

## Matemáticas el primer día de curso. Un nuevo enfoque de la evaluación inicial

*En el siguiente artículo se plantea un nuevo modelo de evaluación inicial a partir de dos principios básicos: “Todo el mundo sabe algo relacionado con las matemáticas” y “Todos los días se nos plantean problemas que tienen que ver con la matemática”. Este nuevo enfoque de la evaluación inicial pretende establecer como punto de partida lo que el alumno realmente sabe y no aquello que debería saber. La experiencia planteada en este trabajo nos hace reflexionar sobre los contenidos que se imparten en las aulas de matemáticas en Educación Secundaria, desde las aportaciones directas de los alumnos.*

*In the following article, a new model of initial assesment is set up from two basic points: “Everybody knows something about Maths” and “We face problems related to Maths everyday”. This new approach of the initial assesment tries to establish as a starting point what students really know and not what they should know. The experience set out for this work makes us reflect upon the contents which are taught in Maths lessons in Secondary Education, from the direct contrubution of students.*

**P**rimero día de curso. Tras varios meses de desconexión con todo aquello que tiene que ver con las matemáticas, comienza un nuevo año lectivo.

Presentación del profesor, descripción de la programación de la asignatura y criterios de evaluación. En total 10, a lo sumo 15 minutos consumidos de toda la hora, *y como es el primer día no vas a poner la prueba inicial...* ¿Qué hacer durante los tres cuartos de hora que restan con todos esos adolescentes desconocidos? Solución: Dar clase. *¡No, es el primer día...!*

*Es necesario plantear una evaluación inicial porque marca el punto de inicio del camino que recorreremos con nuestros nuevos alumnos durante todo el curso.*

Por otra parte está el eterno debate. ¿Son representativas las pruebas iniciales al principio de curso? ¿es mejor dejar unos días de rodaje para realizar esas pruebas? ¿merece la pena repasar durante un tiempo prudencial y luego hacer una prueba sobre el repaso? ¿o por el contrario empezar con el temario y hacer un examen lo antes posible? ¿debe ir la eva-

luación inicial dirigida a otros elementos que no sean el examen, como puede ser el cuaderno de clase? ¿La evaluación inicial debe hacerse solo en la ESO o ha de tenerse en cuenta también el Bachillerato?

Lo que a estas alturas parece indiscutible es la necesidad de plantear una evaluación inicial. Entre otros factores, porque marca el punto de inicio del camino que recorreremos con nuestros nuevos alumnos durante todo el curso y porque nos sirve para tener una percepción más amplia de cómo llegan a nuestras manos esos estudiantes.

### Reflexiones sobre la evaluación inicial

Prestemos un momento de atención a estas proposiciones:

¿Todo el mundo sabe algo de matemáticas!

Y cuando digo todo el mundo, me estoy refiriendo a cualquier persona con una edad suficiente. Los niños pequeños ya empiezan a contar con sus padres poco después de comenzar

**Antonio Israel Mercado Hurtado**

*IES Sixto Marco  
Elche. Alicante*

a andar, saben decir perfectamente su edad (incluso con limitaciones en el lenguaje)... Así que no digamos las matemáticas que puede llegar a conocer un adolescente de Educación Secundaria.

A diario se nos plantean problemas que han de resolverse con las matemáticas.

Lectura de facturas, descuentos en establecimientos, tratamiento de la información, problemas de proporcionalidad, cálculo de superficies y volúmenes, ...

Estas dos proposiciones nos dan la pista de qué podemos hacer con todo el tiempo de clase que nos resta el primer día de clase.

*¿Todo el mundo sabe algo de matemáticas!*

*A diario se nos plantean problemas que han de resolverse con las matemáticas.*

Durante cinco cursos en tres centros públicos de Educación Secundaria: IES Bahía de Babel (Alicante), IES Torrellano e IES Sixto Marco (Elche), y con diferentes alumnos de 3º y 4º de ESO y de Bachillerato, he estado realizando la misma actividad de evaluación inicial el primer día de clase. La actividad tenía dos partes y siempre era presentada al alumnado de la misma manera:

Estoy seguro de que todo el mundo sabe algo relacionado con las matemáticas y de que a diario se os plantean problemas que tienen que ver con ellas. Por eso, en una cara de un folio me vais a contar algo que sepáis de matemáticas (acorde con vuestro nivel) y en la otra cara me vais a proponer un problema.

