puede mostrar que si primero se multiplica 5×12 y luego se suma 10, el resultado es 70, que es distinto al de la operación original.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

54

Cuadrículas grandes y pequeñas

Intención didáctica

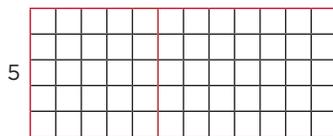
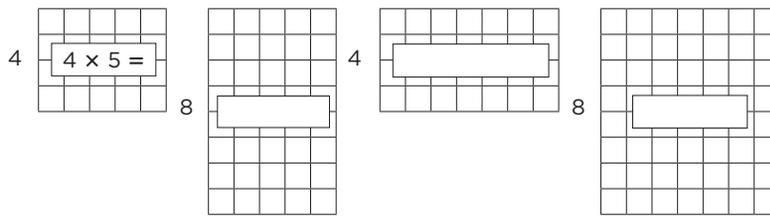
Que los alumnos relacionen la multiplicación con el cálculo del área de un rectángulo.

54

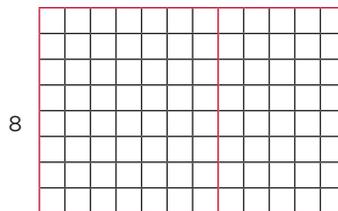
Cuadrículas grandes y pequeñas

Consigna

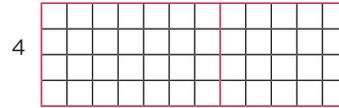
Con las cuadrículas de abajo se formaron cuadrículas rectangulares más grandes. En equipos, anoten los números que faltan y la multiplicación que le corresponde a cada una.



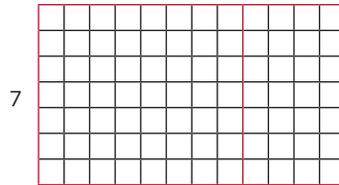
$$5 \times 12 = (5 \times \underline{\quad}) + (\underline{\quad} \times 8) = \underline{\quad}$$



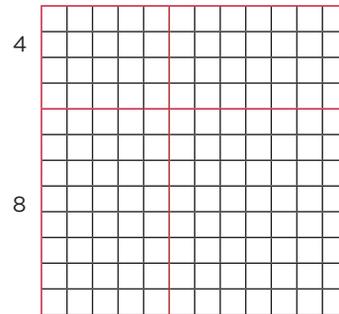
$$8 \times 12 = (8 \times \underline{\quad}) + (8 \times \underline{\quad}) = \underline{\quad}$$



$$4 \times 12 = (4 \times \underline{\quad}) + (4 \times \underline{\quad}) = \underline{\quad}$$



$$7 \times 12 = (7 \times \underline{\quad}) + (\underline{\quad} \times 4) = \underline{\quad}$$



$$12 \times 12 = (4 \times \underline{\quad}) + (\underline{\quad} \times 7) + (8 \times \underline{\quad}) + (\underline{\quad} \times 7)$$

Consideraciones previas

Con este desafío se inicia propiamente el camino para llegar al algoritmo usual de la multiplicación con números de dos cifras o más. Se pretende hacer notar que una multiplicación con dígitos se puede representar gráficamente mediante un rectángulo, cuyas medidas son justamente los factores de la multiplicación y el resultado es el área de dicho rectángulo.

Con esa base se trazan rectángulos tan grandes como se quiera para producir multiplicaciones con números de mayor valor. En este desafío se optó por dar los rectángulos y solicitar que se anoten los números faltantes, pero otra opción viable es pedir que recorten los primeros cuatro rectángulos y sean los propios alumnos quienes formen rectángulos más grandes y anoten la operación para calcular el área.

Debe quedar claro que, por ejemplo, para calcular el resultado de 18×7 se puede dibujar un rectángulo de $(10 + 8) \times 7$, calcular los dos productos por separado y luego sumar. En el caso de la multiplicación 18×14 , se puede dibujar un rectángulo de $(10 + 8)$ y $(10 + 4)$, formando cuatro figuras que corresponderían a (10×10) , (10×4) , (8×10) y (8×4) , calcular los cuatro productos por separado y luego sumar.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

55

Multiplicación con rectángulos

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen el cálculo de áreas como recurso para resolver multiplicaciones con números de dos cifras.

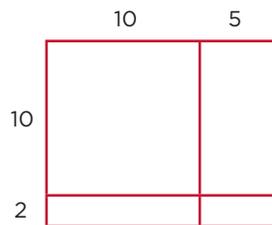
55

Multiplicación con rectángulos

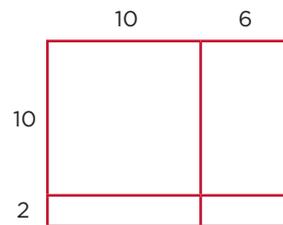
Consigna

En equipos, obtengan el resultado de las siguientes multiplicaciones con base en el cálculo de áreas.

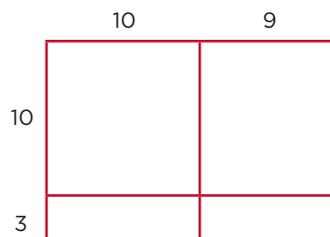
$$15 \times 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$



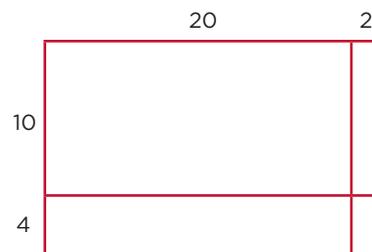
$$16 \times 12 = \underline{\hspace{2cm}}$$



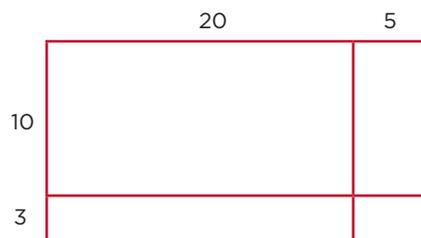
$$19 \times 13 = \underline{\hspace{2cm}}$$



$$22 \times 14 = \underline{\hspace{2cm}}$$

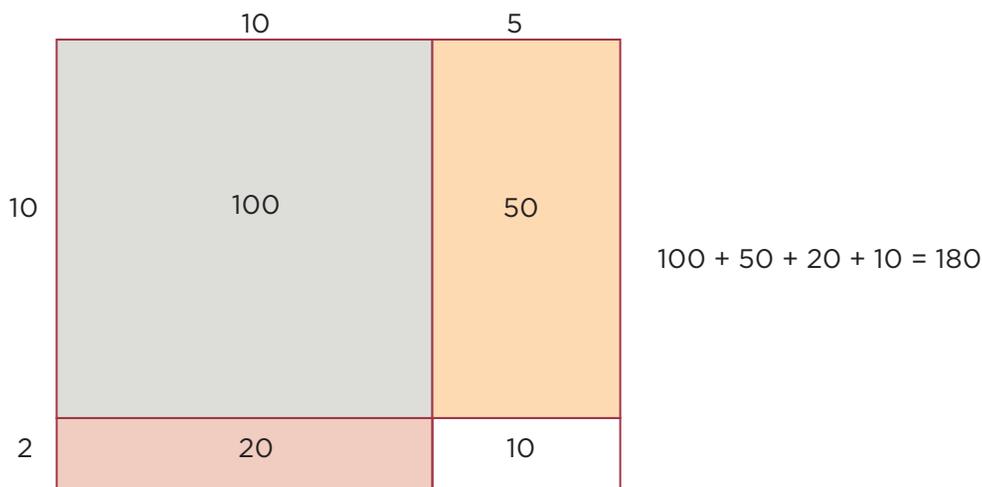


$$25 \times 13 = \underline{\hspace{2cm}}$$



Consideraciones previas

En el primer caso se espera que el alumno haga lo siguiente: 15×12 .



La idea principal es que los alumnos sepan que una multiplicación como 15×12 puede resolverse descomponiendo los factores en decenas y unidades: $(10 + 5) \times (10 + 2)$ y que eso equivale a calcular el área de un rectángulo dividido en cuatro partes.

A diferencia del desafío anterior en el que las áreas se representan claramente con cuadrículas, en éste los rectángulos sólo sirven como un apoyo gráfico para que los alumnos no pierdan de vista que en una multiplicación de dos números con dos cifras cada uno hay que calcular cuatro productos parciales y luego sumarlos para encontrar el producto total.

Después de que los alumnos resuelvan y se analicen los resultados, es conveniente proponerles otras multiplicaciones con números de dos cifras para que dibujen los rectángulos con los cuales ayudarse. No hay que pedir precisión en el trazo de los rectángulos, ya que sólo serán un apoyo gráfico para encontrar los resultados de las multiplicaciones.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

56

La multiplicación

Intención didáctica

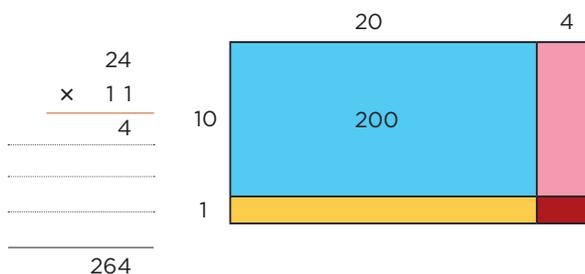
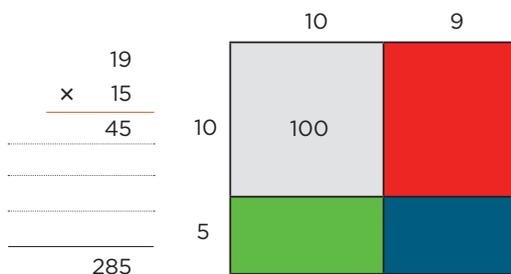
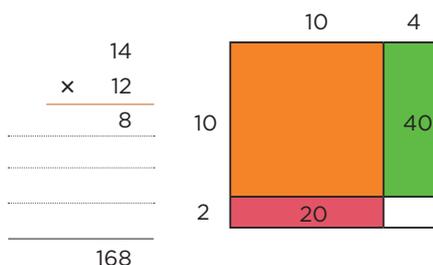
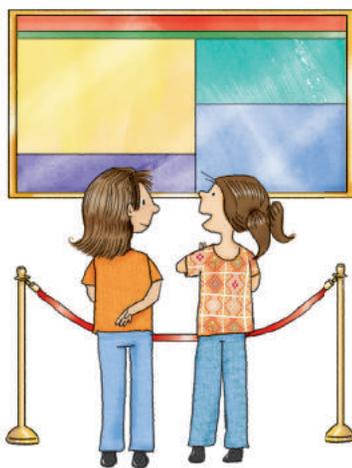
Que los alumnos vinculen la representación gráfica con el algoritmo desarrollado de la multiplicación.

56

La multiplicación

Consigna

Para calcular el área de un rectángulo dividido en partes, se pueden resolver operaciones como las que aparecen a la izquierda de cada rectángulo. En equipos, anoten los números que faltan en algunas partes de los rectángulos y en las cuentas.



Consideraciones previas

El trabajo que se desarrolla en este desafío es crucial dentro del proceso para llegar al algoritmo, pues se trata de pasar de la representación gráfica a la operación de multiplicar. En el algoritmo que aquí se analiza se calculan cuatro productos parciales que resultan de multiplicar cada cifra del multiplicador por cada cifra del multiplicando, tomando en cuenta sus valores relativos. Por ejemplo, la operación 26×25 se resuelve de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r}
 26 \\
 \times 25 \\
 \hline
 30 \quad 5 \times 6 \\
 100 \quad 5 \times 20 \\
 120 \quad 20 \times 6 \\
 400 \quad 20 \times 20 \\
 \hline
 650
 \end{array}$$

Es necesario explicar a los alumnos que en cada una de las tres operaciones que se plantean hacen falta tres productos parciales, y se debe escribir uno sobre cada línea.

Una vez que se hayan resuelto y analizado los tres ejercicios es conveniente proponer otras multiplicaciones con números de dos cifras y analizar los resultados de manera colectiva.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

57

Algo simple

Intención didáctica

Que los alumnos encuentren relaciones entre el algoritmo desarrollado de la multiplicación y el algoritmo simplificado.

57

Algo simple

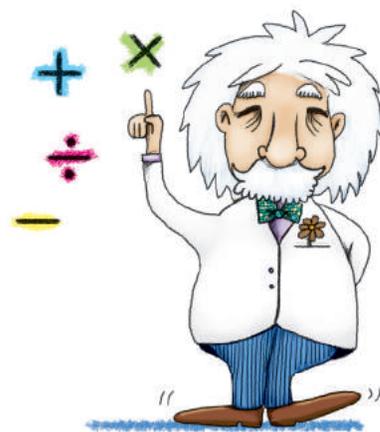
Consigna

En equipos, anoten los números que faltan en las operaciones de la izquierda y averigüen cómo se hacen las que están a la derecha:

24		24
x 18		x 18
32	}	192
40	}	
432		432

65		65
x 34		x 34
20	}	260
150	}	
2210		2210

35		35
x 22		x 22
10	}	70
100	}	
770		770



Consideraciones previas

Es difícil que los alumnos por sí solos descubran el algoritmo usual de la multiplicación, que se usa en las operaciones de la derecha; sin embargo, se les puede dar unos minutos para que lo busquen, después de aclararles que mientras en las operaciones de la izquierda se obtienen cuatro productos parciales, como lo hicieron en la consigna anterior, en las de la derecha sólo se obtienen dos productos parciales, que sumados dan el producto total. Si después de algunos minutos los alumnos no encuentran una explicación que les satisfaga, hay que explicarles cómo se hace.

Es importante saber que los tres ejercicios que se sugieren en este desafío no son suficientes para que los alumnos se familiaricen con el algoritmo usual de la multiplicación, es necesario que resuelvan muchos más durante un tiempo hasta que obtengan cierto dominio. El algoritmo desarrollado en el que se calculan tantos productos parciales como cifras hay en el multiplicando y en el multiplicador, se puede seguir utilizando como recurso para comprobar los resultados que se obtienen con el algoritmo simplificado.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

58 Hagamos cuentas

Intención didáctica

Que los alumnos usen los algoritmos de suma, resta o multiplicación al tener que resolver problemas.

58 Hagamos cuentas

Consigna

En equipos, escriban las operaciones para resolver cada problema y calculen los resultados.

a) Para ir de México a Cuautla Julián gastó \$150 en gasolina, \$218 en casetas de cobro y \$65 en una comida. ¿Cuánto gastó en total?

b) El día que Julián fue a Cuautla llevaba \$500. ¿Cuánto le sobró?

c) Julián debe ir de México a Cuautla durante 15 sábados; va y regresa en su coche el mismo día y sólo come una vez en Cuautla. ¿Cuánto dinero va a gastar Julián en transporte y comidas durante los 15 sábados?

d) El automóvil de Julián recorre aproximadamente 12 km por cada litro de gasolina. ¿Cuántos litros necesitaría para recorrer 180 km?



Consideraciones previas

Siempre que se resuelven problemas es importante insistir en dos aspectos: que los alumnos sepan qué operación u operaciones pueden utilizar y cómo resolverlas.

En el tercer problema de este desafío es importante observar si los alumnos escriben una multiplicación y cómo la resuelven. Se trata de una operación con tres cifras en el multiplicando y dos cifras en el multiplicador, que pueden hacer con el algoritmo desarrollado o el simplificado. En caso de que algunos alumnos solucionen el problema con sumas se les debe insistir en que mejor usen la multiplicación.

El cuarto problema implica escribir una división de manera horizontal o con la galera, y como se trata de una división exacta, les será fácil resolverla.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

59 De viaje

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan, a partir de la información contenida en un mapa y en tablas, problemas en los que sea necesario relacionar varias multiplicaciones y adiciones para obtener una respuesta.

59 De viaje

Consigna

En equipos, resuelvan el problema.

Don Javier recorre varias ciudades transportando productos textiles. Estos son los viajes que hizo esta semana:

Día	Ruta	Viajes
1	Acámbaro a San Juan del Río	3
	San Juan del Río a Acámbaro	2
2	San Juan del Río a Querétaro	5
	Acámbaro a San Juan del Río	4
3	Querétaro a Celaya	3
	Celaya a Querétaro	2
	Celaya a Salamanca	3
	Salamanca a Celaya	2

De acuerdo con las distancias marcadas en el mapa, ¿cuál de los tres días don Javier recorrió más kilómetros?



Consideraciones previas

Los alumnos se verán en la necesidad de relacionar los datos que proporcionan la tabla y el mapa y hacer operaciones con ellos, para saber qué día se acumularon más kilómetros. Se espera que la mayoría advierta que, aunque la respuesta se puede conocer utilizando solamente sumas, algunos cálculos se facilitan si se plantean y se resuelven multiplicaciones. Algunos procedimientos que los alumnos podrían seguir son:

- 3 viajes de Acámbaro a San Juan del Río y 2 viajes de San Juan del Río a Acámbaro:
 - a) $5 \times 106 = 530$
 - b) $3 \times 106 + 2 \times 106$
 $318 + 212 = 530$
 - c) $106 + 106 + 106 = 318$
 $106 + 106 = 212$
 $318 + 212 = 530$

- 5 viajes de San Juan del Río a Querétaro y 4 viajes de Querétaro a San Juan del Río:
 - a) $9 \times 51 = 459$
 - b) $5 \times 51 + 4 \times 51$
 $255 + 204 = 459$
 - c) $51 + 51 + 51 + 51 + 51 = 255$
 $51 + 51 + 51 + 51 = 204$
 $255 + 204 = 459$

- 3 viajes de Querétaro a Celaya, 2 viajes de Celaya a Querétaro, 3 viajes de Celaya a Salamanca y 2 viajes de Salamanca a Celaya:
 - a) $5 \times 50 + 5 \times 44$
 $250 + 220 = 470$
 - b) $3 \times 50 + 2 \times 50 + 3 \times 44 + 2 \times 44$
 $150 + 100 + 132 + 88 = 470$

$$\begin{aligned} \text{c) } 50 + 50 + 50 &= 150 \\ 50 + 50 &= 100 \\ 44 + 44 + 44 &= 132 \\ 44 + 44 &= 88 \\ 150 + 100 + 132 + 88 &= 470 \end{aligned}$$

Aun cuando los alumnos ya han estudiado la multiplicación y han analizado su relación con la adición, es probable que todavía algunos recurran a cálculos como los señalados en los tres incisos c. Se recomienda que durante la puesta en común se observen diferentes soluciones, con la intención de que analicen en qué casos los cálculos se pueden simplificar si una multiplicación sustituye a una adición en la que los sumandos son iguales.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

60 En la feria

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen las multiplicaciones y las adiciones que les permitan resolver un problema.

60 En la feria

Consigna

En parejas, realicen las actividades.

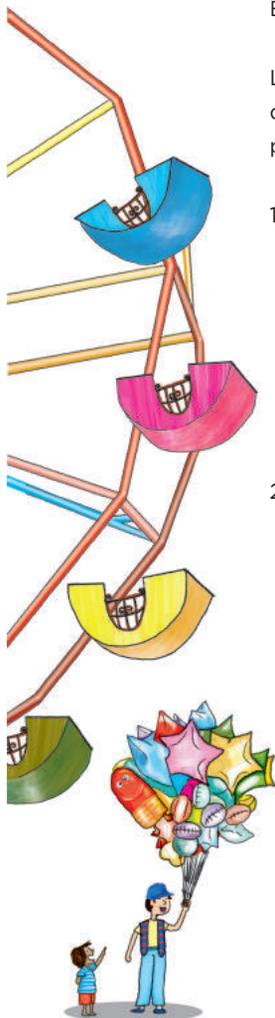
Lean los problemas; luego subrayen la o las operaciones con las que se puede resolver cada uno. Después, elijan la que utiliza el procedimiento más corto.

1. La rueda de la fortuna da 12 vueltas cada vez que se echa a andar. En la mañana del sábado se echó a andar 5 veces, y por la tarde 16 veces más. ¿Cuántas vueltas dio en total?

- a) $12 + 5 \times 16$ b) $5 \times 12 + 16 \times 12$
c) 21×12 d) $12 \times 16 + 5$

2. Al cabo de una semana, la rueda de la fortuna dio 25 vueltas por día, en promedio. Si continúa con este ritmo, ¿cuántas vueltas habrá dado en un mes?

- a) $25 \times 7 \times 4 + 2 \times 25$
b) $25 \times 7 + 25 \times 7 + 25 \times 7 + 25 \times 7 + 2 \times 25$
c) $4 \times 25 + 4 \times 7 + 2$
d) 30×25



3. La rueda de la fortuna tiene 14 canastillas, en cada una pueden subir 2 personas. Si todas las canastillas se ocupan, ¿cuántas personas habrán subido después de 8 vueltas?

- a) $14 \times 2 + 8 \times 2$
- b) $14 \times 8 \times 2$
- c) $10 \times 2 + 4 \times 2 \times 8$
- d) 28×8

¿Y después de 25 vueltas, cuántas habrán subido?

- a) $25 \times 2 \times 14$
- b) 28×25
- c) $25 \times 14 + 2$
- d) $14 \times 2 + 25 \times 2$

4. El viernes se vendieron 80 boletos para la rueda de la fortuna: 37 para niños y 43 para adultos. ¿Cuánto dinero se obtuvo de la venta de los 80 boletos?

- a) $37 \times 15 + 43 \times 20$
- b) $80 \times 15 + 80 \times 20$
- c) $30 \times 15 + 7 \times 15 + 40 \times 20 + 3 \times 20$
- d) $35 \times 37 + 43$



Consideraciones previas

Ahora los alumnos se enfrentan al reto de seleccionar entre las operaciones que se presentan en cada problema, las que pueden servirles para resolverlo. Esta tarea implica que ellos interpreten las operaciones y analicen, por un lado, la relación posible entre cada operación planteada y el problema, y por otro, el significado de cada número con relación a los datos del problema.

Como se observa en las posibles respuestas, la suma se incluye para cálculos en los que sea necesario sumar cantidades diferentes, pues se pretende que los alumnos avancen en la construcción del significado de la multiplicación. Se espera, además, que ellos apliquen algunos aspectos estudiados anteriormente, como la jerarquía de las operaciones o la posibilidad de descomponer un número en expresiones aditivas y multiplicativas.

Se recomienda analizar con detenimiento cada uno de los problemas y las opciones de respuesta que dan los alumnos, ya que en todos hay más de una respuesta correcta. Se debe hacer hincapié en la posibilidad de establecer diferentes tipos de operación para resolver la misma situación.

Es importante escuchar las discusiones que se generen al interior de los equipos para conocer cómo interpretan los números en cada operación; por ejemplo, ¿qué representa para ellos el 21 en la operación 21×12 ? O en otro de los problemas, ¿es posible que una operación sea correcta si incluye el 28 y ese número no sea un dato que se lea en el problema?

Una estrategia que enriquecería la puesta en común es que, además de mencionar cuáles son las opciones que eligieron para resolver el problema, algunas parejas expliquen cómo decidieron cuáles eran las operaciones más adecuadas, y otras parejas expongan cómo eligieron los cálculos que no iban a dar una respuesta correcta al problema.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

61 Cuadriláteros

Intención didáctica

Que los alumnos construyan cuadriláteros y describan algunas de sus características.

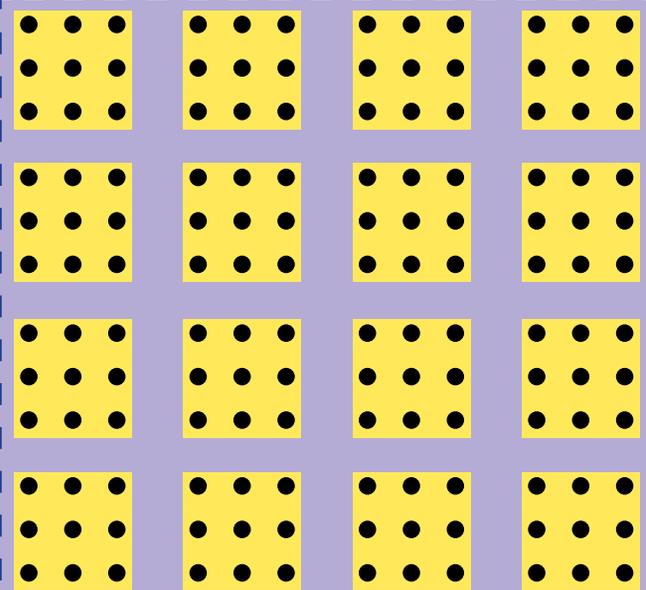
61 Cuadriláteros

Consigna

En equipos, desarrollen la actividad.

En cada conjunto de puntos tracen una figura de 4 lados, de tal manera que sus vértices sean cuatro de los puntos. Dos figuras con igual forma y medida se consideran como una sola, y en total hay 16 figuras, ¡encuentren todas!

Cuadrilátero



Consideraciones previas

Previamente prepare un pliego de papel semejante al del cuadrado de los alumnos, de tamaño adecuado para que todo el grupo trabaje. Es importante aclarar que cuando los alumnos hayan registrado las figuras, este pliego se ocupará en la siguiente consigna.

Cuando los alumnos hayan terminado de trabajar en su hoja, pasarán al frente del grupo para registrar en el pliego de papel los cuadriláteros que encontraron. Ya que estén completos, pida a algunos alumnos que mencionen lo que saben de cada figura, incluyendo el nombre, por ejemplo:

Es un cuadrado.

Tiene dos pares de lados paralelos.

Es simétrico.

Sus ángulos son iguales.

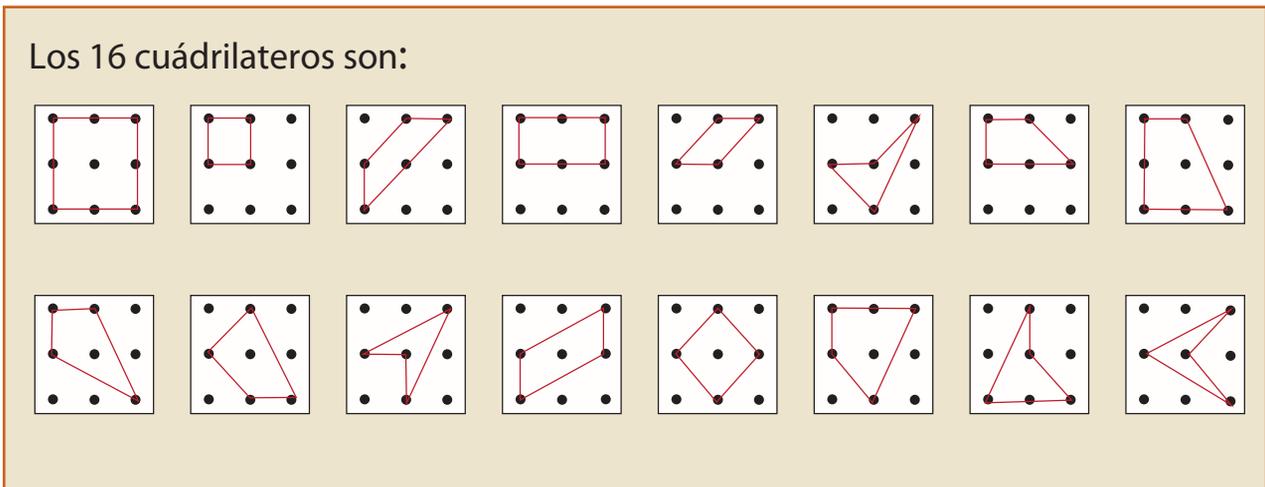
Sus cuatro lados son iguales.

Tiene lados perpendiculares.

Tiene cuatro ejes de simetría.

Sus ángulos miden 90°

Los 16 cuadriláteros son:



Pero no podrán enumerar algunas características de ciertas figuras, incluso tal vez no sepan su nombre. Si el maestro lo considera conveniente puede decirles los nombres de las figuras y alguna característica que los alumnos no identifiquen.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

62 ¿En qué se parecen?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la característica común de colecciones de cuadriláteros, asimismo a los cuadriláteros que tienen alguna característica en particular.

62 ¿En qué se parecen?

Consigna 1

Observen el pliego de papel del profesor que contiene los cuadriláteros de la sesión anterior; él señalará varias figuras y ustedes dirán qué característica en común tienen esos cuadriláteros.



Consigna 2

Ahora, del mismo material, el profesor nombrará una característica y ustedes dirán cuáles cuadriláteros tienen esa característica.



