



## I CONCURSO PARA EL MEJORAMIENTO DE CAPACIDADES MATEMÁTICAS DE LOS DOCENTES

### PRIMER MÓDULO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

*Estimado equipo de docentes:*

Les presentamos a continuación el primer MÓDULO DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, el cual forma parte de un conjunto de actividades que deberá realizar para poder participar en el I CONCURSO DE MEJORAMIENTO DE CAPACIDADES MATEMÁTICAS. Si su I.E. está interesada en participar en el concurso, deberán reunirse a resolverlo y enviar el solucionario de este módulo dentro del plazo establecido en las bases.

Este módulo consta de diversas clases de problemas pues, por las características del concurso, nos interesa ante todo: el proceso de solución seguido, las estrategias empleadas, los esquemas de planteamiento y las formas de enfocar cada problema. Por eso, es indispensable que todo el trabajo quede registrado en el solucionario que enviarán. La calificación de este módulo será confidencial, es decir, solo serán informados de su calificación el equipo de la I.E. que participe. Todo el conjunto de resultados enviado, será utilizado para establecer las tendencias y patrones de pensamiento, lo cual permitirá al Jurado de Especialistas remitir a su I.E. sugerencias para que puedan tener un mejor desenvolvimiento en las siguientes fases de este concurso.

Todo buen docente del área de Lógico Matemática reconoce que los problemas no siempre tienen una única solución; un problema puede también tener varias soluciones o no tener solución alguna. Lo importante, al enfrentarse a los problemas, es la capacidad de establecer matemáticamente una estrategia para enfrentarlo. Por eso lo que más interesará al Jurado será la forma en que se lleguen a plantear diversas o novedosas vías de solución a los problemas presentados.

En este primer módulo los problemas están organizados en varias categorías, las cuales de algún modo le sugieren un camino a seguir. Sin embargo un problema de Modelación Algebraica puede ser resuelto por un método gráfico, por ensayo y error o por otros medios.

Adicionalmente a los problemas presentados, este módulo contiene dos investigaciones que se deberán realizar. Las investigaciones son situaciones matemáticas que se plantean con el fin de que el equipo de docentes formule líneas de exploración, elabore conjeturas y de ser posible las compruebe o demuestre. En estos casos "la mejor investigación" será aquella que haya logrado establecer varios resultados matemáticos de buena calidad.

¡Buena suerte!



## PENSAMIENTO NUMÉRICO

1. Se juega un triangular de fútbol entre Alianza, Cristal y Universitario jugando dos partidos cada equipo. Luego de concluido el triangular, se presenta la siguiente tabla con los goles a favor (GF) y los goles en contra (GC) que tuvo cada equipo.

Se pide encontrar cuántos goles hubo en el partido " ALIANZA - UNIVERSITARIO"

	GF	GC
ALIANZA	6	3
CRISTAL	3	6
UNIVERSITARIO	4	4

2. Un carpintero hizo cierto número de mesas. Vende 70 y le quedan por vender más de la mitad. Hace después 6 mesas más y vende 36, quedándole menos de 42 mesas por vender. ¿Cuántas mesas ha hecho el carpintero?

Resuelve el siguiente problema de dos maneras distintas:

3. Paola le da a Gloria tantos soles como Gloria tenía. Luego Gloria le da a Paola tantos soles como Paola tenía en ese momento. Ahora cada una de ellas tiene 18 soles. ¿Cuántos soles tenía Paola al principio?

4. Los números a partir de 1 son arreglados en cuatro columnas como se muestra a continuación:

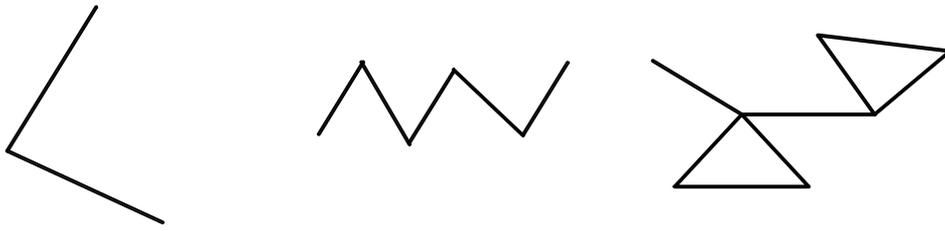
A	B	C	D
1	2	3	4
8	7	6	5
9	10	11	12
.....	.....	14	13

¿En qué columna debe aparecer el número 101?