El enfoque es muy diferente al de una prueba inicial convencional:

En una prueba inicial de ese tipo, el discente siempre aporta conocimientos matemáticos que posee, aunque sean sencillos, por tanto puede hacerse en cualquier momento, en particular el primer día de clase. En este caso el adolescente explica algo que conoce (o que cree conocer). Cuando un tema no se domina, es imposible poder explicarlo correctamente; y en ocasiones, podemos observar que alumnos que dominan ciertos temas, no son capaces de explicarlos de forma adecuada.

Hay una diferencia abismal entre enfrentarse a un problema como resolutor, a plantear el enunciado de un problema con

coherencia. La información que podemos extraer de uno u otro enfoque son muy diferentes.

Este enfoque de la evaluación inicial plantea los siguientes interrogantes que tienen que ver con la formación de los estudiantes y también con nuestra práctica docente:

¿Saben nuestros alumnos realmente lo que es un problema?

¿Hay una confusión generalizada entre problema y ejercicio mecánico?

¿Qué nivel de expresión tiene el alumnado que recibimos?

¿Los adolescentes de Educación Secundaria saben matemáticas?

O mejor dicho, ¿saben explicar las matemáticas que saben?

¿Hay errores matemáticos que se repiten reiteradamente en diferentes niveles?

¿Aparecerán todos los bloques de contenidos en las respuestas de nuestro alumnado? ¿Hay bloques que aparecen más que otros? ¿Hay bloques que ni siquiera aparecen?

¿Qué información objetiva puede sacarse con este tipo de enfoque sobre los conocimientos de matemáticas del alumnado que recibimos a principio de curso?

A lo largo del siguiente artículo, intentaré ir respondiendo a estas y otras cuestiones de la mano de una selección de las aportaciones hechas el primer día de clase por un grupo de unos 250 estudiantes de segundo ciclo de ESO y Bachillerato. La selección de las aportaciones que aparecen a continuación responde a varios criterios: por una parte, algunas de ellas aparecen de manera reiterada en alumnos de distintos centros, en otros casos se remarca desde el punto de vista de los adolescentes la aparición de las matemáticas en la vida cotidiana. También aparecen ejemplos de errores comunes, así como desarrollos matemáticos de un valor considerable, teniendo en cuenta que se trata del primer día de curso. Por último se ha tenido en cuenta que los enunciados de los problemas que aparecen sean una representación proporcional de las aportaciones hechas por los 250 alumnos, en relación con los bloques de contenidos que trabajan en ESO y Bachillerato.

## Los problemas que plantean nuestros alumnos

Cuando el *tipo de problema* que muchos adolescentes plantean es: resuelve la siguiente ecuación, o el siguiente sistema; realiza las siguientes operaciones con fracciones; divide o multi-

plica los siguientes polinomios; desarrolla la siguiente identidad notable..., es evidente que existe una confusión real en el significado de problema versus ejercicio mecánico.

*Es muy común que el alumno olvide describir datos importantes para el planteamiento del problema.*

No obstante aparecen problemas de enunciado interesantes que darían bastante juego en clase:

Problema  
 Se dispone de 2.400 m<sup>2</sup> de terreno y queremos vallarlo. Una parte del terreno da a un camino y deseamos vallarlo con una valla de mado redonda que cuesta 80 €/m. Las otras partes del terreno se vallan con una valla de manos redonda de 10 €/m. Calcula cuál es el precio mínimo para vallar el terreno. ~~usando la función~~

Problema propuesto por un alumno de 2º de Bachillerato Tecnológico. En el enunciado falta describir la forma del terreno que suponemos será rectangular. Este tipo de errores son relativamente comunes y son debidos a que, no olvidemos, estamos en el primer día de clase.

En una clase de 20 alumnos  $\frac{2}{4}$  han sacado un 7 en Matemáticas.  
 De los otros  $\frac{2}{4}$ ;  $\frac{1}{4}$  ha sacado un 5.  
 De los alumnos restantes  $\frac{1}{5}$  ha sacado 4 y  $\frac{4}{5}$  un 3.  
 ¿Cuántos alumnos han sacado un 7?  
 ¿un 5?  
 ¿un 4?  
 ¿un 3?

Problema planteado por un alumno de 4º ESO. Resulta evidente que este estudiante ha trabajado bastante en cursos anteriores con fracciones y que domina el tema. En la mayoría de los casos, con este tipo de evaluación inicial se destaca, de forma clara, a los alumnos que tienen facilidad para las matemáticas (sus aportaciones en general son bastante interesantes) y los que tienen dificultad (en sus aportaciones aparecen incoherencias, errores muy graves en relación al curso en el que están ubicados,...) Si que es cierto que deja sin demasiada información sobre un grupo de estudiantes que iremos descubriendo durante el curso.