Consideraciones previas

Previamente enumere los cuadriláteros del desafío anterior y pegue el pliego de papel al frente, por ejemplo:

Para la consigna 1, las colecciones que puede proponer son:

- a) 1, 2 y 13 (lo que tienen en común es que son cuadrados).
- b) 1, 2, 4, 5, 12 y 13 (tienen dos pares de lados opuestos paralelos).
- c) 3, 7 y 8 (tienen sólo un par de lados paralelos).
- d) 1, 2, 3, 4, 9, 11, 13 y 16 (tienen al menos un eje de simetría).
- e) 6, 11, 15 y 16 (tienen un ángulo mayor de 180°).
- f) 9, 10 y 14 (no tienen lados paralelos).

El maestro puede proponer otras colecciones de cuadriláteros con alguna característica común, incluso sugerir a los alumnos que mencionen otras colecciones.

Para la consigna 2, el maestro puede mencionar características como:

- a) Tienen exactamente un eje de simetría (3, 9, 11 y 16).
- b) Tienen exactamente dos ejes de simetría (4).
- c) Tienen cuatro ejes de simetría (1, 2 y 13).
- d) Tienen sólo un par de lados paralelos (3, 7 y 8).

Asimismo, pedir que los alumnos las mencionen.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

63 Los habitantes de México

Intención didáctica

Que los alumnos contesten preguntas con base en información explícita e implícita de tablas y gráficas de barras.

63 Los habitantes de México

Consigna

En equipos, contesten las preguntas que se plantean en los dos problemas siguientes.

1. En las tablas se presenta el número de habitantes que tenían las entidades federativas de nuestro país según el censo de 2010, aplicado por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (Inegi). Con base en esta información contesten las preguntas:

Entidad federativa	Población total (2010)	Entidad federativa	Población total (2010)
Aguascalientes	1184996	Morelos	1777227
Baja California	3155070	Nayarit	1084979
Baja California Sur	637026	Nuevo León	4653458
Campeche	822441	Oaxaca	3801962
Coahuila	2748391	Puebla	5779829
Colima	650555	Querétaro	1827937
Chiapas	4796580	Quintana Roo	1325578
Chihuahua	3406465	San Luis Potosí	2585518
Distrito Federal	8851080	Sinaloa	2767761
Durango	1632934	Sonora	2662480
Guanajuato	5486372	Tabasco	2238603
Guerrero	3388768	Tamaulipas	3268554
Hidalgo	2665018	Tlaxcala	1169936
Jalisco	7350682	Veracruz	7643194
México	15175862	Yucatán	1955577
Michoacán	4351037	Zacatecas	1490668

a) ¿Qué estado de la República Mexicana tiene el mayor número de habitantes?

b) ¿Cuál es la entidad con menor número de habitantes?

c) Si se suma la población de las entidades que se encuentran en la frontera del norte y las de la frontera del sur, ¿cuáles reúnen más habitantes?

d) ¿Cuál es la diferencia entre la entidad más poblada y la menos poblada, en número de habitantes?

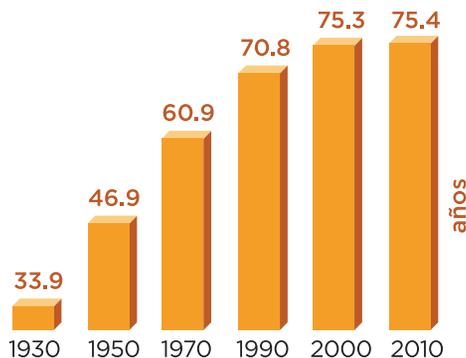
e) Busquen la entidad en la que viven y anoten el número de habitantes que se reportó en el censo de 2010.

f) ¿Cuáles son las entidades que tienen menos de un millón de habitantes?



2. Lean el siguiente texto, luego con la información de la gráfica contesten las preguntas.

La **esperanza de vida** se refiere al **número de años que en promedio se espera que viva una persona** después de nacer. Una esperanza de vida alta indica un mejor desarrollo económico y social en la población. La gráfica muestra la “esperanza de vida” en diferentes años en México.



a) ¿Cuál era la esperanza de vida en 1930?

b) ¿Cuántos años en promedio puede vivir su generación?

c) ¿Cuántos años ha aumentado la esperanza de vida de 1950 a 2010?

d) ¿Creen que el tipo de alimentación influya para que la esperanza de vida haya aumentado tanto en las últimas décadas?

¿Por qué? _____

e) ¿Qué aspectos consideran que puedan influir para que la esperanza de vida aumente?



Consideraciones previas

Aunque los alumnos ya han hecho este tipo de trabajos, es necesario que sigan interpretando tablas y gráficas, ya que es una forma común de presentar información.

Ahora se trata de que además de leer lo que se indica en las tablas y las gráficas, se pueda dar información adicional, para lo cual se debe ir más allá de lo que estos portadores ofrecen.

Aquí, los alumnos pondrán en juego varios conocimientos estudiados en otros contenidos. Por ejemplo, en la tabla se presenta el número de habitantes por entidad en nuestro país, pero el orden en que aparece está de manera alfabética, así que tendrán que comparar números para determinar el estado que tiene menos o más habitantes.

De igual forma, será necesario operar con ellos para responder a la diferencia entre el que tiene mayor y el menor número de habitantes.

Otro aspecto importante que se debe resaltar es la posibilidad de correlacionar este trabajo con el de otras asignaturas, como el caso de Geografía, ya que será necesario que reconozcan los estados que son frontera con los países que limitan con el nuestro, tema que se estudia en el bloque I de esta asignatura.

En el caso de la gráfica de barras sucede algo semejante, en tanto que los alumnos no sólo se concretarán a dar respuestas numéricas que se obtienen de ella, sino que habrán de poner en juego conocimientos estudiados en la asignatura de Ciencias Naturales, bloque I, en el que se analiza el aporte nutrimental de los alimentos, la importancia de las vacunas y cómo su descubrimiento ha favorecido a que aumente la esperanza de vida.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

64 Cuida tu alimentación

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones entre la información que se presenta en una tabla y la de una gráfica de barras, con el fin de que elaboren sus propias conclusiones.

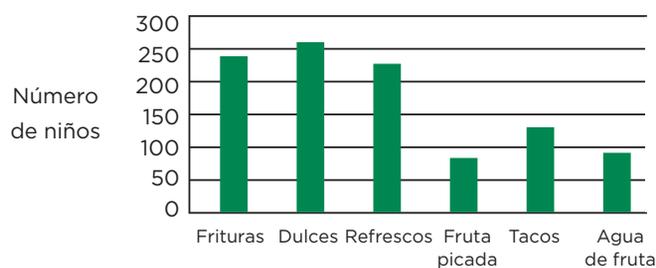
64 Cuida tu alimentación

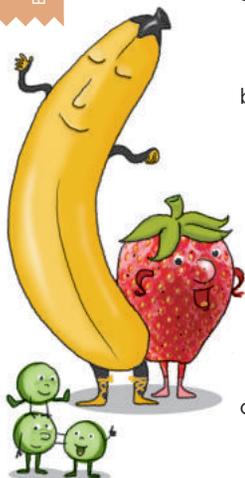
Consigna

1. En la siguiente tabla se registraron los problemas de sobrepeso en la escuela Nezahualcóyotl, y en la gráfica la venta semanal de algunos productos. Con base en la información de la tabla y la gráfica, en equipos contesten las preguntas.

Escuela Nezahualcóyotl					
		Con sobrepeso		En riesgo	
Grado	Núm. de alumnos	Niños	Niñas	Niños	Niñas
1°	35	4	5	3	3
2°	32	3	3	2	1
3°	40	4	3	1	3
4°	38	2	1	2	2
5°	36	1	1	4	3
6°	40	3	3	2	3

Cooperativa escolar
Consumo semanal



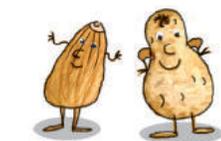


a) ¿En qué grupo hay más alumnos con problemas de sobrepeso?

b) ¿Consideran que hay más riesgo de sobrepeso en las niñas que en los niños?

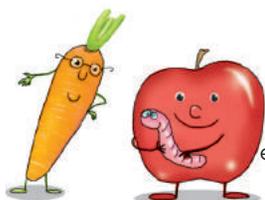
¿Por qué?

c) ¿Qué se vende más en la cooperativa de la escuela?



d) ¿Creen que haya alguna relación entre el problema de sobrepeso y lo que consumen los niños de esta escuela?

¿Por qué?



e) Además de la alimentación, en su estancia en la escuela, ¿qué sugerencias les darían a sus compañeros para disminuir el problema del sobrepeso?



Consideraciones previas

A diferencia del trabajo desarrollado en el desafío anterior, en éste se trata de relacionar la información que se presenta en los dos recursos (tabla y gráfica de barras). Si bien es importante contestar preguntas con información que se obtiene directamente de la tabla o la gráfica, como ¿en qué grupo hay más alumnos con problemas de sobrepeso? y ¿qué se vende más en la cooperativa de la escuela?, hay mayor exigencia cuando se debe considerar la información de los dos portadores, tal es el caso de la pregunta del inciso *d*, cuya intención es que los alumnos, después de analizar y discutir la información en ambos, concluyan que un factor importante del sobrepeso de las personas es el tipo de alimentación; en la gráfica se muestra que los alumnos de esta escuela tienen un alto consumo de alimentos que producen sobrepeso (frituras, dulces y refrescos).

Una vez que se ha tocado un problema de salud muy importante para nuestro país, el sobrepeso, vale la pena comentarlo un poco más, y la pregunta que tiene ese fin es la del inciso *e*, ya que la construcción de la respuesta conlleva a identificar algunos factores de riesgo y hacer conciencia en los alumnos para evitarlos. Entre otros aspectos, se intenta promover una alimentación balanceada y fomentar la práctica de algún deporte o cualquier otro tipo de ejercicio de acuerdo con su edad.

Respecto a la interpretación de la información de la tabla y la gráfica, se sugiere subrayar los siguientes aspectos:

- En el inciso *a* se hace referencia a alumnos, es decir, niños y niñas con sobrepeso, no únicamente niños o sólo niñas, y no se considera a los que están en el estatus de riesgo. El grupo con más problemas de sobrepeso es el de primero, con una frecuencia de 9.
- En el inciso *b* se hace referencia a los niños y las niñas de todos los grupos con el estatus de riesgo, que por cierto es muy similar: 14 niños y 15 niñas.
- En el inciso *c*, la altura de las barras determina la frecuencia de consumo de los alimentos, tomando como referencia la escala del eje vertical. Los alimentos de mayor consumo son los dulces, las frituras y los refrescos, con una frecuencia aproximada de 250, 230 y 220, respectivamente.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Bloque 4



65

¿Qué parte es?

Intención didáctica

Que los alumnos calculen fracciones de cantidades enteras.

65

¿Qué parte es?

Consigna

En equipos, resuelvan los problemas.

1. Durante los últimos 4 meses, una fábrica de calzado ha vendido su producción de la siguiente manera:

- $\frac{1}{4}$ parte a un distribuidor de Celaya.
- $\frac{3}{5}$ partes a un distribuidor de Colima.
- El resto de la producción fue vendida al menudeo por la misma fábrica.

Completen la siguiente tabla para determinar la cantidad de la producción que se vendió a cada distribuidor.

Mes	Producción (pares de zapatos)	Venta a Celaya (pares de zapatos)	Venta a Colima (pares de zapatos)	Venta al menudeo (pares de zapatos)
Marzo	7600			
Abril	6100			
Mayo	10500			
Junio	12300			



2. Una familia compró un taxi; el papá aportó \$ 80 000, la mamá \$ 40 000, y el hijo será quien lo maneje. Los tres decidieron repartir las ganancias que se obtengan de la siguiente forma: al papá $\frac{4}{8}$ de las ganancias, a la mamá $\frac{1}{5}$ y al hijo $\frac{3}{10}$. A continuación se muestran las ganancias que obtuvieron en los últimos 5 días; calculen la cantidad de dinero que le corresponde a cada uno y completen la tabla.

Día	Ganancia (pesos)	Papá (pesos)	Mamá (pesos)	Hijo (pesos)
Lunes	560			
Martes	480			
Miércoles	640			
Jueves	490			
Viernes	510			



Cuarto grado | 121

Consideraciones previas

Los alumnos han calculado fracciones de magnitudes continuas como superficies de figuras y longitudes; ahora se trata de calcular fracciones de magnitudes discretas como pueden ser el dinero o los zapatos, que se usan en este desafío.

En el primer problema, seguramente los alumnos se darán cuenta de que basta con dividir las cantidades producidas entre 4, y ese número representa $\frac{1}{4}$ de la producción. En el caso de Colima, no sólo deberán dividir las cantidades producidas entre 5, sino multiplicar el número resultante por 3, o bien, sumarlo tres veces para obtener la cantidad correcta. Un error común es esto último, es decir, que a los alumnos se les olvida que se indica obtener $\frac{3}{5}$ partes y no $\frac{1}{5}$.

Además, se pide encontrar el resto de la producción (la vendida al menudeo); es probable que los alumnos identifiquen la fracción que le corresponde a esta cantidad: $\frac{3}{20}$ y después la apliquen a la producción mensual. Otros seguramente se darán cuenta de que esto ya no es necesario, pues basta con restar a la producción trimestral la venta del distribuidor de Celaya y al resultado restarle la venta del distribuidor de Colima, o bien, sumar las ventas de los dos distribuidores y el resultado restarlo a la producción mensual.

Un ejemplo de esto es:

Producción de marzo	-	Venta a Celaya	=	5 700	-	Venta a Colima	=	Venta al menudeo
7 600	-	1 900	=	5 700	-	4 560	=	1 140
Venta a Celaya	+	Venta a Colima	=	6 460				
1 900	+	4 560	=	6 460				
Producción total	-	La suma de la venta a Celaya + la venta a Colima	=	Venta al menudeo				
7 600	-	6 460	=	1 140				

Es conveniente que los alumnos validen sus propios resultados, para ello, al terminar de llenar la tabla se les podría preguntar, ¿de qué manera verificarían si sus resultados son correctos?

Una forma es comprobar que la suma de las tres ventas corresponda con la producción trimestral.

Por otra parte, también es importante que los alumnos sepan discriminar la información que contiene un problema, es decir, saber cuál es útil para contestar lo que se pide y cuál no, como en el caso del problema 2, en el que las aportaciones de la mamá (\$40 000) y del papá (\$80 000) son datos innecesarios para llegar a las respuestas; por tanto, si los alumnos los consideran es conveniente discutir sus argumentos.

Para conocer las ganancias del papá es probable que los alumnos calculen primero una octava parte y después multipliquen el resultado por 4; si así sucede, para los días jueves y viernes tendrán mayor complejidad, ya que las cantidades no son múltiplos de 8 y por tanto será necesario trabajar con decimales;

una buena alternativa es trabajar con fracciones equivalentes, $\frac{4}{8}$ es equivalente a $\frac{1}{2}$, en consecuencia, el dinero que le corresponde al papá es la mitad de la ganancia diaria.

Por las fracciones que les corresponden al hijo y a la mamá, es pertinente usar otras expresiones equivalentes: $\frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1}{5}$. Para obtener el dinero de la mamá puede calcularse la décima parte de la ganancia y después duplicar el resultado.

Si a los alumnos no se les ocurren estos procedimientos, vale la pena comentarlos como otra forma de obtener los resultados. Una vez que se complete la tabla, los alumnos pueden verificar que la ganancia por día sea igual a la suma de las cantidades que reciben diariamente el papá, la mamá y el hijo.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

66

¿Qué fracción es?

Intención didáctica

Que los alumnos determinen qué fracción representa una parte de una cantidad dada.

66

¿Qué fracción es?

Consigna

En equipos, resuelvan los problemas.

1. En un grupo de 4° grado compraron rosas y claveles para obsequiarlas el 10 de mayo. De acuerdo con la ilustración, ¿qué fracción del total de flores son claveles?



2. Juan está completando su álbum de animales acuáticos, de felinos y de aves; la siguiente ilustración representa las estampas que tiene repetidas. ¿Qué fracción del total de estampas repetidas corresponde a cada grupo?



3. En la siguiente tabla se registraron los vehículos que pasaron por una caseta de cobro en dos horas distintas de un día. Escriban la fracción que le corresponde a cada tipo de auto, de acuerdo con el total de usuarios en esa hora.

Tipo de vehículo	De las 9:00 a las 10:00 horas	Fracción	De las 15:00 a las 16:00 horas	Fracción
Auto particular	30		20	
Autobús de pasajeros	50		24	
Camión de carga	20		16	

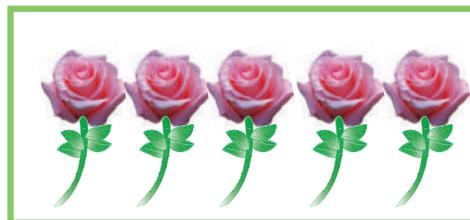
Consideraciones previas

En los dos primeros problemas las cantidades se representan gráficamente, es decir, para establecer una relación hay que hacer conteos, y en el tercero, las cantidades están dadas con cifras, por lo que puede resultar más complejo para los alumnos.

En el caso del primer problema se tienen 20 flores, de las cuales 5 son claveles, ¿qué fracción del total corresponde a los claveles? Es posible que los estudiantes primero determinen que una flor es $\frac{1}{20}$ del total, por tanto, los claveles representan $\frac{5}{20}$; otra posibilidad es que gráficamente determinen 4 subconjuntos de flores en donde uno de ellos corresponde a los claveles, así que la fracción que representa es $\frac{1}{4}$.



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{4}$$

Una posibilidad más es que logren identificar la razón “5 de 20” y que la representen con una fracción ($\frac{5}{20}$); además aprovechar la ocasión para manejar equivalencias como: $\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{5}{20}, \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$.

Una pregunta que también se puede hacer es, ¿qué fracción del total de flores corresponde a las rosas? Luego, pedir que verifiquen si el todo es igual a la suma de sus partes, es decir, que al sumar la fracción que representa a los claveles y la fracción que representa a las rosas debe obtenerse 1.

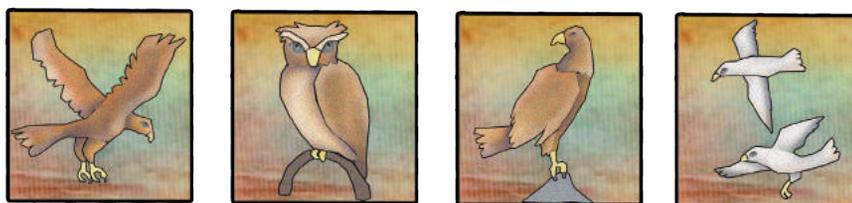
Pensar en esta unidad que se obtiene es diferente a pensar en tener una flor y dividirla en varias partes, por lo que ésta es otra forma de concebir a la fracción.

En el segundo problema, a diferencia del primero, son varias las fracciones que se deben determinar aunque todas son parte de la misma cantidad (12 estampas).

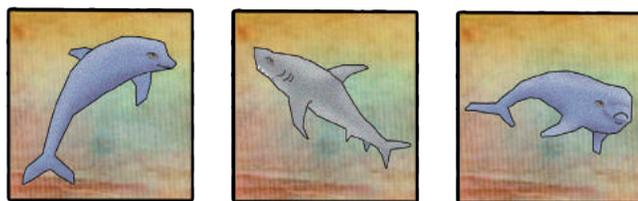
La fracción $\frac{5}{12}$ corresponde a los felinos.



$\frac{4}{12}$ o $\frac{1}{3}$ corresponde a las aves.



y $\frac{3}{12}$ o $\frac{1}{4}$ corresponde a los animales acuáticos.



Se sugiere hacer notar el uso de fracciones equivalentes para representar la misma cantidad.

El tercer problema es más complejo; por un lado, las cantidades totales son dos (autos por cada hora), que no están dadas y deben calcularse (100 autos de 9:00 a 10:00 y 60 de 15:00 a 16:00 horas), y en segundo lugar porque algunas fracciones toman como referencia a 100 (tercera columna) y otras a 60 (quinta columna).

Igual que en los casos anteriores, se sugiere analizar con detalle los procedimientos empleados por los alumnos y subrayar el uso de fracciones equivalentes; por supuesto, no olvidar verificar que las tres fracciones obtenidas para cada hora sumen 1.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

67

¿Cuántos eran?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la cantidad total a partir de una fracción dada.

67

¿Cuántos eran?

Consigna

Resuelvan los siguientes problemas, en parejas.

1. El equipo que está en una actividad con la maestra Elena representa la séptima parte del grupo; ¿cuántos alumnos hay en ese grupo?

2. Este año, en el zoológico se observó que la población de patos correspondía a las $\frac{2}{5}$ partes del total de la población de aves acuáticas. Si hay 36 patos, ¿cuál es el total de aves acuáticas?

3. En una bodega había cajas con frascos de frutas y verduras en conserva. Del total de frascos, $\frac{2}{3}$ tenían fresas, la cuarta parte duraznos, y también había 2 frascos de chiles y zanahorias, que representaban $\frac{1}{12}$ del total de envases.

a) ¿Cuántos frascos había en las cajas?

b) ¿Cuántos frascos había de cada producto?



Consideraciones previas

En consignas anteriores los alumnos resolvieron problemas en los que debían completar una figura al mostrarles una fracción de la misma, es decir, se partía de la idea de un entero como unidad fraccionada. Ahora se trata de que calculen el total de elementos que integran la unidad de referencia a partir de una fracción de la misma.

Es recomendable que los alumnos discutan en grupo las respuestas y procedimientos de un problema antes de resolver el siguiente; esta estrategia ayuda a enriquecer sus procedimientos e incorporar los que consideren útiles.

En el primer problema se debe advertir que la unidad de referencia es el total de alumnos del grupo y que, en este caso, debe ser siete veces la cantidad de niños que se observan en la ilustración. Aunque se espera que los alumnos multipliquen 3 por 7 para obtener la respuesta, es probable que algunos necesiten dibujar tres niños siete veces.

El segundo problema presenta la dificultad de que 36 no se divide exactamente entre 5, por lo que se puede pensar de la siguiente forma: si 36 patos representan $\frac{2}{5}$ partes de todas las aves, entonces la mitad (18 patos) representa $\frac{1}{5}$, así que $18 \times 5 = 90$ es el total de aves acuáticas.

La solución del tercer problema implica utilizar recursos analizados en sesiones anteriores, pues al calcular el total de frascos tendrán información nueva para conocer cuántos frascos corresponden a la fracción de los otros productos.

Un procedimiento que los alumnos pueden utilizar para responder este problema es el siguiente:

- Si 2 frascos de zanahorias y chiles representan $\frac{1}{12}$ del total de frascos, entonces se puede multiplicar 2×12 para obtener un total de 24 en las cajas.

De donde $\frac{2}{3}$ contienen fresas, así que:
 $24 \div 3 = 8$ y $8 \times 2 = 16$ frascos de fresas.

$\frac{1}{4}$ tiene duraznos, entonces
 $24 \div 4 = 6$ frascos de duraznos.

La comprobación es:
 16 frascos de fresas + 6 de duraznos + 2 de chiles y zanahorias = 24 .

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

68

¡Primero fíjate si va!

Intención didáctica

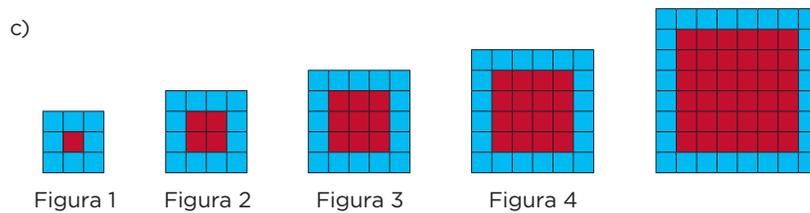
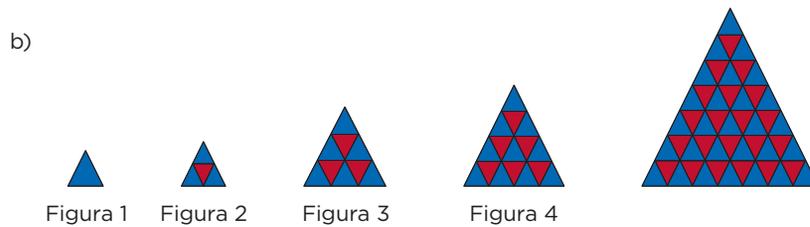
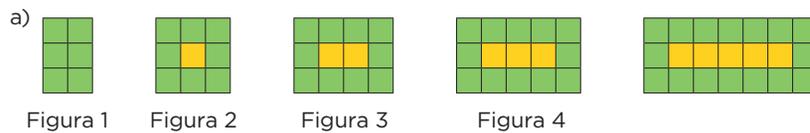
Que los alumnos determinen si una figura corresponde o no a la sucesión que se presenta.

68

¡Primero fíjate si va!

Consigna

En equipos, determinen en cada caso si la figura de la derecha corresponde o no a la sucesión de figuras. En caso afirmativo, escriban qué lugar le corresponde.



Consideraciones previas

Los alumnos ya han resuelto problemas con sucesiones en las que sólo entraba en juego un elemento que iba variando de acuerdo con el lugar que ocupaba.

Ahora se trata de que identifiquen la variación entre dos características que tienen las figuras. Por ejemplo, en el primer ejercicio en la misma figura hay cuadrados verdes y cuadrados amarillos.

Al observar cómo cambian de acuerdo con el lugar que ocupan se establecen las siguientes sucesiones:

Número de figura	1	2	3	4
Número de cuadrados verdes	6	8	10	12
Número de cuadrados amarillos	0	1	2	3

No es necesario que los alumnos presenten una tabla como la anterior, sin embargo, se les puede facilitar para que aprecien con claridad la variación que se da en la sucesión de los cuadrados de cada color.

Con este análisis, los alumnos podrán determinar si la figura de la derecha (16 cuadrados verdes y 5 cuadrados amarillos) corresponde o no a la sucesión, y si es así dirán qué lugar le corresponde (en este caso, la figura sí corresponde a la sucesión y es la figura número 6).

Para los otros casos, se espera el mismo trabajo descrito anteriormente y que los alumnos lleguen a la conclusión de que en el caso del inciso *b*, la figura sí corresponde a la sucesión y es la número 7; mientras que en el caso del inciso *c*, la figura de la derecha no corresponde a la sucesión que se presenta.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

69

Estructuras de vidrio

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que implican establecer relaciones entre las distintas variables que intervienen en sucesiones compuestas formadas con figuras.

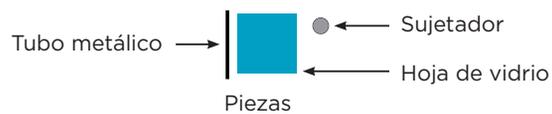
69

Estructuras de vidrio

Consigna 1

En equipos de tres integrantes, resuelvan el siguiente problema.

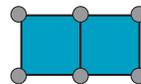
A Diego le encargaron armar estructuras de vidrio para la fachada de un edificio. Las piezas que necesita son: hojas de vidrio cuadrado, tubo metálico y sujetadores.



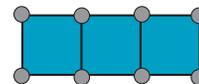
La secuencia de estructuras que debe armar es la siguiente:



Estructura 1



Estructura 2



Estructura 3

a) ¿Cuántos tubos metálicos y cuántos sujetadores necesita Diego para hacer una estructura con 5 hojas de vidrio?

b) ¿Cuántos tubos metálicos y cuántos sujetadores necesita Diego para hacer una estructura con 10 hojas de vidrio?

Consigna 2

En equipos, resuelvan el siguiente problema.

Se está armando un piso de madera con las siguientes sucesiones de estructuras:

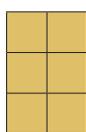


Figura 1

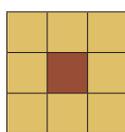


Figura 2

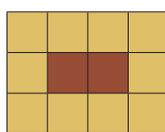


Figura 3

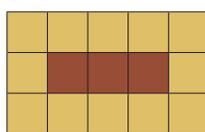


Figura 4

¿Cuántos cuadrados de color café y de color beige se necesitan para armar una estructura de 30 piezas en total y que corresponda con la sucesión? ¿Cuál es el perímetro de esta estructura de 30 piezas?



Consideraciones previas

Con este problema, la idea principal es que los alumnos identifiquen las regularidades de los elementos que intervienen en las estructuras (tubos, hojas de vidrio y sujetadores).