5. Laura compra manzanas a 3 por S/. 2,50 y las vende a 2 por S/. 2,50 . Un día ella obtuvo una ganancia de S/. 10 ¿Cuántas manzanas vendió Laura ese día?

6. Un campesino tiene en su corral, solo gallinas y conejos. En total hay en el corral 22 cabezas y 56 patas. ¿Cuántos conejos hay en su corral?

7. Un alambre cuya longitud es un número entero puede ser doblado, en partes iguales, de las siguientes formas:



Si se sabe que la longitud en centímetros de cada uno de estos segmentos de las figuras es un número entero mayor que 3 cm.

- ¿Cuál es la menor longitud que puede tener el alambre?
- Construye un problema similar que tenga como respuesta 80 cm de longitud mínima de alambre.

8. Halla un número entre 50 y 100 tal que si le restamos 3 y luego lo dividimos por 5, su resultado es múltiplo de 7. ¿Cuántas soluciones hay?

9. Supongamos que te dieran a elegir entre los dos empleos siguientes:

EMPLEO A : Sueldo inicial S/. 1000 mensuales, con un aumento de S/. 200 cada mes.

EMPLEO B: Sueldo inicial S/. 500 quincenales, con un aumento de S/. 50 cada quincena.

¿Cuál empleo es más conveniente económicamente y por qué?

10. En un salón de clase donde hay menos de 50 estudiantes se sabe que la séptima parte de los estudiantes usan anteojos y que la sexta parte pertenecen al club de matemática.

- ¿Cuántos alumnos de la clase no usan anteojos?
- ¿Qué otras preguntas se pueden formular partiendo de esta situación? Elabora y resuelve al menos dos preguntas que utilicen los datos presentados.

## RAZONAMIENTO LÓGICO

11. En un poblado donde se utiliza el trueque se tienen las siguientes equivalencias de cambio:

- Un collar y un escudo se cambian por una lanza.
- Una lanza se cambia por tres cuchillos.
- Dos escudos se cambian por tres cuchillos.

¿A cuántos collares equivale una lanza?

12. Alicia, tras atravesar el espejo, se encuentra vagabundeando por el Bosque del Olvido, donde es incapaz de recordar qué día de la semana es. En el bosque viven el León y el Unicornio. El León miente los lunes, martes y miércoles. El Unicornio miente los jueves, viernes y sábados. En todas las demás ocasiones, ambos personajes dicen siempre la verdad. Alicia les pregunta qué días es, a lo que el León dice: "ayer me tocó mentir", mientras que el Unicornio asegura: "a mí también me tocó mentir ayer".  
¿Qué día de la semana es?

13. Tres hombres y dos muchachos tienen que cruzar un río en una canoa; en cada viaje puede ir uno de los hombres o dos de los muchachos, pero no un hombre y un muchacho a la vez. ¿Cuál es el mínimo número de veces que la canoa tiene que cruzar el río, en cualquier sentido, para que pasen todos?

14. Alberto dice: "Bernardo miente"

Bernardo dice: "César miente"

César dice : "Alberto y Bemardo mienten"

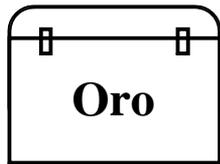
Según estas afirmaciones, ¿se puede decir quiénes mienten y quiénes dicen la verdad?

15. La policía detuvo a tres sospechosos del robo de un auto. Al ser interrogados respondieron:

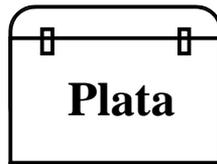
- Andrés : Bruno se llevó el auto
- Bruno : Eso es verdad
- Carlos : Yo no me llevé el auto

Si al menos uno de ellos mentía y al menos uno decía la verdad. ¿Quién robó el auto?

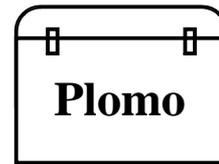
16. La princesa Analí presenta a sus pretendientes tres cofres, cada uno con una inscripción. En uno de ellos se encuentra su retrato y quién lo descubra podrá casarse con la bella princesa. La princesa Analí (quien siempre dice la verdad) asegura que a lo sumo una de las tres inscripciones es verdadera. Las inscripciones de los tres cofres pueden verse en el dibujo. ¿En cuál de ellos se encuentra el retrato de la princesa Analí?