• 1 grifo tarda en llenar una piscina el solo 3h, otro grifo 6h y un último 15h. ¿Cuánto tardarán los tres juntos en llenar la piscina?  
 con r = 18

Problema planteado por un alumno de 4º ESO. En muchos casos, los problemas de expresión son bastante acusados. Este no es el caso. Usualmente es difícil encontrarse con problemas de proporcionalidad en las aportaciones de los estudiantes; resulta paradójico que la proporcionalidad será uno de los temas matemáticos trabajados en ESO que está más presente en la vida cotidiana.

Si comprarme unos pantalones me hacen un descuento del 20% ¿cuánto costarán los pantalones si valían 40€?

Problema planteado por una alumna de 3º ESO. Destacaríá lo cotidiano del enunciado. En muchos casos nuestros alumnos no son capaces de enunciar problemas, pues no son conscientes de que están rodeados de situaciones que tienen que ver con las matemáticas.

Hay enunciados de problemas que nos informan directamente de la forma de estudiar del estudiante en cuestión:

Un conejo tiene 4 patas si una gallina tiene 2 patas ¿cuántos ojos tiene el conejo?  
 conejo 4 patas → x  
 gallina 2 patas → 2 ojos  
 $x = \frac{4 \cdot 2}{2} = \frac{8}{2} = 4$

Problema planteado por una alumna de 3º de ESO. ¿Quién no ha resuelto este problema en su época de estudiante? Cuando se estudia sin entender los razonamientos matemáticos que hay detrás de un problema pasan estas cosas. Se trata de un aprendizaje *memorístico* que no es el más adecuado en matemáticas. Enunciados similares a este aparecen con demasiada frecuencia. Se denota que un uso excesivo del álgebra a la hora de resolver los problemas lleva al alumnado a obviar el proceso básico de resolución de los mismos: ¿Esta alumna se ha parado a comprobar el resultado de su problema?

Y por supuesto hay problemas que son cargas de profundidad a la moral de cualquier docente:

Halla el área máxima de un ~~rectángulo~~ <sup>rectángulo</sup> con forma de cilindro que tiene de área total 15 cm.

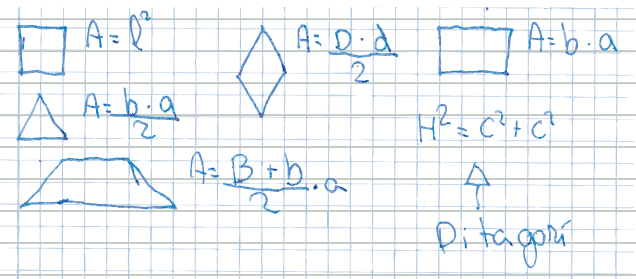
Problema planteado por un alumno de 2º de Bachillerato de Ciencias Naturales y de la Salud.

¿Dónde queda la probabilidad en ESO? ¿qué formación geométrica tiene nuestro alumnado? ¿se dedica demasiado tiempo a los bloques de números y de álgebra en comparación con los otros bloques de contenidos?

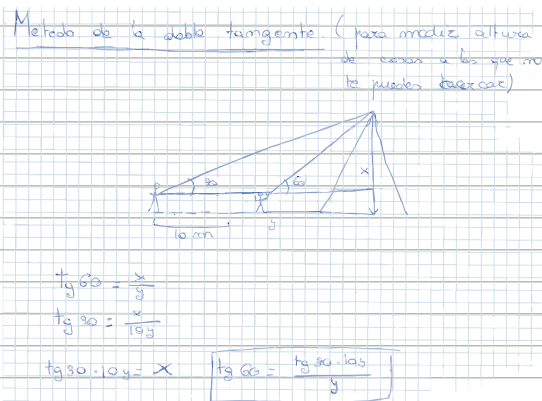
### Los conocimientos matemáticos de nuestros alumnos

Si hiciéramos un sondeo al profesorado de matemáticas sobre los contenidos matemáticos que se imparten en Educación Secundaria, probablemente estaríamos de acuerdo en que hay grandes olvidados. ¿Dónde queda la probabilidad en ESO? ¿qué formación geométrica tiene nuestro alumnado? ¿se dedica demasiado tiempo a los bloques de números y de álgebra en comparación con los otros bloques de contenidos?