Respecto al inciso *a*, es probable que algunos alumnos recurran al dibujo para resolver el problema; otros, tal vez establezcan sucesiones numéricas de los diferentes componentes de las estructuras:

- Sucesión numérica de la cantidad de hojas de vidrio: 1, 2, 3, 4, 5,...
- Sucesión numérica del número de tubos: 4, 7, 10, 13, 16,...
- Sucesión numérica del número de sujetadores: 4, 6, 8, 10, 12,...

Y analicen la relación entre ellos:

Hojas de vidrio	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tubos	4	7	10	13	16	19	22	25	28	30
Sujetadores	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22

En este caso, la respuesta sobre el número de tubos y sujetadores para una estructura con 5 hojas de vidrio es: 16 tubos y 12 sujetadores.

En el caso de la pregunta del inciso *b*, quizá algunos alumnos continúen dibujando la secuencia de figuras de la sucesión y luego cuenten los elementos necesarios; sin embargo, quienes resolvieron el inciso anterior a partir de establecer sucesiones numéricas, es muy probable que continúen cada una de las sucesiones hasta los 10 términos.

Tal vez otros piensen que como para 5 hojas de vidrio se necesitan 16 tubos y 12 sujetadores, entonces para 10 hojas de vidrio se necesitan 32 tubos y 24 sujetadores.

Si esto ocurre, hay que pedirles que comprueben sus respuestas, por ejemplo, haciendo los dibujos.

En la consigna 2 se pide un razonamiento más complejo y la aplicación de conceptos, vistos anteriormente.

Para responder la primera pregunta los alumnos pueden pensar en que si la figura 4 tiene 15 piezas, para tener una de 30 se necesitará el doble de cada color. Si llegan a esa respuesta habrá que solicitarles que la comprueben, o bien, hacerles preguntas como: ¿los mosaicos cafés aumentan en esa proporción de una estructura a otra?

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

70

De varias formas

Intención didáctica

Que los alumnos relacionen las variables que intervienen en una sucesión compuesta formada con figuras y la sucesión numérica que se deriva de ellas.

70

De varias formas

Consigna 1

En parejas, resuelvan los problemas.

1. La siguiente sucesión numérica corresponde al número de cuadrados verdes y azules de la sucesión de figuras. ¿Cuáles son los cuatro términos que continúan esta sucesión?

6, 0, 8, 1, 10, 2, 12, 3, _____, _____, _____, _____, ...



Figura 1

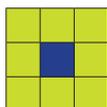


Figura 2

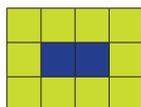


Figura 3



Figura 4

2. Escriban la sucesión numérica que corresponde al número de cuadrados azules y rojos de la siguiente sucesión de figuras:



Figura 1

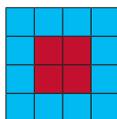


Figura 2

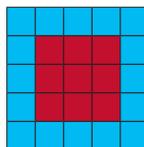


Figura 3

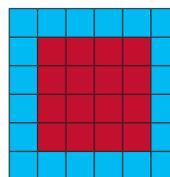


Figura 4

Sucesión: _____, _____, _____, _____, _____, _____, _____

- a) ¿Los números 5 y 10 corresponden a la sucesión numérica?

¿Por qué?

b) ¿Cuántos cuadrados azules tendrá la figura 5 de la sucesión?

¿Y cuadrados rojos?

Consigna 2

En parejas, hagan lo siguiente:

1. Escriban dos sucesiones de números que sean compuestas y que tengan 8 términos.

2. Con figuras elaboren dos sucesiones compuestas que tengan 5 elementos.

Consideraciones previas

En el problema 1 se espera que los alumnos identifiquen que el primer término de la sucesión numérica corresponde al número de cuadrados verdes, mientras que el segundo término corresponde al número de cuadrados azules.

Es probable que en algunos equipos hagan el análisis de la sucesión numérica compuesta, separando las dos sucesiones que la componen; por ejemplo:

- Sucesión de cuadrados verdes: 6, 8, 10, 12,...
- Sucesión de cuadrados azules: 0, 1, 2, 3,...

Luego, a partir de ellas, se den cuenta de que la regularidad de cuadrados verdes aumenta de 2 en 2, mientras que la regularidad de cuadrados azules aumenta de 1 en 1. Y que ambas sucesiones van intercaladas y empiezan con el número que corresponde a los cuadrados verdes:

- 6, 0, 8, 1, 10, 2, 12, 3,...

Si esto no ocurre, se les podría preguntar: ¿cuántos cuadrados verdes y cuántos azules tendrá la figura que ocupe el lugar 5?, ¿y la que ocupe el lugar 10?

Finalmente, se espera que los alumnos establezcan que los cuatro números que continúan la sucesión son:

- 6, 0, 8, 1, 10, 2, 12, 3, 14, 4, 16, 5

Respecto al problema 2, se esperaría que ya no tengan dificultades en determinar que la sucesión numérica se deriva del número de cuadrados azules y rojos:

- 8, 1, 12, 4, 16, 9, 20, 16,...

Ya sea que se dejen de tarea y se revisen la siguiente clase, se puede pedir a los alumnos que inventen sucesiones numéricas compuestas y las intercambien con otros compañeros para encontrar términos faltantes o que continúan.

También se les podría sugerir que hagan sucesiones numéricas compuestas a partir de una sucesión hecha con cubos. Por ejemplo:

- Sucesión de números de cubos que se ven con número de caras azules.
- Sucesión de números de cubos que se ven con número de caras verdes.
- Sucesión de números de cubos con número de caras que se pueden ver.



Figura 1



Figura 2

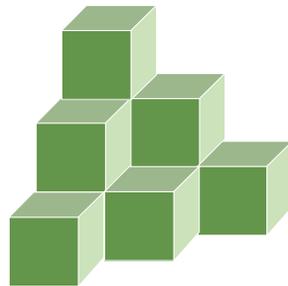


Figura 3

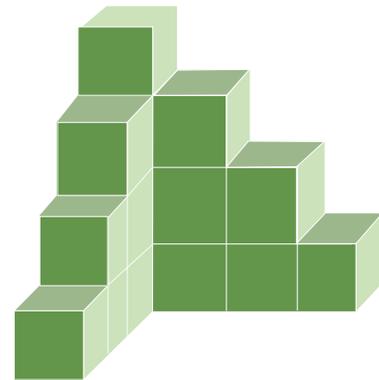


Figura 4

Respecto a la consigna 2, se puede pedir que intercambien sus sucesiones con otra pareja y que escriban o dibujen dos términos que las continúen.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

71

Problemas olímpicos

Intención didáctica

Que los alumnos interpreten la parte decimal de un número en el contexto de la medición, para resolver problemas aditivos.

71

Problemas olímpicos

Consigna 1

Resuelvan los siguientes problemas en parejas.

1. La gimnasia femenil es una de las pruebas que se llevan a cabo en las Olimpiadas. Las gimnastas participan en cuatro pruebas: caballo o potro, barra de equilibrio, barras asimétricas y ejercicios de piso. Las medidas de los aparatos son:

Aparato	Altura desde el piso	Largo	Ancho
Barras asimétricas	Superior: 2.35 m	1.50 m	0.07 m
	Inferior: 1.5 m		
Barra de equilibrio	1.2 m	5 m	0.10 m
Caballo o potro	1.20 m	1.6 m	0.35 m

a) ¿Cuál es la diferencia entre el largo del caballo y el largo de la barra de equilibrio?

b) ¿Cuántos centímetros mide el ancho de cada barra asimétrica?

c) ¿Cuántos centímetros es más ancho el caballo que la barra de equilibrio?

d) ¿Cuál es la diferencia entre la altura de las dos barras asimétricas?

2. El basquetbol se hizo oficial como categoría olímpica en los Juegos Olímpicos de 1936; en los Juegos Olímpicos de 1928 y de 1932 solamente fue un deporte de exhibición. Éstas son algunas medidas de la cancha en la que se practica este deporte:



- ¿Cuál es la distancia entre la línea de tiro libre y la línea de media cancha?

- ¿Qué distancia hay entre las dos líneas de tiro libre?

- Si un jugador logra encestar desde la línea de media cancha, ¿cuál es la longitud de su tiro?

- ¿Cuál es la medida del ancho de la cancha?



Consigna 2

Organizados en parejas escriban los signos $>$, $<$ o $=$, para comparar estas expresiones. No se vale usar calculadora.

a) 8.15 m $12.87 \text{ m} - 4.68 \text{ m}$

b) 4.60 m $0.25 \text{ m} + 3.48 \text{ m} + 0.50 \text{ m}$

c) $63 \text{ cm} + 78 \text{ cm} + 59 \text{ cm}$ 2.08 m

d) $8 \text{ dm} + 35 \text{ dm}$ 3.30 m

e) 3.52 m $35 \text{ dm} + 2 \text{ cm}$



Consideraciones previas

En consignas anteriores los alumnos resolvieron problemas aditivos con números decimales en el contexto del dinero, en ésta se trata de que operen con este grupo de números en otro contexto que también es común para ellos, el de la medición.

Todas las medidas que se incluyen en los dos problemas están expresadas en metros, sin embargo, no todas tienen la misma cantidad de cifras decimales, por lo que para operar los alumnos tendrán que establecer algunas equivalencias sencillas, por ejemplo, $1.6 = 1.60$.

En todos los casos es fundamental que los alumnos lean las cantidades con decimales haciendo referencia a la unidad de medida. No es lo mismo decir “uno punto seis metros” que “un metro más seis décimos de metro”. Esta lectura permite reflexionar sobre el valor posicional de cada cifra y el significado correcto de los números; por ejemplo, un décimo de metro es un decímetro, un decímetro de metro equivale a 10 centímetros, por tanto, seis décimos de metro son seis decímetros o 60 centímetros.

Aunque las conversiones entre unidades de longitud representan un conflicto mayor, el cual se analizará posteriormente, se espera que los alumnos puedan establecer la equivalencia entre el centímetro, el decímetro y el metro y utilizarla para resolver lo que se plantea.

Será necesario tener presentes algunas convenciones que se establecieron antes:

- Escribir verticalmente las operaciones, alineando el punto decimal de las cantidades para sumar o restar las cifras que tienen el mismo valor decimal.
- Establecer equivalencias entre números decimales, en caso de números con diferente cantidad de cifras decimales.
- Resolver la operación como si fuesen números naturales.
- Poner en el resultado el punto alineado al de los números que se sumaron o restaron.

En la consigna 2, se pide que comparen algunas cantidades que corresponden a unidades de medida diferentes, por lo que habrá de cuidar que hagan la interpretación correcta de las medidas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

72

Cambiemos decimales

Intención didáctica

Que los alumnos determinen qué operación deben realizar para modificar un número decimal, a partir del valor relativo de las cifras que lo forman.

72

Cambiemos decimales

Consigna

En equipos, hagan los ejercicios.

Cada dibujo representa la pantalla de una calculadora. Anoten sobre la línea la operación que deben hacer sin borrar el número escrito, para que en las pantallas cambien las cifras que se indican.

1.25

1 en lugar de 2

4.258

7 en lugar de 5

7.025

1 en lugar de 2

5.024

3 en lugar de 0

0.128

3 en lugar de 2
y 6 en lugar de 8

3.794

2 en lugar de 7
y 0 en lugar de 4

Con la calculadora, verifiquen que la operación que anotaron sobre cada línea produce el cambio esperado. Si no ocurre averigüen cuál fue el error y coméntenlo con el grupo.



Consideraciones previas

Si es necesario, se puede resolver un problema similar con los alumnos para que les quede claro en qué consiste la consigna.

Seguramente habrá alumnos que hagan una operación mentalmente y otros digan que necesitan trabajar con la calculadora para lograr lo que se pide, pero se les debe recordar que la calculadora se usará hasta que terminen los seis problemas, solamente para comprobar si se cumple lo que plantearon.

Aunque hagan el cálculo mental, deberán expresar la operación que hicieron para llegar a la respuesta, lo cual les ayuda a reflexionar y entender el proceso que siguieron.

Tal vez escriban la operación de varias formas, y será interesante analizar en la puesta en común si todas las que se presenten tienen la misma equivalencia; por ejemplo: restar 0.10; menos 0.1; $- 0.10$; quitar 0.1; $1.25 - 0.1$.

Es probable que algunos alumnos consideren en un primer momento que para resolver los dos últimos problemas es necesario hacer dos operaciones, porque se trata de cambiar dos cifras, y desarrollen un procedimiento como éste:

$$\begin{array}{r}
 \text{La cantidad} \\
 \text{aumentó } 0.10 \\
 \begin{array}{r}
 0.138 \\
 -0.123 \\
 \hline
 0.010
 \end{array}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 -0.138 \\
 -0.136 \\
 \hline
 0.002
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \text{La cantidad} \\
 \text{disminuyó } 0.002
 \end{array}$$

Si esto sucede, se puede invitar al equipo a que reflexione sobre cuál fue el cambio que tuvo el número inicial, es decir, si el número era 0.128, y después de las operaciones el número que resultó fue 0.136, ahora ¿es mayor o menor?, ¿qué tanto?

Es conveniente que al revisar cada uno de los casos se resalte el valor decimal de la cifra o cifras que se tratan de cambiar; por ejemplo, en el primer problema la cifra que se intenta cambiar vale dos décimos y se quiere obtener un décimo; lo que justifica por qué se debe restar un décimo para lograrlo.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

73

Son equivalentes

Intención didáctica

Que los alumnos usen descomposiciones aditivas con expresiones fraccionarias o decimales para representar números.

73

Son equivalentes

Consigna

En parejas, resuelvan los problemas.

1. Registren en las líneas las expresiones fraccionarias y decimales que representan el mismo valor.

a) $3 + \frac{748}{1000}$	b) $\frac{2}{100} + \frac{9}{1000}$	c) $0.25 + 0.034$
d) 0.468	e) $4.6 + 0.05$	f) $2 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100}$
g) $0.02 + 0.009$	h) $\frac{1}{10} + \frac{9}{1000}$	i) $2 + 0.6 + 0.005$
j) $2 + 0.5 + 0.06$	k) $\frac{4}{10} + \frac{6}{100} + \frac{8}{1000}$	l) $3 + 0.7 + 0.04 + 0.008$
m) 0.109	n) $4 + \frac{6}{10} + \frac{5}{1000}$	o) 0.019
p) $\frac{1}{100} + \frac{9}{1000}$	q) $2 + \frac{6}{10} + \frac{5}{1000}$	r) 4.650
s) $\frac{2}{10} + \frac{8}{100} + \frac{4}{1000}$		t) 0.029

I. _____, _____ y _____

II. _____, _____ y _____

III. _____, _____ y _____

IV. _____, _____ y _____

V. _____, _____ y _____

VI. _____, _____ y _____

VII. _____, _____ y _____

VIII. _____, _____ y _____

IX. _____, _____ y _____

2. Escriban el número que está formado por:

a) 15 décimos, 12 centésimos y 17 milésimos

b) 432 milésimos, 23 centésimos y 39 décimos

c) 25 décimos y 128 milésimos

d) 43 décimos y 7 milésimos

e) 6 décimos y 3 centésimos



Consideraciones previas

En otras sesiones los alumnos trabajaron equivalencias entre números decimales. Ahora se trata de que establezcan equivalencias entre sus distintas formas de representación, a partir de diferentes descomposiciones aditivas, por ejemplo:

$$\frac{235}{1000} = 0.235 = \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000} = 0.2 + 0.03 + 0.005 = 0.23 + 0.005 = \frac{2}{10} + \frac{35}{1000} \dots$$

Con las expresiones del primer problema se pueden formar nueve grupos equivalentes, dos de ellos están integrados por tres términos (b-g-t y e-n-r); algunos números son parecidos, por ejemplo: 0.109 y 0.019, 2.56 y 2.605. En otros casos, las expresiones no representan una notación desarrollada, por lo que la equivalencia no es muy obvia, por ejemplo: $0.25 + 0.034$ y $\frac{2}{10} + \frac{8}{100} + \frac{4}{1000}$.

Se espera que los alumnos identifiquen las equivalencias que se muestran en la siguiente tabla:

Equivalencias	Letras
I. $\frac{2}{100} + \frac{9}{1000} = 0.02 + 0.009 = 0.029$	b, g, t
II. $4.6 + 0.05 = 4 + \frac{6}{10} + \frac{50}{1000} = 4.650$	e, n, r
III. $2 + \frac{5}{10} + \frac{6}{100} = 2 + 0.5 + 0.06$	f, j
IV. $0.25 + 0.034 = \frac{2}{10} + \frac{8}{100} + \frac{4}{1000}$	c, s
V. $3 + \frac{748}{1000} = 3 + 0.7 + 0.04 + 0.008$	a, l
VI. $0.468 = \frac{4}{10} + \frac{6}{100} + \frac{8}{1000}$	d, k
VII. $\frac{1}{10} + \frac{9}{1000} = 0.109$	h, m
VIII. $0.019 = \frac{1}{100} + \frac{9}{1000}$	o, p
IX. $2 + 0.6 + 0.005 = 2 + \frac{6}{10} + \frac{5}{1000}$	i, q

Durante la puesta en común vale la pena presentar varias representaciones para cada caso y animar a que las parejas argumenten cómo decidieron que dos o tres expresiones eran equivalentes.

El segundo problema implica un reto mayor para los alumnos, ya que deben interpretar cantidades escritas con letra, representarlas con números y después operar con ellos. Es probable que al escribir con números los alumnos cometan algunos errores como los siguientes:

- 15 décimos = 0.15
- 17 milésimos = 0.170

Si así sucede y nadie lo señala será necesario que reflexionen sobre cuántos décimos tiene un entero, por lo que si nombran “10 décimos” o más, ya se habla de un entero o más (según la cantidad de décimos). Lo mismo pasaría con los centésimos y los milésimos.

Una acción permanente que favorece la comprensión de los números decimales es invitar a que los alumnos los nombren correctamente; por ejemplo, para 0.125, decir “125 milésimos”, en lugar de “cero punto ciento veinticinco”.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

74 La medida de sus lados

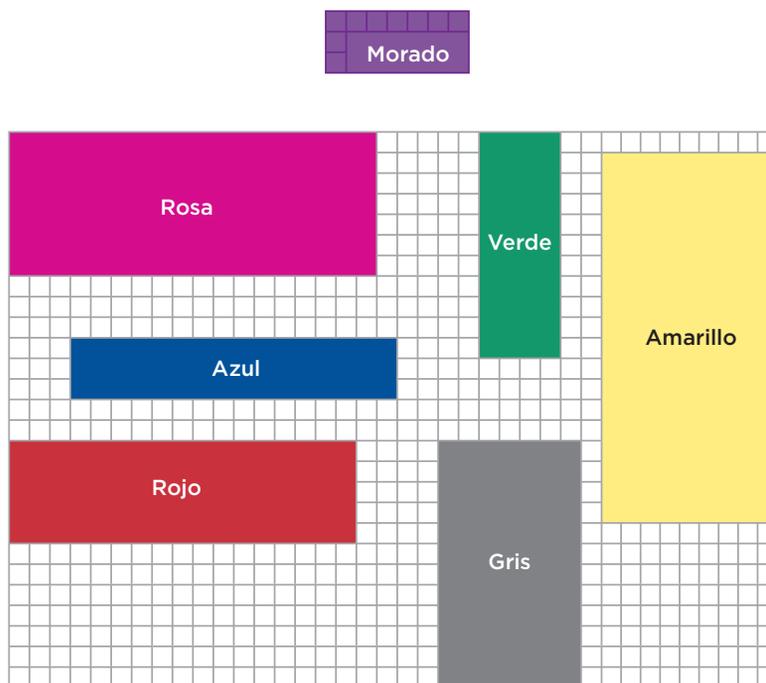
Intención didáctica

Que los alumnos utilicen la división como un recurso para calcular el valor de un factor desconocido en una multiplicación de dos factores.

74 La medida de sus lados

Consigna

En equipos, observen las figuras y completen en la tabla de la siguiente página los valores que faltan, de modo que el total de unidades cuadradas de cada rectángulo sea correcto.



Rectángulo	Total de unidades	Lado mayor (unidades)	Lado menor (unidades)
Morado	21	7	3
Rosa	105		7
Gris	84	12	
Azul	48		3
Amarillo	162		9
Verde	44	11	
Rojo	85		5



Consideraciones previas

Es probable que los alumnos utilicen la multiplicación para resolver los problemas, pues se vinculan con la representación rectangular de esta operación, en la que el producto de las filas y las columnas es el total de unidades que integran el rectángulo. Ahora se va a utilizar la división cuando en una multiplicación de dos factores se desconoce el valor de uno, y se avanzará en la construcción del algoritmo convencional de la división. Se espera que los alumnos distingan que todos los largos de los rectángulos necesariamente tienen más de 10 unidades.

Seguramente las estrategias que utilicen sean diversas, como:

- Comenzar a contar a partir de 70, porque $7 \times 10 = 70$, es decir, en 10 columnas hay 70 unidades. Después, sumar 7 a 70, 7 a 77, 7 a 84... hasta completar 126; agregar a las 10 columnas las ocho que necesitó para completar las unidades y responder que el valor faltante es 18.
- Hacer varias multiplicaciones: 7×4 , 7×5 , 7×6 ... 7×11 , 7×12 ... hasta obtener como producto 126 (7×18).
- Comenzar en 126 y restar de 7 en 7 hasta llegar a 0. El número de restas (18) es el número de veces que se multiplica 7.

Incluso, algunos podrían utilizar expresiones como $7 \times \underline{\quad} = 126$ o $126 \div 7$, para representar el cálculo que deben resolver.

Una vez que los equipos explicaron sus resultados y los procedimientos es conveniente que observen el desarrollo de las divisiones correspondientes a los rectángulos, de manera que aprecien que este procedimiento sistematiza e incorpora otros que ellos ya dominan, como estimar resultados, multiplicar rápidamente por 10, y sumar y encontrar diferencias.

Por ejemplo, para resolver $7 \times 18 = 126$ o $126 \div 7$, se desarrolla este cálculo:

$$\begin{array}{r}
 10 + 8 \\
 7 \overline{) 126} \\
 \underline{- 70} \\
 56 \\
 \underline{- 56} \\
 0
 \end{array}$$

Se recomienda que en este momento se presente a los alumnos el proceso completo; posteriormente, conforme vayan adquiriendo dominio sobre él, se irán eliminando algunos pasos como hacer la resta para conocer el residuo o desarrollar aditivamente el cociente. Es importante hacerles notar que de una división se obtienen dos resultados, el indicado por el cociente y el indicado en el residuo.

La complejidad de este algoritmo demanda que se dedique el tiempo necesario para que los alumnos observen, comenten y analicen las relaciones que se establecen entre sus elementos, por lo que la consigna se llevaría a cabo en dos sesiones. Se pretende que los alumnos vayan percibiendo que la multiplicación y la división son de acción inversa, en las que uno de los números que se multiplica se puede calcular al dividir el producto de éstos entre el otro factor.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

75

¿Habrá otro?

Intención didáctica

Que los alumnos establezcan relaciones entre los procedimientos conocidos para la suma, la resta y la multiplicación, y otro para la división, similar al usual.

75

¿Habrá otro?

Consigna

En equipos, realicen lo que se pide.

Los equipos de Luis, Felipe y Rosa solucionaron el siguiente problema usando los procedimientos que se indican. Coméntenlos y en seguida respondan las preguntas.

Hay 354 losetas para cubrir el piso de un salón de la escuela. Después de hacer algunos cálculos, los trabajadores se dieron cuenta de que les conviene acomodarlas en filas de 9 losetas. ¿Cuántas filas podrán colocar?, ¿sobrarán losetas?

$$\begin{array}{r} 20 + 10 + 5 + 4 \\ 9 \overline{) 354} \\ \underline{-180} \\ 174 \\ \underline{-90} \\ 84 \\ \underline{-45} \\ 39 \\ \underline{-36} \\ 3 \end{array}$$

Respuesta del equipo de Luis:
Alcanza para 39 filas y sobran 3 losetas.

$$\begin{array}{r} 10 + 10 + 10 + 2 + 2 + 5 \\ 9 \overline{) 354} \\ \underline{-90} \\ 264 \\ \underline{-90} \\ 174 \\ \underline{-90} \\ 84 \\ \underline{-18} \\ 66 \\ \underline{-18} \\ 48 \\ \underline{-45} \\ 3 \end{array}$$

Respuesta del equipo de Rosa:
Se van a acomodar 39 filas y van a sobrar 3 losetas.

$$\begin{array}{r}
 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 10 + 10 + 10 + 4 \\
 9 \overline{) 354} \\
 \underline{-9} \\
 345 \\
 \underline{-9} \\
 336 \\
 \underline{-9} \\
 327 \\
 \underline{-9} \\
 318 \\
 \underline{-9} \\
 309 \\
 \underline{-9} \\
 219 \\
 \underline{-9} \\
 129 \\
 \underline{-9} \\
 39 \\
 \underline{-36} \\
 3
 \end{array}$$



Respuesta del equipo de Felipe:
 Los trabajadores pueden colocar 39 filas y sobran 3 losetas.

a) ¿Qué diferencias observan entre los cálculos que hicieron los equipos de Rosa y de Felipe?

b) ¿Cuál de los tres cálculos consideran que es el más rápido?

¿Por qué?

c) ¿Podrían hacer un cálculo aún más corto que el del equipo de Luis?

¿Por qué?



Consideraciones previas

Con esta consigna se pretende que los alumnos construyan y practiquen el algoritmo convencional de la división, a partir del análisis de tres procedimientos similares. Se espera que al finalizar ellos concluyan que aunque los tres permiten encontrar una respuesta correcta al problema, implican esfuerzos diferentes.

Seguramente los alumnos van a notar que el equipo de Felipe hizo la división más larga; se espera que logren identificar y justificar que la acción de comenzar a descontar de uno en uno, determinó un procedimiento más largo y complicado en los cálculos. El primer equipo inició contando las losetas de una fila y luego de otra, y de otra, etcétera; es decir, restar sucesivamente 9 a 354, y después de varias restas probar con grupos de 10 filas. El equipo de Rosa inició colocando grupos de 10 filas, agotó las posibilidades de restar 90 losetas en un solo intento, y posteriormente probó con grupos menores de 10 filas.

Por su parte, el equipo de Luis hizo un cálculo parecido al del equipo de Rosa, con la diferencia de que Luis y sus compañeros descontaron, en cada intento, grupos con múltiplos de 10 o de 1, mayores a los de Rosa. Es muy probable que los alumnos identifiquen que al tomar esa decisión el equipo logró un proceso más corto y por ende el más rápido de los tres.

Es importante que durante la puesta en común se rescaten los comentarios que hagan los alumnos al respecto, con la intención de que reflexionen acerca de las ventajas de disponer de recursos como multiplicar por múltiplos de 10. Así también, hacer hincapié en el nombre y la ubicación del dividendo, del divisor, del cociente y del residuo, y de su función y sus características en la operación.

Respecto a la tercera pregunta, se espera que los alumnos respondan que sí podría haber un procedimiento aún más corto que el del tercer equipo, si inician quitando las losetas de las 30 filas en un solo intento, y posteriormente quiten las losetas de 9 filas en lugar de 5 y 4 filas por separado.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

76 Lo que hace falta

Intención didáctica

Que los alumnos practiquen el algoritmo convencional de la división, pero desglosando algunos procesos.

76 Lo que hace falta

Consigna

Con ayuda de un compañero escribe en los espacios los datos necesarios para que cada división resulte correcta. Después, registren los resultados que obtuvieron.

$$\begin{array}{r}
 100 + \square + \square \\
 7 \overline{) 922} \\
 \underline{-700} \\
 222 \\
 \underline{-210} \\
 12 \\
 \underline{-7} \\
 5
 \end{array}$$

Resultados

Cociente: _____

Residuo: _____

$$\begin{array}{r}
 20 + \square + 2 + \square + 2 + \square \\
 13 \overline{) 615} \\
 \underline{} \\
 355 \\
 \underline{-260} \\
 95 \\
 \underline{-26} \\
 69 \\
 \underline{} \\
 43 \\
 \underline{-26} \\
 17 \\
 \underline{-13} \\
 4
 \end{array}$$

Resultados

Cociente: _____

Residuo: _____



$$10 + 30 + \square + 5$$

$$16 \overline{) 894}$$

$$\underline{-160}$$

$$734$$

$$\underline{\square}$$

$$254$$

$$\underline{-160}$$

$$94$$

$$\underline{-\square}$$

$$14$$

Resultados

Cociente: _____

Residuo: _____

$$20 + 10 + 4 + 3$$

$$25 \overline{) 927}$$

$$\underline{\square}$$

$$\square$$

$$\underline{-250}$$

$$\square$$

$$\square$$

$$\underline{77}$$

$$\square$$

$$\square$$

Resultados

Cociente: _____

Residuo: _____



Consideraciones previas

Con esta consigna se pretende que los alumnos practiquen el algoritmo convencional, completando procedimientos elaborados previamente, se familiaricen con el desarrollo y establezcan la relación que se da entre cada número del cociente con la resta y el residuo correspondiente.