**El retrato está  
en este cofre**



**El retrato no está  
en este cofre**



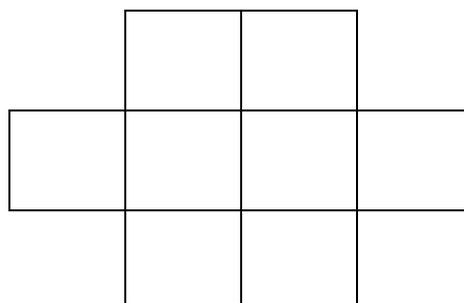
**El retrato no está  
en el cofre de oro**

17. Un grupo de jóvenes fue entrevistado acerca de sus preferencias por ciertos medios de transporte (bicicleta, motocicleta y automóvil). Los datos de la encuesta fueron los siguientes:

- Motocicleta solamente: 5
- Motocicleta: 38
- No gustan del automóvil: 9
- Motocicleta y bicicleta, pero no automóvil: 3
- Motocicleta y automóvil pero no bicicleta: 20
- No gustan de la bicicleta: 72
- Ninguna de las tres cosas: 1
- No gustan de la motocicleta: 61

- a) ¿Cuál fue el número de personas entrevistadas?
- b) ¿A cuántos le gustaba la bicicleta solamente?
- c) ¿A cuántos le gustaba el automóvil solamente?
- d) ¿A cuántos le gustaban las tres cosas?
- e) ¿A cuántos le gustaba la bicicleta y el automóvil pero no la motocicleta?

18. Colocar los números del 1 al 8 , uno en cada casilla, en la figura que se muestra, de tal manera que las casillas correspondientes a dos números consecutivos no se toquen ni por los lados ni por los vértices.



19. Luis debe tomar cuatro cursos de siete que están programados y que le interesan. Los cursos programados son:

De Ciencias: Biología, Química y Física.

De Humanidades: Inglés, Francés, Música y Literatura.

Luis debe tomar dos cursos de Ciencias, pero tiene problemas en el horario ya que Inglés, Química y Música están programadas a la misma hora; lo mismo sucede con Biología y Francés. Si Luis decide tomar el curso de Inglés, ¿qué otros cursos puede tomar?

20. Un candidato presidencial planifica su campaña electoral y decide tener un solo mitin en cada una de las siguientes ciudades: Huancayo, Cajamarca, Lima, Cusco, Arequipa, Trujillo. Sus asesores de campaña establecen las siguientes condiciones: debe ir a Cusco solo después de Lima y Arequipa. No debe ir a Arequipa antes de ir a Huancayo. Cajamarca debe ser la segunda ciudad que visite el candidato. ¿Cuál podría ser el orden de visita a las seis ciudades?

- a) Lima, Cajamarca, Trujillo, Arequipa, Cusco, Huancayo
- b) Cajamarca, Huancayo, Lima, Arequipa, Cusco, Trujillo
- c) Trujillo, Cajamarca, Cusco, Lima, Huancayo, Arequipa
- d) Huancayo, Cajamarca, Arequipa, Lima, Trujillo, Cusco
- e) Cusco, Cajamarca, Arequipa, Huancayo, Lima, Trujillo

## MODELACIÓN ALGEBRAICA

Resuelve de dos maneras distintas el siguiente problema:

21. Alicia y Blanca apuestan una carrera de 50 m; Alicia gana por 10 m. Ellas vuelven apostar otra carrera de 60 m. Si cada niña corre a la misma velocidad con que corrió en la primera carrera, ¿por cuántos metros le gana Alicia a Blanca en la segunda carrera?

22. Al siguiente enunciado le falta la pregunta. ¿Qué preguntas podrían hacerse con los datos que se brindan en el enunciado? Formula al menos dos y resuélvelas:

Guillermo fue a comprar las gaseosas para un cumpleaños. Disponía para esto de S/. 18. Se encontró con que cada una costaba 30 céntimos más de lo esperado y por eso el dinero le alcanzó para 3 botellas menos de las planeadas.

23. Tres niños compran dulces en una tienda. El primero compra la mitad de los dulces que hay; el segundo compra la tercera parte de los dulces que quedan; el tercero compra veinte dulces y se acaban los dulces. ¿Cuántos dulces habían en la tienda?

