TALLER DE RESOLUCION DE PROBLEMAS

Matemática 3º ciclo

Buenos Aires
MUNICIPALIDAD DE LA CIUDAD
SECRETARIA DE EDUCACION Y CULTURA
DIRECCION GENERAL DE PLANEAMIENTO
DIRECCION DE CURRICULUM

TALLER DE RESOLUCION DE PROBLEMAS

MUNICIPALIDAD DE LA CIUDAD DE BUENOS AIRES

Intendente Municipal
Licenciado Carlos Grosso

Secretario de Educación y Cultura
Licenciado Osvaldo Devries

Subsecretario de Educación
Licenciado Daniel Filmus

Dirección General de Planeamiento- Educación
Licenciada Herminia Ferrata

Dirección de Currículum
Licenciada Marcela Benegas

Autores del Texto
Prof. Claudia Broitman
Prof. Horacio Itzcovich

Coordinadora de Material Impreso
Lic. Anahí Mansur

Diseño de Tapa
Prof. Graciela Sanz

Ilustraciones
Prof. Gabriela Chavez

OBJETIVOS

La propuesta de este material es ofrecer a los docentes de Matemática del 3° ciclo de la escuela primaria secuencias de clase organizadas para ser implementadas en el aula, estructuradas a través de problemas matemáticos.
Los módulos que se presentan a continuación constituyen una propuesta de taller de resolución de problemas.

¿Por qué problemas?

Porque hacer matemática es, ante todo, resolver problemas.
Las matemáticas se caracterizan por ser precisas, abstractas y formales; sin embargo tanto en su historia como en el aprendizaje de los alumnos, el conocimiento no puede separarse de la resolución de problemas, de la intuición y de la acción. Los problemas cumplen varias funciones en la enseñanza: favorecen la construcción de nuevos aprendizajes y brindan ocasiones de empleo de conocimientos anteriores.
Dadas estas dos funciones, aclaramos que los módulos pueden ser usados entonces como introductorios a nuevos conceptos que los alumnos deben aprender, o como reelaboración de lo aprendido en una nueva situación.
Las hipótesis didácticas que sustentan la resolución de problemas como "medio" de aprendizaje son las siguientes:

- Los conceptos se construyen al realizar ciertas acciones para la resolución de problemas, y recobran sentido en los nuevos problemas que permiten resolver.

- Un concepto se construye en relación a los conocimientos ya adquiridos. En las situaciones problemáticas se profundizan, generalizan y cuestionan dichos conocimientos para construir nuevos.

- En los problemas intervienen muchos conceptos. Cada uno cobra sentido en la relación con los otros conocimientos implicados en el problema.

- En los problemas se pueden hacer previsiones sobre los resultados.Estos pueden ser controlados posteriormente por la acción o por otras formas de control que impliquen el uso de diferentes procedimientos.

- Un solo problema no es suficiente para construir un concepto. Numerosas situaciones permiten construirlo en relación a diferentes conceptos, y ampliar las relaciones que se ponen en juego.

Teniendo en cuenta dichas hipótesis, hemos intentado seleccionar problemas en los que:

- los alumnos puedan visualizar una respuesta, estimar un resultado, empezar a trabajar en él, más allá de la diversidad de conocimientos anteriores.

- los alumnos puedan abordarlos desde la intuición, la acción y la creatividad.

- se impliquen conceptos tomados y relacionados entre sí.

- se puedan utilizar diversos procedimientos para resolver el mismo problema. La misma situación puede ser abordada desde ópticas diferentes.

- los alumnos puedan controlar las acciones realizadas en su grupo y con otros grupos y no es el docente el que valida la acción.

- los alumnos puedan trabajar en pequeños grupos para favorecer la confrontación interindividual de las opiniones y posibilitar el aprendizaje.

- los alumnos puedan encontrar interés en la exploración e inquietud por el descubrimiento.

METODOLOGIA DE TRABAJO

Las situaciones problemáticas que presentamos se componen de diversas etapas explicadas en cada uno de los módulos, que tienen ciertos aspectos en común.
En primer lugar el docente expone la consigna, distribuye el material y conversa con los alumnos sobre lo que tienen que conseguir para constatar la comprensión de la tarea.
Luego los alumnos trabajan en grupos pequeños y realizan la exploración y la investigación del problema. Discuten sus concepciones, se organizan y producen una respuesta, un resultado, etc..
Luego se realiza la puesta en común. Los grupos exponen los resultados, presentan los trabajos y se discuten las diversas soluciones del problema. Los alumnos argumentan la validez de sus respuestas y explicitan los procedimientos y las estrategias utilizadas.
Se desencadenan nuevas preguntas.
El docente entonces destaca las características principales del problema, explica el objetivo del mismo y extrae, de lo que se ha producido, aquello que los alumnos deben retener.
Se oficializan los conocimientos, se plantean los nuevos aprendizajes, se sintetiza lo aprendido y se registran las conclusiones.
Los problemas ofrecen variantes para familiarizar a los alumnos con los nuevos conocimientos, para evaluar las dificultades que aparecen, para adaptar lo aprendido a un nuevo campo y continuar complejizando el problema. Se intenta avanzar en la evolución de los conceptos.
Dado que los alumnos no están familiarizados con esta dinámica de trabajo y secuencia proponemos explicarles que en este taller:

- se trabajará con situaciones problemáticas.

- se trabajará en pequeños grupos.

- lo que se escribe es el registro de lo realizado. Los grupos anotan lo que precisan y estos registros son material para continuar avanzando.

- cada grupo podrá elegir su metodología de trabajo y de registro.

- son tan importantes las preguntas como las respuestas. Se sugiere que anoten aquello que en la exploración se empiezan a preguntar.

CONTENIDOS

Los módulos están estructurados a través de problemas que aluden a una variada red de contenidos interrelacionados. Como hemos explicado, los módulos pueden ser utilizados para introducir un tema o para reelaborar conocimientos aprendidos. Sugerimos no hacer ningún repaso previo a la utilización del módulo.
Los contenidos que se trabajan en cada módulo están explicitados en algunos módulos en la Introducción, y en otros bajo el título "Reflexiones Didácticas".

Presentamos en forma global los contenidos que se trabajan en la totalidad de los módulos:

Contenidos Conceptuales

I) **Números y operaciones:** significados y estrategias

- números naturales, fraccionarios y decimales.
- operaciones de suma, resta, multiplicación y divisón.
- algoritmos de las operaciones.

II) **La medida:** información cuantitativa sobre los objetos

- Perímetro y área.

III) **Orientación y representación en el plano**:

- Situación de un objeto en el plano.
- Elementos geométricos: puntos y rectas.
- Formas en el plano: las figuras y sus elementos, relaciones entre los elementos de una figura y de las figuras entre sí.

IMPLEMENTACION

Los módulos son independientes entre sí. Cada docente puede optar con cuál módulo comenzar, como distribuirlos en el tiempo y qué secuencia darle. Un módulo abarca varias horas de clase. Para la puesta en práctica de un módulo sugerimos:

- la lectura completa del mismo con el fin de que el docente conozca con anterioridad a su uso, los objetivos, las posibilidades de continuación del mismo, los materiales necesarios que se adjuntan, qué organización de la clase se sugiere y algunas posibles respuestas o dificultades que los alumnos tendrán.

- que el docente intente realizar algunos de los problemas del módulo. Esto le permitirá preveer algunos conflictos que aparecerán, comprender mejor la secuencia de trabajo, encontrar el interés del problema y de probar caminos diferentes para aprender.

PARA FINALIZAR...

Creemos que la puesta en práctica de este taller de Resolución de problemas matemáticos no es solo una invitación a que los alumnos investiguen, jueguen, exploren y aprendan. Proponemos que sea utilizado como una exploración por parte de los docentes:

- sobre la posibilidad de implementar secuencias de clases diseñadas.
- sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
- sobre los contenidos mismos que el docente debe enseñar y -por qué no- aprender.

Puesto que lo proponemos como una experiencia para los alumnos, los docentes y la escuela es que intentaremos posteriormente evaluarlo en forma conjunta.

BIBLIOGRAFIA

* Bergada Mugica, E. y Musante, M., Así aprendemos 5 y 6. Ed. Hachette. Buenos Aires 1988.

* Charnay, Roland, Aprender por medio de la resolución de problemas. Publicación de la Universidad Nacional del Comahue. Tomado de Grand Nn 1988.

* Diseño Curricular para el nivel primario MCBA, 1986.

* Douady, Régine y Perrin Glorian, Marie Jeanne, Aprendizaje de los números decimales. IREM de París, 1986. Traducción Norma Saggese.

* Douady, Régine y Perrin Glorian, Marie Jeanne, Areas de Superficies Planas, en CM y Gemme París, 1986. Publicado en Revista Hacer Escuela N° 9, Buenos Aires, 1988.

* Douady, Régine, Relación Enseñanza Aprendizaje. Dialéctica Instrumento Objeto. Juego de Encuadras en "Cuaderno de Didáctica de las Matemáticas" N° 3. IREM de París.

* Fuenlabrada, Irma, Laboratorio de Psicomatemática N° 7 DIE CINESTAU "Los cuadriláteros y sus diagonales", junio de 1986, México.

* Lerner de Zunino, Delia, La Construcción de la Noción de Fracción: Implicaciones Pedagógicas. Publicación del Centro de Investigación y Planeamiento Administrativo.

* Saiz, Irma, Fracciones: Un aprendizaje diferente. Nuevas Ideas Matemáticas N° 2. Corrientes, febrero 1987.

* Sadovsky, Patricia, Matemática 4. Ed Aique. Buenos Aires, 1990.

TALLERES

EL PROBLEMA DE LAS CUENTAS

2 4 8	8		
	1 unidad	1
2 4 0	0 decenas	0
24	0 centenas	0
0	3 decenas	30
		$\boxed{31}$

EL PROBLEMA DE LAS CUENTAS

Esta actividad está diseñada para ser realizada en dos módulos.

Finalidad para el alumno : Realizar operaciones de forma no convencional.

MODULO A

1° etapa: El docente solicita a los alumnos que en forma individual o por parejas intenten realizar algunas operaciones en forma no convencional. Esto significa que dada la operación 18 x 24 pueden realizar todos los cálculos necesarios excepto utilizar el algoritmo convencional.
El docente selecciona cuatro operaciones, las anota en el pizarrón y les explica a sus alumnos:
Ejemplos:

a) 175 - 36
b) 456 + 239
c) 480 : 12
d) 18 x 24

Para la operación **d** no puede hacerse

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times\ 24 \\ \hline 72 \\ +\ 36 \\ \hline 432 \end{array} \qquad \textbf{ni} \qquad \begin{array}{r} 24 \\ \times\ 18 \\ \hline 192 \\ +\ 24 \\ \hline 432 \end{array}$$

Pueden hacerse otros cálculos y cuentas combinadas.

Por ejemplo: sumar el 18, 24 veces o hacer (18 x 20) + (18 x 4).

Proponemos que los alumnos puedan controlar sus resultados aplicando diferentes procedimientos, comparando sus cuentas con las de sus compañeros o incluso realizando posteriormente las cuentas tradicionales.
Es posible que los alumnos realicen operaciones que combinen métodos , el cálculo mental con las cuentas escritas. Todos los métodos son válidos pues el objetivo está en **explorar** modos de hacer operaciones.
Sugerimos realizar la actividad con números mucho más pequeños y operaciones de menor dificultad que las que los mismos alumnos realizan por medio de algoritmos convencionales ya que resulta posible estimar el resultado y corroborarlo con los números más pequeños...

Por ejemplo: si los alumnos han aprendido a realizar esta cuenta

0,483 : 7,21

igualmente para la exploración e invención de métodos les propondremos hacer 480 :12 porque le permite realizar este tipo de reflexiones:

"480 : 12 es parecido a 480 : 10 y no puede dar mucho más que 50" "12 x 100 es 1200 y me paso así que tiene que ser menor que 100"

Esta lógica resulta demasiado complicada de realizar con 0,483 : 7,21.
Veamos algunos procedimientos posibles que pueden llegar a utilizar algunos alumnos.

<u>Para la suma</u> 124 + 257

a) sumar 120 + 250 ; 4 + 7 y sumar ambos resultados.
b) sumar 124 + 256 y luego sumarle 1 al resultado.
c) sumar 100 + 200 y 24 + 57 y luego sumar los resultados
d) sumar 257 + 100 + 20 + 4

<u>Para la resta</u> 145 - 36

a) 145 - 30 = 115 ; 115 - 6 = 109
b) 140 - 36 + 5 = 109
c) 45 - 36 + 100 = 109

También estas pueden aparecer registradas de un modo diferente y combinando métodos.

Por ejemplo:

```
  145
-  10
-------
  135
-  10
-------
  125
-  10
-------
  115 - 114 -113 - 112 -111 - 110 -109
```

"resta tres veces 10 y luego seis veces 1 con conteo"

<u>Para la división</u> 480 : 12

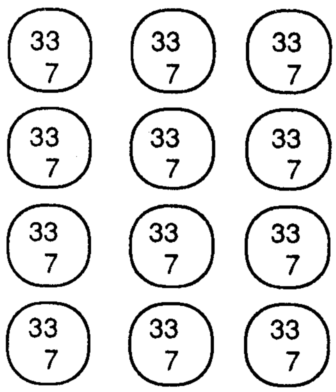
a) 480 : 3 = 160; 160 : 4 = 40 Se obtiene un 1/4 de 1/3 es decir 1/12 de 480
(Es posible que algunos alumnos realicen 480 : 10 = 48 : 2 = 24 lo cual es incorrecto porque se está obteniendo la mitad de 1/10 que es 1/20).

b) 48 : 12 = 4 ; 4 x 10 = 40

c) 480 es 400 + 80
Reparte 400 en 12 ⇨ 400 | 12
40 33
4

Luego reparte los 80 40

más los 4 del resto 84 | 12
0 7



Combinando métodos numéricos y gráficos.

d) Por tanteo:

12	12	12	12	12
x 5	x 15	x30	x 33	x 40
-------	-------	-------	-------	-------
60	180	360	396	480

e) Realizando sumas sucesivas y multiplicaciones combinadas

12
12
+ 12   5 veces
12
12

60
+ 60   ⇨ 5 veces

120
+ 120   ⇨ 10 veces   entra 40 veces

240
+ 240   ⇨ 20 veces

480

<u>Para la multiplicación</u> 25 x 16

a) 25 x 10 = 250
25 x 6 = 150   +   400

b)

20	5	
x 16	x 16	
-------	------	320 + 80 = 400
120	30	
+ 20	+ 5	
--------	-------	
320	80	

c) 25 + 25 + 25 ... (16 veces)

d) 16 + 16 + 16 ... (25 veces)

e)

20		20		5		10		
x 10		x 6		x 6		x 5		
-------		-------		-------		-------		
200	+	120	+	30	+	50	=	400

f) $25 \times 10 = 250$

$$\left.\begin{array}{r} +\ 25 \\ 25 \\ 25 \end{array}\right]\ \text{3 veces +}$$

325

$$\left.\begin{array}{r} +\ 25 \\ 25 \\ 25 \end{array}\right]\ \text{3 veces +}$$

400

g) 25
x 8
------
200 x 2 = 400

h)

$$\begin{array}{cccccccc} 25 & 25 & 25 & 25 & 25 & 25 & 25 & 25 \\ +25 & +25 & +25 & +25 & +25 & +25 & +25 & +25 \\ \hline 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 & 50 \end{array}$$

$\underbrace{50 + 50}_{100} + \underbrace{50 + 50}_{100} + \underbrace{50 + 50}_{100} + \underbrace{50 + 50}_{100}$

100 + 100 + 100 + 100 = 400

LAS 2º Y 3º ETAPAS SON OPCIONALES . PUEDE PASARSE DIRECTAMENTE A LA 4º ETAPA.

2º etapa: Se les pide a los alumnos que elijan entre sus métodos alguno, para realizar un mensaje de instrucciones a un compañero. El mensaje debe indicar para qué operaciones son las instrucciones y puede incluir ejemplos.

Ej Mensaje (para sumar)

1º primero sumás las centenas y lo pasás a unidades

2º después sumás los números que quedan sin la centena

3º luego sumás ambos resultados

Ejemplo para 245 +187

1º 2c + 1c = 3 centenas = 300 u.

2º 45 + 87 = 132

3º 300 + 132 = 432

3º etapa: Los alumnos se intercambian los mensajes. Se realizan cálculos para comprender el método del compañero. Se corrigen los mensajes y revisan si no fueran claros o estuvieran incompletos.

4º etapa: Se realiza la puesta en común de los diferentes métodos hallados en la 1º etapa. Se registran en el pizarrón todas las formas que surgieron para realizar cada una de las cuatro cuentas. Los alumnos explican sus métodos. Si se realizaron la 2º y 3º etapa puede realizarse una puesta en común para comentar qué sucedió con los mensajes y analizar algunos.