Es importante resaltar que al resolver una división, tanto el cociente como el residuo son parte del resultado.

Si es conveniente, se podría animar a los alumnos a que propongan una forma para comprobar o saber si ambos (cociente y residuo) son correctos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos fortalezcan sus conocimientos respecto al algoritmo convencional de la división, al revisar y corregir algunos ejemplos.

Consigna

En parejas, revisen estas divisiones. Si encuentran que en alguna hay errores, desarróllenla correctamente en su cuaderno.

$$\begin{array}{r} 100 + 40 + 3 \\ 6 \overline{) 763} \\ \underline{-600} \\ 263 \\ \underline{-240} \\ 023 \\ \underline{-18} \\ 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \\ 18 \overline{) 963} \\ \underline{-960} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 100 + 20 \\ 8 \overline{) 954} \\ \underline{-800} \\ 154 \\ \underline{-80} \\ 74 \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 + 9 \\ 21 \overline{) 414} \\ \underline{-210} \\ 204 \\ \underline{-189} \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 + 4 \\ 16 \overline{) 919} \\ \underline{-640} \\ 079 \\ \underline{-64} \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 + 9 \\ 20 \overline{) 985} \\ \underline{-800} \\ 180 \\ \underline{-180} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 + 4 \\ 22 \overline{) 764} \\ \underline{-660} \\ 104 \\ \underline{-88} \\ 16 \end{array}$$

Consideraciones previas

Para resolver la consigna de este desafío los alumnos se enfrentan a un reto diferente en dos sentidos: el primero es el dominio de multiplicar rápidamente por 10, 100 y sus múltiplos, y el segundo, es identificar si en los procedimientos hay o no errores de cálculo.

Respecto al primer sentido, en estas divisiones los cocientes ya no se presentan como la suma de cinco o hasta seis términos; ahora son más breves debido a que en cada orden decimal se consideró el mayor número posible de grupos. En el segundo, en cinco de las siete operaciones hay errores.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos analicen, usen y ejerciten el algoritmo convencional de la división.

Consigna 1

En parejas, analicen estas divisiones. Después describan en las líneas cómo se resolvieron.

$$\begin{array}{r} 126 \\ 7 \overline{) 885} \\ \underline{18} \\ 45 \\ \underline{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 72 \\ 13 \overline{) 937} \\ \underline{027} \\ 01 \end{array}$$

a) $885 \div 7$:

b) $937 \div 13$:



Consigna 2

Individualmente, resuelve estas divisiones siguiendo el procedimiento que describiste en la actividad 1.

a) $586 \div 9 =$

b) $673 \div 16 =$

c) $841 \div 22 =$

d) $957 \div 6 =$

e) $775 \div 18 =$

f) $485 \div 7 =$

Consideraciones previas

Resolver divisiones usando un algoritmo simplificado no es una tarea sencilla, ya que implica llevar un control del valor de las cifras que integran los números que se operan, así como de las operaciones y resultados parciales involucrados. Sin embargo, es probable que el trabajo de los alumnos a lo largo de las sesiones anteriores les ayude a identificar cómo se relacionan los procedimientos que ya se estudiaron con los de esta consigna.

Se espera que los alumnos adviertan que en este procedimiento:

- El dividendo se va seccionando y dividiendo de manera parcial.
- Al comenzar a dividir, en el dividendo se considera la cantidad de cifras que tiene el divisor.
- La primera cifra del cociente se ubica arriba de la última cifra que se está dividiendo y que pertenece al dividendo.
- El cociente se calcula parcialmente, sin anotar los ceros que corresponden al valor posicional de cada cifra.
- En el desarrollo sólo se escribe el resultado que se obtiene al restar el dividendo y el producto del divisor por el cociente.
- Al resultado de esa resta (residuo) se le agrega la siguiente cifra del dividendo y se forma un nuevo número para dividir.
- La división se termina hasta que se utilizan todas las cifras del dividendo.

No se trata de que los alumnos describan el algoritmo de manera formal, sino que expresen con sus propias palabras lo que observan y cómo lo relacionan con los procedimientos analizados anteriormente; por ejemplo, podrían utilizar expresiones como “se bajó el 5”, para referirse a la acción de agregar la siguiente cifra del dividendo al residuo parcial.

Es importante que en la puesta en común se discutan las diferentes explicaciones de las parejas, tratando de encontrar las similitudes y las diferencias para comprender mejor el algoritmo. La condición de escribir las divisiones de la segunda consigna de forma horizontal, tiene el propósito de centrar la atención de

los alumnos en la ubicación de los términos de la división en la galera o casilla, ya que un error común es que inviertan la posición del dividendo con la del divisor. Se recomienda propiciar que los alumnos lean y escriban divisiones de ambas formas, para que este aspecto no sea un obstáculo en el desarrollo y los cálculos posteriores.

Se debe considerar que los ejercicios que se sugieren no son suficientes para que los alumnos se familiaricen con el algoritmo usual de la división; por lo que se recomienda que la solución y la revisión de divisiones sean una práctica cotidiana hasta observar cierto dominio, aunque quizá algunos alumnos sigan utilizando el algoritmo desarrollado como recurso para comprobar los resultados que obtienen del algoritmo simplificado.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

79

¿Cuántas veces cabe?

Intención didáctica

Que los alumnos distingan el perímetro y el área de figuras poligonales, mediante su cálculo y su comparación.

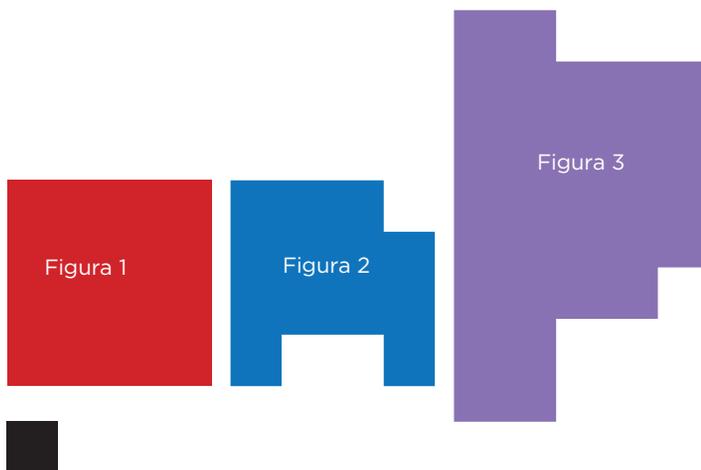
79

¿Cuántas veces cabe?

Consigna 1

En parejas, resuelvan los problemas.

1. Consideren el cuadrado pequeño como unidad de medida y calculen la medida del contorno (perímetro) y la medida de la superficie (área) de las figuras:



Área de la figura 1:

Perímetro de la figura 1:

Área de la figura 2:

Perímetro de la figura 2:

Área de la figura 3:

Perímetro de la figura 3:

2. Rafael y Carmela están discutiendo acerca del perímetro y del área de las siguientes dos figuras, pero no se ponen de acuerdo. Rafael dice que la figura 1 tiene mayor perímetro y mayor área que la figura 2, y Carmela asegura que la figura 1 tiene mayor perímetro y menor área que la figura 2. ¿Quién está en lo correcto?



Figura 1

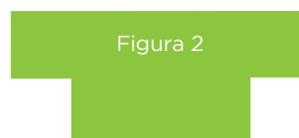


Figura 2

Expliquen su respuesta:



Consigna 2

En parejas, resuelvan los problemas.

Utilicen las unidades de medida para calcular el perímetro y el área de cada figura:

Unidad de medida para las figuras a, b y c: 

a)



b)



c)



Perímetro: _____ Perímetro: _____ Perímetro: _____

Área: _____ Área: _____ Área: _____

Unidad de medida para las figuras g, h, i: 

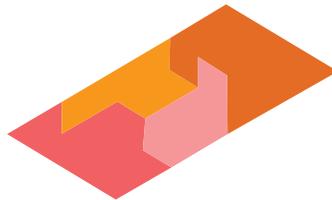
g)



h)



i)



Perímetro: _____ Perímetro: _____ Perímetro: _____

Área: _____ Área: _____ Área: _____

Consideraciones previas

Los alumnos deben diferenciar el perímetro del área de las figuras, al calcular sus magnitudes. Es probable que para ellos los términos perímetro y área no sean tan usuales, aun cuando en bloques anteriores han practicado mediciones de ambos. Por ello, en la consigna se contempla la relación entre la medida del contorno y el perímetro, y entre la medida de la superficie y el área. Es importante utilizar estas palabras para fomentar el uso del lenguaje formal.

Respecto al problema 1, que se debe calcular el perímetro y el área de dos polígonos dada la unidad de medida, es probable que los alumnos utilicen alguno de estos procedimientos:

- Calcar y recortar una unidad de medida y sobreponerla tantas veces como sea necesario para cubrir la superficie de cada figura, luego hacer el conteo.
- Calcar y recortar muchas veces la unidad de medida y cubrir las superficies, luego hacer el conteo.
- Subdividir las figuras en cuadrados de dimensiones iguales a la unidad de medida, luego hacer el conteo.
- Hacer una retícula transparente y sobreponerla en cada figura, luego hacer el conteo.

Un aspecto que los alumnos podrían comentar durante la puesta en común es que al momento de averiguar cuántas veces cabía la unidad de medida en las superficies de las figuras, también determinaron cuántas veces cabe un lado de la unidad de medida sobre el contorno de las mismas.

Otro procedimiento que también podría surgir es que midan un lado de la unidad de medida (1 cm) y expresen las dimensiones de las figuras con unidades convencionales. Así, los perímetros se expresarían de dos formas diferentes:

F1: 16 u o 16 cm
 F2: 18 u o 18 cm
 F3: 26 u o 26 cm

De la misma forma, las áreas se expresarían con unidades cuadradas o en centímetros cuadrados:

F1: 16 u² o 16 cm²
 F2: 13 u² o 13 cm²
 F3: 30 u² o 30 cm²

Durante la puesta en común es importante que los alumnos comenten y reflexionen acerca de las unidades que se utilizan para medir y expresar cada dimensión. Algunas preguntas para motivar esa discusión serían: ¿por qué utilizaron solamente un lado del cuadrado para medir el perímetro de las figuras? O bien, ¿por qué creen que a esta unidad de medida se le llama unidad cuadrada?

En el caso del problema 2, en el que se trata de comparar los perímetros y las áreas de las figuras y no se da una unidad de medida, los alumnos pueden resolverlo sin hacer cálculos, o determinar unidades de medida y calcular los perímetros y las áreas.

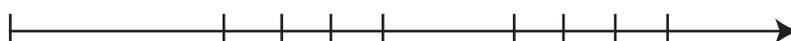
Algunas maneras de hacerlo sin hacer cálculos, son:

- Para el perímetro, se trasladan las longitudes de los lados de cada figura sobre una recta y luego se comparan los segmentos de recta utilizados:

Longitud del contorno de la figura 1



Longitud del contorno de la figura 2



Por tanto, el perímetro de la figura 1 es mayor.

- Para calcular el área se pueden descomponer las figuras y formar rectángulos con el mismo ancho, luego compararlos directamente.

Superficie de la figura 1



Superficie de la figura 2



Por tanto, el área de la figura 2 es mayor.

Los alumnos también pueden definir y utilizar una unidad de medida para calcular el perímetro y el área. Una alternativa es utilizar como unidad de medida un cuadrado de un centímetro por lado y averiguar cuántas veces cabe en las superficies de las figuras. Seguramente a los alumnos no se les hará difícil cuadrricular las figuras y observar que la primera equivale a 7 unidades cuadradas y la segunda a 8 unidades cuadradas.

Independientemente del camino que ellos sigan, se espera que confirmen que Carmela tiene la razón.

Una consigna complementaria que enriquecería lo trabajado hasta el momento es la que aparece en la página 148 del libro del alumno.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

80

Contorno y superficie

Intención didáctica

Que los alumnos distingan el perímetro y el área de figuras poligonales, mediante el trazo de polígonos cuyos perímetros y áreas estén determinados.

80

Contorno y superficie

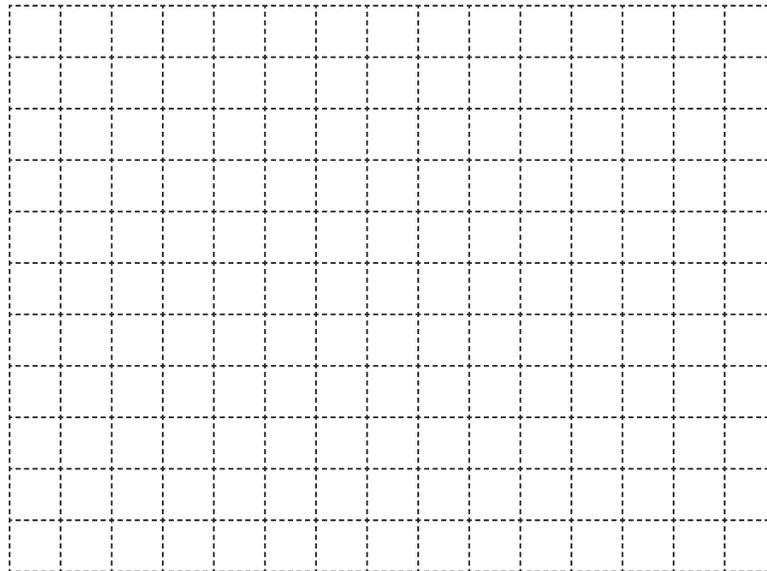
Consigna

En parejas, resuelvan los siguientes problemas.

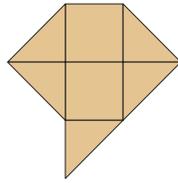
1. Dibujen en la cuadrícula:

- a) Una figura que tenga un área de 9 unidades cuadradas.
- b) Una figura que tenga 16 unidades de perímetro.
- c) Una figura que tenga un área de $4\frac{1}{2}$ unidades cuadradas.

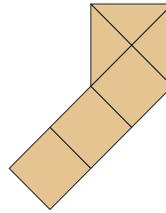
Unidad de medida



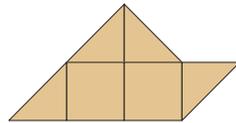
2. Para el trazo del inciso c, cuatro alumnos dibujaron las siguientes figuras; verifiquen si cumplen o no con la condición y escriban por qué.



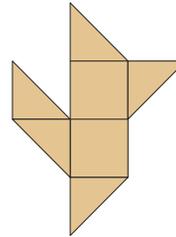
Alumno 1



Alumno 2



Alumno 3



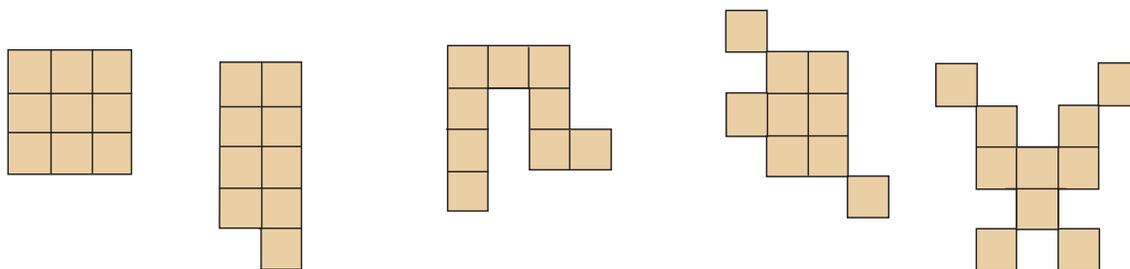
Alumno 4

Consideraciones previas

Para continuar con la construcción de los conceptos de perímetro y de área de figuras poligonales, ahora se proponen actividades que consisten en trazar sobre una cuadrícula algunos polígonos, dados su área o su perímetro.

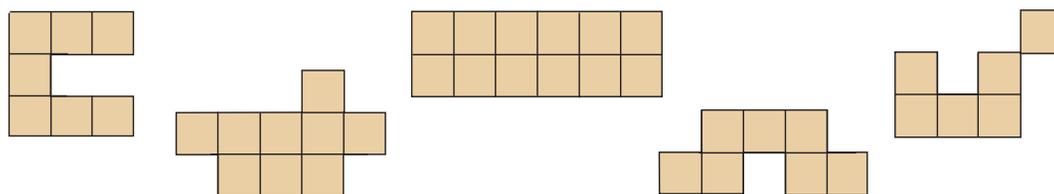
Es importante que a los alumnos les quede claro que trazar un polígono de 9 unidades cuadradas es dibujar una figura cuya superficie sea equivalente a 9 veces la unidad de medida propuesta (cuadrado pequeño); sin embargo, es posible que los estudiantes no reconozcan cuál es la unidad de medida que deben utilizar para trazar una figura con 16 unidades de perímetro. Si esto ocurre, se sugiere promover una discusión grupal para definir esa unidad, en este caso, como no se proporcionan por separado las unidades de superficie y de longitud, esta última se puede deducir a partir de la primera, cada uno de los lados de la unidad de superficie representa una unidad de longitud.

En el caso del inciso a es probable y deseable que las figuras que dibujen los alumnos sean diferentes; algunos ejemplos son:



Ante esta variedad de figuras vale la pena pedir a los alumnos que verifiquen si efectivamente sus superficies equivalen a 9 unidades cuadradas y adviertan que se trata de figuras diferentes; con ello se pretende que comprueben que figuras diferentes pueden tener la misma área. Este aspecto se profundizará con el trabajo del siguiente desafío.

Probablemente sea más complejo el trazo del polígono con 16 unidades de perímetro, quizá los alumnos utilicen el ensayo/error, es decir, dibujen una figura y después averigüen su perímetro; si no cumple con lo solicitado que dibujen otra o modifiquen la primera, y así hasta obtener la que cumpla con la condición que se pide. Algunas figuras que pueden resultar de esta consigna son las siguientes:



Se espera que los estudiantes adviertan que hay figuras diferentes pero con el mismo perímetro.

Respecto al inciso c, es importante analizar las diferentes formas de representar $\frac{1}{2}$ de la unidad, mediante un triángulo, con un rectángulo pequeño, etcétera.

Otra consigna para proponer a los alumnos y así enriquecer este aspecto es la que se propone en la página 150 del libro del alumno.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

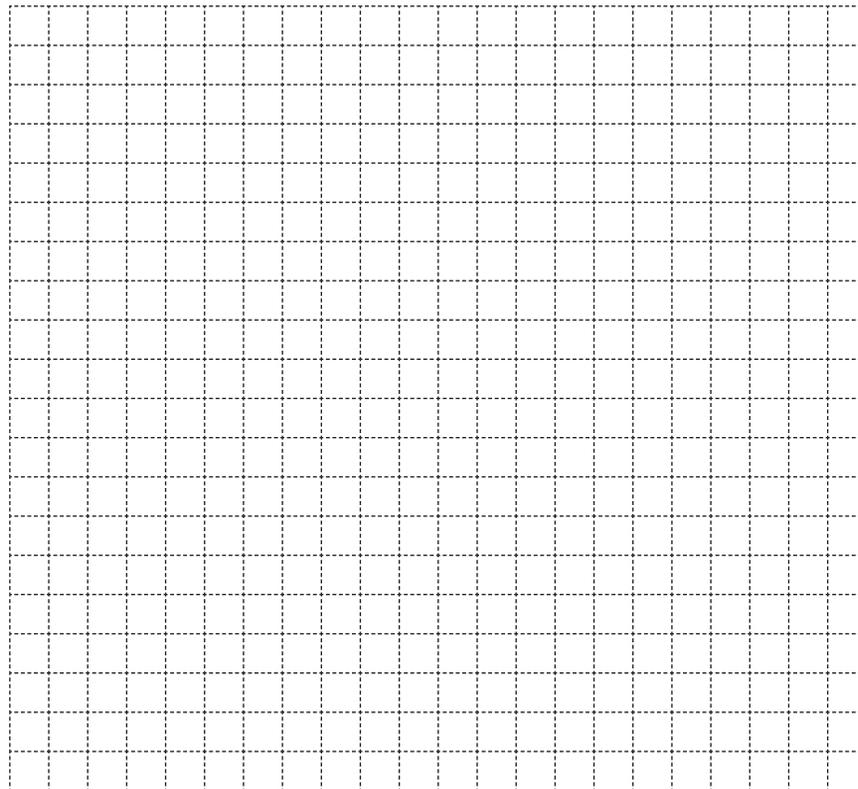
Intención didáctica

Que los alumnos distingan el perímetro y el área de figuras poligonales, mediante el trazo de polígonos que tengan la misma área y diferentes perímetros, igual perímetro y diferentes áreas, e igual perímetro y área.

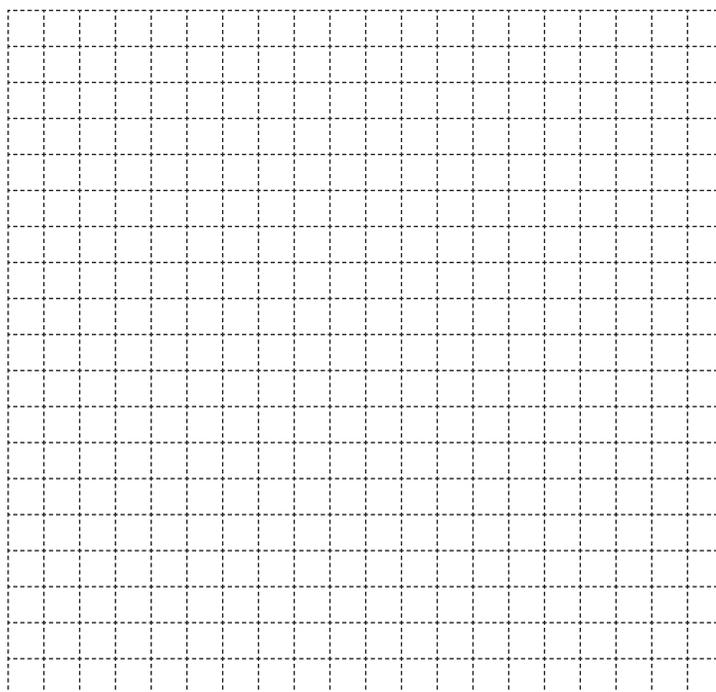
Consigna

En equipos, resuelvan los problemas.

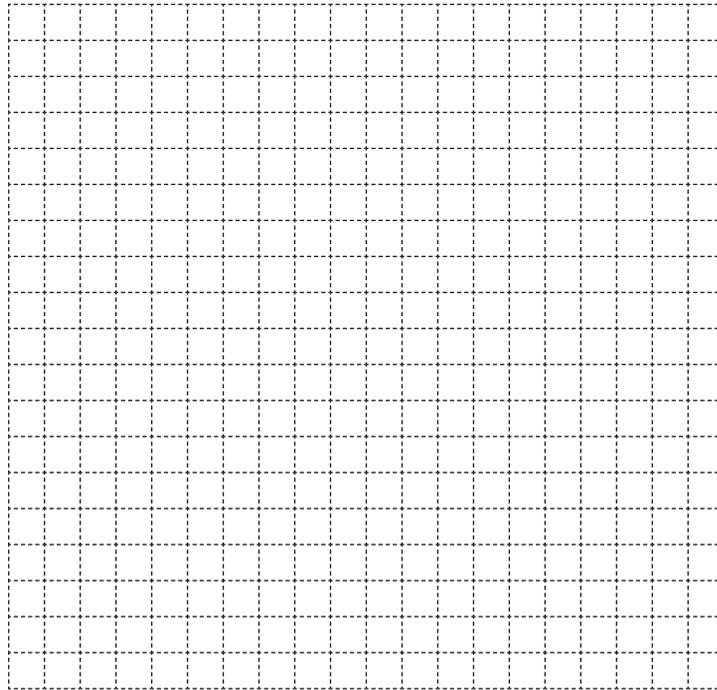
1. Utilicen la siguiente cuadrícula para dibujar 2 figuras distintas que tengan el mismo perímetro pero diferentes áreas.



2. Utilicen la siguiente cuadrícula para dibujar 2 figuras distintas que tengan la misma área pero diferentes perímetros.



3. ¿Habrá 2 figuras diferentes que tengan el mismo perímetro y la misma área? Intenten dibujarlas en la siguiente cuadrícula.

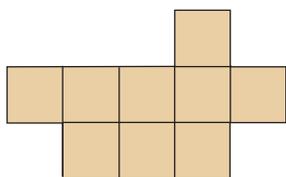


Consideraciones previas

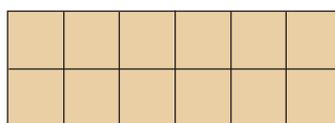
La intención principal de éste y los dos desafíos anteriores es la misma: que los alumnos logren distinguir el perímetro y el área de figuras poligonales; sin embargo, los retos son distintos, en esta ocasión se trata de dibujar figuras diferentes pero con ciertas condiciones en las medidas de sus perímetros y sus áreas.

Además de la construcción de los conceptos de perímetro y de área, se espera que los alumnos deduzcan las siguientes afirmaciones geométricas:

- Hay figuras diferentes con el mismo perímetro y diferente área.

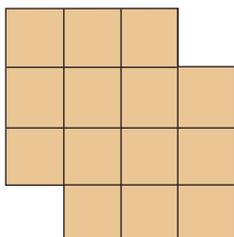


Perímetro: 16 u
Área: 9 u²

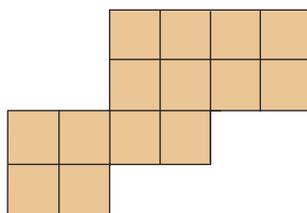


Perímetro: 16 u
Área: 12 u²

- Hay figuras diferentes con la misma área y diferente perímetro.

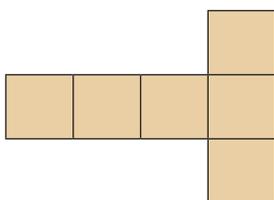


Perímetro: 16 u
Área: 14 u²

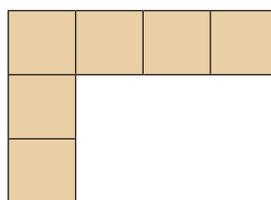


Perímetro: 20 u
Área: 14 u²

- Hay figuras diferentes con el mismo perímetro y la misma área.



Perímetro: 14 u
Área: 6 u²



Perímetro: 14 u
Área: 6 u²

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

82 Memorama

Intención didáctica

Que los alumnos distingan el perímetro y el área de figuras poligonales, mediante un juego que consiste en comparar el perímetro y el área de figuras diferentes trazadas en reticulados iguales.

82 Memorama

Consigna

En equipos de 3 o 4 integrantes participen en el juego “Memorama”, con las cartas de su material recortable, pp. 225 y 227; las reglas son las siguientes:

- Barajen las 24 cartas con figuras y distribúyanlas sobre una mesa de tal manera que las figuras queden ocultas.
- Decidan el orden de participación. En su turno, cada participante selecciona dos cartas y si las figuras tienen el mismo perímetro o la misma área se queda con esas cartas; pero si tienen perímetros y áreas diferentes las regresa al mismo lugar y en la misma posición.
- Cuando alguien se queda con dos cartas, tiene derecho a seleccionar inmediatamente otras dos y verificar si las figuras tienen igual perímetro o área; termina su participación cuando las figuras de las cartas que eligió tengan perímetros y áreas diferentes.
- El juego finaliza cuando ya no haya cartas para seleccionar, y el ganador será quien tenga el mayor número de cartas.



Consideraciones previas

Pida que un integrante recorte las tarjetas de su material recortable. Para mayor fluidez del ejercicio se sugiere que los equipos sean de tres o cuatro integrantes.

La idea es que cuando un alumno tome dos cartas, los integrantes del equipo calculen y comparen los perímetros y las áreas de las figuras que aparecen en ellas. En este desafío se siguen trabajando los conceptos de perímetro y de área, para que los alumnos los diferencien con exactitud.