24. Si el número seis es colocado a la derecha de un número de dos dígitos se forma un número de tres dígitos que es 249 unidades más que el número original de dos dígitos. ¿Cuál era ese número de dos dígitos?

25. Hace 18 años un padre tenía el triple de la edad de su hijo y en la actualidad la edad del padre es sólo el doble. ¿Qué edad tendrá el hijo dentro de 5 años?

26. A y B son dos recipientes cilíndricos que contienen agua. La altura de agua en A es 1 000 cm y en B, 350 cm. Utilizando una bomba, se transfiere el agua desde A hacia B y se nota que, en el recipiente A, la altura del agua disminuye 4 cm por minuto y en B aumenta 9 cm por minuto. ¿Después de cuánto tiempo desde que se comenzó a utilizar la bomba las alturas en A y B serán iguales?

27. La profesora Jovita colocó el 50% de su capital a una tasa de interés del 36% anual, la tercera parte al 30% y el resto al 24%, con lo que obtiene una ganancia anual de S/. 96 000. ¿Cuál es el capital actual?

28. Pedro, su esposa María y su bebé Ana se pesaron de dos en dos en una balanza. Pedro y María juntos pesaron 125 kilos; Pedro y Ana pesaron 81 kilos y María y Ana pesaron 70 kilos. ¿Cuánto pesó la bebé?

## COMBINATORIA, INCERTIDUMBRE Y AZAR

29. En un supermercado, el 70% de las compras las realizan las mujeres; de las compras realizadas por éstas, el 80% supera los S/. 2 000, mientras que de las compras realizadas por hombres sólo el 30% supera esa cantidad.

- a) Elegido un ticket de compra al azar, ¿cuál es la probabilidad de que supere los S/. 2 000?
- b) Si se sabe que el ticket de compra no supera los S/. 2 000, ¿cuál es la probabilidad de que la compra haya sido hecha por una mujer?

30. En una ciudad "A" los números telefónicos se forman con 4 dígitos (0 a 9) no pudiendo ser cero el primero de ellos. En la ciudad "B" se forman con 5 dígitos y con las mismas condiciones. ¿Cuántas comunicaciones pueden establecerse entre los ciudadanos de A con los ciudadanos de B?

31. ¿Cuántos números de 2 cifras se pueden formar con los dígitos 1, 2, 3, 4, y 5?

32. ¿Cuántas palabras distintas se pueden formar con las letras de la palabra PAPAYA? Tenga en cuenta que no importa el significado, solo interesa que la palabra sea de 6 letras y éstas sean las de la palabra PAPAYA.

33. ¿Cuántas personas, como mínimo, debe haber en una reunión para tener la certeza de que, por lo menos dos personas presentes en esa reunión tengan el mismo día de cumpleaños? Justifica tu respuesta

34. En un cajón de una cómoda se tienen revueltos cinco pares de calcetines negros, tres pares de calcetines marrones y dos pares de calcetines blancos. ¿Cuál es el menor número de calcetines que debo sacar del cajón, sin mirarlos, para estar seguro de tener un par de calcetines negros?

35. ¿Cuántos boletos distintos de la Tinka existen?

36. ¿Cuál es el puntaje mas probable que se puede obtener al lanzar dos dados sobre una mesa?

37. De una urna que contiene 8 bolas rojas, 5 amarillas y 7 verdes se extrae una al azar. Para cada caso, calcular la probabilidad de que la bola extraída:

- a) sea una bola verde
- b) no sea roja
- c) sea una bola roja o verde

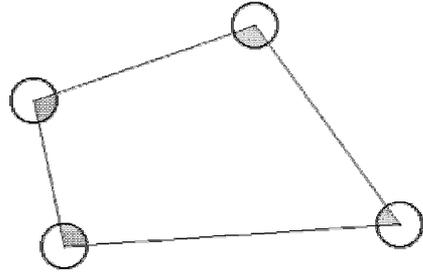
38. Se lanzan dos monedas juntas. Calcular la probabilidad de que salga:

- a) en las dos monedas escudo
- b) en una moneda escudo y en la otra cara opuesta de la moneda