MODULO B

1º etapa: Se les solicita a los alumnos que en forma individual o por parejas intenten realizar las operaciones en el sentido inverso que los algoritmos tradicionales. Habitualmente se comienzan las sumas, restas y multiplicaciones por las unidades y la división por el orden mayor. Propondremos invertir el orden y explorar si se puede hacer la cuenta al revés, en qué casos es difícil, si varían o no los procedimientos al variar los números. El maestro escribe algunas cuentas en el pizarrón. Al igual que en el **MODULO A** proponemos realizar la exploración con números pequeños para que los alumnos puedan estimar previamente los resultados y controlarlos después.

Ejemplos de cuentas *"al revés"*

a) 251 + 233 y 255 + 247 (sin y con dificultad)
b) 737 - 216 y 737 - 219 (sin y con dificultad)
c) 145 x 8
d) 248 : 8

```
  251
+ 233
--------
  484
```

En este caso se comenzó por las centenas, pero la cuenta no varía, e incluso no se percibe en lo escrito la diferencia.

```
  255
+ 247
--------
 49 12
4 1+9 2
---------------
 502
```

En este caso en las unidades se presenta la dificultad de ser mayor que 9
De diferentes modos se puede registrar.

o bien

```
 255
+247
---------
4c. 9d. 12u.  ⇨   400
                + 90
                  12
                ---------
                 502
```

Es posible que los alumnos combinen procedimientos y métodos en la búsqueda de uno nuevo.

<u>Veamos una multiplicación:</u> (comenzando por las centenas)

```
  145
  x 8
----------
8c. 32d. 40u.  que puede resolverse    800
                                     + 320
                                        40
                                     ---------
                                      1160
```

o bien :

```
  145
  x 8
 -------
  800  ⇨  8c.
+ 32   ⇨  32d.
   40  ⇨  40u.
---------
 1160
```

y en la división : (comenzando por unidades)

```
2 4 8 |8
        1 unidad      1
2 4 0/  0 decenas     0
24      0 centenas    0
 0/     3 decenas    30
                    [31]
```

o bien :

```
2 4 8  |8
        0 0 1+30
2 4 0   c d    u
    0/
```

2º etapa: (opcional)

Realizar del mismo modo que en el **MODULO A** mensajes individuales o por parejas para dar instrucciones sobre un método para una de las cuentas. Aclarar qué cuenta y dar ejemplos.

3º etapa (opcional)

Los mensajes se utilizan e intentan seguir las instrucciones. Se puede trabajar por parejas para que cada alumno pueda mejorar su mensaje según cómo haya sido comprendido por el compañero.

4º etapa: Igual que en el **MODULO A** se realizan la puesta en común de los métodos hallados. Se anotan en el pizarrón, los alumnos explican sus procedimientos. Se descubren y analizan las dificultades comunes.

Reflexiones didácticas

Ambos módulos de exploración de las operaciones de modos no convencionales permiten utilizar las propiedades y características del sistema decimal de numeración. Realizar cálculos sin utilizar los algoritmos tradicionales invita a reflexionar sobre las propiedades de los números y de las operaciones. Los procedimientos inventados por los alumnos utilizarán dichas propiedades.

Cuando un alumno realiza sumas sucesivas: 18 x 24 18 +18 + 18... o 24 + 24 + 24..., aplica la propiedad conmutativa.

Al realizar:
18 x 24 = 18 x 20 + 18 x 4; aplica la propiedad distributiva.

Al realizar:
432 + 124 = (400 + 100) + (2 + 4) + (30 + 20) aplica la propiedad asociativa.

Los alumnos además utilizarán otros elementos de nuestro sistema de numeración como su elemento neutro, multiplicación seguida de ceros, etc.
Consideramos que la exploración de las operaciones es una oportunidad para reflexionar y sistematizar dichas propiedades en el 3º ciclo.

La construcción de otros modos de resolver operaciones permite reconceptualizar dichos contenidos y utilizarlos, como también la revisión del algoritmo tradicional. No intentamos reemplazar las cuentas tradicionales por ser claramente éstas las más eficaces, sintéticas y aplicables a todos los casos, pero las actividades de invención de métodos permiten la mayor comprensión de los algoritmos tradicionales y la comprensión de que dichos métodos también surgieron por procesos de exploración.

La actividad tiende a utilizar el cálculo mental, para ciertas propiedades de los números sin la necesidad de escribir las cuentas. Proponemos el cálculo mental en la estimación previa y al interior de las operaciones en cálculos parciales.

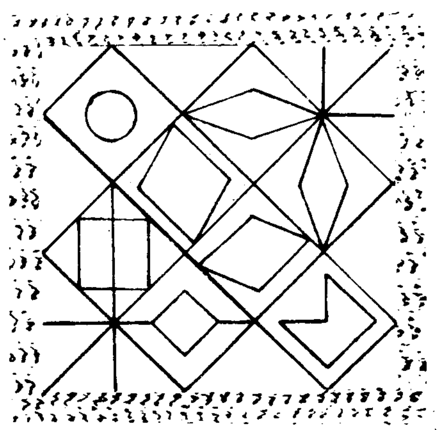
Desde el punto de vista de la modalidad de trabajo consideramos importante en la resolución de las operaciones la posibilidad de estimar previamente el resultado de las mismas y verificarlo posteriormente controlando los resultados con otros métodos. Cuando se trabaja con números más accesibles a los alumnos y que ellos puedan verificar y controlar sus acciones, estamos intentando que la evaluación de la tarea realizada este también en manos de los alumnos. El docente no conoce todas las posibilidades de combinación de cálculos y puede explorar junto con los alumnos. El docente y los alumnos deberán encontrar la justificación de por qué un método no da correctamente el resultado.

Es una actividad de exploración y como tal no podemos asegurar que los alumnos lleguen a la construcción de métodos completos y exitosos con un solo intento. Sugerimos continuar posteriormente con esta actividad exploratoria.

Las etapas de producción y aplicación de mensajes son opcionales dependiendo de cómo los alumnos hayan podido producir nuevos procedimientos. El objetivo es poder generalizar y comunicar aquello que se ha encontrado. Como los alumnos pueden intentar diferentes modos de resolución de un cálculo mediante nociones intuitivas, exploración, tanteo, etc, el aprendizaje de nuevas operaciones puede surgir a partir de dichas producciones exploratorias.(Nos referimos a la inclusión de la exploración en el aprendizaje por ejemplo de 75,5 x 5 previo a la enseñanza del maestro).

TALLERES

EL JUEGO DE LAS FIGURAS OCULTAS



EL JUEGO DE LAS FIGURAS OCULTAS (*)

Introducción:

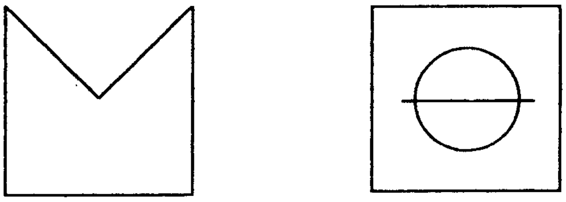
En el presente módulo se les propondrá a los alumnos que encuentren y clasifiquen la mayor cantidad de figuras geométricas en el dibujo que se adjunta.

Seguramente los alumnos han trabajado durante varios años gran cantidad de conceptos geométricos. Este material permite recuperar los conocimientos previos, reelaborarlos, cuestionarlos y recompensarlos. La riqueza de los criterios de clasificación estará en relación con dichos conocimientos. Los alumnos, a partir de la discusión colectiva y de las aclaraciones conceptuales del docente ampliarán y relacionarán entre sí los conocimientos geométricos que ya poseían. A su vez este material permite la aparición de nuevos conceptos; en particular la aparición de diversos polígonos irregulares y polígonos cóncavos.

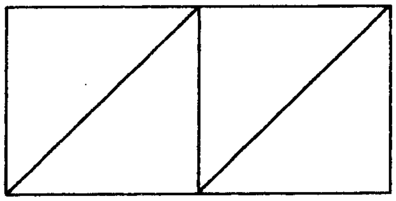
Los alumnos pasan de una búsqueda espontánea y creativa a una reflexión y sistematización de conceptos geométricos. Aquello que los alumnos observan por primera vez en la figura presentada, se amplía a partir de la reflexión y el análisis de los conceptos. Son los conocimientos los que dirigen la percepción de las figuras. Los nuevos criterios de clasificación les permitirán ver a los alumnos lo que anteriormente no habían percibido. El trabajo en pequeños grupos y la posterior discusión colectiva, posibilitan también la ampliación del tipo de figuras encontradas, la búsqueda de nuevas figuras y nuevos criterios.

Secuencia

1° etapa: Se divide a la clase en grupos de 3 ó 4 alumnos. Se le entrega una figura a cada grupo. Se les pide que en un tiempo muy breve (uno o dos minutos) encuentren la mayor cantidad de figuras geométricas. Gana el equipo que encontró mayor cantidad. Luego de este breve juego inicial, los grupos ahora, sin un límite de tiempo restringido, continúan completando el registro con nuevas figuras. No nos referimos exclusivamente a polígonos regulares. También pueden encontrarse figuras irregulares o figuras cóncavas. El docente explica a los alumnos que pueden buscar figuras como estas:



Cada grupo elige la modalidad de registro que le resulte más conveniente. El docente puede sugerir no pintar las figuras halladas puesto que esto dificulta el considerar una misma superficie en varias figuras. Por ejemplo en este caso podemos encontrar un rectángulo, un paralelogramo, dos cuadrados, cuatro triángulos, etc.



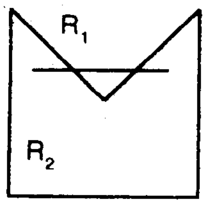
(*) *Esta actividad ha sido adaptada de una idea de Irma Fuenlabrada, Laboratorio de Psicomatemática N° 7. DIE-CINESTAV, México-junio 1986.*

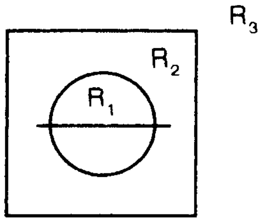
El docente recorre los grupos, aclara dudas respecto a figuras posibles y ayuda a los alumnos.

2° etapa: A medida que los grupos van finalizando, el docente les propone encontrar algunos criterios de clasificación. Se les solicita a los alumnos que busquen características comunes entre las figuras encontradas. Pueden ser criterios convencionales o no, por ejemplo "huecas y completas" "de más de 5 lados y de menos", etc.

3° etapa: Luego de que los grupos hayan realizado intentos de clasificación de figuras, el docente les propone agruparse de a dos equipos. En este intercambio se intenta que los alumnos se relaten y expliquen las figuras halladas en la *1° etapa*. Es posible que algunos grupos hayan encontrado particularmente gran cantidad de figuras de muchos lados, otros grupos hayan buscado figuras principalmente regulares, etc. No es necesario que los alumnos se pongan de acuerdo sobre el n° exacto de triángulos por ejemplo, sino que amplíen lo observado con nuevos tipos de figuras encontradas por sus compañeros. Los grupos pueden ampliar sus registros.

4° etapa: Se realiza la puesta en común. El objetivo de esta etapa es realizar una discusión colectiva sobre los criterios de clasificación hallados por los diferentes grupos. El docente anota en el pizarrón los diferentes criterios y los alumnos los explican. Se confecciona una lista de criterios en los que puede haber criterios incompletos o complementarios. Luego, a partir de esta lista inicial, se intenta reducir la cantidad de criterios si hubiera superposición o inclusión. El docente aclara conceptos, introduce la discusión para mejorar los criterios, realiza, si es necesario, observaciones sobre la complementariedad entre criterios. Se intenta mejorar la lista inicial.
Luego, el docente introduce nuevos criterios. Expone conceptos que no hayan aparecido, o que estén siendo utilizados con un lenguaje no convencional. (Por ejemplo aclara que las "figuras huecas" son cóncavas porque en ellas se pueden unir dos puntos ubicados dentro de la figura por medio de un segmento que posee algunos puntos fuera de la figura. Aclara que las figuras cóncavas son tanto las que determinan dos regiones, como tres regiones).





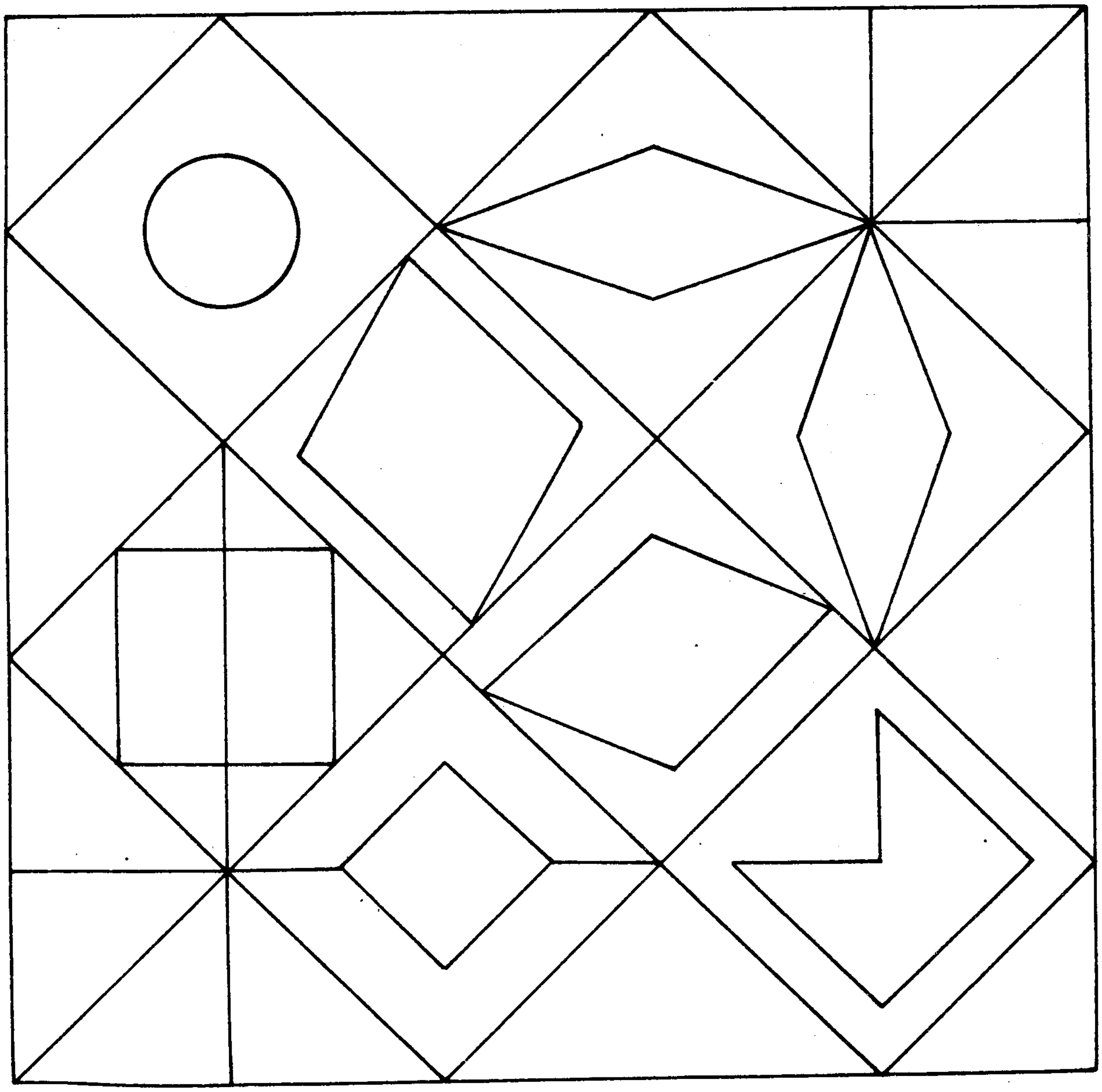
Si es necesario puede realizar definiciones para aclarar conceptos y explicar los nombres convencionales.

5° etapa: De acuerdo con la lista final de criterios de clasificación, los alumnos vuelven a buscar figuras que correspondan a cada criterio. Los alumnos registran las conclusiones, los ejemplos, la lista final de criterios y la información que el docente evalúe como importante para los alumnos.

6° etapa: Los alumnos, en función de lo trabajado anteriormente pueden volver a utilizar el material buscando un determinado tipo de figuras. Algunos ejemplos de las consignas que el docente puede dar son:

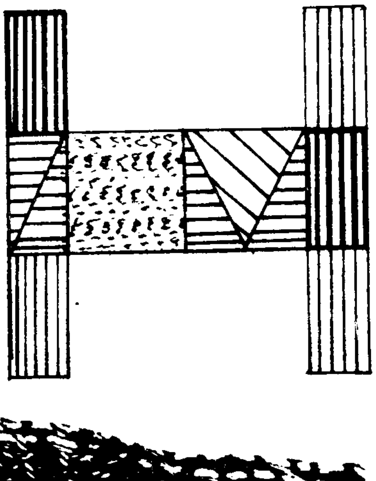
- buscar figuras de igual superficie y diferente forma.
- buscar la mayor cantidad posible de figuras de 10 lados.
- buscar triángulos y clasificarlos.
- buscar todas las figuras cóncavas.
- inventar nombres y justificarlos para figuras no clásicas (ejemplo: el "cuadrijero", porque es un cuadrilátero con un agujero).