Con la consigna además se afianza la idea de que hay figuras distintas que tienen el mismo perímetro pero diferentes áreas; la misma área y diferente perímetro, o el mismo perímetro y la misma área. En la tabla que continúa se observan los números de las tarjetas que tienen las mismas dimensiones:

Área (u ²)	Perímetro (u)				
	14	16	18	20	22
6	2, 6				
7		16, 22	7		
8		14, 23	1		
9				10, 17	
10			3, 9, 11, 24		
11					
12	12	4, 18			13
13			8, 15		
14		5			19, 20, 21

Es responsabilidad de los alumnos, además de verificar que las figuras tengan el mismo perímetro o la misma área, construir estrategias para quedarse con el mayor número de cartas; por ejemplo, memorizar el lugar de una tarjeta que tiene un determinado perímetro o área, para que al sacar otra con esa misma medida puedan tomar la primera y asegurar que se quedarán con ellas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Materiales

Para cada equipo: un juego de 24 cartas del material del alumno, pp. 223-225.

83

Las costuras de Paula

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la relación que hay entre las medidas: largo, ancho y perímetro de un rectángulo, y desarrollen una fórmula para calcularlos.

83

Las costuras de Paula

Consigna

En parejas, resuelvan estos problemas.

1. Paula hace servilletas y manteles de tela, y para decorarlos les cose encaje en toda la orilla. ¿Cuánto encaje necesita para un mantel que mide 2.5 m de largo y 1.5 m de ancho?

¿Qué hicieron para calcular la cantidad de encaje que necesita Paula?



2. En el grupo de Rogelio también resolvieron el problema. Su equipo contestó que para encontrar el resultado, ellos sumaron el doble del largo más el doble del ancho del mantel.

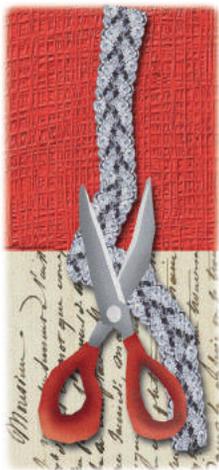
¿Creen que ese procedimiento sea correcto?

¿Por qué?

3. Resuelvan este problema siguiendo el procedimiento del equipo de Rogelio.

¿Cuánto encaje necesita Paula para decorar una servilleta que mide 80 cm de largo y 45 cm de ancho?

4. ¿Cómo expresarían de forma breve ese procedimiento?



Consideraciones previas

Seguramente a los alumnos no les será difícil identificar que la cantidad de encaje que se necesita en el primer problema representa el perímetro del mantel, ya que ese concepto se estudió al desarrollar la consigna del desafío anterior. En éste se trata de que ellos observen y practiquen una forma breve para calcular el perímetro del rectángulo e intenten expresar de manera sintética ese procedimiento.

Es recomendable que la segunda consigna se resuelva una vez que se hayan compartido y discutido los procedimientos de resolución que se generaron en el grupo para el primer problema, pues la intención es que los alumnos exploren y comparen procedimientos propios e incluso se acerquen al que aquí se propone.

Respecto a las preguntas de la consigna 2, si en alguno de los equipos se da un procedimiento similar al propuesto, es probable que responda que la forma en que lo hizo Rogelio sí funciona, porque así lo hicieron ellos. Si esto sucede, es importante que se les proponga analizar por qué decidieron hacerlo así; algunas preguntas que ayudarían son: ¿por qué pensaron que debía ser el doble de este lado?, ¿qué diferencia hay respecto a las otras formas? Esto es, motivarlos a buscar una explicación que se centre en la relación que hay entre la forma de la figura y sus medidas.

La intención de la consigna 3 es que el grupo practique un mismo procedimiento y compruebe su efectividad. Será interesante que los alumnos comenten cómo lo aplicaron, si se les hizo difícil y si identifican alguna ventaja con relación al que utilizaron anteriormente.

Otro aspecto en el cual se puede centrar la discusión, es la unidad de medida del resultado. Como en este problema las medidas de la servilleta se expresan en centímetros, se podría dar el caso de que algún equipo haga la conversión a metros, y entonces es conveniente analizar si la equivalencia es correcta.

Finalmente, no se pretende que los alumnos logren la expresión $2a + 2b$, aunque sí se espera que intenten expresiones sintéticas del procedimiento; por ejemplo, el doble del largo + el doble de la altura. Después, se les puede comentar que existe una expresión universal para ello y se les da a conocer que: $P = 2a + 2b$, y se señala la relación de que a representa la medida de uno de los lados, y b la medida del otro lado.

Se recomienda que el uso de esta fórmula no se limite a esta sesión; es importante que el alumno siga usándola para que sea una herramienta útil.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la relación que hay entre las cantidades de filas y columnas de un arreglo rectangular y el total de sus elementos.

Consigna

En parejas, resuelvan los problemas.

1. Don Julio tiene una huerta de manzanos distribuidos en 11 filas, cada una con 9 árboles, ¿cuántos árboles tiene en total?

Expliquen cómo obtuvieron este resultado:

2. El papá de Ana va a colocar adoquín cuadrado en el patio de su casa. ¿Cuántos adoquines necesitará para cubrir todo el patio, si caben 15 hileras de 30 adoquines cada una?

Expliquen cómo obtuvieron este resultado:

3. La pared de un baño está cubierta con 360 azulejos que miden 1 dm^2 ; si la pared tiene 24 filas, ¿cuántos azulejos tiene cada fila?

Expliquen cómo obtuvieron este resultado:



Consideraciones previas

Es probable que en el problema de la huerta los alumnos intenten dibujar todos los árboles, otros tal vez sumen 9 veces 11, y otros seguramente deducirán que pueden multiplicar el número de filas por el número de árboles que tiene cada una. En caso de que se den las tres estrategias es conveniente que se compartan con el resto del grupo para que analicen la practicidad de cada una de ellas.

En el segundo problema tal vez los alumnos desconozcan qué es un adoquín, para ello se les puede explicar que los adoquines son piedras o bloques labrados de diferentes formas que se utilizan para cubrir pavimentos. Igual que en el problema anterior quizá se presenten las mismas estrategias y nuevamente se puede analizar la practicidad de cada una de ellas.

En el problema de la pared es probable que algunos alumnos traten de modelar con un dibujo la situación planteada, otros buscarán un número que multiplicado por 24 les dé 360, tal vez unos lleguen a establecer la división de 360 entre 24 y la resuelvan observando que $24 \times 10 = 240$ y que le faltan 120 para 360; además 120 es la mitad de 240, es decir, que se obtiene de multiplicar 24×5 ; por lo que pueden concluir que el número que buscan es el 15. Una estrategia más que los alumnos podrían aplicar es empezar multiplicando el 24 por 10, y al ver que todavía les falta para completar los 360, vayan multiplicando por 11, 12, y así sucesivamente, hasta encontrar el número que dé 360.

Independientemente de las estrategias que se sigan, no se debe perder de vista la relación matemática entre la cantidad de objetos de la superficie y el número de filas y columnas.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

85 Superficies rectangulares

Intención didáctica

Que los alumnos construyan rectángulos con cuadrados del mismo tamaño, y que identifiquen la relación entre el total de cuadrados de la figura (área) y el número de cuadrados del ancho y del largo.

85 Superficies rectangulares

Consigna 1

En equipos, con su material listo, formen cuatro rectángulos diferentes que tengan un área de 40 cm^2 . Registren en la tabla las medidas de sus rectángulos.

Largo	Ancho	Área (cm^2)
		40
		40
		40
		40

¿Qué relación observan entre los números de la tabla?



Consigna 2

También en equipos, resuelvan lo siguiente.

La tabla de abajo contiene información de diferentes rectángulos; escriban los datos que faltan para completarla.

Área (cm ²)	Largo	Ancho
	7	5
32	8	
110		10
	20	14
96	12	
	25	6

¿Cómo supieron qué números faltaban?



Consideraciones previas

Conviene aclarar que se trata de formar rectángulos con toda su superficie cubierta.

Cuando los alumnos terminen la tabla de la consigna 1, se sugiere plantear la siguiente pregunta de reflexión: además de los que registraron, ¿podrían construir otros rectángulos con área igual a 40 cm^2 ? Seguramente habrá diferentes respuestas con sus respectivos argumentos, pero como resultado de esta interacción deberán quedar claras las siguientes ideas:

- La posición del rectángulo no determina el largo y el ancho del mismo; el largo es el lado mayor y el ancho el menor. Por tanto, los alumnos que consideren que en total pueden construirse 8 rectángulos (40×1 , 20×2 , 10×4 , 8×5 , 5×8 , 4×10 , 2×20 y 1×40), tendrán que descartar 4 de ellos por repetirse, por ejemplo, 20×2 y 2×20 representan el mismo rectángulo.
- Los únicos cuatro rectángulos que cumplen con el criterio anterior son: 40×1 , 20×2 , 10×4 y 8×5 ; considerando al primer factor como el largo del rectángulo y al segundo factor, el ancho.

Respecto a la pregunta que se plantea en esta consigna, se espera que los alumnos establezcan que el área de los rectángulos que construyeron es igual al producto del largo por el ancho; en caso de que no llegaran a esta conclusión se les puede cuestionar: ¿por qué aseguran que esas son las medidas que debe tener un rectángulo de 40 cm^2 de área? Si aun así los alumnos no logran expresar la relación, se les preguntaría si es posible formar un rectángulo de 7×6 con los 40 cm^2 , esperando que se den cuenta que no es posible porque les faltarían 2 cm^2 y que, finalmente, infieran que el largo por el ancho debe dar 40 cm^2 .

En la consigna 2 se espera que los alumnos completen fácilmente la tabla, con base en la conclusión a la que llegaron en la consigna 1. Cuando el dato que corresponde al área ya está dado, por ejemplo, 32, algunos alumnos podrían recurrir a estos planteamientos: $8 \times \underline{\quad} = 32$ o $32 \div 8 = \underline{\quad}$.

Materiales

Para cada equipo: 40 cuadrados de 1 cm por lado, de material rígido como cartulina, cartoncillo o *fomi*.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

86

En busca de una fórmula

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen la relación que hay entre las medidas: largo, ancho y área de un rectángulo y la representen con una fórmula.

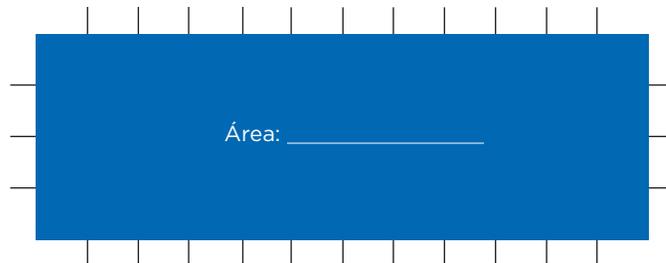
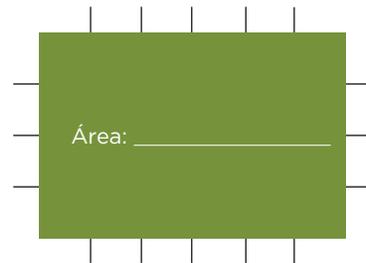
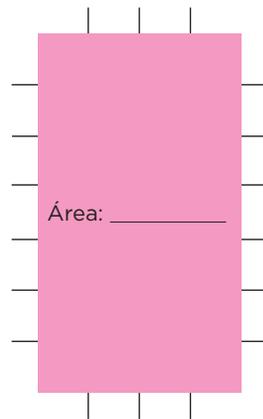
86

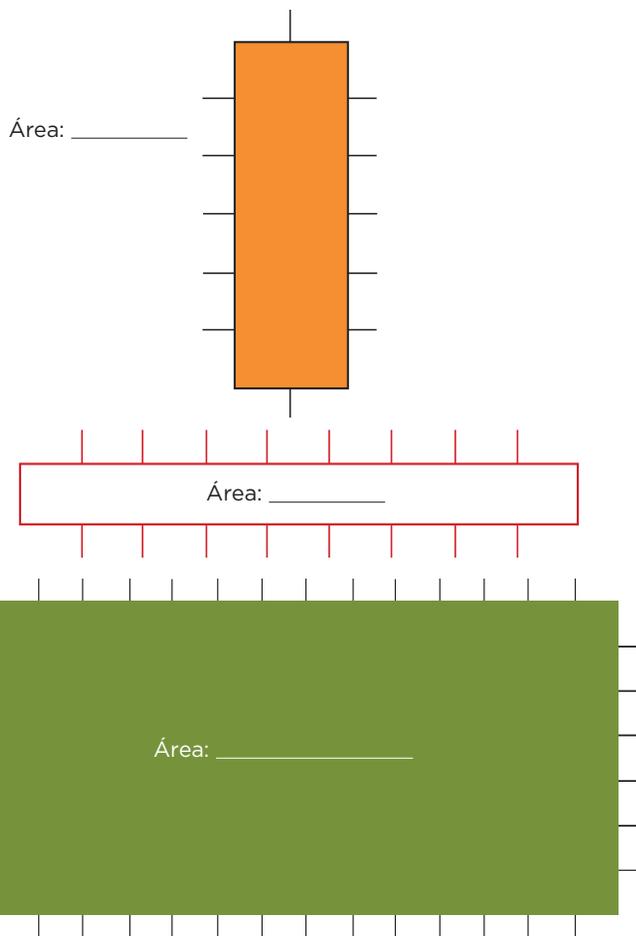
En busca de una fórmula

Consigna 1

En parejas, resuelvan estas actividades.

Anoten la medida de la superficie de cada rectángulo.



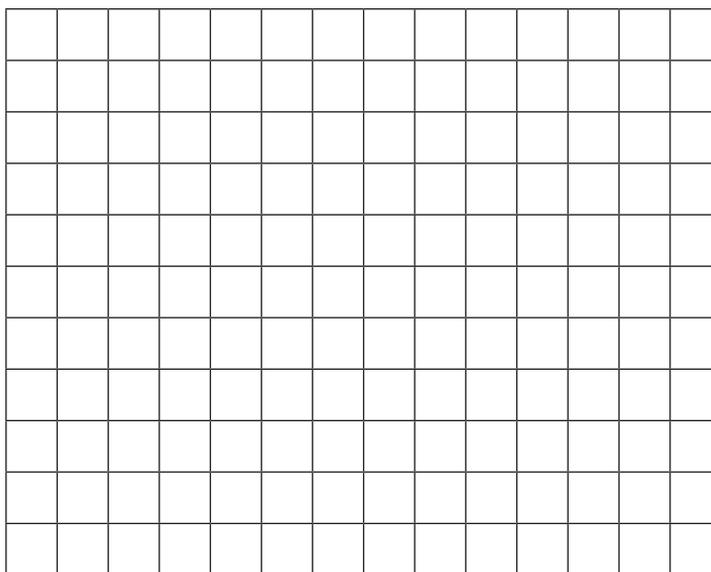


Consigna 2

También con tu compañero resuelve estas actividades.

Tracen y colorean en la cuadrícula cuatro rectángulos con las medidas que se indican abajo; completen la tabla de la página siguiente y contesten la pregunta. Es importante que los rectángulos no se encimen.

- Rojo: 8 cm de largo y 3 cm de ancho
- Amarillo: 1 cm de base y 5 cm de altura
- Verde: 4 cm de base y 6 cm de altura
- Azul: 10 cm de largo y 2 cm de ancho



Rectángulo	Base	Altura	Área (cm ²)
Rojo			
Azul			
Amarillo			
Verde			

Describan brevemente cómo se calcula el área de los rectángulos.



Consideraciones previas

En la primera consigna se espera que en todos los casos los alumnos multipliquen las medidas del largo y el ancho de los rectángulos para encontrar su área. Es probable que algunos necesiten trazar toda la cuadrícula para obtener el área, otros trazarán solamente los cuadrados de una fila y una columna de la orilla, y unos más harán directamente la multiplicación. Es conveniente que se concluya que ya no es necesario trazar la cuadrícula, pues basta con saber cuántas unidades tiene el largo y el ancho, y multiplicarlas para obtener el área de un rectángulo.

En la segunda consigna quizá los alumnos pregunten por qué en unos datos se indica: largo y ancho, y en otros: base y altura. En este caso, se puede decir que estos términos se utilizan indistintamente para designar los lados de un rectángulo, aclarando que el “largo” es el lado más grande y el “ancho” el más chico. La “base” es el lado horizontal y la “altura” el vertical. En la puesta en común se espera que los alumnos respondan que para obtener el área de cualquier rectángulo se multiplica el largo por el ancho, o bien, la base por la altura. Si los alumnos expresaran la fórmula $A = b \times h$ o $A = l \times a$, conviene señalar que de manera universal se utiliza $A = b \times h$.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

87

Medidas en el salón de clases

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen diferentes unidades de medida de superficie (m^2 , dm^2 y cm^2) para estimar o medir distintas superficies.

87

Medidas en el salón de clases

Consigna

En equipos de cuatro integrantes, lleven a cabo las actividades.

1. Estimen el área de las superficies que se indican, y después utilicen los cuadrados que construyeron (con indicaciones de su maestro) para medirlas.

Superficie	Estimación del área	Resultado de la medición de superficie
La superficie del pizarrón		
La carátula de una calculadora		
La portada del cuaderno de Matemáticas		
El piso del salón		



- Compartan sus respuestas con el grupo.

2. Utilicen al menos dos unidades de medida diferentes para medir las superficies:

Superficie	Unidad de medida empleada	Medida de la superficie (área)
La portada del libro de Matemáticas		
La superficie de la mesa del profesor		
Una ventana del salón		

- Compartan sus respuestas con el grupo.



Consideraciones previas

Con el fin de que cada equipo cuente con varias figuras de cada tamaño, se sugiere que los equipos sean de cuatro integrantes, así cada uno tendrá 4 cuadrados grandes, 12 medianos y 28 pequeños.

Una vez que los alumnos han construido los diferentes cuadrados, se les puede dar el nombre de cada uno: metro cuadrado, el grande; decímetro cuadrado, el mediano y centímetro cuadrado, el pequeño, y comentar que las tres son unidades de medida que se utilizan para medir superficies. Con la participación de todos los alumnos se puede elaborar la noción de cada uno; por ejemplo, metro cuadrado: cuadrado de un metro por lado que se utiliza como unidad de superficie, su símbolo es (m^2).

El objetivo es que los alumnos reconozcan por su tamaño al m^2 , al dm^2 y al cm^2 , por ello, su construcción y la operación para estimar o medir superficies resultan trascendentes.

La conversión de unidades y el uso del punto decimal son aspectos que se estudian en consignas más adelante, por tanto, es probable que los alumnos utilicen expresiones para escribir sus estimaciones o los resultados de sus mediciones, como las siguientes:

- $4 m^2$ más $80 dm^2$ más $360 cm^2$
- $24 dm^2$, $200 cm^2$
- $4 dm^2$ y $140 cm^2$

Si advierten que $140 cm^2$ equivale a $1 dm^2$ y sobran $40 cm^2$, ya que $1 dm^2 = 100 cm^2$, habría que comentar dicha reflexión y considerar que la expresión $4 dm^2$ y $140 cm^2$ es equivalente con $5 dm^2$ y $40 cm^2$.

Seguramente se presentarán casos en que las figuras que tiene cada equipo no sean suficientes para cubrir toda la superficie que se pretende medir, ante ello se espera que los alumnos generen estrategias para lograrlo; por ejemplo, que coloquen la figura sobre la superficie y marquen sus límites, poner la misma figura junto al dibujo de la anterior y nuevamente marcar sus límites, y así sucesivamente hasta cubrir toda la superficie con dibujos.

Para la primera consigna, los alumnos tienen la libertad de utilizar una, dos o tres unidades de medida y de decidir cuál o cuáles emplear. Cuando se analicen los resultados, vale la pena comentar la conveniencia de utilizar unas u otras, por ejemplo, usar el m^2 para medir la superficie del piso del salón, representa menos dificultad que utilizar el dm^2 . Otra reflexión importante que se debe promover en los alumnos es que si sólo se utiliza una unidad es probable que haya espacios menores sin medir; en esos casos, para hacer una medición más aproximada es necesario hacerlo con otra unidad de medida menor.

Materiales

Cada alumno construirá (de cartulina, papel reciclado, periódico o *fomi*):

- 1 cuadrado de 1 m por lado.
- 3 cuadrados de 10 cm por lado.
- 7 cuadrados de 1 cm por lado.

Para el caso del piso, seguramente es más aproximado el resultado si se utilizan dos o tres unidades que si se usa sólo una.

Es posible que los equipos utilicen diferentes unidades para medir el mismo objeto; por ejemplo, para el área de la portada del cuaderno un equipo puede mencionar que son $5\frac{1}{2}$ dm², mientras que otro equipo quizá diga que mide 560 cm². Como se señaló anteriormente, el tema de estudio en este apartado no es la equivalencia entre unidades, sin embargo, para efecto de verificar si ambas respuestas son aceptables, los alumnos llegarían a la conclusión de que un dm² se cubre con 100 cm².

En la segunda consigna los alumnos tendrán que calcular el área de las superficies indicadas utilizando al menos dos unidades de medida; esto favorecerá que los alumnos:

- Calculen el área con la mayor aproximación, pues tienen la posibilidad de recurrir a unidades más pequeñas, en caso de que la primera unidad seleccionada no sea suficiente para cubrir totalmente la superficie.
- Comparen las unidades por su tamaño y valoren cuánto es más grande una en comparación con la otra.
- Utilicen expresiones equivalentes para indicar la misma área.

Conceptos y definiciones

Estimación: proceso para obtener el resultado aproximado de una operación o de una medición.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen diferentes unidades de medida de superficie (m^2 , dm^2 y cm^2), para dibujar figuras con áreas determinadas.

Consigna

En equipos, hagan lo que se pide a continuación.

Utilicen los cuadrados del desafío anterior y construyan una figura que corresponda a cada una de estas medidas:

a) 24 cm^2

b) 15 dm^2

c) 9 m^2

d) $7 \frac{1}{2} \text{ dm}^2$

e) $5 \frac{3}{4} \text{ m}^2$

f) $2 \text{ m}^2 + 6 \text{ dm}^2$

g) $9 \text{ dm}^2 + 50 \text{ cm}^2$

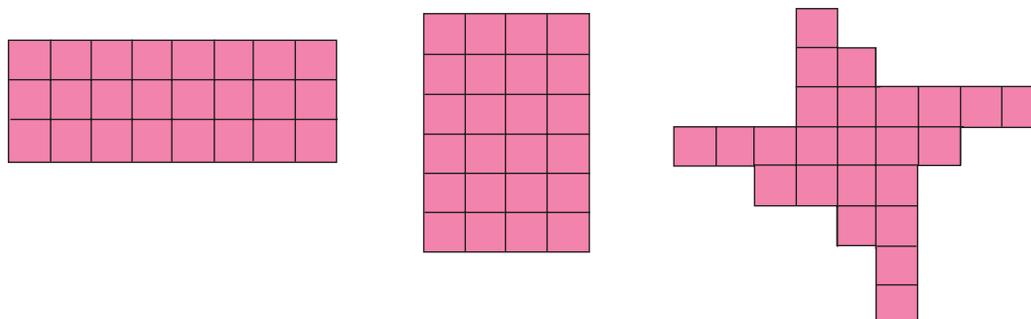


Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo: los cuadrados que elaboraron en la sesión anterior (4 m^2 , 12 dm^2 y 28 cm^2).

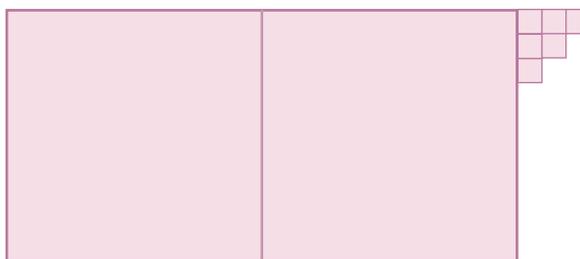
Para continuar con la idea de reconocer por su tamaño al m^2 , al dm^2 y al cm^2 , ahora se trata de utilizar esas unidades de medidas de superficie estudiadas en la consigna anterior para construir figuras que tengan una determinada área. Ahora, a partir de una medida, trazarán diversas figuras; con lo anterior se valida una propiedad geométrica, es decir, que hay figuras diferentes que tienen la misma área. Para el caso de la figura con 24 cm^2 de área, se presentan las siguientes soluciones:



Es importante que los alumnos señalen las unidades que se utilizaron al momento de comprobar su representación.

Se espera que no tengan dificultad para representar las superficies cuyas áreas incluyen fracciones, ya que este tipo de números se estudiaron y se utilizaron en bloques y grados anteriores.

Para las figuras de los incisos *f* y *g* deben utilizar dos unidades de medida para representar las superficies, como lo muestra la siguiente figura, cuya área es de 2 m^2 y 6 dm^2 .



Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

En otros casos que utilicen la misma unidad, por ejemplo, sabiendo que 50 cm^2 equivalen a medio metro cuadrado, podrían doblar a la mitad el metro cuadrado para representar los 50 cm^2 .

Este tipo de actividades favorece que los alumnos avancen en la comprensión de las relaciones que existen entre las diferentes unidades, para que en grados posteriores se puedan establecer sus equivalencias con menos dificultad.

Dado su tamaño, es necesario considerar que algunas figuras deberán trazarlas en el piso.

Bloque 5



Cuando estén seguros de que todos representaron correctamente su fracción, formen un equipo y contesten las preguntas:

a) ¿Por qué para las fracciones de tu equipo se coloreó la misma cantidad de cuadros?

b) ¿Qué relación observan en los denominadores de las fracciones que tienen en su equipo?

c) ¿Sucede lo mismo con los numeradores?

¿Por qué?

d) ¿Qué operaciones pueden hacerse a partir de una fracción para obtener las otras?



Consideraciones previas

Materiales

Preparar para cada equipo:
43 tarjetas con las fracciones
que se indican abajo.

Los números que se consideraron en las tarjetas ayudan a organizar hasta 10 equipos, que pueden tener de tres a cinco integrantes:

Equipo	Fracciones	Total
1	$\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}$	5
2	$\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}, \frac{8}{24}$	5
3	$\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}$	5
4	$\frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{3}{15}, \frac{4}{20}$	4
5	$\frac{1}{6}, \frac{2}{12}, \frac{4}{24}$	3

Equipo	Fracciones	Total
6	$\frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{3}{24}$	3
7	$\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \frac{16}{24}$	5
8	$\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}$	5
9	$\frac{2}{5}, \frac{4}{10}, \frac{6}{15}, \frac{8}{20}$	4
10	$\frac{4}{5}, \frac{8}{10}, \frac{12}{15}, \frac{16}{20}$	4

La consigna consiste en que cada alumno se encargue de representar una fracción; si se considera conveniente, de acuerdo con las características de los alumnos, se integran parejas para representar algunas fracciones.

En consignas anteriores los alumnos representaron e identificaron fracciones equivalentes mediante diversos recursos. Ahora se trata de que ellos establezcan una forma para identificarlas y generarlas; en este caso, se espera que adviertan que multiplicando el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número natural, se obtiene una fracción equivalente a ella.

Es importante que dispongan de tiempo suficiente para verificar que han representado correctamente la fracción que les fue asignada, ya que los equipos se integran tomando en cuenta que todos sus integrantes tienen fracciones que son equivalentes. Antes de resolver las preguntas, se podría propiciar un espacio de discusión grupal para que los alumnos comenten cómo determinaron cuántos cuadritos debían colorear.

Aunque hasta ahora los alumnos no han trabajado fracciones con denominadores como $(\frac{5}{15}, \frac{5}{20}, \frac{4}{24})$ es probable que la mayoría de los equipos, con base en lo que conocen y observan en el conjunto de fracciones, respondan que colorearon la misma cantidad de cuadros porque sus fracciones son equivalentes.

Para las preguntas *b*, *c* y *d* se espera que los alumnos:

- Comenten que los denominadores y numeradores se relacionan porque representan los resultados de la tabla de multiplicar de un número.
- Adviertan que el numerador y el denominador de una fracción se tienen que multiplicar por el mismo número para obtener una fracción equivalente.

Una forma de alentar a que los alumnos comprueben si sus conclusiones son correctas es plantearles preguntas como: ¿qué pasa si los elementos de la fracción inicial, numerador y denominador, se multiplican o dividen por un número diferente?, ¿se mantiene la equivalencia? ¿Qué sucede con una fracción si únicamente se multiplica el numerador o el denominador por 3? ¿También se pueden encontrar fracciones equivalentes si divido el numerador y el denominador entre el mismo número?