Evidentemente eso se refleja en este tipo de prueba. ¡Ningún estudiante a los que se les ha planteado este tipo de evaluación inicial ha mencionado nada de probabilidad! La geometría es la otra gran damnificada, aunque cuando aparece algo de este campo sabe como agua de mayo:



Aportación de una alumna de 3º de ESO. Lo razonable sería que en este tipo de evaluación inicial aparecieran los objetivos mínimos conseguidos durante los cursos anteriores.



Aportación hecha por un alumno de 1º de Bachillerato Tecnológico. Los errores en la resolución deben entenderse por ser el primer día de clase. A la vista de una aportación así, ¿se puede concluir que este estudiante domina la trigonometría? Efectivamente sí. Con un simple repaso estará en disposición de afrontar la trigonometría para triángulos no rectángulos.

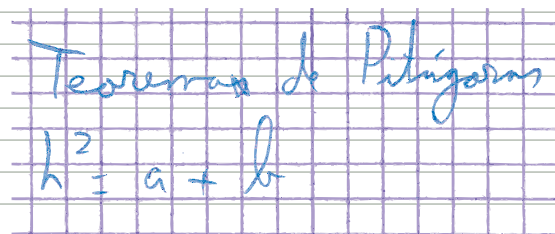
Cuando los estudiantes explican algo acorde con su nivel matemático, aparecen aspectos matemáticos muy diversos:

Aparecen definiciones:

Un número primo es el que se puede dividir y multiplicar por sí mismo.

Aportación hecha por un alumno de 4º de ESO. Este modelo de evaluación inicial puede utilizarse en clases sucesivas para comenzar un repaso de conceptos matemáticos que debían dominarse, a partir de los errores que han aparecido.

Aparecen enunciados de teoremas (nunca demostraciones):



Aportación hecha por un alumno de 1º de Bachillerato Tecnológico. Ejemplo claro de resultado matemático que el alumnado presenta de forma errónea en muchas ocasiones y en diferentes niveles. Aparecen errores en su enunciado y en su aplicación.

Aparecen generalizaciones:

Sucesiones

$$\frac{3}{5}, \frac{6}{8}, \frac{9}{11}, \dots, \frac{3n}{3n+2} \rightarrow \frac{3}{3} = 1$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d = 3 + (n-1) \cdot 3 = 3 + 3n - 3 = 3n$$

$$" = 5 + (n-1) \cdot 3 = 5 + 3n - 3 = 3n + 2$$

Aportación hecha por un alumno de 1° de Bachillerato Tecnológico.

Lo que buscamos con este tipo de evaluación inicial es buscar potencialidades matemáticas o buscar grandes dificultades matemáticas.

Aparecen interpretaciones geométricas:

Interpretación geométrica de la ecuación de una recta

$a \cdot x = 0$   $a =$  pendiente (indica la inclinación que está la recta; Ej:  $1 \cdot x = 0$  cada una unidad sobre  $x$ )

$a \cdot x + c = 0$   $c =$  indica el punto de corte con el eje  $y$ .

• Si la  $x$  está elevada al cuadrado es una parábola:

$a \cdot x^2 = 0$   $a =$  indica lo abierta o cerrada que está la parábola

$a \cdot x^2 + c = 0$   $c =$  indica lo que se desplaza la parábola hacia arriba o abajo

$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$   $b =$  indica lo que se desplaza la parábola hacia la derecha o izquierda.

Aportación hecha por un alumno de 1° de Bachillerato Tecnológico. Evidentemente que aparecen errores graves. La corrección de este modelo de prueba inicial no debe resumirse en una cantidad numérica. Lo que buscamos con este tipo de evaluación inicial es buscar potencialidades matemáticas, (resulta claro que este alumno las tiene) o buscar grandes dificultades matemáticas, (el problema de los conejos y de las gallinas planteado por la alumna de 3° de ESO es un ejemplo claro de este hecho).

Y aparecen pequeños razonamientos lógicos a partir de definiciones:

La derivada es la pendiente de la recta tangente a la función. La derivada por definición es:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$y = 4x - 2$$

$$y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(x+h) - (4x-2) - (4x-2)}{h}$$

$$y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4x + 4h - 4x + 2 - 4x + 2}{h}$$

$$y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4h}{h}$$

$$y' = 4$$

Aportación hecha por un alumno de 2° de Bachillerato Tecnológico. La indicación que se hace a los alumnos es clara. Sus aportaciones han de estar acordes con su nivel. Esto no siempre se produce. Evidentemente conforme se avanza de curso, el estudiante ha de tener más herramientas matemáticas, pero, ¿son nuestros estudiantes conscientes de esa evolución? ¿Debemos mostrar especial interés los docentes en mostrar esa evolución de forma clara? Entiendo que no sólo debía ser un deber, sino una obligación.