7º etapa: Los alumnos con diversos materiales geométricos, construyen por grupos una figura con formas geométricas de gran diversidad en su interior, similar a la figura original. Los grupos se intercambian las nuevas figuras y emprenden nuevamente la búqueda de figuras en su interior utilizando la lista con los criterios de clasificación confeccionada en la 4º etapa. Se vuelve, en función de lo hallado, a discutir y ampliar la lista de criterios.



TALLERES

EL JUEGO DE LAS BALDOSAS



EL JUEGO DE LAS BALDOSAS (*)

Finalidad para los alumnos: Medir las superficies de las figuras dadas utilizando como unidades de medida diferentes baldosas (se adjuntan los juegos de figuras y baldosas).

Secuencia

1º etapa: Se divide a la clase en grupos de 4 ó 5 alumnos, Se le entrega a cada equipo un juego completo del material (3 figuras y 3 juegos de 4 baldosas). Se les solicita a los alumnos que calculen cuántas baldosas de cada tipo necesitarían para cubrir la totalidad de cada una de las figuras.

Los alumnos para resolver este problema pueden recurrir a diferentes estrategias de medición. Algunos alumnos calcarán las figuras para poder hacer marcas de las baldosas superpuestas, otros podrán establecer equivalencias entre las baldosas para simplificar la tarea; otros podrán realizar compensaciones entre partes de las figuras para facilitar la comparación con las baldosas.

Frente a las dificultades que surjan en la medición el docente podrá ayudar a sus alumnos a que incluyan otras estrategias. (¿Y si probás con otra pieza te puede servir? ¿ Con la misma pieza podés medir todas las figuras? ¿ Qué relación hay entre estas dos piezas? ¿Te sirve lo que averiguaste de las otras figuras?, etc).
Esta etapa termina cuando los equipos lograron establecer las medidas de las superficies de las tres figuras con cada una de las baldosas. Cada grupo deberá tener un registro de los datos obtenidos.

2º etapa: Se realiza una puesta en común. Los grupos leen los resultados y explican los procedimientos utilizados para hallarlos. Se analizan las dificultades surgidas en la medición y las soluciones halladas. El docente coordinará la discusión mediante preguntas. Por ejemplo ¿Hay piezas que se usan más? ¿Cuáles? ¿Por qué? ¿Con qué pieza fue más fácil medir? ¿Y más difícil? ¿Qué relación hay entre el tamaño de las piezas y el número de veces que entran en las figuras? ¿Todas las piezas entran un número exacto de veces? ¿Cómo escribieron esas partes? ¿Se puede cortar una parte y ponerla en otro lugar? ¿Varía el resultado? ¿En cuál figura conviene realizarlo?.

3º etapa: Se les solicita a los alumnos que establezcan todas las relaciones entre las figuras entre sí y entre las baldosas también entre sí. Para realizar esta tarea los alumnos pueden recurrir al calcado y uso de papel cuadriculado, a los datos obtenidos, a la superposición, etc.

Las relaciones entre baldosas podrán ser expresadas mediante fracciones.

Por ejemplo:

$T_1 = \frac{1}{2} C \qquad R = \frac{1}{2} C$, etc.

Las relaciones entre las figuras también pueden ser expresadas mediante fracciones, pero en este caso resulta más difícil. Les pediremos a los alumnos que intenten establecer dichas relaciones numéricas de modo aproximado. Por ejemplo: "La figura 2 es casi el doble de la figura 1" o "La figura 3 mide I R más que la fig 2", etc

(*) ***Esta actividad ha sido adoptada a partir de una idea de Regine Douady y Marie Jeanne Perrin, IREM de Paris Sud traducido en Revista Hacer Escuela Nº 10 Año 1990.***

4° etapa: Se realiza nuevamente una puesta en común con el objetivo de que los grupos expliciten y justifiquen los resultados obtenidos en la etapa anterior como así también las estrategias que han utilizado. Posteriormente se analizarán las dificultades y soluciones halladas en las diferentes etapas con respecto al problema de la medición. Se registran en el pizarrón las conclusiones generales de toda la secuencia en forma de consejos utilizables por los alumnos en otra actividad de medición (ej: se puede cortar una parte y ponerla en otro lado,etc.)

Variantes

- Encontrar la mayor cantidad posible de expresiones para una figura. Por ej:

  La figura 1 mide: 4 C y 1 R, o 3 C y 3 R, o 3 C y 3 T2, etc.

- Construir nuevos juegos de figuras y baldosas (Los alumnos pueden utilizar, para inventarlos, papel cuadriculado y luego calcarlos a papel liso). Por grupos encontrar los resultados y compararlos con los de los autores del juego

- Incluir nuevas baldosas de diferentes formas y tamaños para las mismas figuras, etc.

Reflexiones didácticas

Esta actividad permite que los alumnos puedan realizar mediciones de superficies, puesto que la consigna de calcular las piezas necesarias para cubrir las figuras, no puede ser realizada mediante comparación directa. En algunos casos las figuras pueden ser embaldosadas con una pieza dando un número exacto de veces. En otros casos, no es fácil realizar el embaldosado, y no da un número exacto de baldosas. Los alumnos deberán recurrir a utilizar las relaciones descubiertas entre baldosas. Deben enfrentarse a problemas de medición, tal como la posibilidad de error, la unidad de medida más conveniente, la necesidad de registrar los resultados, determinar la importancia de la posición de las baldosas, establecer relaciones entre tamaños de baldosas y resultados, etc.
La posibilidad de realizar transformaciones sobre las figuras para facilitar la medición, relaciona este módulo con el juego de las transformaciones.

Por Ej.:

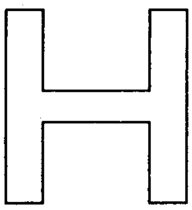


Fig. 1

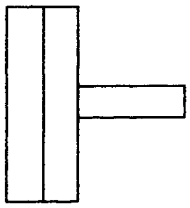
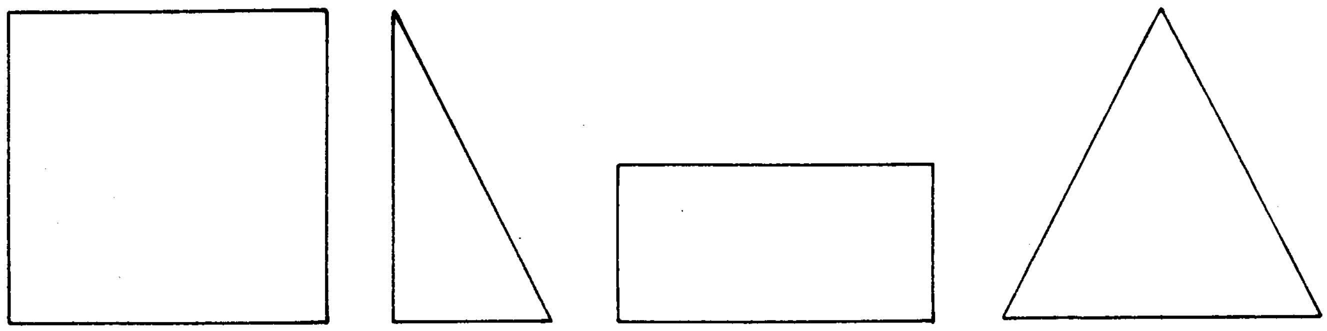
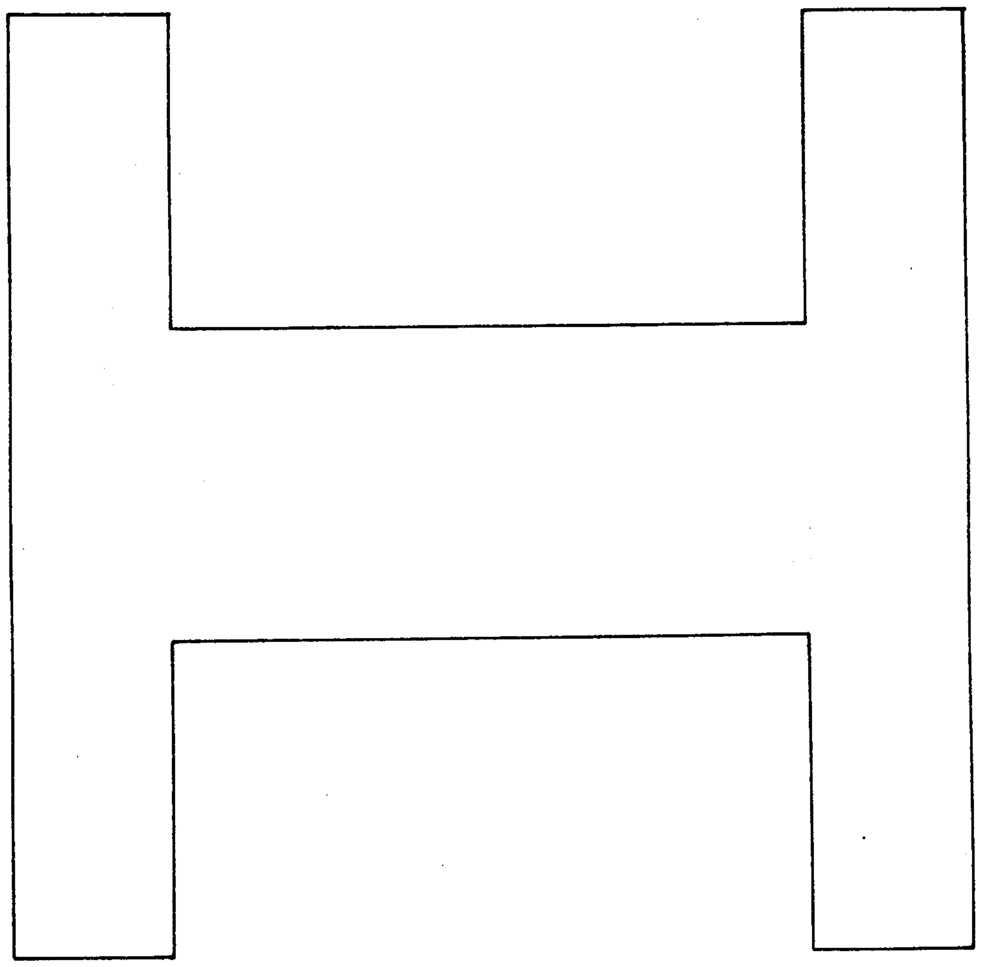


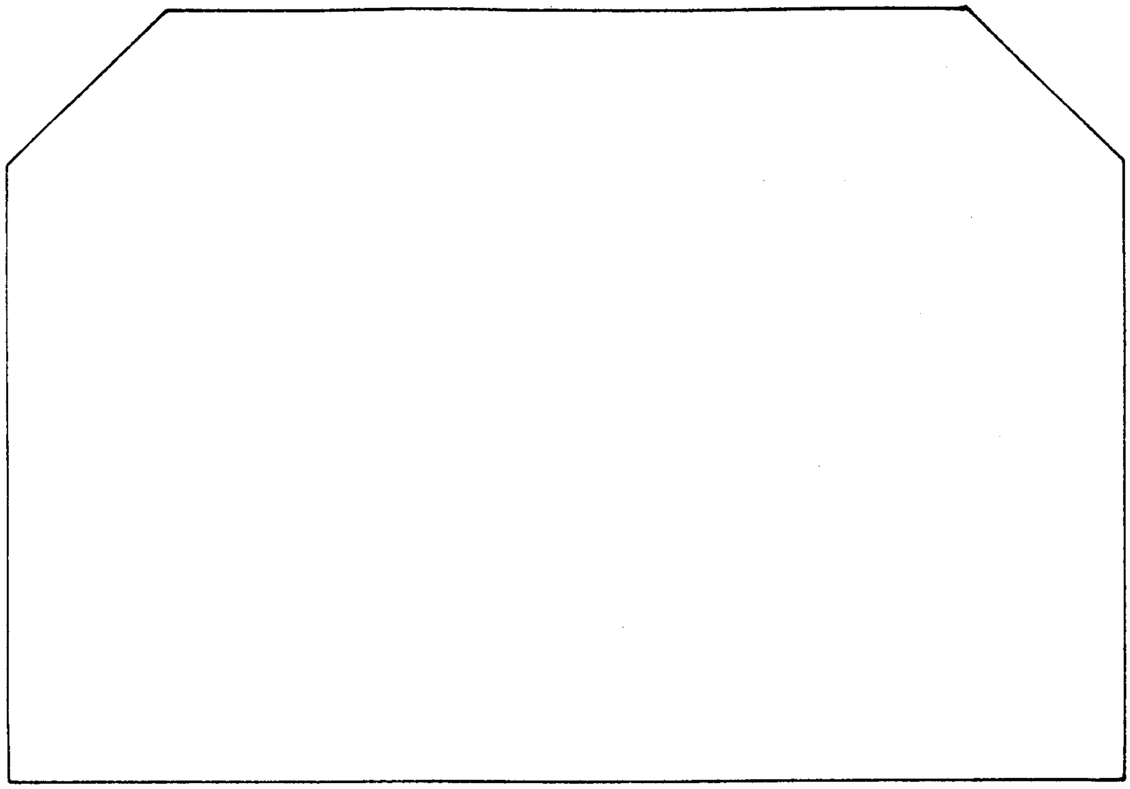
Fig.1 Transformada

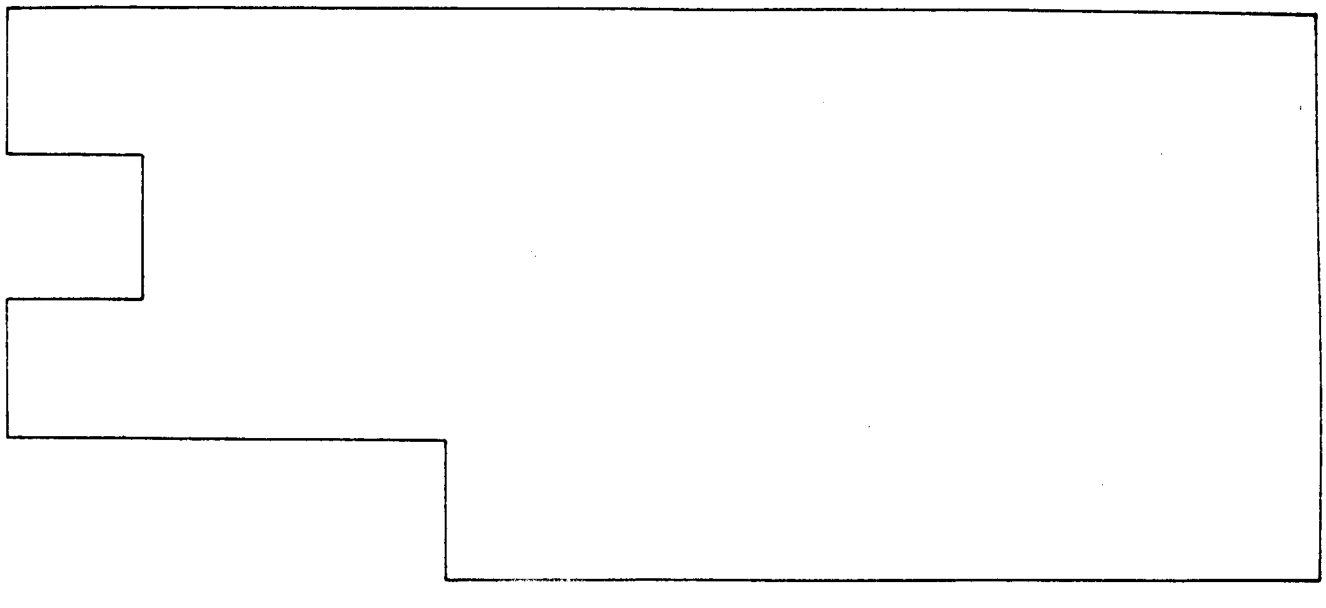
Este problema permite a la vez integrar el uso de las fracciones para relacionar las baldosas entre sí y expresar los resultados de las mediciones de las figuras que no dan un número exacto de veces **(*)**. (Al docente que le interese continuar el tema del uso de las fracciones en la relación entre superficies puede continuar o retomar el módulo Rompecabezas fraccionario).
Otro punto importante de este problema es el registro de los datos. La necesidad de organizar la información y la decisión sobre el modo de registro son parte del problema de medir.