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen y generen, a partir de una fracción dada, varias fracciones equivalentes, al multiplicar o dividir el numerador y el denominador por el mismo número natural.

Consigna

Desarrolla los ejercicios con ayuda de un compañero.

1. Escriban los números que faltan para que las fracciones de cada grupo sean equivalentes:

a) $\frac{5}{3} = \frac{\quad}{6} = \frac{\quad}{12} = \frac{15}{\quad} = \frac{\quad}{15}$ d) $\frac{70}{50} = \frac{14}{\quad} = \frac{\quad}{5} = \frac{35}{\quad}$

b) $\frac{2}{6} = \frac{\quad}{12} = \frac{6}{\quad} = \frac{20}{\quad} = \frac{\quad}{36}$ e) $\frac{48}{60} = \frac{\quad}{20} = \frac{12}{\quad} = \frac{\quad}{10}$

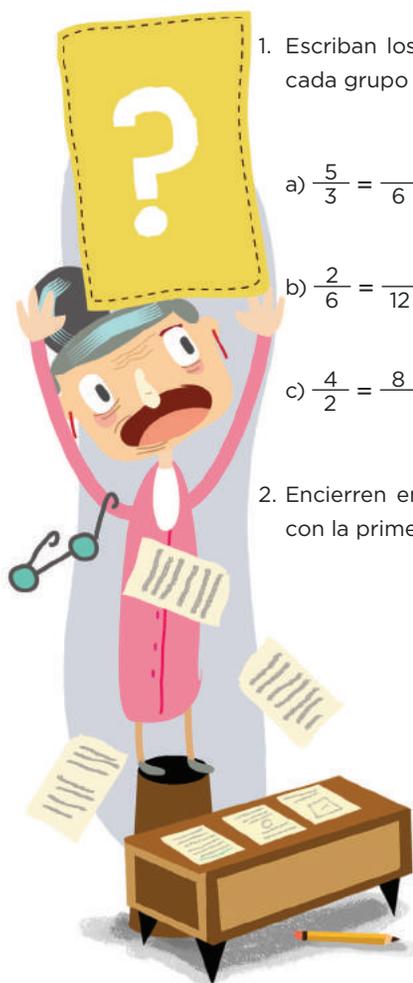
c) $\frac{4}{2} = \frac{8}{\quad} = \frac{20}{\quad} = \frac{28}{\quad} = \frac{\quad}{20}$ f) $\frac{72}{120} = \frac{18}{\quad} = \frac{12}{\quad} = \frac{\quad}{60}$

2. Encierren en un círculo las fracciones que son equivalentes con la primera de la izquierda.

a) $\frac{2}{9} : \frac{5}{18} \quad \frac{8}{36} \quad \frac{12}{19} \quad \frac{4}{18} \quad \frac{11}{45}$

b) $\frac{9}{27} : \frac{6}{24} \quad \frac{7}{21} \quad \frac{3}{9} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{6}$

c) $\frac{12}{18} : \frac{10}{15} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{12} \quad \frac{4}{6} \quad \frac{4}{8}$



Consideraciones previas

Se espera que los alumnos apliquen la estrategia analizada en la sesión anterior para generar fracciones equivalentes. Ahora, además de multiplicar el numerador y el denominador tendrán que dividirlos entre el mismo número para generar e identificar fracciones equivalentes con denominadores menores.

Para resolver el ejercicio 1 ya cuentan con el numerador o el denominador de las fracciones equivalentes que deben obtener; es probable que no tengan dificultad para identificar en cada caso cuál es el factor que pudo generarlo y lo apliquen para calcular el elemento que falta. Se espera que los argumentos de los alumnos sean parecidos a éstos:

$$\frac{2}{6} = \frac{\boxed{4}}{12} = \frac{6}{\boxed{18}} = \frac{20}{\boxed{30}} = \frac{\boxed{12}}{36}$$

- El 6 se multiplicó por 2, entonces el 2 también se multiplica por el 2 del numerador y se obtienen $\frac{4}{12}$. Después, si se multiplica el denominador $(6) \times 3$ se obtienen 18, entonces también se debe multiplicar el numerador $(2) \times 3$, entonces la fracción es $\frac{6}{18}$, etcétera.

El segundo ejercicio implica un reto diferente, ya que deberán revisar una a una las fracciones propuestas para cada inciso, e identificar si hay alguna relación entre ellas. Es probable que inicien por buscar esta relación y consideren solamente uno de los dos elementos y no de la fracción como tal, por ejemplo:

$$\frac{2}{9}; \frac{5}{18} \quad \frac{8}{36} \quad \frac{12}{19} \quad \frac{8}{18} \quad \frac{11}{45}$$

A partir del numerador 2, pueden buscar alguna relación con los otros numeradores y encontrar dos inmediatas, una con el 4 y otra con el 8; posteriormente, comprobar si esa misma relación se cumple entre sus denominadores. Otra estrategia consiste en probar lo mismo, pero con el denominador.

Otro elemento que hace el ejercicio más complejo es que, a simple vista algunas fracciones no tienen relación de equivalencia con la primera:

$$\frac{9}{27}; \frac{6}{24} \quad \frac{7}{21} \quad \frac{3}{9} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{6}$$

Si aplican el mismo razonamiento que en el inciso anterior, las fracciones equivalentes que se identifican son $\frac{3}{9}$ y $\frac{1}{3}$; sin embargo, hay dos fracciones más que también son equivalentes. De ahí la importancia de que los alumnos sigan reflexionando acerca del significado de cada fracción. En este caso, $\frac{9}{27}$ representa la tercera parte, y en $\frac{2}{6}$ y $\frac{7}{21}$ se cumple la misma proporción, por tanto, también son equivalentes.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

91 El número mayor

Intención didáctica

Que los alumnos utilicen el cálculo de fracciones equivalentes como estrategia para comparar fracciones con distinto denominador.

91 El número mayor

Consigna 1

En equipos de cuatro integrantes jueguen a “El número mayor” (con sus tarjetas recortables, pp. 217-223, y siguiendo las indicaciones del maestro).

- Revuelvan y repartan las tarjetas entre los integrantes del equipo, de manera que no sobre alguna. Cada participante hace una pila con sus tarjetas, cuidando que los números queden hacia abajo.
- Al mismo tiempo, los cuatro jugadores muestran su primera tarjeta. El jugador que tenga la de mayor valor se lleva su tarjeta y la de sus tres compañeros.
- Las cartas ganadas no se vuelven a utilizar.
- El juego termina cuando ya no hay tarjetas. El ganador del juego es el participante que se queda con más tarjetas.

Consigna 2

Con un compañero resuelvan los siguientes ejercicios:

1. Compara las fracciones y coloca el signo $>$ o $<$, según sea el caso.

$$\frac{3}{5} \square \frac{10}{20}$$

$$\frac{2}{3} \square \frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{6} \square \frac{2}{5}$$

$$\frac{7}{8} \square \frac{5}{6}$$



Cuarto grado | 171

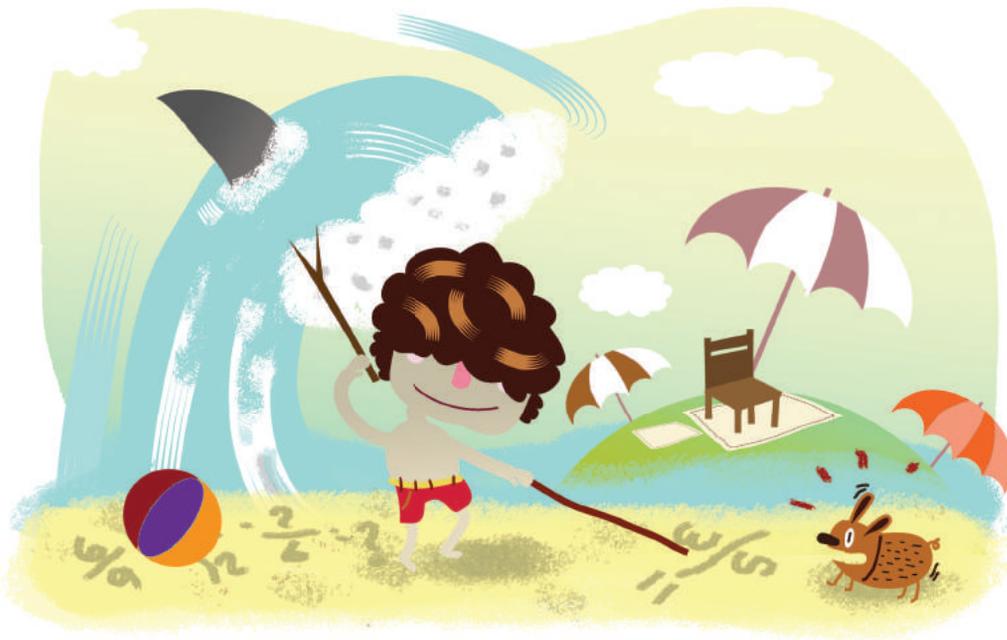
2. Ordena cada grupo de fracciones, e inicia con la de menor valor.

a) $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{1}{3}$ _____

b) $\frac{2}{5}$, $\frac{6}{30}$, $\frac{3}{15}$ _____

c) $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{1}{3}$ _____

d) $\frac{6}{9}$, $\frac{16}{12}$, $\frac{2}{6}$ _____



Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo: 32 tarjetas con fracciones del material recortable del alumno, pp. 215-221.

Es importante que cada equipo cuente con las 32 tarjetas, cantidad que permite jugar hasta ocho rondas. Si es necesario, sugiera a los equipos que hagan la consigna con menos tarjetas, cuidando que todos los integrantes tengan la misma cantidad. Es conveniente que los alumnos tengan a la mano lápiz y papel para hacer los cálculos y comprobar si su tarjeta tiene la frac-

ción con mayor valor.

Se espera que los alumnos adviertan que sustituir su fracción por una equivalente puede facilitar la comparación y decidan utilizar el recurso recién estudiado; aunque es probable que se observen otras estrategias para comprobar cuál fracción es mayor, por ejemplo, utilizar representaciones gráficas de ellas.

Es importante que durante la puesta en común los alumnos presenten los procedimientos que usaron para comparar las fracciones, así como las ventajas o desventajas que tuvieron al utilizarlo. En caso de que ningún equipo utilice el procedimiento de obtener fracciones equivalentes, es conveniente que éste se presente y analice como una opción más.

Para enriquecer el tema de la consigna se proponen ejercicios como el de la p. 172 del libro del alumno.

La consigna 2 puede dejarse de tarea, si no alcanza el tiempo de la clase.

Es conveniente que los alumnos tengan oportunidad de exponer cómo resolvieron cada ejercicio, y revisar las respuestas en una puesta en común.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

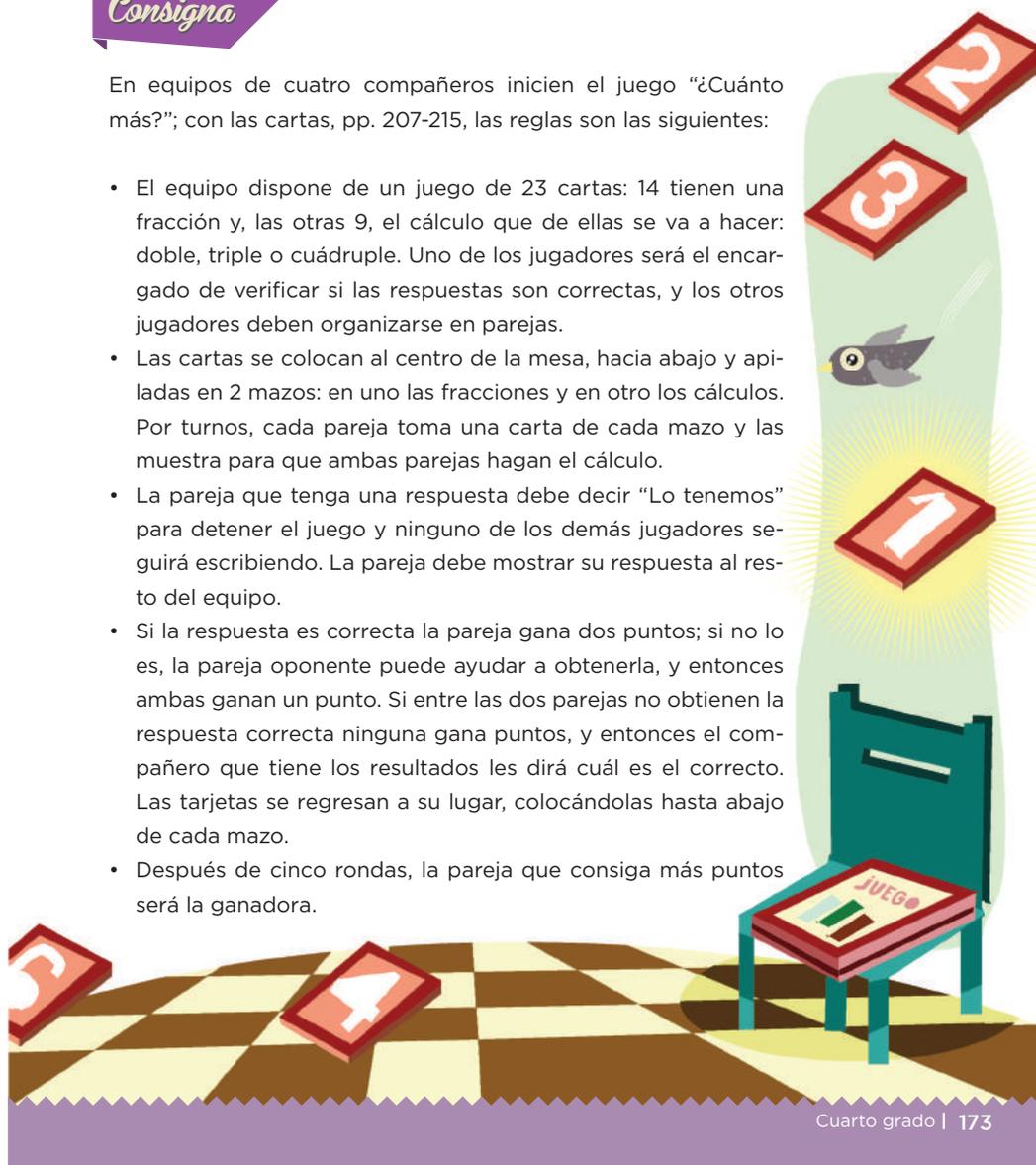
Intención didáctica

Que los alumnos calculen el doble, triple y cuádruple de fracciones usuales, utilizando expresiones equivalentes.

Consigna

En equipos de cuatro compañeros inicien el juego “¿Cuánto más?”; con las cartas, pp. 207-215, las reglas son las siguientes:

- El equipo dispone de un juego de 23 cartas: 14 tienen una fracción y, las otras 9, el cálculo que de ellas se va a hacer: doble, triple o cuádruple. Uno de los jugadores será el encargado de verificar si las respuestas son correctas, y los otros jugadores deben organizarse en parejas.
- Las cartas se colocan al centro de la mesa, hacia abajo y apiladas en 2 mazos: en uno las fracciones y en otro los cálculos. Por turnos, cada pareja toma una carta de cada mazo y las muestra para que ambas parejas hagan el cálculo.
- La pareja que tenga una respuesta debe decir “Lo tenemos” para detener el juego y ninguno de los demás jugadores seguirá escribiendo. La pareja debe mostrar su respuesta al resto del equipo.
- Si la respuesta es correcta la pareja gana dos puntos; si no lo es, la pareja oponente puede ayudar a obtenerla, y entonces ambas ganan un punto. Si entre las dos parejas no obtienen la respuesta correcta ninguna gana puntos, y entonces el compañero que tiene los resultados les dirá cuál es el correcto. Las tarjetas se regresan a su lugar, colocándolas hasta abajo de cada mazo.
- Después de cinco rondas, la pareja que consiga más puntos será la ganadora.



Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo:

- Las tarjetas con fracciones.
- Las tarjetas que indican el cálculo.

Pida a un integrante del equipo recortar las tarjetas con los resultados, pp. 207-215.

Es probable que para calcular los resultados, los alumnos recurran principalmente a representar gráficamente las fracciones de las tarjetas. Otros, quizá utilicen expresiones aditivas: $\frac{2}{3} + \frac{2}{3}$ o $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$, e inclusive multiplicativas como $\frac{2}{3} \times 2$, o $\frac{3}{4} \times 4$. Lo importante es que de una u otra forma la pareja tenga argumentos para convencer al oponente de que su cálculo es correcto y exprese su resultado numéricamente.

Se espera que al término del juego, los alumnos identifiquen que si una fracción se duplica, triplica o cuadruplica, por ejemplo, $\frac{2}{3}$, la cantidad de tercios aumenta, dos, tres o cuatro veces, y que en estos casos el único elemento que cambia es el numerador. Para calcular el doble, el triple o el cuádruple de una fracción basta con duplicar, triplicar o cuadruplicar el numerador de la misma.

Es importante que se preparen tantas tarjetas de resultados como equipos se integren en el grupo, ya que ésta será la herramienta que tendrá el responsable para verificar las respuestas de las parejas.

Una vez que los alumnos hayan terminado de jugar se puede promover una actividad grupal en la que, a manera de competencia, se pregunten algunos cálculos que se incluyeron en el juego.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos calculen la mitad y la tercera parte de fracciones usuales, utilizando expresiones equivalentes.

Consigna

En equipos de cuatro compañeros inicien el juego “¿Cuánto menos?”; las reglas son las siguientes:

- Necesitan las 14 tarjetas con fracciones que utilizaron para jugar “¿Cuánto más?”, ocho tarjetas, p. 205, que contienen el cálculo que de ellas se va a hacer y una tabla, pp. 201 y 203, con los resultados. Uno de los jugadores será el encargado de verificar si las respuestas son correctas y los otros jugadores deben organizarse en parejas.
- Las cartas se colocan al centro de la mesa, hacia abajo y apiladas en 2 mazos: en uno las fracciones y en otro los cálculos. Por turnos, cada pareja toma una carta de cada mazo y las muestra para que ambas parejas hagan el cálculo.
- La pareja que tenga primero la respuesta debe decir “Lo tenemos” para detener el juego y ninguno de los demás jugadores seguirá escribiendo. La pareja debe mostrar su respuesta al resto del equipo.
- Si la respuesta es correcta la pareja gana dos puntos, si no lo es, la pareja oponente puede ayudar a obtenerla, y entonces ambas ganan un punto. Si entre las dos parejas no obtienen la respuesta correcta, ninguna gana puntos, y entonces el compañero que tiene los resultados les dirá cuál es el correcto. Las tarjetas se regresan a su lugar, colocándolas al final de cada mazo.
- Después de cinco rondas, la pareja que consiga más puntos será la ganadora.



Consideraciones previas

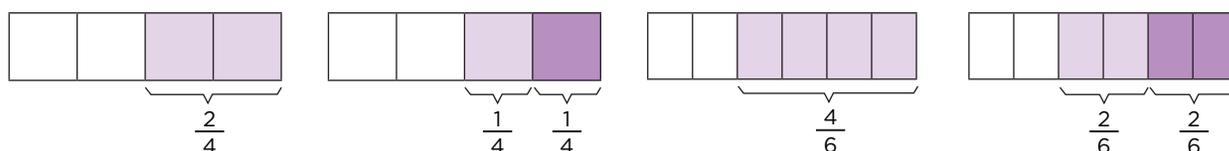
Materiales

Para cada equipo:

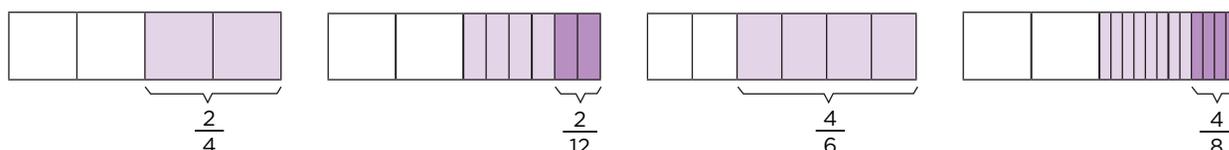
- Tarjetas con fracciones del desafío anterior.
- Tarjetas con el cálculo, del material del alumno, p. 201.
- Tarjetas con resultados, p. 205.

De la misma forma que en el juego del desafío anterior, seguramente los alumnos utilizarán representaciones gráficas para conocer y comprobar los resultados; sin embargo, es necesario construir estrategias más elaboradas que incluyan la variación de los elementos de la fracción (numerador y denominador).

Calcular la mitad o la tercera parte de una fracción representa un reto más complejo que calcular el doble o el triple; no se trata únicamente de obtener la mitad o la tercera parte del numerador, sino que hay casos en los que el denominador también se modifica. Por ejemplo, al calcular la mitad de fracciones como $\frac{2}{4}$ o $\frac{4}{6}$, la fracción que se obtiene al dividir las en dos partes iguales sigue teniendo el mismo denominador, sólo el elemento que se modifica es el numerador, precisamente a la mitad de su valor. Sería importante discutir ampliamente con los estudiantes la condición para que esto ocurra (numerador par):



Pero esto no sucede si se calcula la tercera parte de las mismas fracciones:



Es importante que los alumnos adviertan el obstáculo para proceder de manera similar al caso anterior, el numerador no es múltiplo de 3.

Otro caso especial es cuando el numerador es impar y se quiere obtener la mitad.

Al calcular la mitad de $\frac{3}{4}$, cada cuarto se divide en dos partes iguales, por lo que se obtienen $\frac{6}{8}$, y la mitad de éstos son $\frac{3}{8}$:



Si bien los estudiantes pueden utilizar diferentes procedimientos, es deseable que adviertan que cuando se quiere obtener la mitad o la tercera parte de una fracción y los numeradores no sean múltiplos de 2 y 3, respectivamente, basta con duplicar o triplicar el valor del denominador.

Cuando los alumnos terminen de jugar, se puede promover una actividad grupal en la que, a manera de competencia, se pregunten algunos cálculos que se incluyen en el juego.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos enuncien la regularidad de una sucesión con progresión geométrica.

Consigna

En equipos, resuelvan los problemas.

1. Analicen esta sucesión de figuras:



Figura 1



Figura 2

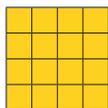


Figura 3

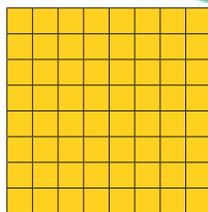


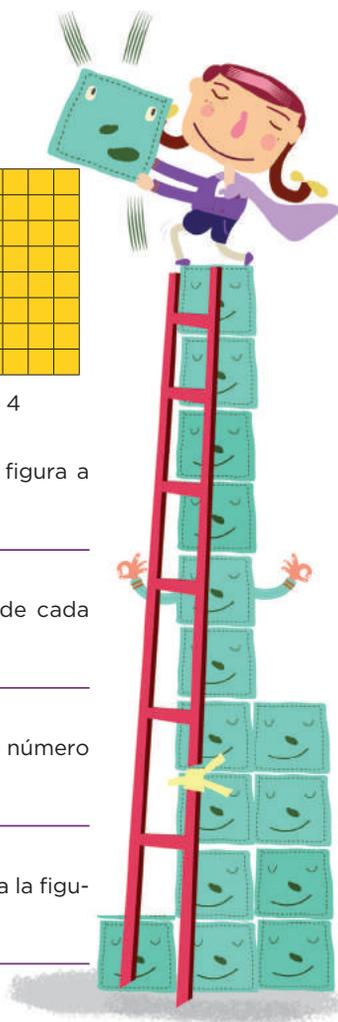
Figura 4

- ¿Cómo se obtiene el número de cuadros de una figura a partir de la anterior?

- ¿Cuál es la regularidad del número de cuadros de cada figura de la sucesión?

- ¿Cuál es la sucesión numérica que se genera con el número de cuadros de cada figura?

- Si se continúa la sucesión, ¿cuántos cuadros tendría la figura 5?



2. Analicen esta sucesión de triángulos:

Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

a) ¿Cómo se obtiene el número de triángulos de una figura a partir de la sucesión anterior?

b) ¿Cuál es la regularidad del número de triángulos de cada figura de la sucesión?

c) ¿Cuál es la sucesión numérica que se genera con el número de triángulos de cada figura?

d) Si se continúa la sucesión, ¿cuántos triángulos tendría la figura 5?

Consideraciones previas

En este desafío los alumnos deben identificar una sucesión con progresión geométrica, es decir, cada número de elementos que conforma cualquier término de la sucesión se calcula multiplicando el anterior por un número fijo llamado razón.

Respecto al primer caso, se espera que los alumnos digan que la regularidad de la sucesión es que el número de cuadros de cualquier figura se obtiene multiplicando el número de cuadros de la figura anterior por 4. Por ejemplo, para la figura 4 el número de cuadros que la conforman es igual al número de cuadros de la figura 3 por 4, es decir, $16 \times 4 = 64$. Esta misma regularidad se cumple para las otras figuras, por lo que el número de cuadros de la figura 5 será: $64 \times 4 = 256$, y así sucesivamente.

Una variante de esta sucesión es plantear a los alumnos que determinen la regularidad del número de cuadros por lado de cada figura, y preguntarles también cuántos cuadros tendría por lado la siguiente figura (figura 5).

Ahora la sucesión cambia y sería: 1, 2, 4, 8, 16,... y la regularidad sobre el número de cuadros por lado se obtiene multiplicando el término anterior por 2.

En el caso del problema 2, se espera el mismo trabajo de análisis y que puedan determinar que la regularidad es: el número de triángulos de cualquier figura de la sucesión se obtiene multiplicando por 4 el número de triángulos de la figura anterior.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

95 Sucesión con factor

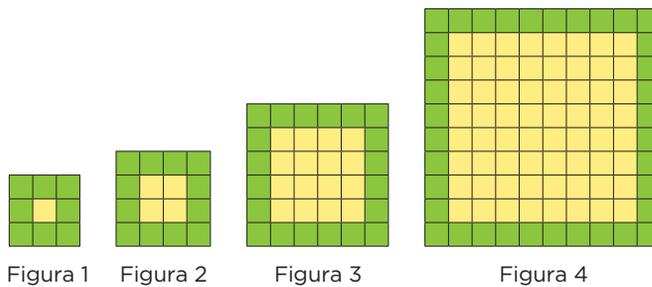
Intención didáctica

Que los alumnos encuentren términos faltantes, el que continúa o uno no muy alejado, en sucesiones con progresión geométrica.

95 Sucesión con factor

Consigna

1. Analicen esta sucesión.

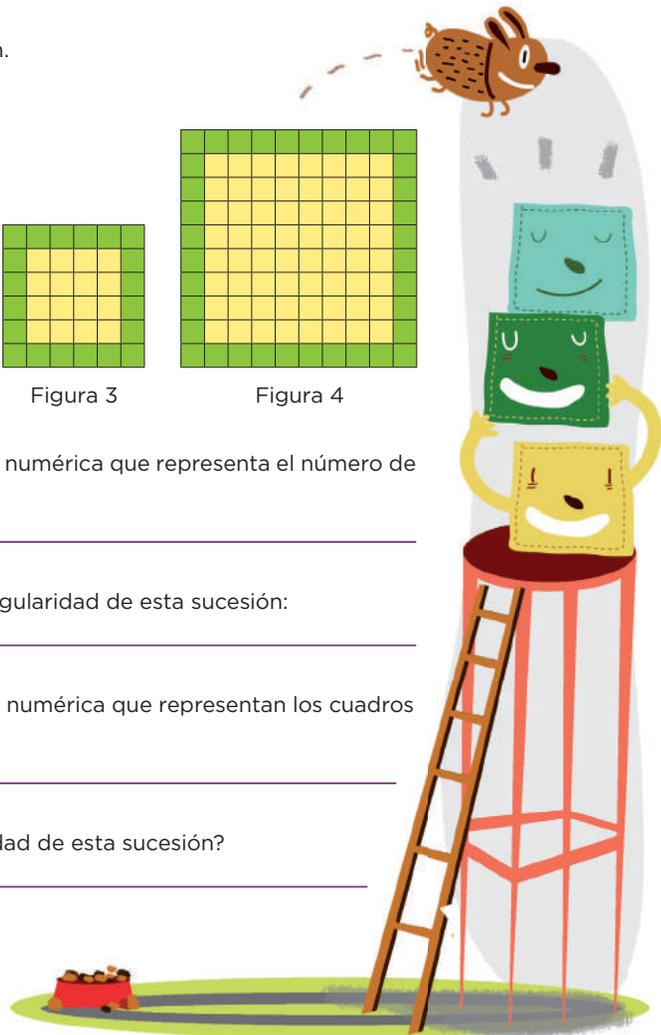


a) ¿Cuál es la sucesión numérica que representa el número de cuadros verdes?