## IMAGINACIÓN GEOMÉTRICA

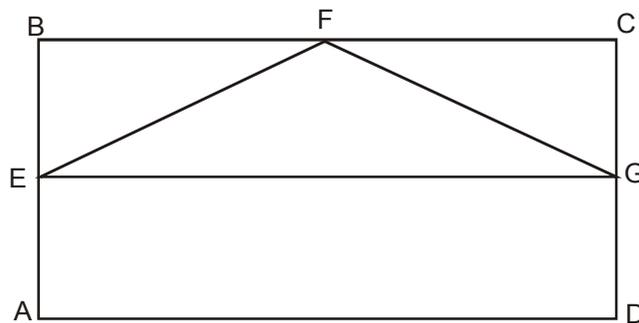
39. Si te colocas entre dos espejos que están en ángulo recto, ¿cuántas imágenes tuyas puedes ver?

40. Tenemos cuatro círculos iguales 1 unidad de radio. Uniéndolos los centros obtenemos un cuadrilátero irregular. ¿Cuánto mide el área sombreada?

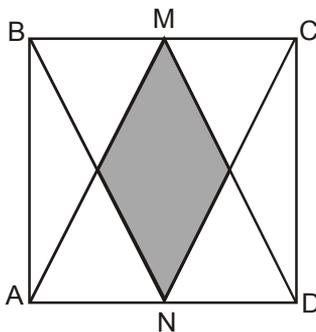


41. Con una lupa, que aumenta seis veces, se observa un ángulo de  $20^\circ$  grados. ¿Cuántos grados medirá el ángulo ampliado? Justifica tu respuesta.

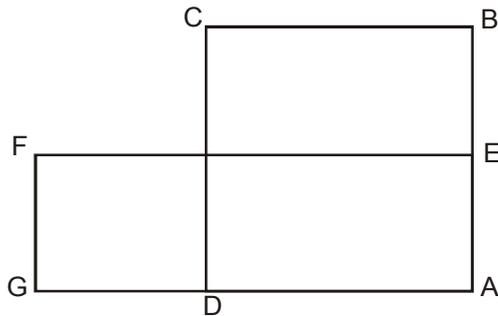
42. ABCD es un rectángulo: E, F y G son los puntos medios del lado del rectángulo en que ellos se encuentran. Si el área del rectángulo es de  $36 \text{ cm}^2$ . ¿Cuál es el área del triángulo EFG?



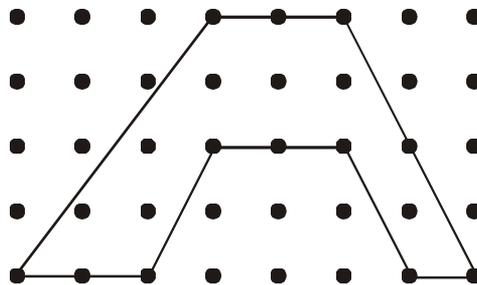
43. La figura que se muestra es un cuadrado de 1 m de lado. Si el punto M se encuentra en la mitad del lado BC, y el punto N se encuentra en la mitad del lado AD, ¿cuál es el área de la región sombreada?



44. El cuadrado ABCD y el rectángulo AEFG tienen cada uno un área de  $36 \text{ m}^2$ . Si E es el punto medio de la recta AB, ¿cuál es el perímetro del rectángulo AEFG?

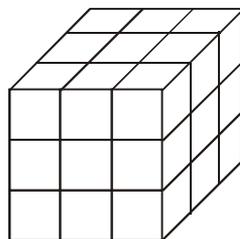


45. Los puntos de la figura se encuentran a una unidad de distancia tanto horizontal como vertical

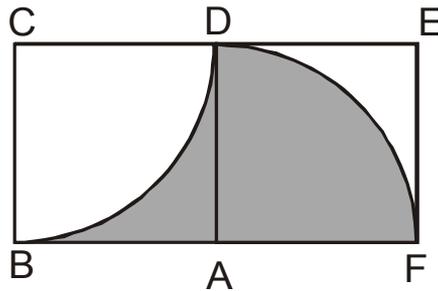


¿Cuál es el área de la región delimitada en unidades cuadradas?