(*) ***Integrando de esta forma dos contenidos tales como las fracciones y las superficies, que, en general, se los presenta por separado y sin ningún tipo de relación.***



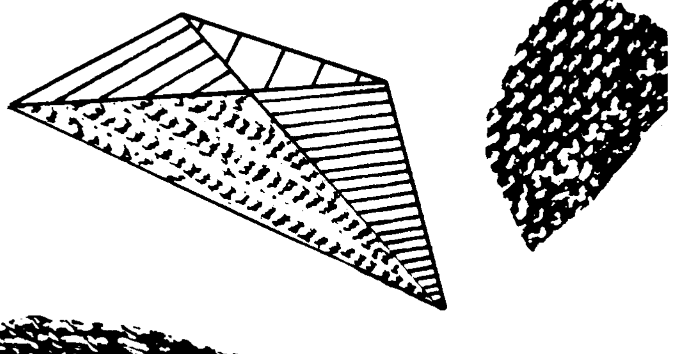






TALLERES

EL JUEGO DE LAS DIAGONALES



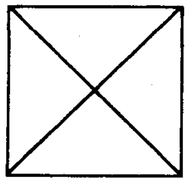
JUEGO DE LAS DIAGONALES (*)

Introducción:

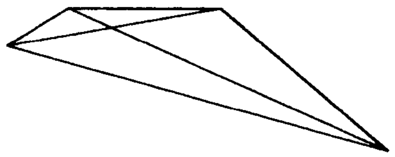
Generalmente, cuando se trabaja con los alumnos, el tema de los cuadriláteros y su clasificación, se los considera teniendo en cuenta sus lados o bien sus ángulos. Según como sean sus lados, o qué relación hay entre ellos tenemos un cuadrado (todos sus lados iguales y formando ángulos de 90°), o un rectángulo (dos lados iguales y paralelos entre sí, otros dos lados iguales y paralelos entre sí formando ángulos de 90°) etc, etc.

Con esta actividad intentamos que los alumnos construyan una clasificación de cuadriláteros que no niega ni contradice la anterior, pero que depende de las relaciones que se puedan establecer entre las diagonales. Es fundamentalmente una actividad exploratoria en la cual, el maestro, deberá tener presente que:

1) Las diagonales pueden ser iguales o no, por ejemplo:

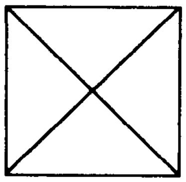


diagonales iguales

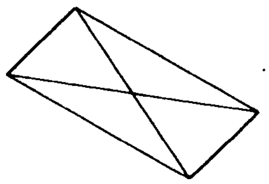


diagonales distintas

2) Las diagonales se pueden cortar perpendicularmente o no, por ejemplo:

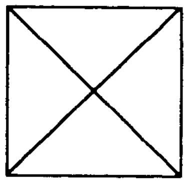


se cortan perpendicularmente



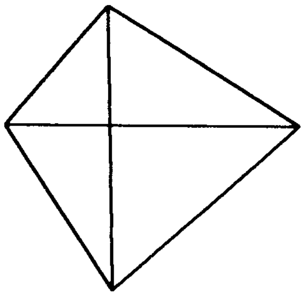
no se cortan perpendicularmente

Las diagonales se pueden cortar en el punto medio de ambas, en el punto medio de una sola de ellas o bien en cualquiera de sus puntos.

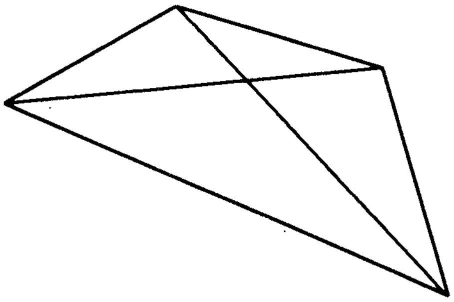


Se cortan en el punto medio de ambas diagonales.

(*)Esta actividad ha sido adaptada a partir de una idea de Irma Fuenlabrada, Laboratorio de Matemáticas N° 7, DIE - CINESTAV, Mexico, Junio 1986.



Se cortan en el punto medio de una sola de las dos diagonales.



El punto donde se cortan las diagonales no es el punto medio de ninguna de las dos.

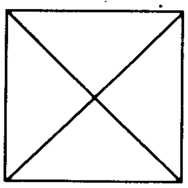
Estas tres variables: la relación entre las medidas, el ángulo que forman y el punto donde se cortan, son los que determinan los distintos tipos de cuadriláteros que conocemos, por ejemplo, al cuadrado que aparece en la ejemplificación de las tres variables lo podemos clasificar de la siguiente manera:

Tiene las diagonales iguales, se cortan perpendicularmente y en el punto medio de ambas.

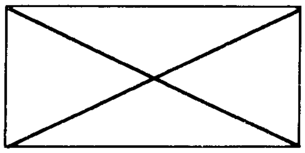
Es importante que los alumnos elaboren un registro organizado de la exploración que van a realizar. Este registro puede ser a través de un cuadro de frases como la ejemplificación para el cuadrado, o de otras formas que permitan identificar lo elaborado en cada una de las etapas.
Invitamos al docente a que realice una clasificación teniendo en cuenta que la combinación entre las tres variables nos da doce posibilidades distintas, pero que algunas se superponen.

Secuencia:

1ª etapa: Se divide a la clase en equipos de 2 ó 3 alumnos. Se le entrega a cada grupo fósforos, escarbadientes o varillas que representarán las diagonales y se les pide que exploren qué tipos de figuras quedan determinadas según como sean y cómo se combinen las diagonales. El docente puede ejemplificar con dos varillas y dibujar en el pizarrón.



Se forma un cuadrado.



Se forma un rectángulo

En esta primera etapa no se pauta la exploración ni se presentan las tres variables. ya que intentamos que los alumnos descubran cuáles son dichas variables.

Es importante que los alumnos dibujen en un papel los cuadriláteros y expliciten la forma en que han relacionado las diagonales, como un primer registro.

2º etapa: Se realiza una puesta en común. Se buscan similitudes y diferencias entre las figuras encontradas y las diversas formas en que los grupos han relacionado las diagonales. En esta puesta en común se intenta que aparezcan las tres variables: tamaño, forma y punto. Las conclusiones extraídas se anotan en el pizarrón, por ejemplo:

* Sise usan diagonales se forman cuadriláteros.

* Si las dos diagonales son iguales, se cortan en sus puntos medios y en forma perpendicular se forma un cuadrado.

* Si las diagonales son iguales, no se cortan en sus puntos medios y ...

Si en la exploración que realizan los alumnos no aparece alguna de las tres variables, el maestro podrá introducir mediante un ejemplo la variable que falte.

3º etapa: Se vuelve a la exploración pero teniendo en cuenta, ahora sí, las tres variables.

4º etapa: Se realiza una nueva puesta en común tendiente a que aparezcan combinadas las tres variables y surjan las doce posibilidades. Se extraen las nuevas conclusiones y se procede a completar la clasificación de los cuadriláteros en el pizarrón, según como se relacionen las diagonales.

5º etapa: En esta etapa cada grupo formulará preguntas para que las conteste otro grupo. Estas preguntas apuntan a encontrar el cuadrilátero que responde a relaciones entre las diagonales, por ejemplo:

* ¿Qué figura tiene dos diagonales no perpendiculares, de igual longitud y que se cortan en el punto medio de ambas?

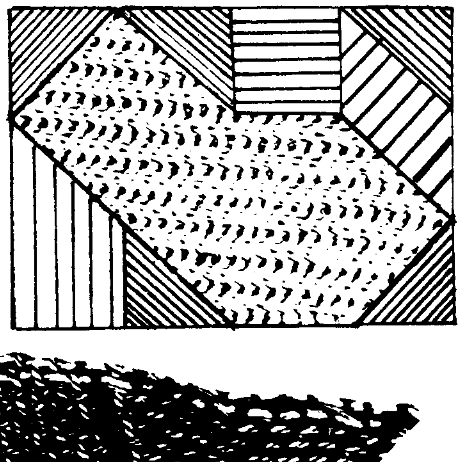
* ¿En qué se diferencian las diagonales de un rombo a las de un romboide?

* ¿Qué figuras pueden hacerse con dos diagonales perpendiculares?

* Etc, etc.

TALLERES

ROMPECABEZAS FRACCIONARIO



ROMPECABEZAS FRACCIONARIO

Finalidad para los alumnos: Armar el rompecabezas y luego determinar qué parte del total representan cada una de las piezas (Se adjuntan rompecabezas).

Secuencia:

1° etapa: Se divide a la clase en grupos de 2 ó 3 alumnos, a la mitad de los grupos se les entrega el rompecabezas tipo A y la otra mitad el rompecabezas tipo B. Dicho rompecabezas se presenta desarmado y se les pide a los alumnos que con las piezas que van recibiendo intenten armar un cuadrado.

2° etapa: Luego de que todos lo grupos hayan podido armar el rompecabezas, se les pide que intenten determinar qué parte del total representa cada pieza. En esta etapa se espera que aparezcan diversos procedimientos por parte de los alumnos, por ejemplo:

* Comparar piezas entre sí mediante la superposición (por ejemplo si la pieza n° 1 es 1/4 del total y la pieza n°3 entra 2 veces en la pieza n° 1 entonces la pieza 3 es la mitad de 1/4 o sea 1/8).

* Comparar una pieza con todo el cuadrado (por ejemplo: la pieza n° 1 entra 4 veces en todo el cuadrado entonces es 1/4 del total).

A su vez, los alumnos utilizaron diversas notaciones para designar qué parte del total representa cada pieza. Es posible que digan o escriban "1/4 del total"; "la cuarta parte", "entra 4 veces", "es un cuarto del total"; otras. En este caso sugerimos, mediante la comparación entre las distintas escrituras, aproximar a la notación socialmente conocida e institucionalizada:

La pieza N° 1 es 1/4 del cuadrado.

3° etapa: Una vez que todos los grupos hayan designado un valor a cada pieza, los grupos que tienen cuadrados del tipo A constatan sus valores con otro grupo que tenga el mismo cuadrado, y grupos y cuadrados tipo B con otros grupos de cuadrados tipo B.
Es importante que en este intercambio los alumnos expliciten la justificación de los valores que le han asignado a cada pieza.

4° etapa: Finalizado el intercambio, los grupos que tenían cuadrado tipo A reciben el cuadrado tipo B y viceversa, con un desarrollo análogo al anterior.

5° etapa: Se procede a entregar a cada grupo las piezas de los rompecabezas tipo C y tipo D, con igual criterio que en los casos anteriores, pero la consigna, ahora es, que armen un rectángulo y le asignen valor a cada pieza.
Deberán dar aquí también una justificación adecuada de sus resultados.

6° etapa: Es interesante, en esta etapa, formular preguntas a los alumnos que involucren las relaciones entre piezas y de las piezas con todo el cuadrado, por ejemplo:
- ¿Cuántas piezas N° 2 necesito para obtener todo el cuadrado?
- ¿Cuántas piezas N° 2 necesito para obtener dos cuadrados?
- ¿Con cuántas piezas N° 2 obtengo la pieza N° 1?
- ¿Que pieza representa el doble de la pieza N° 4?
- ¿Cuánto da la suma de los valores de todas las piezas?
- ¿Hay una sola pieza que sea la mitad de la pieza N°1?
- ¿Qué piezas tengo que sumar para obtener media figura?

Invitamos al docente a elaborar más preguntas que relacionen a las piezas entre sí y con toda la figura. A partir de esta discusión y en función de todas aquellas producciones elaboradas por los alumnos en transcurso de las distintas etapas, es fundamental que el docente retome los conceptos principales para poder registrar las conclusiones obtenidas, sintetizar los contenidos involucrados en dichas etapas y poder institucionalizarlos y transformarlos en concocimiento disponible.

Variantes:

Es posible incorporar algunas variantes para continuar la actividad:

1) Con las mismas piezas de dos rompecabezas, armar una figura distinta a la pedida previamente y asignarle valor.

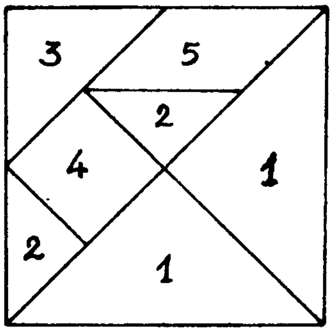
2) Otra variante es pedirle a los alumnos que confeccionen sus propios rompecabezas, asignen valores a cada pieza y los intercambien con otros grupos (sin entregar los valores asignados). Sugerimos para dicha confección, restringir a aproximadamente ocho piezas por rompecabezas, utilizando únicamente rectángulos, triángulos y cuadrados para facilitar la asignación de valores.

También es posible utilizar estos rompecabezas para trabajar con las superficies de las piezas, comparando las superficies de las piezas entre si o de cada pieza con el total de la figura.

Reflexiones didácticas:

Habitualmente, en la escuela, las fracciones se trabajan en figuras rectangulares o circulares, divididas en partes iguales, por ejemplo:  , la parte sombreada es la cuarta parte del total. en estos casos las fracciones o partes son todas iguales, y más de una vez determinar la fracción, se reduce a contar las partes sombreadas.
Los rompecabezas invitan a establecer relaciones con el total de la figura, con otras piezas, y no basta con "contar las partes".
Por otro lado, las piezas del rompecabezas, permiten ver la misma fracción representada de distintas formas. Esta variedad de formas da más sentido a la notación fraccionaria y al número en sí mismo, ya que, a pesar de ser figuras distintas, representan exactamente el mismo valor.
Con algunas variantes, esta actividad puede ser útil para analizar las superficies de figuras planas obteniendo dichos valores por comparación y no solo mediante fórmulas.
Pensamos que los rompecabezas brindan la ocación de utilizar los conocimientos anteriores sobre fracciones que los alumnos poseían, pero aplicados a una nueva situación, profundizándolos y cuestionándolos.
En esta secuencia, las fracciones, cobran un nuevo sentido en relación con el concepto de superficie, lo que permite establecer una vinculación entre el campo numérico y el geométrico.
La búsqueda de justificaciones válidas de los resultados obtenidos permite el control por parte de los alumnos de las acciones realizadas en ambos campos.

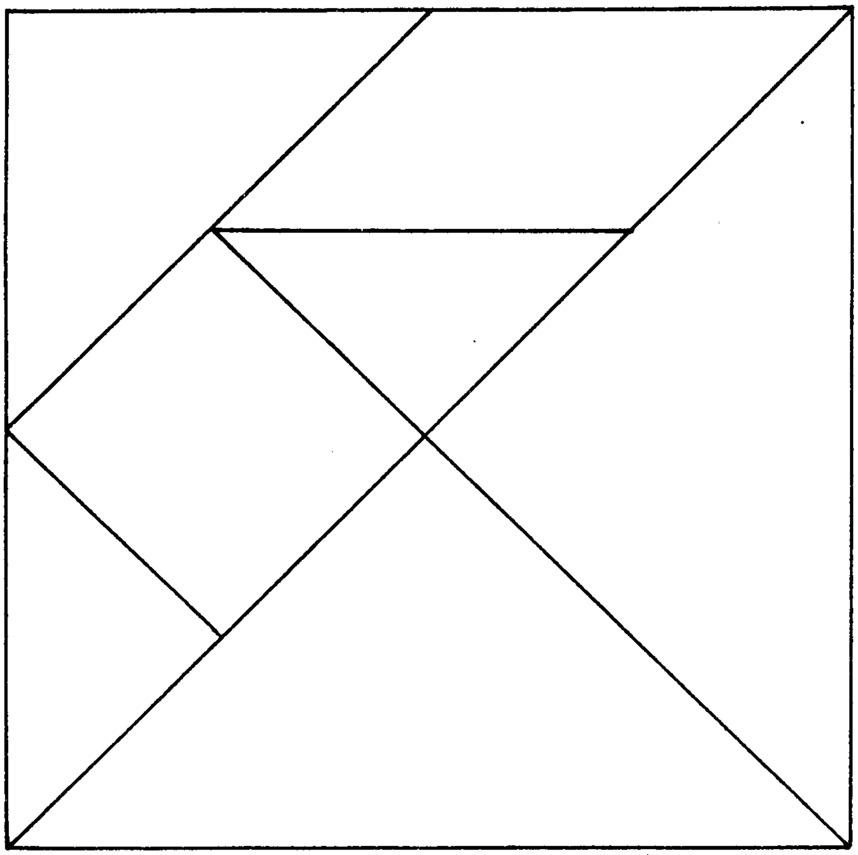
Detallamos a continuación los valores de cada una de las piezas para que el docente las tenga a disposición, pero sugerimos que intente armar el rompecabezas y asignarle valores a las piezas antes de entregar el material a los alumnos y notar cuáles son las dificultades que se presentan. Este detalle es para el docente, pero no para transmitirlo a los alumnos, puesto que encontrar estos valores, es el objetivo del juego.