Explica cuál es la regularidad de esta sucesión:

b) ¿Cuál es la sucesión numérica que representan los cuadros amarillos?

¿Cuál es la regularidad de esta sucesión?



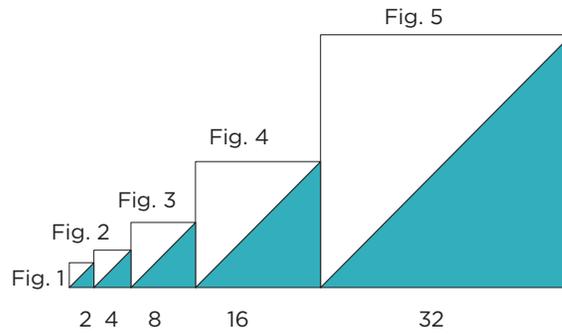


c) ¿Cuántos cuadros amarillos tendrá la figura 6?

¿Y la figura 7?

¿Y cuántos cuadros verdes tendrán cada una de esas figuras?

2. Los números que están abajo de cada cuadrado representan la medida de cada uno de sus lados.



a) Si se continúa la sucesión de cuadrados, ¿cuánto miden por lado los cuadrados de las figuras 6, 7 y 8, respectivamente?

b) La siguiente sucesión representa el área del triángulo de color en cada cuadrado. ¿Cuáles son los números que faltan?

2, 8, 32, 128, _____, _____, 8 192,...

Consideraciones previas

En el primer problema, se espera que los alumnos establezcan las sucesiones numéricas que corresponden al número de cuadros verdes y de cuadros amarillos, para que después puedan determinar la regularidad en cada caso.

Sin embargo, es común que se equivoquen y tomen en cuenta, con base en las dos primeras figuras de esta sucesión, que van aumentando de 4 en 4. Si esto sucede será importante considerarlo para la puesta en común y que confronten con algún otro equipo cuyo análisis haya sido más detallado.

Respecto al número de cuadros verdes, la sucesión numérica es: 8, 12, 20, 36... En este caso, no se trata de una sucesión con progresión geométrica porque cualquier término no se obtiene multiplicando por un factor constante el término anterior. La regularidad es que el número que se va sumando es el doble del anterior; esto se observa en los números en rojo: $8 + 4 = 12$; $12 + 8 = 20$; $20 + 16 = 36$.

En relación con el número de cuadros amarillos, la sucesión numérica que se genera es: 1, 4, 16, 64... Ahora se trata de una sucesión con progresión geométrica, ya que el número de cuadros amarillos para cualquier figura se obtiene multiplicando el número de cuadros amarillos de la figura anterior por 4. Si los alumnos logran determinar esta regularidad, entonces podrán calcular que el número de cuadros amarillos para las figuras 6 y 7 son: 1024 y 4096, respectivamente.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

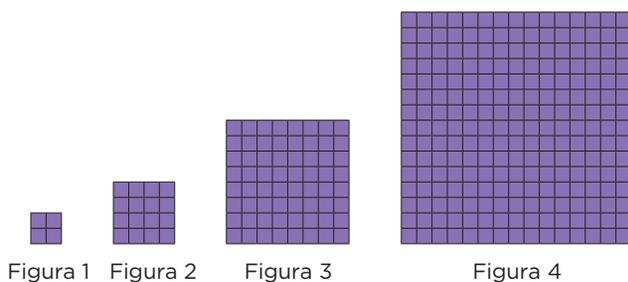
Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas en los que determinen si un término dado pertenece o no a la sucesión.

Consigna

En parejas, contesten las preguntas en relación con las sucesiones que se presentan.

Sucesión 1.



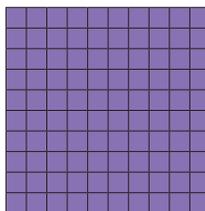
a) ¿Cuál es la sucesión numérica que representa el número de cuadrados que tienen por lado las figuras?

b) ¿Cuál es la sucesión numérica que representa el área de los cuadrados?

c) ¿Cuál será el área del cuadrado que ocuparía el lugar 5 en la sucesión?



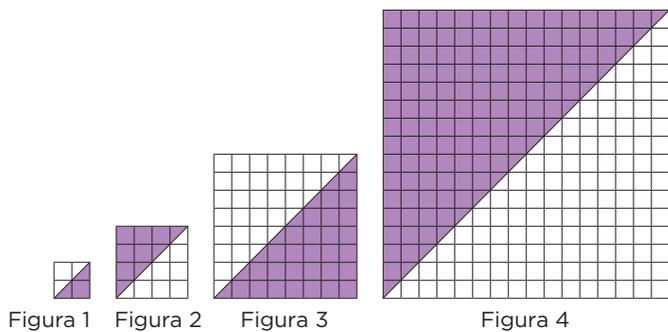
d) ¿La siguiente figura corresponde a la sucesión?



¿Por qué?



Sucesión 2.

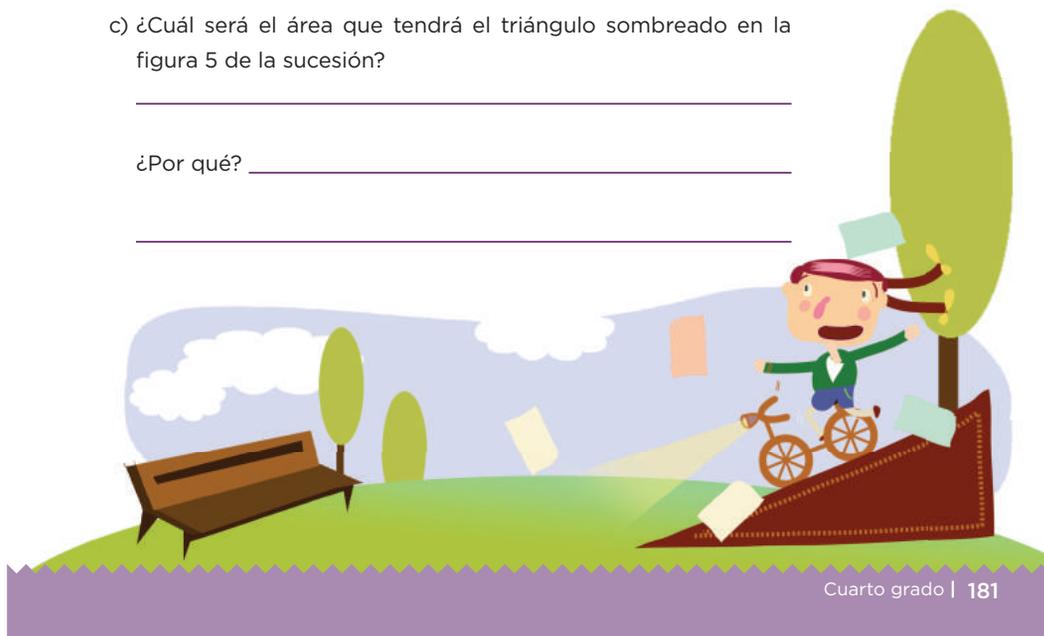


a) ¿Cuál es la regularidad que observan de la sucesión de figuras?

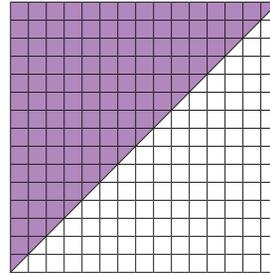
b) ¿Cuál es la sucesión numérica que representa el área de los triángulos sombreados?

c) ¿Cuál será el área que tendrá el triángulo sombreado en la figura 5 de la sucesión?

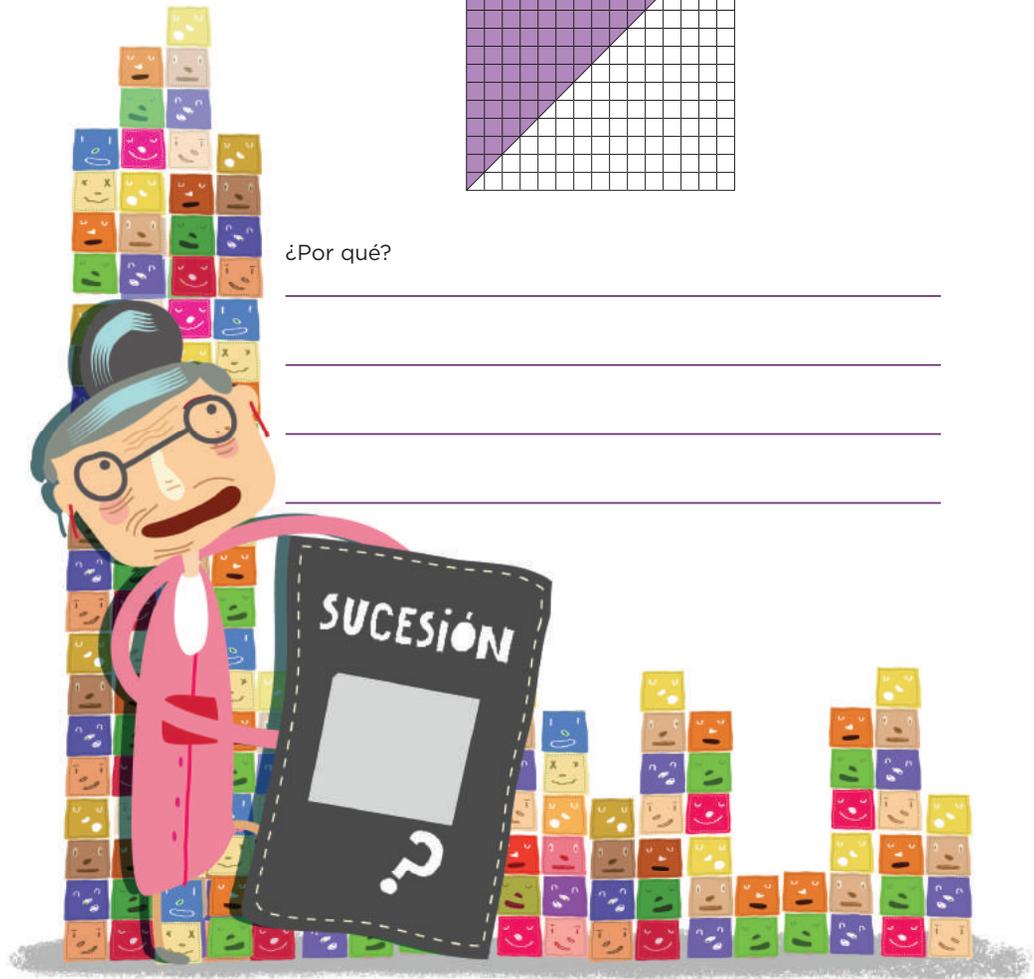
¿Por qué? _____



d) ¿La siguiente figura corresponde a la sucesión?



¿Por qué?



Consideraciones previas

Para decidir si un elemento dado (número o figura) pertenece o no a una sucesión, primero se debe encontrar la regularidad entre los elementos dados. Así que la idea central de los problemas de este desafío es que los alumnos identifiquen regularidades y luego las apliquen.

En el primer problema, se espera que los alumnos escriban que la sucesión numérica que se genera en función del número de cuadrados que tiene por lado cada cuadrado es: 2, 4, 8, 16...

Una vez que los alumnos hayan escrito la sucesión numérica, hay que indicarles que identifiquen la regularidad de la sucesión. En este caso, la regularidad es que para obtener cualquier término de la sucesión el número anterior se multiplica por 2.

La sucesión numérica que se genera en función del área de cada cuadrado es: 4, 16, 64, 256...

La regularidad de esta sucesión es que para obtener cualquier término el número anterior se multiplica por 4.

En el caso del inciso c, se espera que los alumnos lleguen a la conclusión de que el cuadrado de 10 x 10 no corresponde a la sucesión, ya que el 10 (número de cuadrados por lado) y el 100 (área del cuadrado) no corresponden a la sucesión de cuadrados.

Respecto al problema 2, es probable que a algunos alumnos se les dificulte calcular el número de cuadrados. Otros podrán ver que el cuadrado equivale a dos triángulos iguales, por lo que el número de cuadrados de un triángulo es la mitad del número de cuadrados que conforman el cuadrado de cada figura.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos calculen mentalmente el complemento de un número a un múltiplo de 10.

Consigna

En parejas, desarrollen la actividad.

- Cada uno calcule mentalmente los números con los que se da respuesta a las preguntas de la tabla 1 y escríbanlos en la columna correspondiente.
- Comprueben sus respuestas con ayuda de una calculadora, y en la última columna pongan una ✓ si su respuesta es acertada, o el número correcto, en caso de haber tenido un error.
- Comenten sus procedimientos y si se equivocaron busquen las causas.

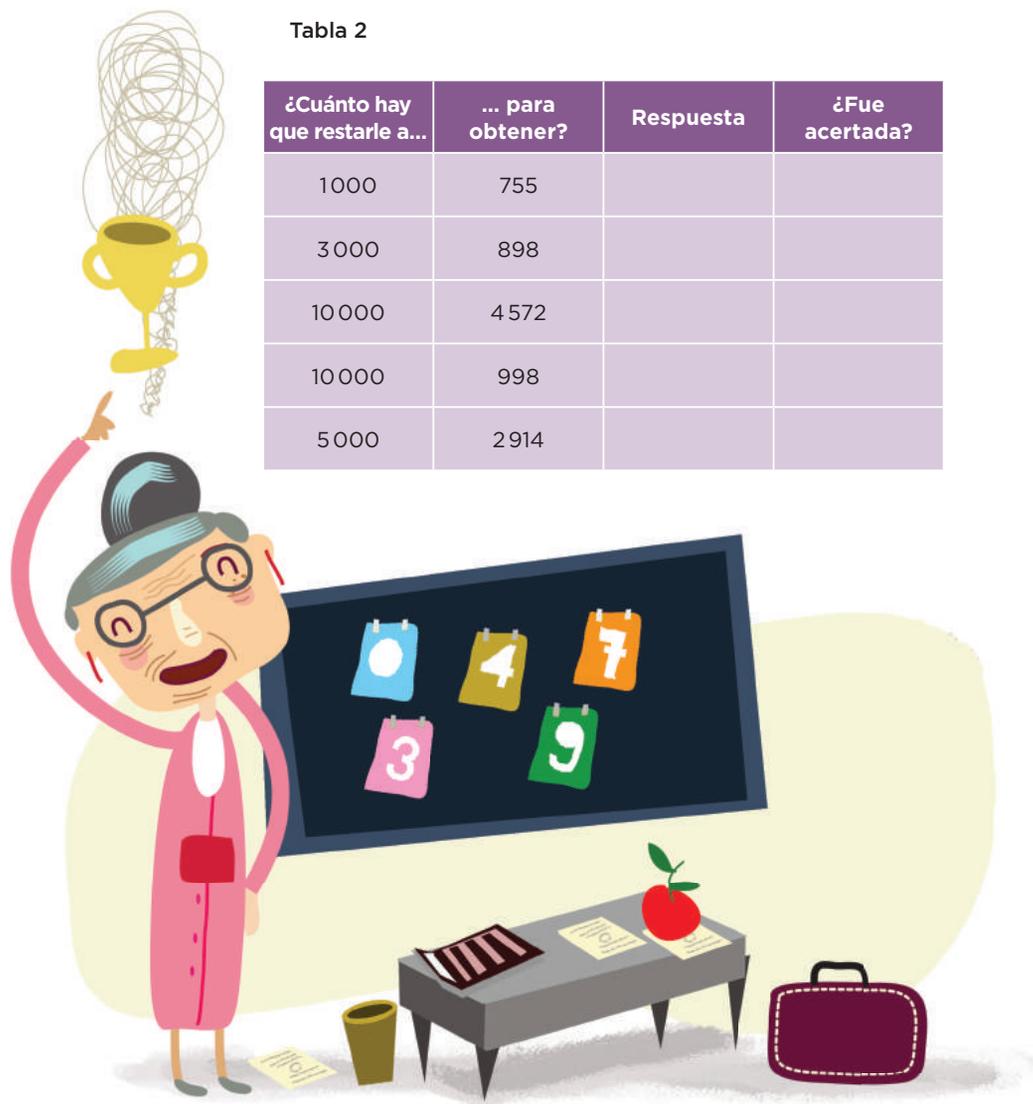
Tabla 1

¿Cuánto hay que sumarle a...	... para obtener?	Respuesta	¿Fue acertada?
88	1000		
579	3000		
4578	10000		
199	6400		
8253	11300		

- Ahora, analicen y completen lo que se solicita en la tabla 2.

Tabla 2

¿Cuánto hay que restarle a...	... para obtener?	Respuesta	¿Fue acertada?
1000	755		
3000	898		
10000	4572		
10000	998		
5000	2914		



Consideraciones previas

Materiales

Para cada alumno: una calculadora.

Si bien las respuestas pueden obtenerse de diversas formas, la idea es que los alumnos elaboren y apliquen estrategias de cálculo mental.

Una manera de calcular los números de la tabla 1, es completar sucesivamente las decenas, centenas, unidades de millar, etcétera.

Por ejemplo:

$$4\,578 + 2 = 4\,580 \quad (+2)$$

$$4\,580 + 20 = 4\,600 \quad (+20)$$

$$4\,600 + 400 = 5\,000 \quad (+400)$$

$$5\,000 + 5\,000 = 10\,000 \quad (+5\,000)$$

Al final, se suma todo lo que se adicionó ($2 + 20 + 400 + 5\,000 = 5\,422$). A $4\,578$ hay que sumarle $5\,422$ para obtener $10\,000$. Por supuesto, se sugiere que todas las cuentas se hagan mentalmente.

Para completar la tabla 2, es muy probable que los alumnos inicien otra vez con el número menor y que repitan el procedimiento antes mencionado, sin embargo, vale la pena preguntar, ¿cómo le harían a partir del número mayor? Por ejemplo:

$$1\,000 - 200 = 800 \quad (-200)$$

$$800 - 40 = 760 \quad (-40)$$

$$760 - 5 = 755 \quad (-5)$$

Al final se suma todo lo que se restó ($200 + 40 + 5 = 245$). A $1\,000$ hay que restarle 245 para obtener 755 .

En la puesta en común vale la pena advertir la relación entre las operaciones utilizadas, sumas y restas. En una resta, el resultado más el sustraendo es igual al minuendo.

$$1\,000 - 755 = 245, \text{ por tanto, } 245 + 755 = 1\,000$$

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

98 Los más cercanos

Intención didáctica

Que los alumnos calculen mentalmente la distancia entre varios números (pequeños) y determinen cuál es la más corta, para advertir que la distancia entre dos números es independiente de la posición relativa de ambos.

98 Los más cercanos

Consigna

Resuelve este problema; para decidir cada respuesta haz los cálculos mentalmente.

Luis y tres de sus amigos juegan a “El más cercano”, que consiste en tomar al azar una tarjeta que tenga el número más cercano al número que tienen en el tablero. Si los jugadores eligieron estas tarjetas, ¿quién crees que ha ganado cada ronda?

Ronda	Número de tablero	Luis	Rosa	Felipe	Julia	Ganador
1	260	300	238	248	279	
2	430	392	451	460	417	
3	110	207	134	85	79	
4	370	399	349	400	389	
5	100	86	115	73	186	
6	480	314	241	593	327	



Consideraciones previas

Para resolver el problema es probable y deseable que los estudiantes utilicen las estrategias del desafío anterior, es decir, para determinar el número más cercano a 260, encuentran mentalmente los complementos de 238 y 248, o bien, buscar los complementos de 260 para llegar al 279 y al 300. Al final se comparan los complementos para determinar el número más cercano.

Es muy probable que para conocer al ganador de la primera ronda, los alumnos centren su atención únicamente en los números menores a 260 (238 y 248), y entre éstos, determinar que 248 es el más cercano, pues la distancia entre 260 y 248 es 12, y entre 238 y 260 es 22. Efectivamente, de los cuatro números, 248 es el más cercano a 260. Al aplicar el mismo criterio podrán determinar que el ganador de la segunda ronda es Julia.

Si continúan con el mismo criterio, seguramente establecerán que el ganador de la tercera ronda es Felipe, ya que entre 85 y 79 (números menores a 110), el 85 es el más cercano. Si esto ocurre, podría preguntarse: si la diferencia entre 85 y 110 es 25, y la diferencia entre 110 y 134 (número mayor a 110) es 24, ¿la ganadora no es Rosa? Es importante que en la puesta en común se discutan ampliamente las posibles respuestas, la intención es que los estudiantes reconozcan que la distancia entre dos números no se afecta por la posición relativa de ambos.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

99

De frutas y verduras

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen calcular complementos de un número a un múltiplo de 10, y la distancia entre dos números naturales, uno de ellos múltiplo de 10.

99

De frutas y verduras

Consigna 1

En parejas, resuelvan el problema.

Raúl y Lorena preparan ensaladas considerando las siguientes tablas de ingredientes:



Ingrediente	Calorías
1 manzana	53
1 taza de melón	80
1 durazno	45
1 naranja	38
1 pera	55
1 plátano	108
1 rebanada de sandía	47
1 tuna	42
1 taza de uvas	135
1 mango	50

Ingrediente	Calorías
1 taza de berros	15
1 taza de champiñones	45
1 taza de coliflor	48
1 taza de espinacas	28
1 taza de lechuga	14
1 papa	70
1 taza de pepino	12
1 jitomate	30
1 taza de zanahoria picada	64
Medio aguacate	144

a) Si están preparando dos ensaladas, ¿qué ingredientes agregarían para que cada una contenga las calorías indicadas? Escriban sobre las líneas.

Ensalada 1

- 1 taza de melón
- 1 naranja en gajos
- 2 rebanadas de sandía
- 1 taza de uvas
- 1 manzana rebanada
- 1 mango

600 calorías

Ensalada 2

- 5 tazas de lechuga
- 3 tazas de espinaca
- 1 taza de pepino rebanado
- $\frac{1}{2}$ taza de zanahoria
- 1 durazno picado
- 1 manzana rebanada

470 calorías



Consigna 2

Con tu mismo compañero, calculen cuál es la diferencia de calorías entre los grupos de alimentos que están separados por una diagonal.

Grupo de alimentos	Diferencia de calorías
Una pera y una rebanada de sandía / Dos tazas de champiñones, un jitomate y dos tazas de berros	
Medio aguacate, media taza de pepino y una papa / Un plátano y una manzana	
Tres tazas de espinaca / Dos tazas de uvas	
Una taza de melón y dos duraznos / Una taza de coliflor, una taza de pepino y una taza de espinaca	



Consideraciones previas

Para resolver la primera consigna se espera que los alumnos calculen el total de calorías contenidas en los alimentos de las listas, y después calculen los complementos para que se reúnan las cantidades de calorías indicadas en las papeletas; en ambos casos, las cantidades son múltiplos de 10.

Las frutas listadas en la Ensalada 1 contienen en total 450 calorías. Los alumnos tendrán que buscar las combinaciones posibles entre los ingredientes para sumar 150 calorías más, que son las necesarias para completar las 600 calorías. Es muy probable que ellos respondan que agregando tres mangos se resuelva el problema, pues si cada uno contiene 50 calorías, los tres suman las 150 que hacen falta. En ese caso, es importante cuestionar si es la única respuesta y animarlos a buscar una o dos posibilidades más.

Algunas posibles respuestas son:

- Un durazno (45 calorías), una pera (55 calorías), un mango (50 calorías), en total son 150 calorías.
- Una manzana (53 calorías), una rebanada de sandía (47 calorías) y un mango (50 calorías).
- Un plátano (108 calorías) y una tuna (42 calorías), en total son 150 calorías.
- Una rebanada de sandía (47 calorías), una tuna y media (63 calorías), media taza de melón (40 calorías).

La Ensalada 2 contiene 296 calorías; para calcular cuántas faltan para completar 470 calorías, los alumnos podrían calcular el complemento a la centena más próxima (300) y después el faltante para completar 470:

$$296 + 4 = 300; 300 + 170 = 470; 296 + 174 = 470.$$

Es probable que aunque el complemento no representa una cantidad que sea múltiplo de 10, los alumnos retomen la experiencia de la Ensalada 1 y se animen a calcularlo integrando también dobles y medias porciones:

- Medio aguacate (144 calorías) y un jitomate (30 calorías).
- Una taza de coliflor (48 calorías), una taza de espinacas (28 calorías), dos tazas de lechuga (28 calorías), una papa (70 calorías).
- Una taza de espinacas (28 calorías), una taza de pepino (12 calorías), una taza de zanahoria (64 calorías), una papa (70 calorías).
- Una taza de coliflor (48 calorías), una taza de espinaca, (28 calorías), dos tazas de pepino (24 calorías), dos jitomates (60 calorías) y media taza de espinacas (14 calorías).

En la consigna 2 los alumnos se enfrentan a un reto diferente que implica calcular la diferencia o distancia entre dos números, de los cuales uno es múltiplo de 10. Es importante que durante la puesta en común se reflexionen y analicen los diferentes procedimientos que se presentan para determinar las distancias, como el siguiente:

Medio aguacate, media taza de pepino y una papa suman 220 calorías. Un plátano y una manzana suman 161 calorías. La distancia entre los dos números podría calcularse a partir del menor completando la decena, después la centena y, por último, nuevamente las decenas.

Con 9 se llega a 170, con 30 se llega a 200 y con 20 más se llega a 220, por tanto, la distancia de 161 a 220 es de $9 + 30 + 20$, es decir, 59.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar las consignas?

100 ¡Nos vamos de excursión!

Intención didáctica

Que los alumnos adviertan que para resolver un problema que implica dividir, es necesario considerar el valor del residuo.

100 ¡Nos vamos de excursión!

Consigna

En parejas, resuelvan el problema.

En el grupo de Elena hay 43 alumnos. El próximo mes van a irse de excursión a un parque de diversiones y están considerando dos opciones para transportarse:

- En autos de 6 pasajeros incluyendo al conductor.
- En camionetas de 9 pasajeros incluyendo al conductor.

a) Si deciden la primera opción, ¿cuántos autos se van a necesitar para el paseo?

b) En esa cantidad de autos, ¿podrían ir solamente 4 niños en cada uno?



Cuarto grado | 189

¿Por qué?

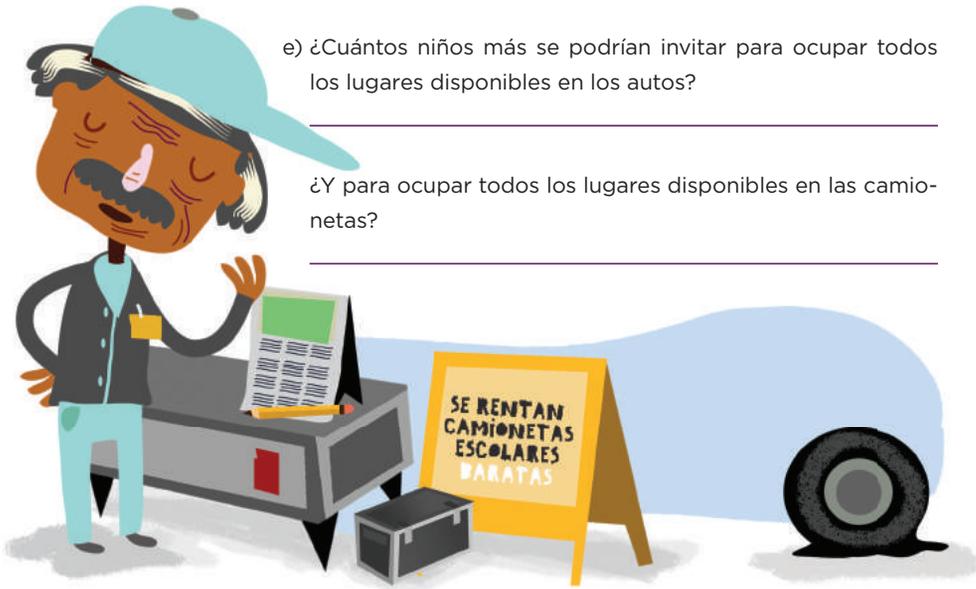
c) Si deciden la segunda opción, ¿cuántas camionetas se necesitarían?

d) Cuatro alumnos quieren invitar a un hermano; si el profesor acepta, ¿sería necesario disponer de más camionetas?