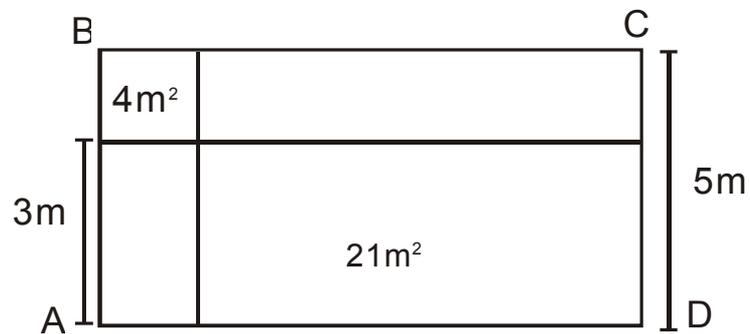
46. Se pinta de rojo las 6 caras de un cubo de 3 cm de arista. Luego se recorta el cubo en pequeños cubos de arista 1 cm, tal como se muestra en la figura. ¿Cuántos de éstos cubitos de arista 1 cm tienen dos o más caras pintadas de rojo?



47. En la figura que se muestra, ABCD y AFED son cuadrados con un lado común que es AD, cuya longitud es de 10 cm. Los arcos BD y DF son, cada uno de ellos, un cuarto de circunferencia. ¿Cuál es el área de la parte sombreada?



48. Hallar el área del rectángulo ABCD, en la siguiente figura:



# INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS

## INVESTIGACIÓN N° 1: RESTAS CURIOSAS

Paso 1: Escribe un número de tres cifras distintas.

Paso 2: Reordena sus dígitos para obtener el mayor y el menor número.

Paso 3: Resta estos números.

Paso 4: Con el nuevo número repite los pasos 2 y 3

Repite el proceso de restar menor del mayor, varias veces.

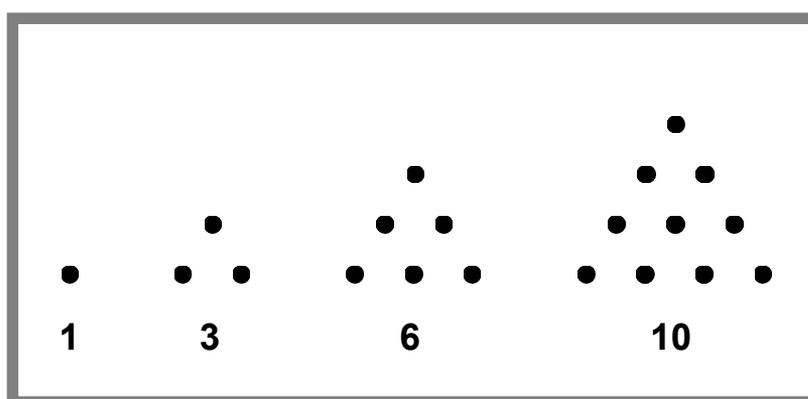
1. ¿Qué observas?
2. ¿Puedes escribir alguna conjetura?
3. ¿Puedes demostrarla?
4. Plantea otros caminos de exploración
5. Formula preguntas a partir de esta situación y trata de contestarlas.

## INVESTIGACIÓN N° 2: NÚMEROS TRIANGULARES

Los números figurados fueron utilizados por los pitagóricos quienes tomaban “piedritas” y formaban figuras geométricas con los números, por ejemplo la serie 1, 4, 9, 16.... toma el nombre de serie de números cuadrados pues, si tomas por ejemplo 9 piedritas es posible formar una figura cuadrada con estas nueve piedritas, y así con cada número de esta serie.

Los números triangulares son un tipo de números figurados, ellos son el 1; 3 ; 6 ; 10

A continuación puedes observar por qué se les denomina triangulares.



Estos números tienen una serie de propiedades curiosas que te invitamos a investigar.

Recuerda que las mejores investigaciones obtendrán mayores puntajes en el concurso.

¡Buena suerte!



## FORMATO DE LAS PÁGINAS DEL SOLUCIONARIO

1)

Indicar el número de la pregunta que se está respondiendo (no es necesario copiar la pregunta, basta con indicar el número)  
Debe aparecer el procedimiento seguido

---

2)

---

3)

Indicar número de página

3

The diagram illustrates the required format for solution pages. It shows three numbered sections (1), (2), and (3) separated by horizontal lines. A callout box points to the number '1)' and contains the instructions: 'Indicar el número de la pregunta que se está respondiendo (no es necesario copiar la pregunta, basta con indicar el número)' and 'Debe aparecer el procedimiento seguido'. Another callout box points to the number '3)' and contains the instruction: 'Indicar número de página'. The number '3' is written at the bottom right of the page.