A

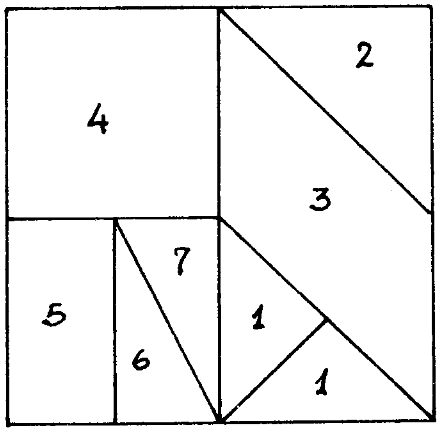
Las piezas Nº 1 representan 1/4 cada una del total
Las piezas Nº 2 representan 1/16 cada una del total
La pieza Nº 3 representa 1/8 del total
La pieza Nº 4 1/8 del total
La pieza Nº 5 1/8 del total
Recordemos también "la suma de los valores de cada pieza debe dar 1".O sea:

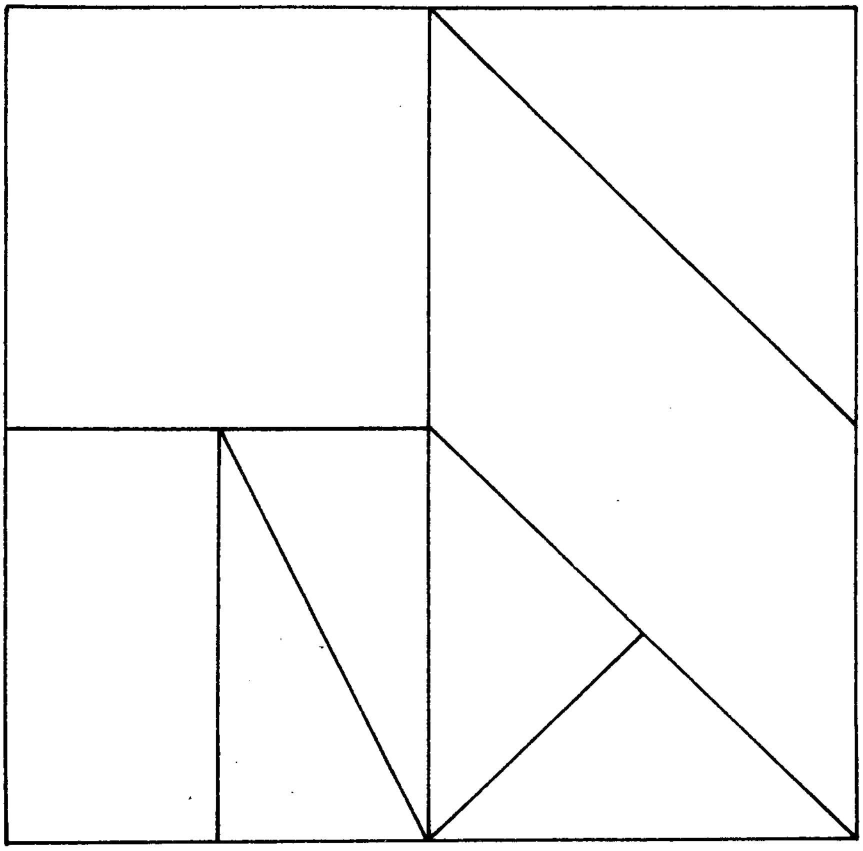
$$\underbrace{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}_{\text{Las piezas 1}}+\underbrace{\frac{1}{16}+\frac{1}{16}}_{\text{Las piezas 2}}+\underbrace{\frac{1}{8}}_{\text{Pieza 3}}+\underbrace{\frac{1}{8}}_{\text{Pieza 4}}+\underbrace{\frac{1}{8}}_{\text{Pieza 5}}=\frac{4+4+1+1+2+2+2}{16}=\frac{16}{16}=1 \text{ (la unidad)}$$



B

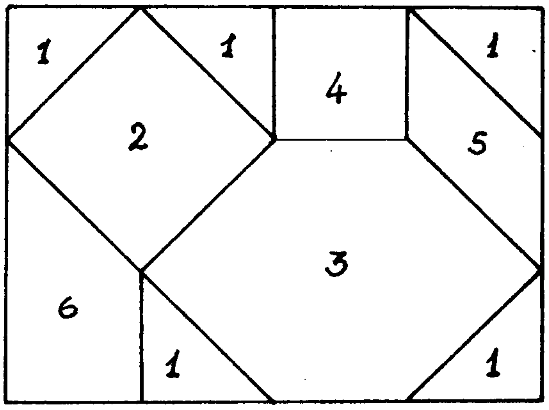
Las piezas Nº 1 representan 1/16 c/u del total
La pieza Nº 2 representa 1/8 del total
La pieza Nº 3 representa 1/4 del total
La pieza Nº 4 representa 1/4 del total
La pieza Nº 5 representa 1/8 del total
La pieza Nº 6 representa 1/16 del total
La pieza Nº 7 representa 1/16 del total

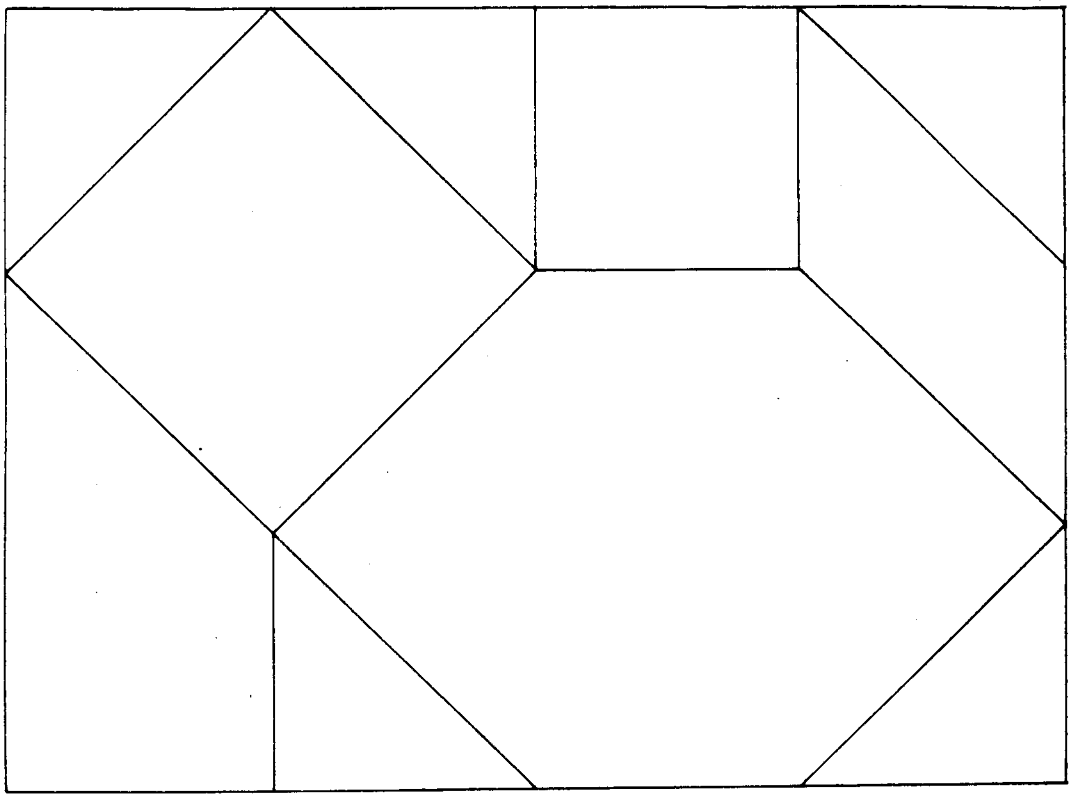




C

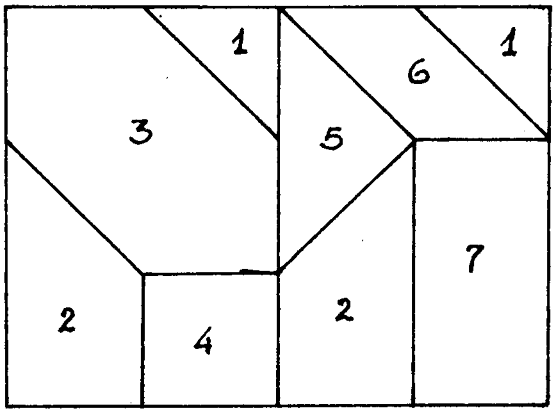
Las piezas 1 representan 1/24 c/u del total
La pieza 2 representa 1/6 del total
La pieza 3 representa 1/3 del total
La pieza 4 representa 1/12 del total
La pieza 5 representa 1/12 del total
La pieza 6 representa 1/8 del total

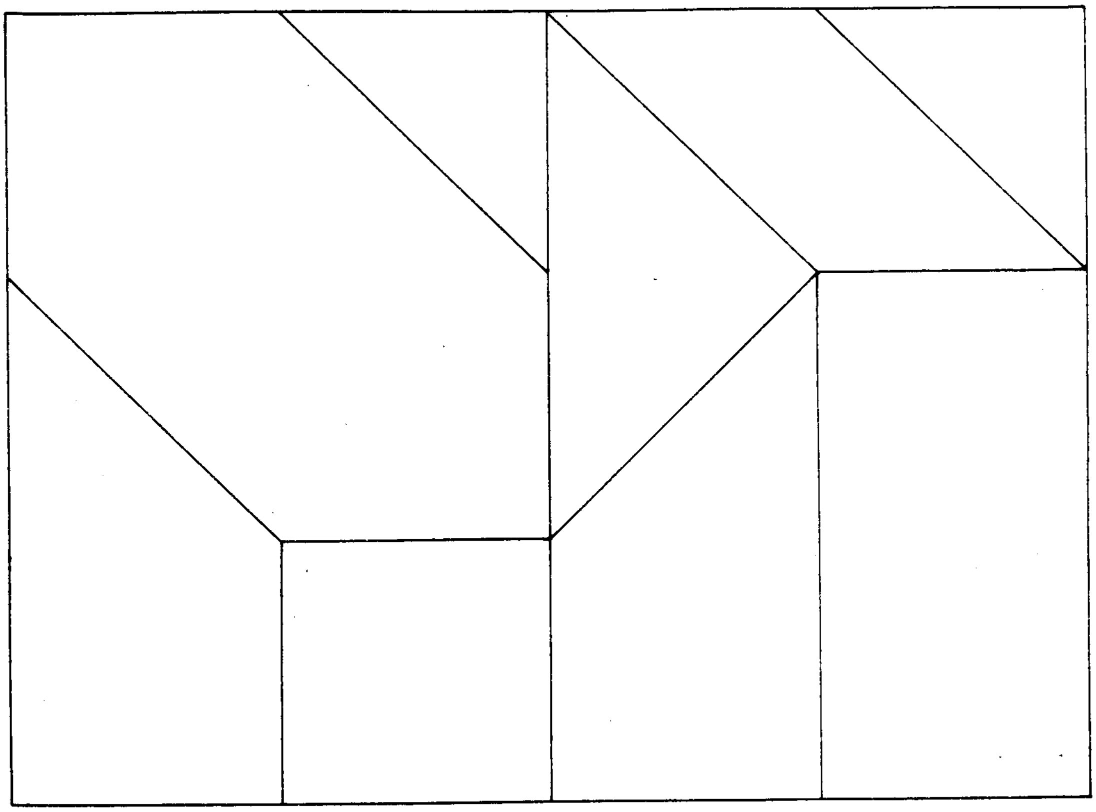




D

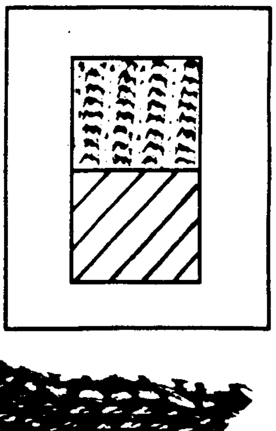
Las piezas 1 representan 1/24 c/u del total
Las piezas 2 representan 1/8 c/u del total
La pieza 3 representa 1/4 del total
La pieza 4 representa 1/12 del total
La pieza 5 representa 1/12 del total
La pieza 6 representa 1/12 del total
La pieza 7 representa 1/6 del total





TALLERES

EL JUEGO DE LAS FRACCIONES



EL JUEGO DE LAS FRACCIONES

Este módulo consta de 4 juegos para los cuales se utilizan los mazos de 48 cartas que se adjuntan.
Se divide a la clase en grupos de 5 ó 6 alumnos y se entrega un mazo a cada equipo.

JUEGO DE LOS ENTEROS

Se reparten 5 cartas a cada integrante del grupo. El resto de las cartas se dejan apiladas boca abajo. El objetivo es formar enteros. El alumno que comienza, según las cartas que posea, solicita cartas a sus compañeros. Dice el nombre del compañero y la carta que le pide ("Juan, dame un cuarto"). si el alumno al que se le ha solicitado la carta, la tiene, indefectiblemente debe entregársela. El jugados sigue pidiendo cartas a sus compañeros, en cualquier orden, siempre diciendo el nombre y la carta que precisa. Cuando un compañero no tiene la carta solicitada le debe contestar "Andá a comprar" y ya no puede pedir más. Levanta una del mazo y baja los enteros formados colocándolos boca arriba. Sigue el jugador de la derecha quien pide las cartas que necesita y frente a la primera negativa, también compra y baja, si tiene, enteros. El juego continúa hasta que se acaban las cartas del mazo. Se suman los enteros "bajados". Cada entero vale 1 punto. Se vuelve a jugar. Gana el jugador que llega a 10.

JUEGO DEL 3

El objetivo es juntar un juego de cartas que se acerque lo más posible al número 3 sin superarlo.
Se reparte una carta a cada jugador. Por turno, cada jugador levanta una carta del mazo y no se descarta de ninguna. Así sucesivamente. Si un jugador decide dejar de levantar porque está muy próximo a 3 o juntó 3, dice "basta para mí, basta para todos" y se detiene el juego. Todos muestran sus cartas y gana el jugador que se aproximó mas al 3, o juntó 3, pero no lo superó.
Si los jugadores eran 5 sus puntajes son 5, 4, 3, 2 y 1 obteniendo el mayor puntaje quien haya obtenido el mayor número menor o igual a 3 y 0 puntos para quien la haya superado.
Se vuelve a jugar. Gana el jugador que llega a 10.

JUEGO DEL MAYOR

El objetivo es formar el mayor número posible con 6 cartas.
Se reparten 6 cartas a cada jugador. El resto se coloca boca arriba sobre la mesa de manera que se vean todas. Cada jugador en su turno levanta cualquier carta y se descarta de cualquiera de las suyas. Luego de que han transcurrido tres vueltas completas los jugadores muestran sus seis cartas. Gana el que obtuvo el mayor número. El juego ganador obtiene 5 puntos. Se puede volver a jugar y gana el que llega a 20.

JUEGO DE LOS 2

El objetivo del juego es construir un conjunto equivalente al número dos con el menor número de cartas posibles, (1/4 + 1/4 + 1/2 + 5/6 + 1/6 por Ej.) . Se reparten 6 cartas a cada jugador. El resto se coloca en un mazo boca abajo. En cada vuelta, cada jugador levanta una carta y tira otra. El jugador puede levantar del pozo o la última que su compañero ha tirado.
Cuando se teminan las cartas del mazo cada jugador muestra - si ha logrado formar - su "dos" . Gana l0 puntos el jugador que logró el dos de menos cartas. Los otros "dos" formados (pueden ser más de uno por jugador) no tienen puntaje a favor, pero tampoco lo tienen en contra. Cada carta no utilizada para formar un dos es un punto menos.
Ejemplo:

Jugador **A** $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{4} = 2$ (pero no fue el "ganador") y sin agrupar $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{8}$; tiene -2 puntos

Si hubiese sido su "dos" el ganador tendría 10 (por ganar) y -2 por sus dos cartas sin agrupar = 8.
Gana el jugador que luego de cuatro vueltas obtuvo el mayor puntaje.

Variantes:

1) Todos los juegos pueden variarse en:

- el número a formar en cada juego
- la cantidad de cartas que se reparten
- los puntajes que se otorgan a cada juego formado
- la cantidad de vueltas que se deben hacer

Y reglas que el maestro o los alumnos quieran agregar o sacar para modificar la dinámica del juego. Asimismo el docente puede decidir jugar algunas veces solo con las cartas menores de 1.

2) Luego de que los alumnos hayan jugado varias veces a cada juego pueden hacerse problemas sobre los juegos en forma escrita.

Por ejemplo :

* En el juego... si un jugador posee las siguientes cartas ¿cuáles les conviene levantar?
* Inventá las cartas que tienen cada uno de cuatro jugadores, sabiendo que el jugador A gana...
* En este partido (dibujar cartas de c/ jugador) realizá una vuelta para que gane **A** y otra para que gane **B**.

Y todas aquellas preguntas o problemas que remitan a juegos incompletos que hay que terminar, o partidas que hay que analizar.

REFLEXIONES DIDACTICAS

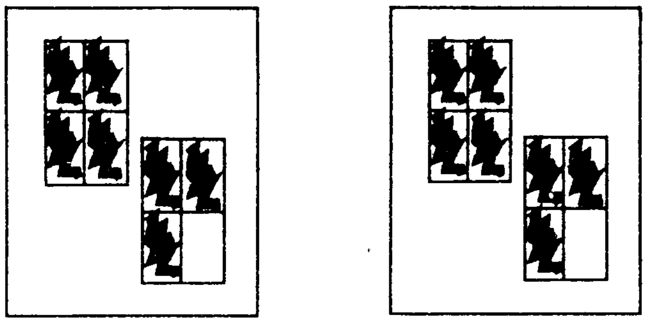
El objetivo de estos juegos es que los alumnos realicen cálculos entre fracciones, comparen fracciones y operen con equivalencias entre fracciones y con números naturales al interior de una situación problemática. Habitualmente las sumas de fracciones se presentan en forma escrita y los alumnos aplican métodos aprendidos para encontrar el resultado. A diferencia de dichas situaciones, en los juegos los alumnos realizan los cálculos apoyándose en el gráfico de las fracciones y decidiendo qué operaciones deben realizar. Se apunta a la resolución de operaciones entre fracciones desde lo intuitivo y en el interior de una situación en donde la operaciones son necesarias para jugar y no solicitadas por el maestro. El alumno decide qué suma y cómo hacerlo. Los juegos pueden ser utilizados como introducción a las operaciones entre fracciones en el caso que aún los alumnos no las hayan aprendido. Se sugiere en dicho caso comenzar el aprendizaje con los juegos para pasar al análisis de las operaciones a partir de los conflictos y dudas que surgen del juego. En el caso de que los alumnos hayan trabajado previamente con operaciones entre números fraccionarios, estos juegos permitirán reconceptualizar lo aprendido utilizando dichas operaciones.