¿Por qué?

e) ¿Cuántos niños más se podrían invitar para ocupar todos los lugares disponibles en los autos?

¿Y para ocupar todos los lugares disponibles en las camionetas?



Consideraciones previas

Seguramente los alumnos no tendrán dificultad para calcular el resultado de las divisiones, pues son cálculos sencillos que ya han estudiado. Ahora, lo que se pretende con estos problemas es hacer hincapié en el significado del residuo. Se espera que con la cantidad que sobra al hacer la división, se puede comenzar a integrar otro grupo igual a los que se están conformando, cuyo valor es el divisor.

Para responder la primera pregunta probablemente se presenten dos condiciones diferentes: que los alumnos dividan entre seis para hacer equipos de seis integrantes, o que dividan entre cinco, considerando que de los seis pasajeros uno no es alumno, sino el conductor. El segundo procedimiento es correcto, el primero no.

- Si dividen entre seis y no consideran que uno de los pasajeros debe ser el conductor:
 - a) Podrían calcular que se necesitan siete autos. En este caso, saben que con 43 niños se forman siete grupos de seis niños y queda un niño fuera, lo cual es cierto; sin embargo, no toman en cuenta que ese alumno también debe ser transportado.
 - b) Podrían calcular que se necesitan ocho autos porque sobra un niño y para ése se necesitaría otro coche.
- Si dividen entre cinco y consideran que el conductor es independiente al grupo:
 - a) Podrían responder que se necesitan ocho autos; sin embargo, esta solución no toma en cuenta el resto de la división, que corresponde a tres niños que también van al paseo.
 - b) Podrían responder que necesitan nueve autos. Con esta respuesta están tomando en cuenta que los tres alumnos restantes ocuparían el noveno auto, aunque no totalmente. Esta respuesta es la correcta.

Es probable que para la segunda pregunta los alumnos identifiquen que si se acomodan los 43 alumnos (dividendo) de cuatro en cuatro, nueve autos (cociente) no serían suficientes, pues siete niños no alcanzarían transporte. Esta respuesta se tomaría como ejemplo para valorar qué se puede hacer si, como en este caso, el residuo (siete) es mayor que el divisor (cuatro). Se espera que en las respuestas del grupo se explique que si siete alumnos quedan fuera de los nueve autos, agregando un auto más, podrían transportarse cuatro niños más y que sobrarían tres niños, entonces se necesitaría un auto más aunque en éste no viajaría la misma cantidad de niños que en el resto de los autos.

La misma situación ocurrida en la primera pregunta podría presentarse en la tercera, pues necesitan considerar que de los nueve pasajeros de la camioneta, ocho son del grupo. La respuesta que se espera es que se necesitarían seis camionetas, porque cinco se completan y faltaría una para transportar a los tres alumnos que sobran. Estos argumentos servirían para responder la cuarta pregunta: si se van a invitar a cuatro niños más, pueden viajar en la sexta camioneta pues hay cinco lugares disponibles.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

101 Libros y cajas

Intención didáctica

Que los alumnos resuelvan problemas que impliquen dividir, e identifiquen cómo la variación del residuo puede afectar el resultado del problema.

101 Libros y cajas

Consigna

En parejas, resuelvan el problema.

El empleado de una librería tiene que empacar 368 libros del mismo tamaño. Si en una caja caben 24 libros:

a) ¿Cuántas cajas se requieren para empaquetar todos los libros?

b) ¿Cuántos libros más se podrían empaquetar, de tal manera que todas las cajas estén totalmente llenas?

c) ¿Se podrían empaquetar los libros de manera que en todas las cajas haya la misma cantidad?

¿Por qué?

d) Si entre los libros hay seis de Matemáticas, ¿podría ocuparse una de las cajas solamente con estos libros?

¿Por qué?

Consideraciones previas

Como en el desafío anterior, el interés de estudio es que los alumnos tomen en cuenta el residuo como cantidad inicial para integrar otro grupo igual al que están conformando, ahora mayor a 10 elementos. Se espera que en este problema los alumnos tengan menos dificultad para reconocer la necesidad de una caja más para los libros del residuo.

Para responder la primera pregunta los alumnos podrían recurrir a varias estrategias, por ejemplo:

- a) Hacer grupos de 24 libros hasta ocupar el mayor número posible de libros:

$$24 + 24 = 48$$

$$48 + 24 = 72$$

$$72 + 24 = 96$$

$$96 + \dots (11 \text{ veces más el } 24) = 360$$

360 libros ocupan 15 cajas y para los 8 libros restantes se necesita una caja más, en total, 16 cajas.

- b) Primero, calcular los libros que pueden guardarse en 10 cajas; con el resto de los libros hacer grupos de 24 libros hasta agotar 128 y sumar el total de cajas:

$$24 \times 10 = 240$$

$$368 - 240 = 128$$

$$24 + 24 + 24 + 24 + 24 = 120$$

Con 240 libros se llenan 10 cajas y con 120 libros se llenan 5 cajas más, en total, 15 cajas; entonces con 360 libros se llenan 15 cajas y en otra caja quedan 8 libros.

- c) Calcular los libros que pueden guardarse en 10 cajas; con este dato, calcular cuántos libros caben en 5 cajas, y después sumar el total de cajas:

$24 \times 10 = 240$; entonces en 5 cajas cabe la mitad, o sea 120 libros.

$240 + 120 = 360$. En 15 cajas caben 360 libros y quedan fuera 8 libros, por lo que se necesita una caja más.

- d) Dividir 368 entre 24 utilizando el algoritmo convencional, y se obtiene como cociente 15 (número de cajas llenas) y como residuo 8, que es el número de libros sobrantes, para los cuales se requiere una caja más.

A partir de este cálculo los alumnos seguramente podrán concluir que:

- Se podrían empaquetar 16 libros más en la última caja, y de esta forma todas estarían llenas.
- Si en cada una de las 16 cajas se empaquetan 23 libros, ningún libro queda fuera, por lo que sí hay otra manera de guardarlos. Para esta respuesta los alumnos podrían recurrir a estrategias como las siguientes:
 - a) Tomando en cuenta que en la última caja caben 16 libros más para completar 24, se debe sacar un libro de cada caja para que sólo queden 23 y meterlos en la última caja. En ésta se juntan los 8 libros que había con los 15 que se sacaron de otras cajas y también se reúnen 23.
 - b) Intentar hacer varios grupos con diferente cantidad de libros; es muy probable que lo hagan con 21, 22 o 23 libros, pues son los números cercanos a 24.
- No sería posible ocupar una caja solamente con los 6 libros de Matemáticas pues, como se observó en la primera respuesta, en 15 cajas caben 360 libros, y para cumplir con esa condición se necesitaría espacio para 362 libros.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos estimen entre dos recipientes, cuántas veces cabe el contenido de uno en el otro.

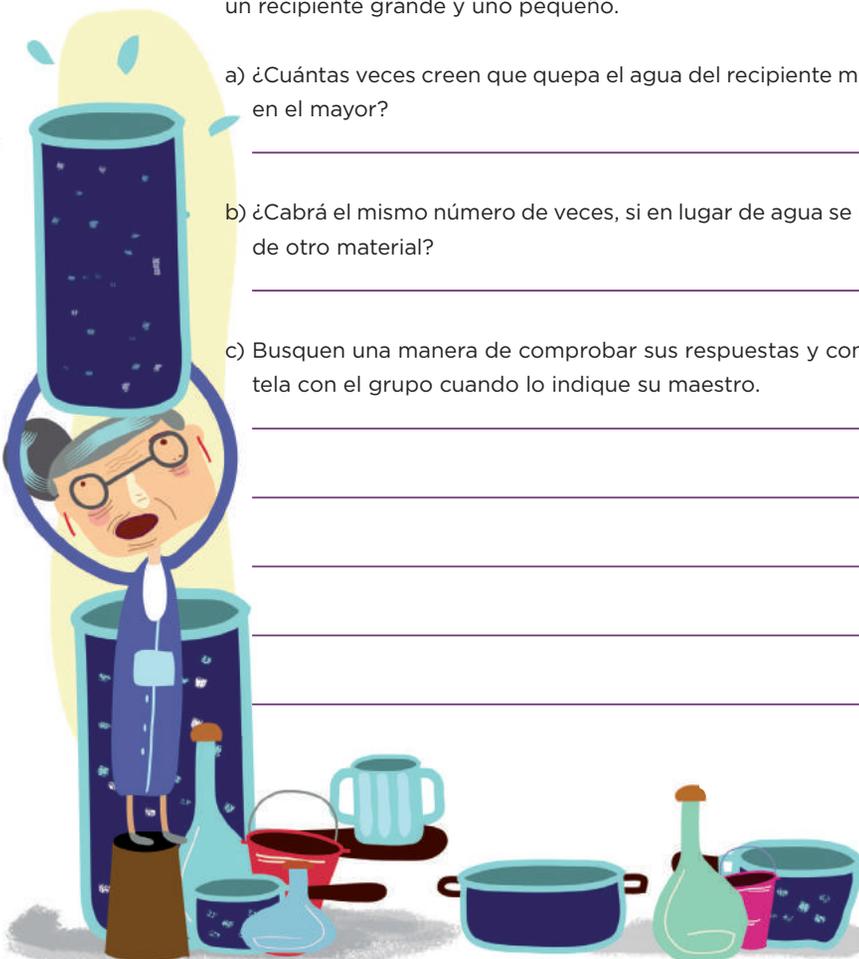
Consigna

En equipos, lleven a cabo la actividad; el maestro les entregará un recipiente grande y uno pequeño.

a) ¿Cuántas veces creen que quepa el agua del recipiente menor en el mayor?

b) ¿Cabrán el mismo número de veces, si en lugar de agua se llena de otro material?

c) Busquen una manera de comprobar sus respuestas y coméntela con el grupo cuando lo indique su maestro.



Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo:

- Dos recipientes transparentes de capacidad diferente (por ejemplo, una botella de un litro y un vaso de $\frac{1}{4}$ de litro sin etiqueta o rótulo que señale su capacidad).
- Los materiales con los que se van a llenar los recipientes: agua, arroz, frijol, arena, aserrín, etcétera.

Será interesante observar la forma en que los alumnos comprueban sus estimaciones; lo más probable es que decidan vaciar el agua contenida en el recipiente pequeño al grande. Se espera que después de hacer la misma acción con otros materiales (arroz, arena, etcétera) lleguen a la conclusión de que no importa la consistencia del material, sino que la relación de capacidad entre los dos recipientes se conserva.

Se recomienda conservar los materiales para los desafíos sucesivos de este tema.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

103

Entre uno y otro

Intención didáctica

Que los alumnos comprueben que la altura o forma del recipiente no determinan necesariamente su capacidad.

103

Entre uno y otro

Consigna

En equipos, lleven a cabo la siguiente actividad.

- Ordenen los recipientes que tienen, comenzando por el de mayor capacidad. ¿Qué tomaron en cuenta para ordenar los recipientes?

- Comprueben que el orden que establecieron fue el correcto.
- Expliquen cómo hicieron la comprobación.

- Acomoden el nuevo recipiente que les entregó su maestro dentro del grupo que ordenaron.

- Verifiquen que lo hayan acomodado correctamente, y si no fue así, corrijan.



Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo:

- 4 o 5 recipientes distintos, como tazas, platos hondos, botellas grandes y chicas de agua, latas de refresco o jugo, envase de Tetra Pak de 1 litro.
- La botella y el vaso que usaron en el desafío anterior u otros.

Se trata de que los alumnos comprueben que la altura o la forma de un recipiente no siempre determinan su capacidad.

Para desarrollar la consigna cada equipo necesita 4 o 5 recipientes. Es conveniente que alguno de ellos sea más alto que otro de mayor o igual capacidad (por ejemplo, algunos envases de un litro de leche son más altos que otros); además que ninguno tenga la etiqueta donde se indica la capacidad. En el caso específico de las latas o envases a los que no se les pueda quitar la etiqueta, se envuelven con un papel o se tapa ese dato con pintura.

Es probable que la palabra capacidad sea nueva para los alumnos y eso dificulte la comprensión de la consigna. Una manera de que entiendan la tarea es indicarles que ordenen los recipientes iniciando “con el que le cabe más”. Es importante que mientras lleven a cabo la actividad se propicie el uso de ese término para favorecer la construcción de la noción de esta magnitud.

Es conveniente dejar que verifiquen y reacomoden los diferentes recipientes las veces que sean necesarias. Así también, escuchar las discusiones y estrategias empleadas para ubicar el nuevo envase. Seguramente ya tendrán más cuidado y habilidad para calcular la capacidad después de haber comentado y analizado las formas y los tamaños, y haber hecho el vaciado para comprobar sus hipótesis. Cuando los equipos hayan terminado, se puede comentar cuáles recipientes pensaron que tenían más capacidad y que, al comprobar, se dieron cuenta de que no era así.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

104 ¿Cuántos de éstos?

Intención didáctica

Que los alumnos estimen y calculen la capacidad de recipientes utilizando una unidad arbitraria.

104 ¿Cuántos de éstos?

Consigna

En equipos, estimen cuántas veces cabe el agua que contiene el vaso en los otros recipientes. Anoten sus estimaciones en esta tabla.

Recipiente	Estimación	Comprobación



Comprueben sus estimaciones y regístrénlas en la tabla.

a) ¿En cuál recipiente acertaron?

b) ¿A cuál se aproximaron menos?

Consideraciones previas

Materiales

Para cada equipo:

- 4 o 5 recipientes variados como tazas, platos hondos, botellas grandes y chicas de agua, latas de refresco o jugo, Tetra Pak de un litro.
- Un vaso chico.
- Alpiste, arroz, aserrín o alguna semilla pequeña.

En el desafío anterior los alumnos compararon y ordenaron recipientes con diferentes capacidades para registrar cuántas veces cabía el contenido de uno en otro. Ahora el objetivo es que establezcan la relación de medición con base en una unidad única arbitraria.

Para que los alumnos puedan trasvasar el contenido de los recipientes y responder a lo que se pide, se debe preparar con anticipación el material que ya se indicó para cada equipo.

Es importante que se señale al grupo que es necesario hacer primero la estimación y después la medición; así también, pedir que tanto la unidad de medida como los recipientes a medir se llenen lo más posible sin tirar el contenido, es decir, se rasen para obtener una medición más exacta.

La medición con unidades no convencionales ayuda a que el alumno perciba la magnitud (en este caso, la capacidad) como una característica susceptible de medirse. También lo prepara para que, posteriormente, se trabajen las unidades convencionales como el litro.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

105 ¡Pasteles, pasteles!

Intención didáctica

Que los alumnos identifiquen en un conjunto de datos, el que se presenta con más frecuencia y lo nombren moda.

105 ¡Pasteles, pasteles!

Consigna

En parejas, resuelvan el problema.

En la pastelería “Delicias”, don Roque registró la venta de rebanadas de pastel de los primeros días de la semana:

Lunes		Martes		Miércoles	
Chocolate	Tres leches	Chocolate	Chocolate	Queso	Tres leches
Queso	Zanahoria	Queso	Chocolate	Chocolate	Fresa
Chocolate	Chocolate	Chocolate	Queso	Fresa	Zarzamora
Chocolate	Chocolate	Fresa	Queso	Queso	Queso
Tres leches	Chocolate	Fresa	Chocolate	Chocolate	Fresa
Queso	Fresa	Fresa	Tres leches	Zarzamora	Fresa
Zarzamora	Chocolate	Chocolate	Fresa	Zanahoria	Chocolate
Fresa	Chocolate	Chocolate	Fresa	Queso	Queso
Zarzamora	Queso	Tres leches	Queso	Queso	Chocolate
Queso	Chocolate	Chocolate	Chocolate	Queso	Zarzamora
Queso	Chocolate	Zanahoria	Zarzamora	Chocolate	Zanahoria
Chocolate	Tres leches	Fresa	Zanahoria	Chocolate	Fresa
Tres leches	Queso	Chocolate	Chocolate	Zanahoria	Chocolate
Chocolate	Chocolate	Queso	Queso	Chocolate	Queso
Queso	Chocolate	Queso	Queso	Chocolate	Queso
Zanahoria	Tres leches	Chocolate	Chocolate	Chocolate	Zanahoria
Tres leches	Fresa	Chocolate	Chocolate	Queso	Fresa
Zarzamora	Zarzamora	Queso	Zarzamora	Chocolate	Queso
Queso	Queso	Zanahoria		Queso	Queso
Zanahoria	Chocolate	Zarzamora			Queso



a) ¿Qué día se vendieron más rebanadas de pastel de zanahoria?

b) ¿Cuántas rebanadas de pastel de queso se vendieron el día lunes?

¿Y el día martes?

¿Y el miércoles?

c) ¿De qué pastel se vendieron menos rebanadas durante los tres días, de fresa o de tres leches?

d) ¿De qué pastel se vendieron más rebanadas el día lunes?

¿Y el martes?

¿Y el miércoles?

e) Don Roque tiene que hacer más pasteles para la venta del día jueves, ¿de qué sabores le conviene hornear más?

¿Por qué?

Consideraciones previas

Para contestar las preguntas del problema, los alumnos pueden hacer varios conteos; por ejemplo, revisar la lista del día lunes y contar las veces que aparece la palabra “zanahoria”, para conocer la cantidad de rebanadas de ese sabor que se vendieron ese día; hacer lo mismo en las listas del martes y del miércoles para determinar el día que se vendió más esa clase de pastel. Ante esta situación, es conveniente preguntar a los alumnos si hay una forma de organizar los datos para que sea más fácil y rápido contestar las preguntas; el objetivo es que utilicen recursos estudiados como las tablas de frecuencias, que ayudan a visualizar rápidamente la frecuencia de cada dato.

Lunes		
Sabor	Registro	Frecuencia
Chocolate	////////////////	15
Queso	////////	9
Tres leches	/////	6
Zarzamora	////	4
Fresa	///	3
Zanahoria	///	3

Martes		
Sabor	Registro	Frecuencia
Chocolate	////////////////	15
Queso	////////	9
Fresa	/////	6
Zanahoria	///	3
Zarzamora	///	3
Tres leches	//	2

Miércoles		
Sabor	Registro	Frecuencia
Queso	////////////////	14
Chocolate	////////	11
Fresa	/////	6
Zanahoria	////	4
Zarzamora	///	3
Tres leches	/	1

Así, rápidamente se sabe que el día lunes se vendieron 9 rebanadas de pastel de queso, el martes también 9 y el miércoles 14; que el pastel que más se vendió el lunes fue el de chocolate (15 rebanadas), el martes también el de chocolate (15 rebanadas) y el miércoles el de sabor queso (14 rebanadas); que el pastel que menos se vendió en los tres días fue el de tres leches (9 rebanadas); etcétera.

Una vez que los alumnos han identificado el dato más frecuente de una lista, hay que decirles que a ese dato se le conoce como moda.

Seguramente los alumnos identificarán que el lunes y el martes, la moda fue el pastel de chocolate, y que el pastel de queso fue la moda del tercer día. Se espera que ellos noten que esta medida puede ser un recurso eficaz para tomar decisiones en situaciones como ésta, pues en función de la moda, el dueño de la pastelería decidirá que los sabores de pastel que conviene preparar para el siguiente día son chocolate y queso, ya que tuvieron la mayor venta en los días anteriores.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Intención didáctica

Que los alumnos analicen diferentes conjuntos de datos e identifiquen la utilidad de conocer la moda.

Consigna

En equipos de tres, resuelvan los problemas.

1. Éstas son las calificaciones del tercer bimestre de Jesús y de Mariano:

Alumno: Jesús Mena Rosas		Alumno: Mariano Luna López	
Español	5	Español	7
Matemáticas	7	Matemáticas	8
C. Naturales	8	C. Naturales	9
Historia	6	Historia	7
Geografía	7	Geografía	10
F. Cívica y Ética	7	F. Cívica y Ética	7
E. Física	6	E. Física	8
E. Artística	7	E. Artística	7

- a) ¿Cuál es la moda de las calificaciones de Mariano y cuál es la moda de las calificaciones de Jesús?

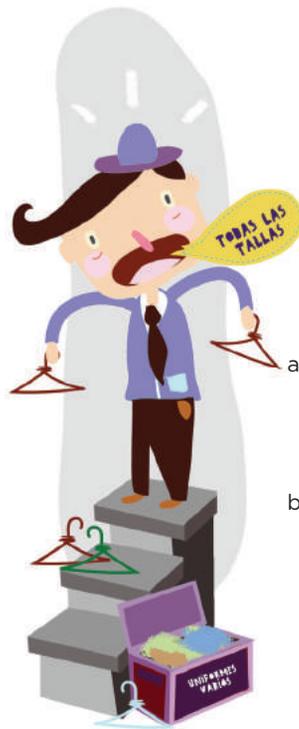
- b) Según las calificaciones de todas sus materias, ¿quién tuvo mejor rendimiento en el tercer bimestre?

c) ¿Creen que la moda de las calificaciones de Jesús y de Mariano es útil para determinar quién tuvo mejor rendimiento?

¿Por qué?

2. En la tienda "La paloma" se venden uniformes escolares. La señora Irma, encargada de la tienda, elaboró un registro de los suéteres de secundaria vendidos en una semana.

Producto: suéter verde de secundaria (unisex)



Talla	Vendidos
10	4
12	10
14	9
16	2
18	1

a) ¿Cuál es la moda de las tallas de suéter?

b) ¿Servirá de algo conocer la moda en el registro de la señora Irma?

¿Para qué?

Consideraciones previas

Con los problemas de esta consigna se pretende que los alumnos analicen la utilidad de la moda de una serie de datos; se espera que después de resolver y analizar las dos situaciones concluyan que a veces es valioso conocer el valor más frecuente de un conjunto de datos, como en el caso de las tallas de los suéteres; sin embargo, en otros no es útil para caracterizar una situación, pues no se toma en cuenta el resto de los datos como sucede con las calificaciones de Jesús y de Mariano.

En el primer problema, al identificar la moda de las calificaciones de Jesús y de Mariano, los alumnos observarán que se trata del mismo valor (7). Es probable y deseable que ellos lleguen a la conclusión de que aun cuando para ambos la calificación más frecuente es 7, ésta no es representativa del aprovechamiento de los dos alumnos. Las calificaciones de Mariano son más altas que las de Jesús, por lo que no se podría afirmar que su rendimiento sea similar al de Jesús.

Se espera que ellos logren identificar que, en este caso, la moda no es un dato útil; si es pertinente y el grupo lo solicita, se debe mencionar que para conocer el aprovechamiento de un alumno lo más conveniente es calcular la media aritmética o promedio, aspecto que los alumnos estudiarán en grados posteriores. Ahora, una manera de determinar el mayor rendimiento de Mariano es que tiene cuatro calificaciones con 7 y las cuatro restantes son mayores (8, 8, 9, 10), mientras que Jesús, además de los cuatro 7, de sus otras cuatro calificaciones sólo una es mayor (8), las otras tres son menores (6, 6, 5). A diferencia del primer problema, en el segundo la moda es un dato interesante y útil; se espera que los alumnos adviertan que conocerla ayuda al vendedor de uniformes a solicitar más piezas de una determinada talla y al fabricante a producirlas en mayor cantidad que las otras.

Observaciones posteriores

1. ¿Cuáles fueron las dudas y los errores más frecuentes de los alumnos?
2. ¿Qué hizo para que los alumnos pudieran avanzar?
3. ¿Qué cambios deben hacerse para mejorar la consigna?

Participación en la fase piloto y adaptación de los Desafíos frente a grupo en el D.F.: Supervisores Generales de Sector: Antonio Abad Escalante Álvarez (19), Gonzalo Colón Vallejo (23), Celia Martínez Nieto (24). **Supervisores de Zonas Escolares:** Juan de Dios Ojeda González (100), Patricia Luz Ramírez Gaytán (101), Ema Fariña Ramírez (103), Jorge Ibarra Gallegos (104), Gerardo Ariel Aguilar Rubio (105), Alma Lilia Cuevas Núñez (107), Ma. Teresa Macías Luna (108), María Bertha Cedillo Crisóstomo (109), Jesús Pineda Cruz (111), María Esther Cruz Vázquez (112), Thalía Salomé Caballero García (114), Jaime Velázquez Valencia (117), Ana Marta Lope Huerta (119), Josefina Aguilar Tovar (120), Sergio Adrián García Herrera (124), María Eugenia Galindo Cortés (125), Maribel Carrera Cruz (126), Jesús Luna Mejía (127), Teresa Gómez Suárez (132), Patricia Soto Vivas (145), Fernando Díaz Méndez (137), Elizabeth Alejandre Tuda (129), Bertha Reyes Ávalos (135), Ricardo Zenón Hernández (139), Eduardo Castro López (142), Víctor Adrián Montes Soto (143), Irma Cortés López (208), Vidal Flores Reyes (216), Olga Mendoza Pérez (217), Guadalupe Pérez Ávalos (218), Beatriz Adriana Aguilar García (225), David Rubén Prieto (230), María del Rocío López Guerrero Sánchez (239), Olivia Soriano Cruz (242), Imelda García Hernández (245), Ignacio Castro Saldivar (247), María Guadalupe Sosa (256), Hilaria Serna Hernández (257), Gloria Gutiérrez Aza (258), Silvia García Chávez (259), Rosa Ponce Chávez (260), Hipólito Hernández Escalona (300), Llanet Araceli Nava Ocadiz (304), Laura Muñoz López (309), María Laura González Gutiérrez (316), Juana Araceli Ávila García (324), Jorge Granados González (328), José Rubén Barreto Montalvo (333), Alfonso Enrique Romero Padilla (345), Juan Manuel Araiza Guerrero (346), Adelfo Pérez Rodríguez (352), Thelma Paola Romero Varela (355), Silvia Romero Quechol (360), Marcela Eva Granados Pineda (404), María Elena Pérez Teoyotl (406), Josefina Angélica Palomec Sánchez (407), Cecilia Cruz Osorio (409), Ana Isabel Ramírez Munguía (410), Víctor Hugo Hernández Vega (414), Jorge Benito Escobar Jiménez (420), Leonor Cristina Pacheco (421), María Guadalupe Tayde Islas Limón (423), Lidice Maciel Magaña (424), Minerva Arcelia Castillo Hernández (426), Verónica Alonso López (427), Rosario Celina Velázquez Ortega (431), Arsenio Rojas Merino (432), María del Rosario Sánchez Hernández (434), Lucila Vega Domínguez (438), Silvia Salgado Campos (445), Rosa María Flores Urrutia (449), Norberto Castillo (451), Alma Lilia Vidals López (500), Angélica Maclovia Gutiérrez Mata (505), Virginia Salazar Hernández (508), Marcela Pineda Velázquez (511), Patricia Torres Marroquín (512), Rita Patricia Juárez Neri (513), Ma. Teresa Ramírez Díaz (514), Alejandro Núñez Salas (515), María Libertad Castillo Sánchez (516), María Aurora López Parra (517), María Guadalupe Espindola Muñoz (520), Rosa Irene Ruiz Cabañas Velásquez (522), Ada Nerey Arroyo Esquivel (523), Yadira Guadalupe Ayala Oreza (524), Arizbeth Escobedo Islas (528), Patricia Rosas Mora (537), Gerardo Ruiz Ramírez (538), Nelli Santos Nápoles (543), María Leticia Díaz Moreno (553), Alma Rosa Guillén Austria (557), Juan Ramírez Martínez (558), María Inés Murrieta Gabriel (559), Beatriz Méndez Velázquez (563) Directores de Escuelas Primarias: Rocío Campos Nájera (Esc. Prim. Marceliano Trejo Santana), Alma Lilia Santa Olla Piñón (Esc. Prim. 21 de agosto de 1944), Víctor Sánchez García (Esc. Prim. Zambia), Alma Silvia Sepúlveda Montaña (Esc. Prim. Adelaido Ríos y Montes de Oca), Cossette Emmanuelle Vivanda Ibarra (Esc. Prim. Benito Juárez. T. M.).

Desafíos. Cuarto grado. Docente

se imprimió en los talleres de la Comisión Nacional
de Libros de Texto Gratuitos, con domicilio en
en el mes de

El tiraje fue de ejemplares.