De una evaluación inicial no podremos aventurarnos a saber quién aprobará o no la asignatura, para eso está todo el curso por delante.

**Conclusiones**

La evaluación inicial, es una primera toma de contacto con unos estudiantes que llevan muchos años de rodaje con las matemáticas. Es por ello que no debemos esperar conclusiones concluyentes: de una evaluación inicial no podremos aventurarnos a saber quién aprobará o no la asignatura, para eso está todo el curso por delante.

Al llevar muchos años estudiando matemáticas, no deberíamos tener la sensación de que nuestros estudiantes parten de cero a partir de los, casi siempre, malos resultados obtenidos en el examen convencional de inicio. Estos resultados tampoco resultan demasiado objetivos: pueden deberse a factores memorísticos, a carencias matemáticas, a aprendizajes erró-

neos, a descoordinación entre lo que los alumnos debían haber trabajado en cursos anteriores y lo que realmente bajaron...

Ese bagaje matemático sí que aparece en una evaluación inicial como la que se propone en este artículo. Aparecen aportaciones interesantes y aparecen errores a partir de los cuales se puede comenzar un trabajo matemático positivo. Este tipo de evaluación inicial aplicada a estudiantes de ESO y de Bachillerato permite apreciar la progresión de los conocimientos adquiridos por nuestro alumnado.

*El alumnado debe tomar conciencia de que sabe matemáticas desde el primer día de clase pues muchos de los errores que comenten nuestros estudiantes se deben a inseguridades.*

Hay una confusión generalizada entre problema y ejercicio mecánico. Además los problemas de expresión en algunos de nuestros alumnos aumenta la dificultad para enunciar problemas de manera coherente. Estos problemas de expresión así como los problemas de comprensión lectora, hacen que la resolución de problemas se convierta en un bloque difícil de trabajar. Se hace necesaria la colaboración con el área de Lengua para mejorar estos dos aspectos básicos.

El alumnado debe tomar conciencia de que sabe matemáticas desde el primer día de clase. Muchos de los errores que comenten nuestros estudiantes se deben a inseguridades. El discente ha de ser consciente de que todos los años que lleva estudiando matemáticas le han aportado unos conocimientos que él ha de saber transmitir. Este modelo de evaluación inicial es el punto de partida para desarrollar esta idea en clase.

Por otra parte aparecen errores reiterados y que parecen instalados de forma permanente en las mentes de muchos de nuestros estudiantes: en el enunciado del teorema de Pitágoras, en la resolución de problemas algebraicos, en la diferencia entre área y perímetro, en las operaciones con fracciones... Este tipo de evaluación permite partir del error del discente y permitir al docente buscar nuevas formas de enfocar ciertos contenidos, para procurar que estos errores no aparezcan.

En ninguna de las 250 pruebas iniciales aparecen contenidos relacionados con la probabilidad, además la geometría aparece cada vez más de manera residual. Los profesores de matemáticas hemos de revisar la temporalización de nuestras programaciones para que la formación matemática de nuestros alumnos no se resume al bloque de números, de álgebra y un poco de funciones.

Ser capaces de transmitir la idea de que el motor que mueve la matemática es la resolución de problemas, y de que en lo cotidiano está presente la necesidad de ser unos resolutores efectivos, es una tarea que debe dirigir nuestro quehacer diario dentro de las aulas. ■

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALSINA, C. (1995): *Enseñar Matemáticas*, Graó, Barcelona.
- CAMILLONI, A. (1998): *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*, Paidós, Ecuador.
- GIMÉNEZ, J. (1997): *Evaluación en Matemáticas. Una integración de perspectivas*, Síntesis, Madrid.
- GUZMÁN, M. de (1992): *Tendencias innovadoras en educación matemática*, OMA-Bs.As.
- KILPATRICK, J., RICO, L. y SIERRA, M. (1994): *Educación matemática e investigación*, Síntesis, Madrid.
- PAJARES, R., SANZ, A. y RICO, L. (2004): *Aproximación a un modelo de evaluación: el proyecto Pisa 2000*, Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, Madrid.
- RICO, L. (1997): *La educación matemática en la Enseñanza Secundaria*, Editorial Horsoni, Barcelona.