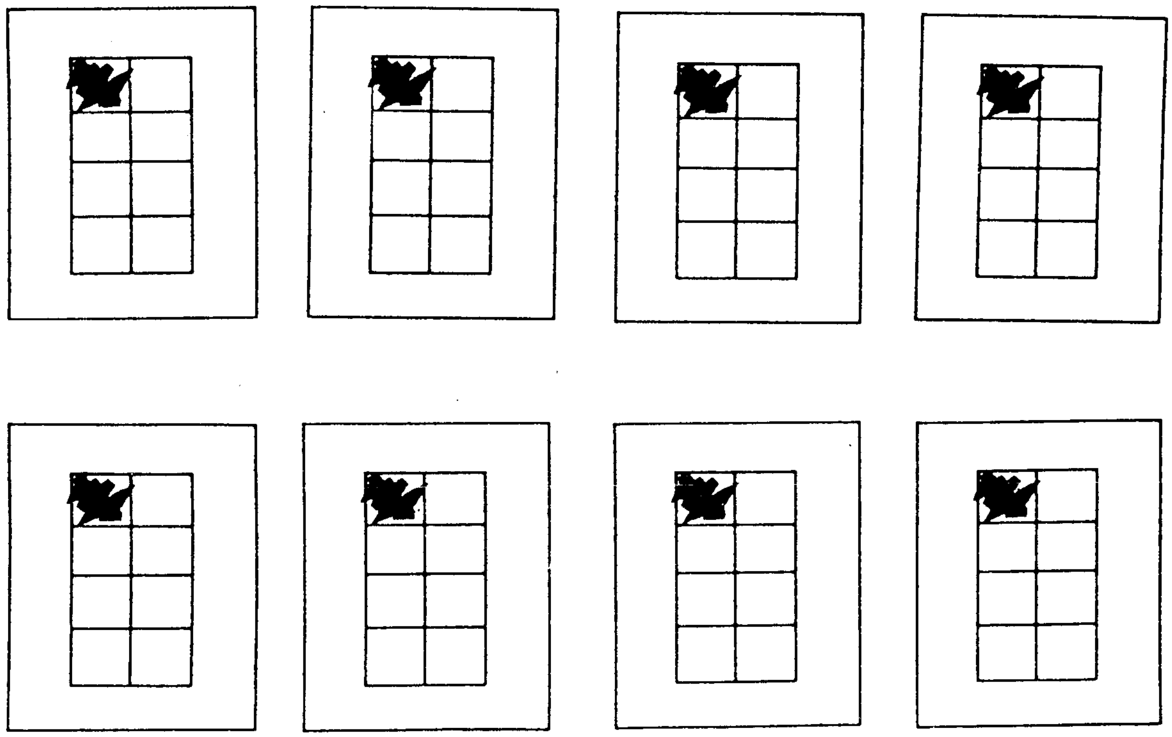
Otra posibilidad que presenta este material es que los alumnos pueden "controlar" los resultados de las operaciones realizadas para saber quién ganó, qué puntaje le corresponde a cada uno, quién hizo trampa y quién no, o bien si alguno de los jugadores se equivocó en su juego.

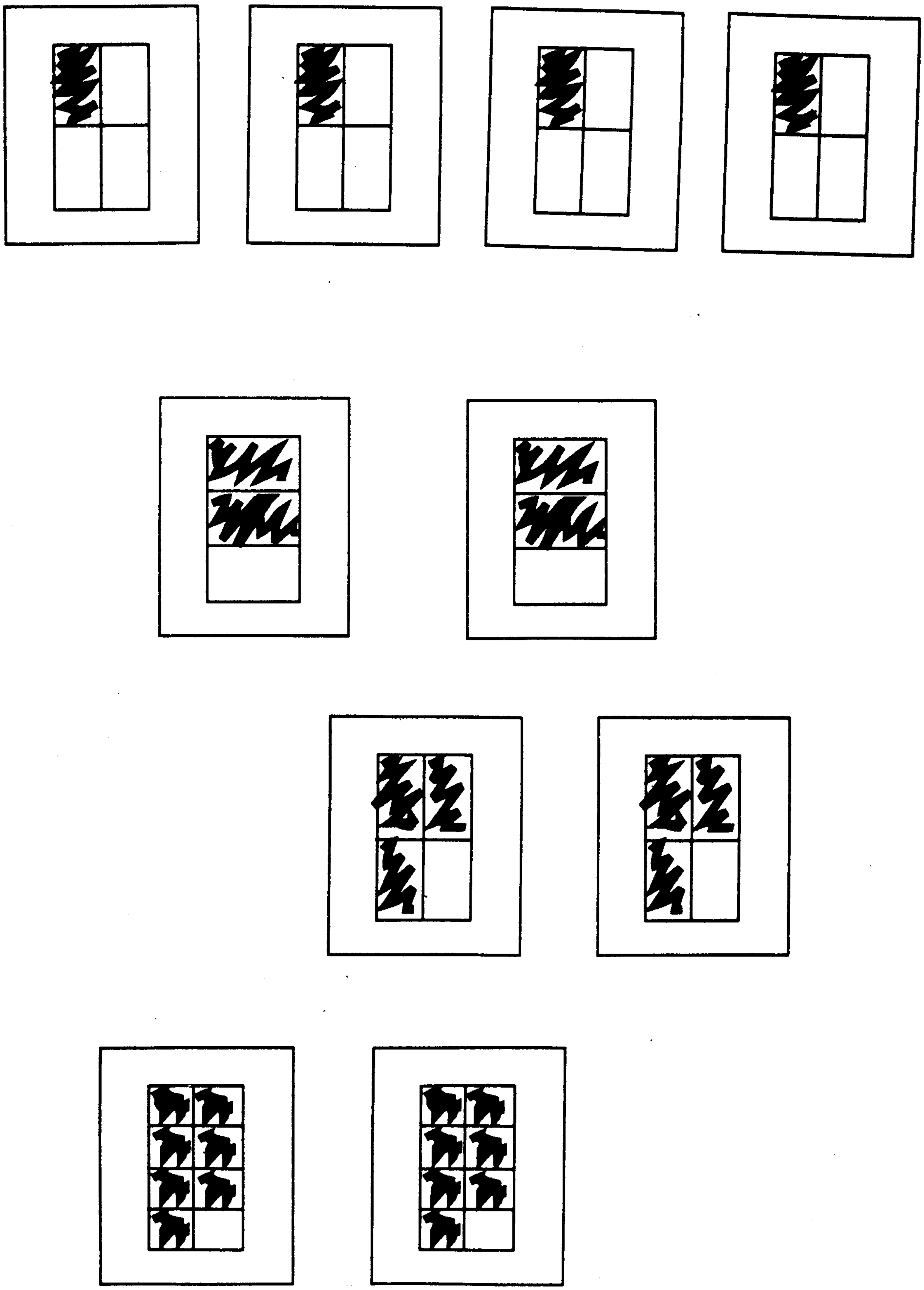
La corrección de las operaciones realizadas está al servicio del juego. Los propios alumnos discutirán y justificarán las operaciones.

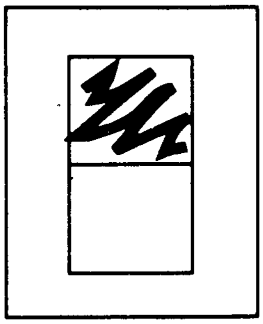
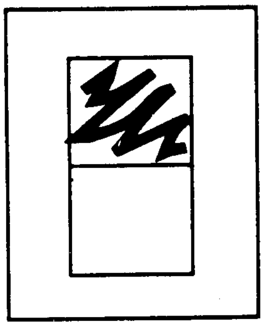
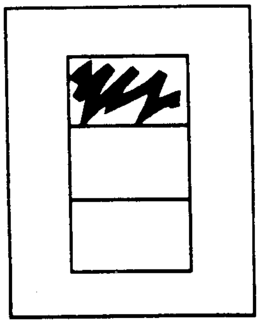
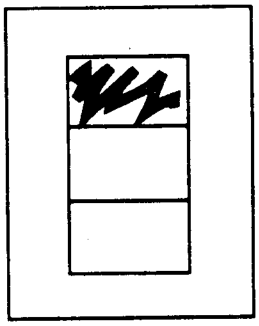
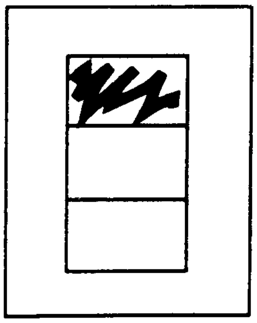
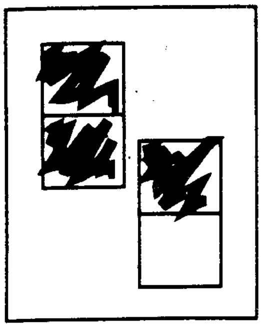
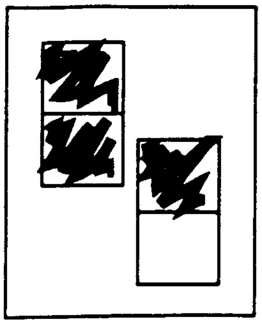
Cartas con fracciones

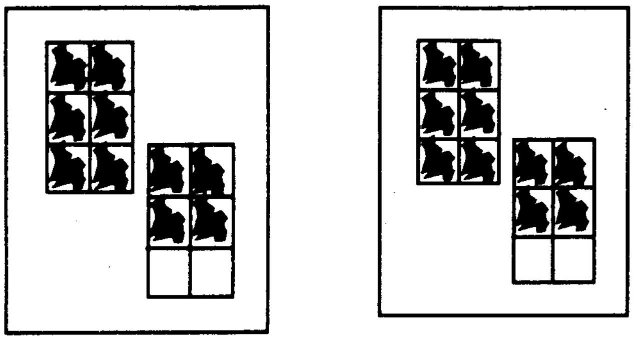
(MAZO COMPLETO)

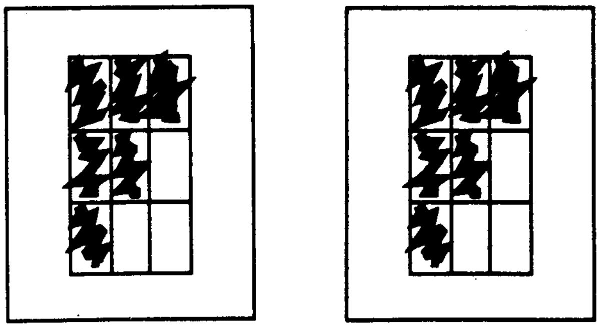


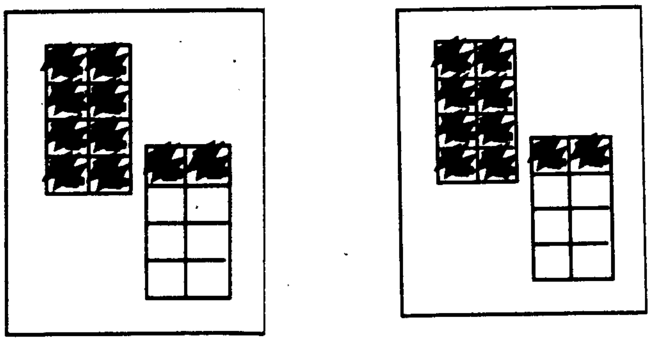


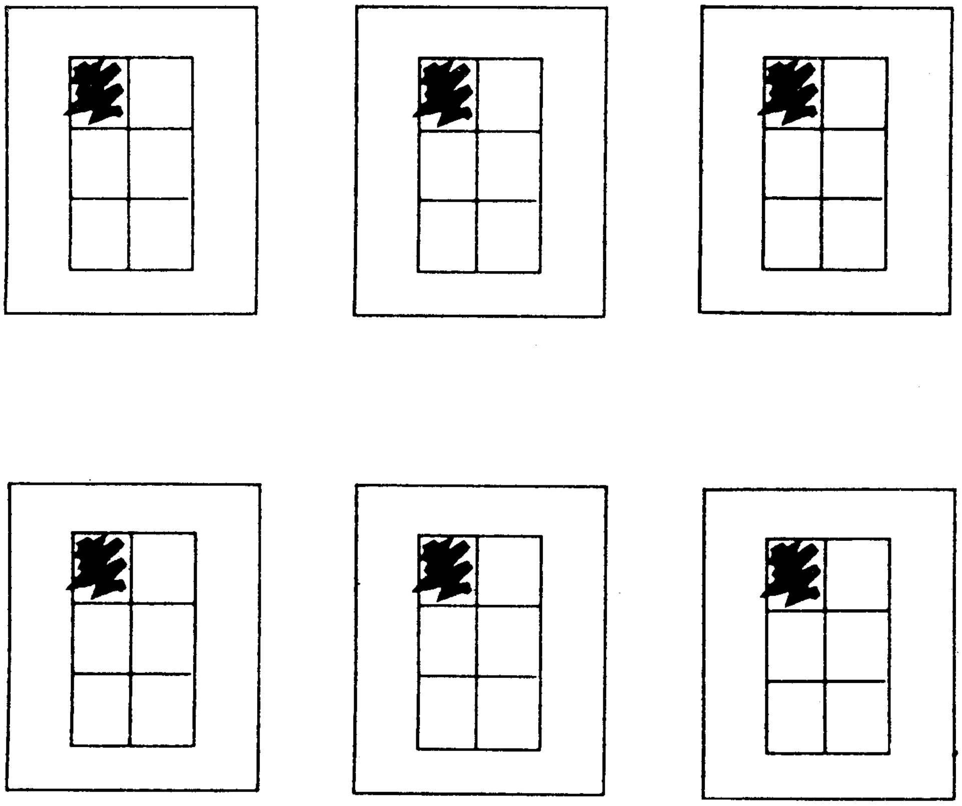


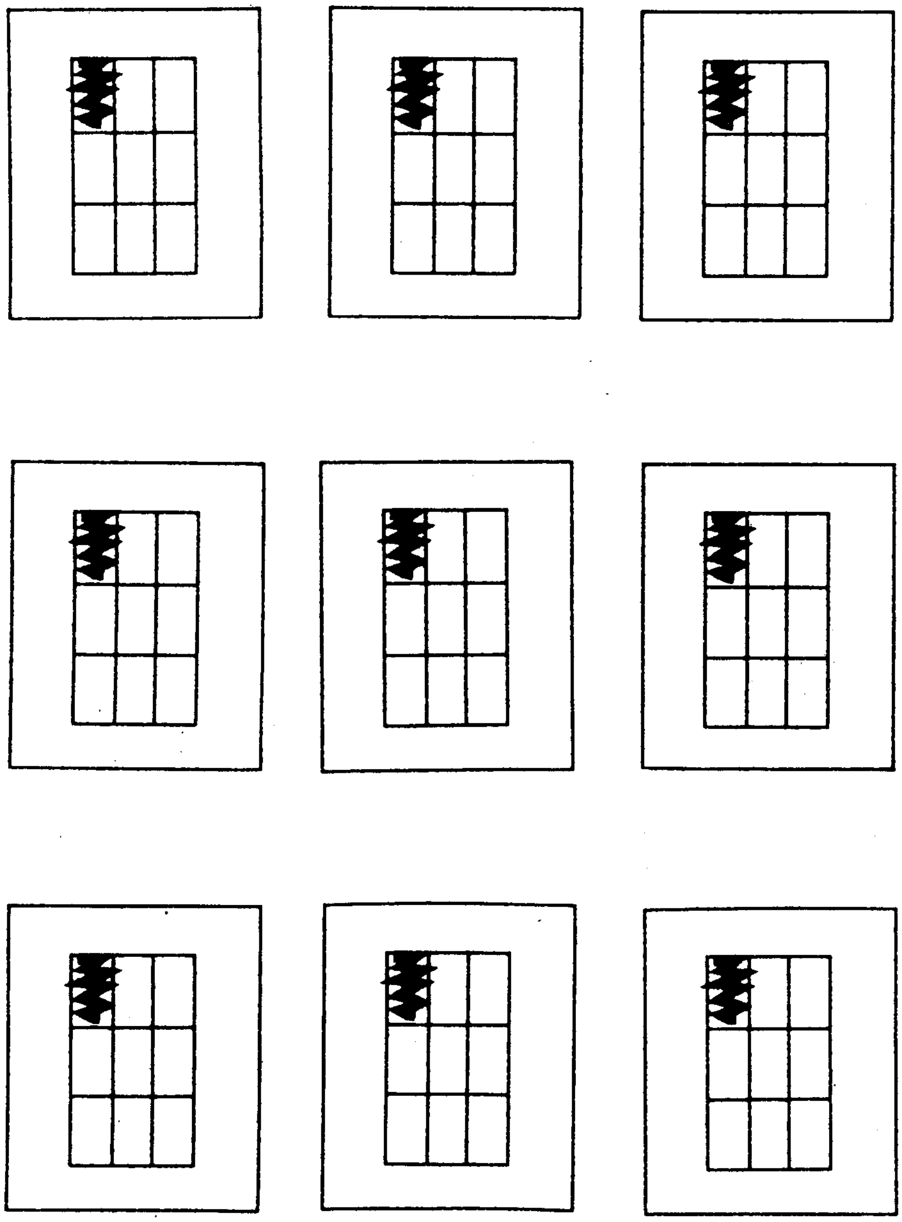


















TALLERES

EL JUEGO DE LOS MENSAJES

EL JUEGO DE LOS MENSAJES (*)

Finalidad para los alumnos: Elaborar un mensaje en grupo que permita a otro grupo, siguiendo instrucciones, reproducir la figura descripta (se adjuntan las figuras para la actividad).

Secuencia :

1° etapa: Se divide a la clase en grupos de 2 ó 3 alumnos. El maestro entrega a cada grupo una de las figuras del nivel I y les pide que en I0 minutos escriban un mensaje para otro grupo para que cuando lo reciba, siguiendo sus instrucciones, puedan hacer una figura igual a la recibida. Dichos mensajes no pueden incluir esquemas ni dibujos.

2° etapa: Se intercambian los mensajes. Se aclara que los grupos pueden formular preguntas por escrito al grupo que escribió el mensaje. Pueden escribir tres preguntas en una hoja y el otro grupo las contestará por escrito. Una vez respondidas, si aún falta información se puede una sola vez más, volver a formular otras tres preguntas. Las preguntas no pueden incluir dibujos. Son para aclarar dudas o completar datos que faltan en las instrucciones (ejemplos: ¿cuánto mide la base del triángulo? ¿el círculo va a la derecha o a la izquierda?). Los grupos con las instrucciones y las respuestas recibidas confeccionan la figura.

3° etapa: A medida que los grupos terminan se comparan las figuras producidas con las originales. Posiblemente en los casos de error los alumnos discutirán si la causa está en la producción del mensaje o en la interpretación del mismo.

4° etapa: Se realiza una puesta en común. Los alumnos explican y exponen lo sucedido. Analizan las causas de errores más comunes.
El docente aclara dudas conceptuales e introduce algún término del vocabulario geométrico que corresponde. Las conclusiones de esta puesta en común son anotadas por los alumnos en el pizarrón en forma de consejos o recomendaciones para la siguiente etapa.

Ejemplos:

- No olvidarse de dar medidas.

- No se dice punta, se dice vértice.

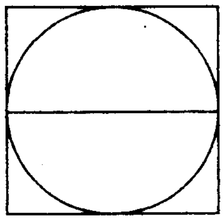
- La base de una figura no tiene que ser la de abajo.

- Si las figuras son simétricas es útil aclararlo.

- etc, etc.

(*) *Esta actividad ha sido adaptada de una idea de Irma Saiz, Consejo General de Eduacion Provincia de corrientes, Marzo I990*

5º etapa: Los alumnos, a partir de lo acordado en la etapa anterior, reelaboran sus mensajes. Los alumnos en esta etapa deberán seguir los consejos del pizarrón y lograr reducir la extensión del mensaje. A medida que logren usar mayor cantidad y variedad de conceptos geométricos, los mensajes serán más breves. Veamos un ejemplo en el cual a través de un largo proceso, un mensaje puede perfeccionarse:



Ejemplo : Mensaje nº 1: Tracen una figura que tenga 4 lados. Todos los lados son de 2 cm. y cuando se juntan dos lados quedan formando eles. Adentro de esa figura dibujen un redondel bien pegadito y haganle una rayita en el medio hasta los bordes. La raya debe ser de 2 cm. y parte al redondel en dos pedazos igualitos.

Mensaje nº 2: Tracen un cuadrado de 2 cm de lado. Dibujen adentro una circunferencia que toque en 4 puntos al cuadrado. Dividan a toda la figura en dos partes iguales en sentido horizontal.

Mensaje nº 3: Tracen un cuadrado de 2 cm. de lado. Inscriban una circunferencia. Señalen su diámetro horizontal.

Aclaramos que para obtener este último mensaje no alcanzará con dos o tres clases, sino que serán necesarias sucesivas reelaboraciones de los mensajes incluyendo uno o dos nuevos conceptos por clase. Por lo tanto sugerimos realizar reiteradas veces esta quinta etapa.

6º etapa: Los alumnos vuelven a jugar con otras tarjetas que no hayan visto del nivel 1ó se comienza con el nivel 2. Se tratarán de seguir los "consejos" y "normas" del pizarrón. Cada vez que se vuelve a jugar se repiten todos los pasos y se completa el listado del pizarrón con nuevas conclusiones.

VARIANTES DEL JUEGO :

a - Un grupo inventa un mensaje sin dibujar la figura. Invita a otro grupo a que sigan las instrucciones para que queden dos interpretaciones de un mismo mensaje.

b - Cada grupo inventa la figura. Un delegado de cada grupo puede ir a verla. No se escriben los mensajes sino que el delegado cuenta y describe la figura que su grupo debe construir.

c - Los grupos inventan una figura y un mensaje. Se pueden hacer preguntas por escrito al otro grupo pero solo para ser respondidas por sí o por no.

d - Se inventan figuras y se juega con normas restrictivas. ("El mensaje no puede tener más de 50 palabras" o "La figura inventada debe tener dos círculos y un trapecio", etc.).

REFLEXIONES DIDACTICAS:

Este juego permite utilizar los conceptos aprendidos de geometría. Los alumnos seleccionarán de sus conocimientos, qué elementos son necesarios para el mensaje, aplicarán lo que conocen con el fin de producir instrucciones. Enfrenta a los alumnos a utilizar expresiones propias para explicar conceptos aún no sistematizados utilizando sus conocimientos.

El vocabulario aparece como una herramienta para comunicar. Es más fácil decir "diagonales" que "la líneas que van desde la punta del cuadrado hasta la otra punta más lejana, enfrentada...".

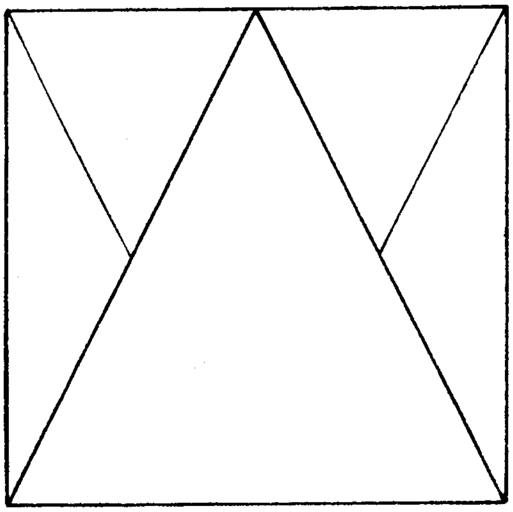
Si se continúa jugando con nuevas figuras o se realizan las variantes, el docente tendrá la oportunidad de observar cuáles contenidos los alumnos usan y cuáles no; de recordar conceptos e incluir vocabulario o de enseñar nuevos conceptos. Jugar repetidas veces permitirá incluir los conocimientos con el objetivo, para los alumnos, de producir mensajes más cortos, más eficaces y más correctos.

La enseñanza de los conceptos aparece como un recurso para acortar mensajes, como un modo eficaz y correcto de comunicar. El docente explicará entonces que un "redondel pegadito pegadito al cuadrado" es un círculo inscripto en un cuadrado. La lista de consejos del pizarrón y de normas se irá ampliando según las dificultades y necesidades que surjan del juego.

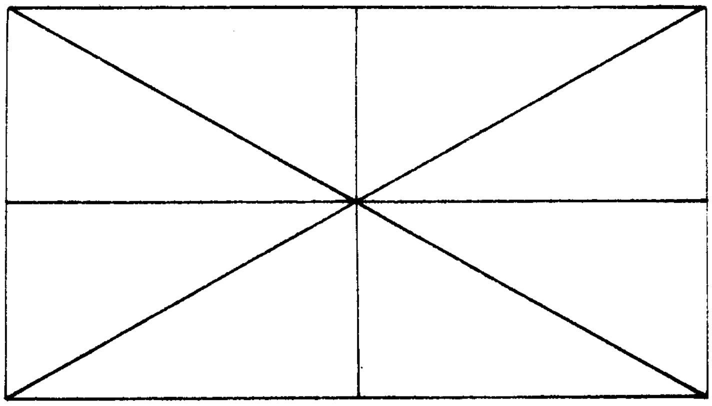
El docente puede reconceptualizar o enseñar a sus alumnos algunos de los contenidos de geometría que están incluidos en el currículum para todo el año a partir de esta actividad. Sugerimos que el docente realice esta actividad para explorar un conjunto de contenidos y que el currículum sea una herramienta para aprovechar las posibilidades que éste juego ofrece y que a la vez éste juego sea una herramienta para trabajar dichos contenidos.

NIVEL I

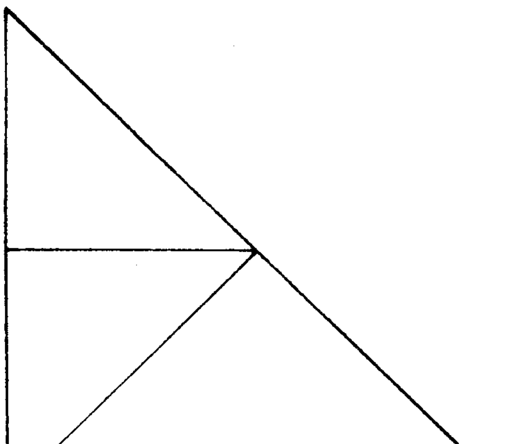
A



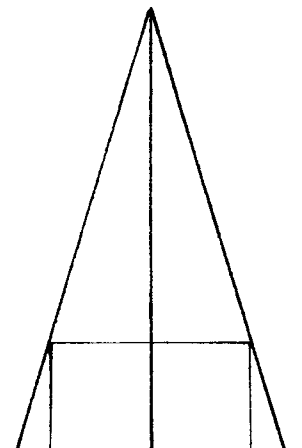
B



C

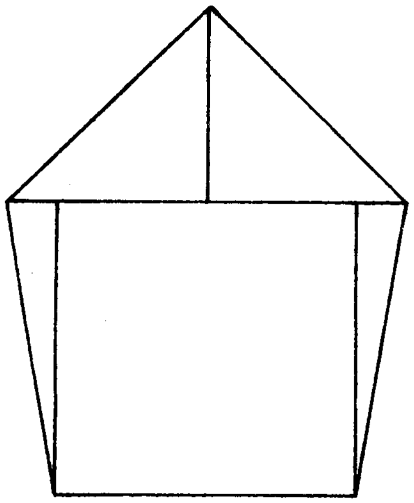


D

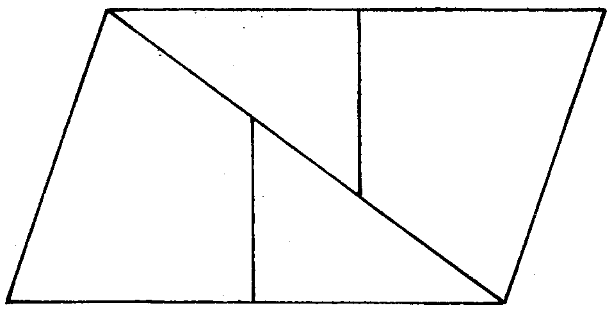


NIVEL I

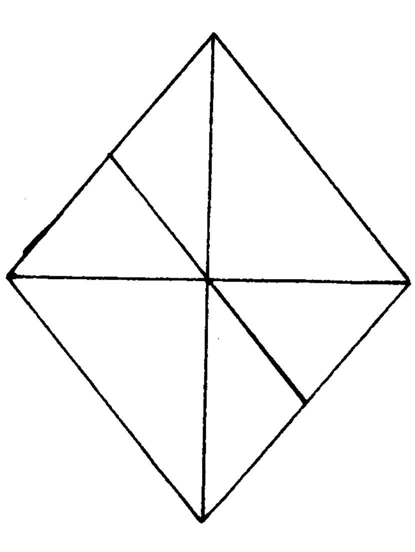
E



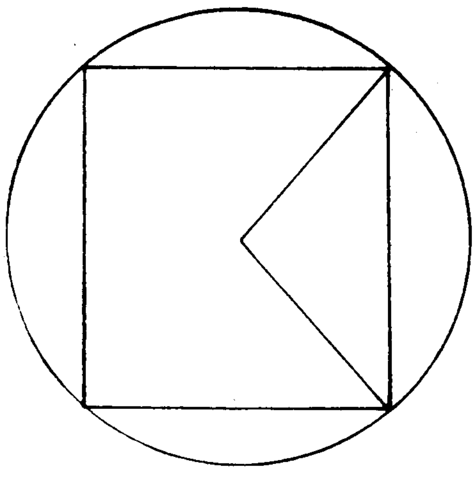
F



G

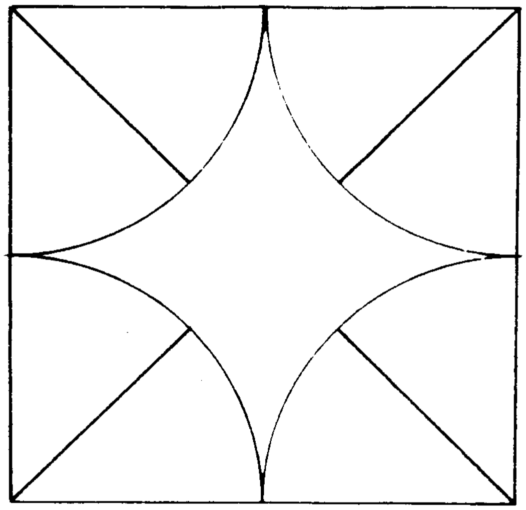


H

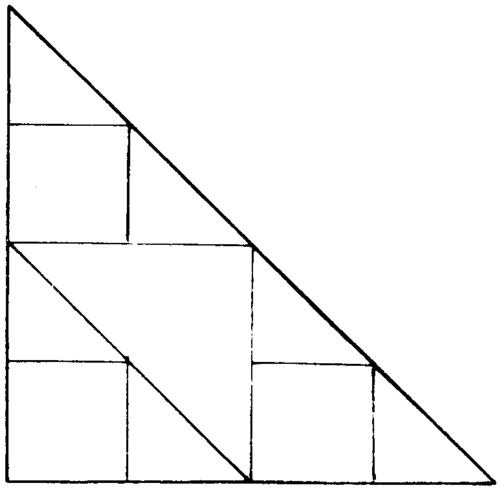


NIVEL II

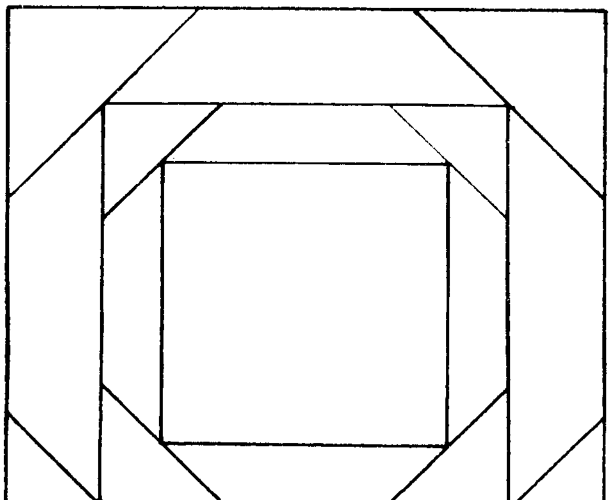
A



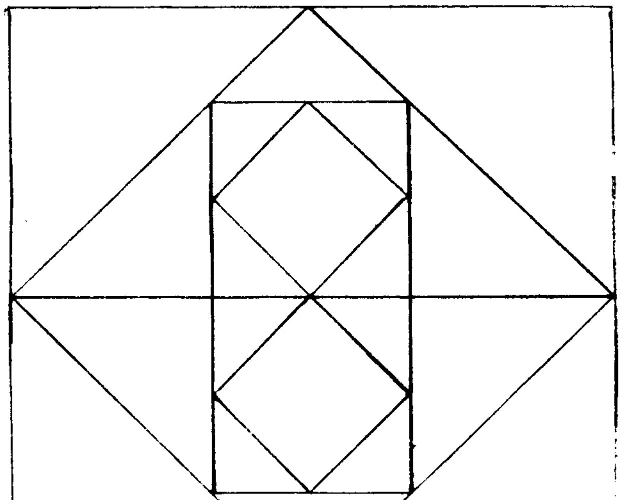
B



C

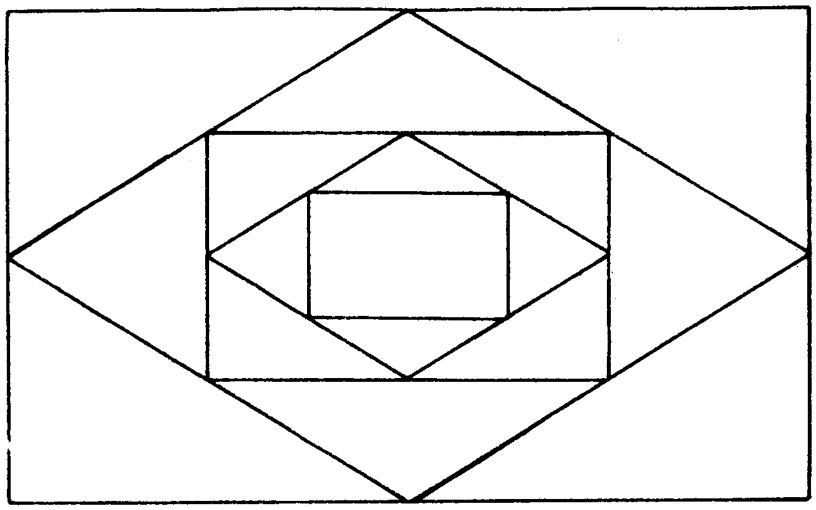


D

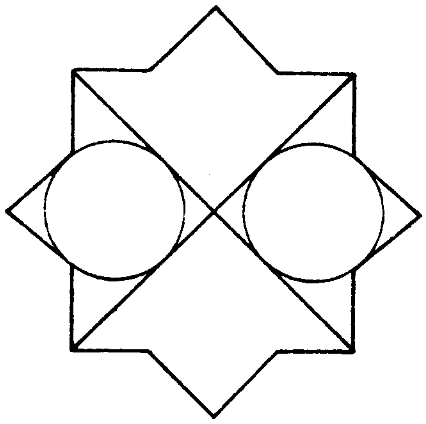


NIVEL II

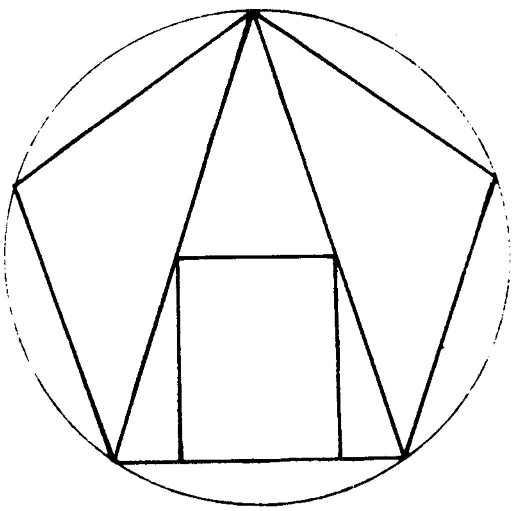
E



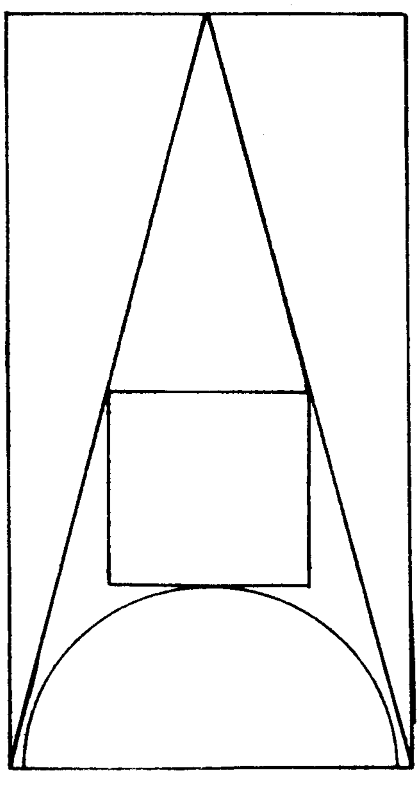
F



G

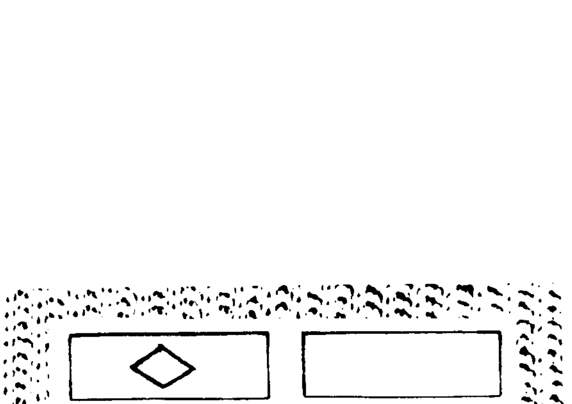


H



TALLERES

EL JUEGO DE LAS TRANSFORMACIONES



EL JUEGO DE LAS TRANSFORMACIONES (*)

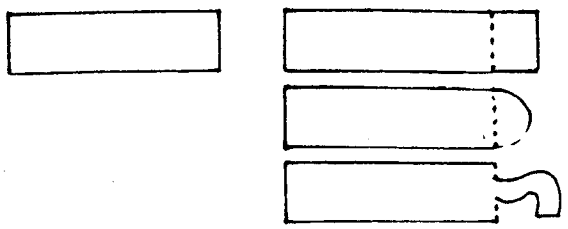
El objetivo de esta actividad es que los alumnos puedan descubrir la independencia de las variaciones del área y del perímetro.

Los alumnos suelen confundir ambas nociones. o bien considerar que son magnitudes proporcionales entre sí. o que el aumento de una de ellas se correponde con un aumento en la otra. Existen además. errores causados por las formas de designación habitual en la escuela. Un cuadrado de $1m^2$ se define como un cuadrado de 1m. de lado: pero resulta que un cuadrado de $2m^2$ no es un cuadrado de 2m. de lado. Lo mismo sucede con otros cuadrados .

Esta actividad permite operar sobre las figuras planas realizando transformaciones que apuntan a diferenciar ambas nociones y a descubrir que el aumento. la disminución. o la conservación de la medida del perímetro es independiente del aumento. la disminución o la conservación de la medida de la superficie.

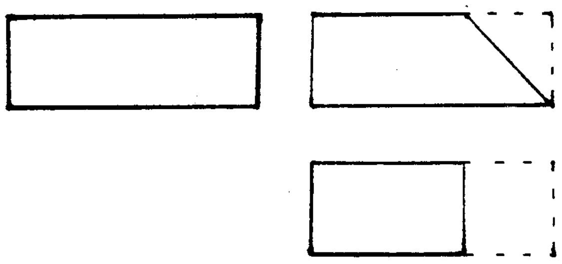
Veamos algunos ejemplos de diversas variantes que adjuntamos para uso del docente:

a) Mayor superficie y mayor perímetro



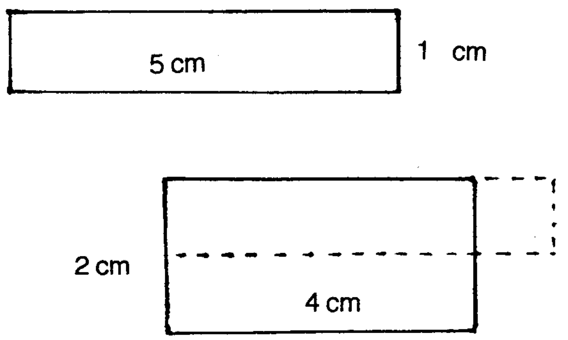
Se puede agregar alguna superficie accesoria que aumenta como en los ejemplos. también el perímetro.

b) Menor superficie y menor perímetro



Se puede en ciertos casos realizar un corte siempre que el nuevo lado de la figura sea menor que los que se suprimen.

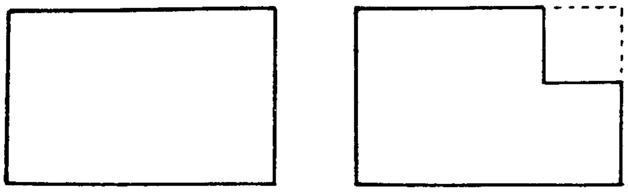
c) Mayor superficie e igual perímetro



Se pueden construir dos rectángulos. por ejemplo. de 12cm. de perímetro pero con diferentes superficies.

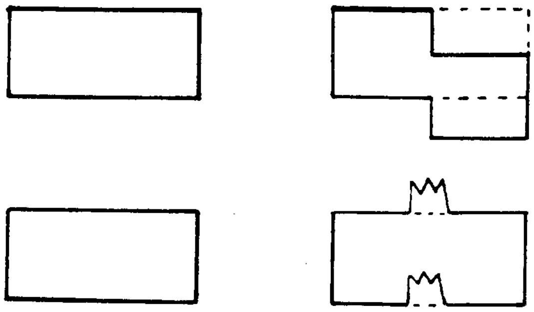
(*) Esta actividad ha sido adoptada a partir de una idea de Regina Donady y Marie Jeanne Perrin. IREM de París Sud. traducido en Revista Hacer Escuela N° 10 Año 1990.

d) Menor superficie e igual perímetro



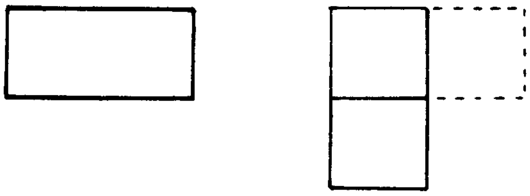
Se puede cortar un cuadradito en un ángulo de la figura y se conserva el perímetro. También puede ser el inverso del caso anterior

e) Igual superficie y mayor perímetro



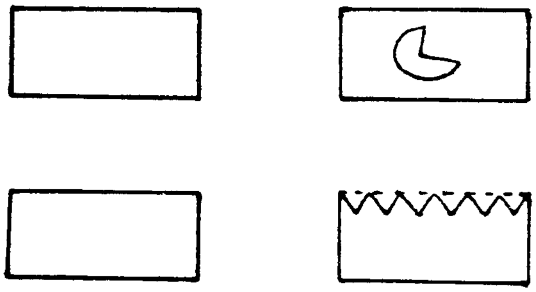
Se puede cortar un rectángulo en dos y desplazar una de las partes.
También se puede cortar una parte de la figura y colocar en otro lado como indica el ejemplo

f) Igual superficie y menor perímetro



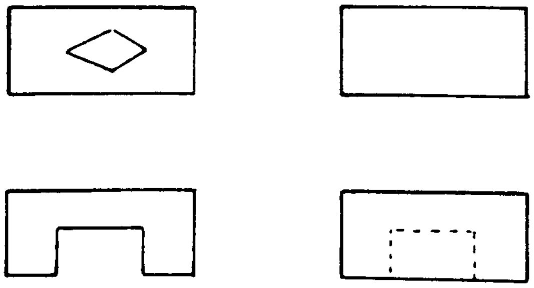
Se puede realizar un corte por la mitad al rectángulo y colocar una mitad debajo la otra

g) Menor superficie y mayor perímetro



Se puede realizar un corte interior a la figura y se logra disminuir la superficie aumentando el perímetro (pues también el borde interior forma parte del perímetro). O bien es posible realizar un corte irregular en un lado

h) Mayor superficie y menor perímetro



Es la inversa de la situación anterior. Se regulariza un lado o se completa una figura hueca.

Secuencia

1° etapa: Se divide a la clase en grupos de dos o tres alumnos. Cada grupo deberá tener los siguientes materiales: papel, tijera, lápiz, goma de pegar, hilo o soga. Se les solicita a los grupos que construyan cuatro rectángulos iguales, y que a tres de ellos les realicen alguna transformación. Se les puede sacar o agregar una parte, o bien cortar una parte y ubicarla en otro lugar sin superponerla a la figura original.

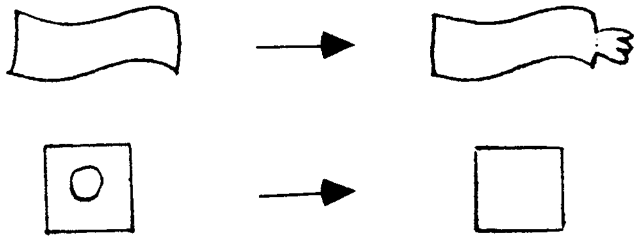
2° etapa: Luego de que cada grupo obtiene su figura original y las 3 transformadas se les pide que analicen qué variaciones se han producido en la superficie y en el perímetro de cada una de las figuras con respecto al rectángulo original. Se deberá observar si han aumentado, disminuido o se ha conservado la superficie y el perímetro. Los alumnos, en muchos casos , podrán deducirlo sin necesidad de medición. Podrán, en caso de duda, utilizar recursos de medición (bordear con un hilo el perímetro, pegar y despegar para comparar los hilos, superponer figuras para comparar áreas o realizarlas en papel cuadriculado para contar los cuadraditos, etc.)

Cada grupo registra para las 3 figuras los cambios producidos en cada transformación. Solo es necesario descubrir si ha aumentado o disminuído pero no es necesario encontrar las medidas de las variaciones.

3° etapa: Se realiza una puesta en común. Cada grupo expone sus transformaciones y justifica sus observaciones. El docente registra los ejemplos en el pizarrón. Se construye un registro de manera que queden agrupados las mismas transformaciones de los diferentes equipos. El docente aclara dudas y en caso de discusión propondrá comprobar los resultados.

4° etapa: El docente invita a los alumnos a que busquen nuevas transformaciones que no hayan aparecido. En esta etapa se puede utilizar como figura original para transformar cualquier tipo de figura plana, pudiendo ser una figura no clásica.

Ejemplos: fig original fig transformada



+ sup
+ perím

+sup
-perím

Para esta etapa el docente puede utilizar las diversas posibilidades presentadas en la introducción. En algunos casos los alumnos evaluarán como imposible algunas de las variantes y el docente puede guiar la exploración por medio de preguntas: ¿y si le hacemos un agujero? ¿y si le agregamos un triángulo? ¿y si partimos de una figura con muchos cortes, muy irregular? , etc., etc. El docente podrá mostrar ejemplos para someterlos a discusión.

5° etapa: Una vez que se hayan explorado diversas variaciones, se realizará una actividad que permita reconstruir las acciones realizadas y los resultados obtenidos en las etapas anteriores. Para lograr dicho objetivo, el docente propondrá a cada grupo que:
1) numere cada par de figuras: la original y su transformada,
2) retome los registros realizados para cada transformación,
3) complete el siguiente cuadro para registrar si aumentó, disminuyó o se conservó el perímetro y la superficie de la figura transformada con respecto a su orignal:

Por ejemplo:

	Perímetro	Superficie
fig N° 1	Aumentó (+)	Disminuyó (-)
fig N° 2	Se conservó (=)	Aumentó (+)
M	M	M

Luego de completado el cuadro, se realiza una puesta en común en la cual, el docente propondrá comparar los distintos cuadros y extraer conclusiones acerca de las transformaciones realizadas.

Los alumnos registran las conclusiones y conservan las transformaciones realizadas.

Variantes

a) Realizar transformaciones de perímetro y superficie sobre geoplano o con varillas. Dichos materiales facilitan la comparación de perímetros y superficies y permiten nuevas reflexiones.

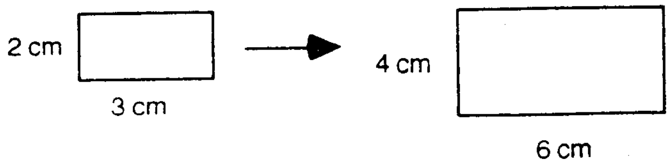
b) Buscar figuras con igual perímetro e igual superficie.

c) Cortar un papel glacé en 5 piezas. Combinarlas de diferentes maneras y observar qué sucede con el perímetro y la superficie.

d) Construir 3 triángulos diferentes de igual superficie y distinto perímetro y viceversa.

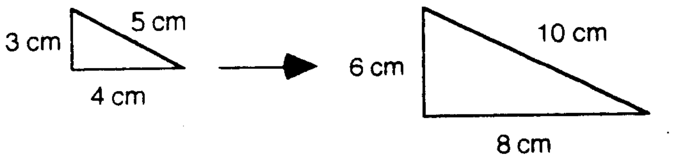
e) Investigar qué sucede en un triángulo o en rectángulo cuando se duplica el perímetro ¿se duplica la superficie?

Veamos un ejemplo



P = 10 cm
S = 6 cm^2

P = 20 cm
S = 24 cm^2



P = 12 cm
S = 6 cm^2

P = 24 cm
S = 24 cm^2

Recordamos para el docente que al duplicarse el perímetro. la superficie se cuadruplica.

¿Qué habrá que transformar para que se duplique la superficie? ¿Siempre ocurre lo mismo? ¿Y en otras figuras?

Explorar estas preguntas con los alumnos.

f) Etc.. etc.