



3



Estimación



La estimación juega un papel primordial en el desarrollo del sentido numérico porque, aunque se pida el resultado exacto, una práctica deseable y muy útil es hacer antes una estimación de éste, lo que permite comprobar si el resultado que se obtuvo por cálculo mental, escrito o con la calculadora es o no lógico. Además, como se verá en este capítulo, el desarrollo de la habilidad de estimar implica el uso de relaciones complejas entre los números y sus operaciones.

Durante los Juegos Olímpicos de Londres 2012 un comentarista de televisión mencionó lo siguiente:

Hubo 4 000 millones de televidentes durante la carrera de los 100 metros, cuyo ganador fue el jamaicano Usain Bolt, con un tiempo de 9.63 segundos.

En el párrafo anterior aparecen tres cantidades, ¿cuáles son exactas?, ¿cuáles son estimaciones?

Estimar es obtener de manera mental y rápida un resultado aproximado cuando sea más apropiado que realizar un cálculo exacto (Flores, Reys y Reys, 1990)

Desde la reforma de 1993, las recomendaciones que se daban a los maestros en los libros promovían el uso de la estimación:

La estimación de resultados es otro aspecto importante que se debe desarrollar; con este fin, antes de resolver los problemas el maestro puede hacer preguntas para que los alumnos busquen una primera aproximación al resultado. Por ejemplo, si en el problema se quitan 6 objetos a una colección de 15, puede preguntarles: ¿quedarán más de 15 objetos? ¿Creen que queden más de seis objetos? ¿Creen que el resultado es mayor que diez? Estas interrogantes ayudan a los niños a comprender las relaciones entre los datos del problema.

Sentido numérico

Con el tiempo la estimación de resultados permite al alumno valorar si el que él obtuvo mediante procedimientos informales o convencionales es razonable, posible o imposible (SEP, 1995).

De acuerdo con Segovia *et al.* (1989), las características de la estimación son:

- ♦ Valorar una cantidad o el resultado de una operación.
- ♦ El sujeto que debe hacer la valoración tiene alguna información, referencia o experiencia sobre la situación que debe enjuiciar.
- ♦ La valoración se realiza, por lo general, de forma mental.
- ♦ Se hace con rapidez y empleando números lo más sencillos posibles.
- ♦ El valor asignado no tiene que ser exacto, pero sí adecuado para tomar decisiones.
- ♦ El valor asignado admite distintas aproximaciones, dependiendo de quién realice la valoración.

Entre las razones para trabajar la estimación en la clase de matemáticas se encuentran las siguientes:

- ♦ Se usa en aquellas situaciones reales para las que no se requiere un resultado exacto sino aproximado para tomar decisiones.
- ♦ Enriquece la visión de las matemáticas al comprobar que no siempre se requiere exactitud y precisión para dar un resultado, además de que rompe con la idea de que sólo hay una manera de resolver las operaciones y los problemas.
- ♦ Mejora y desarrolla el sentido numérico al usar de manera flexible los números.
- ♦ Permite la construcción de estrategias propias y con ello desarrolla un conocimiento más profundo de los números, las relaciones entre ellos y las operaciones.
- ♦ Es un apoyo invaluable en la resolución de problemas. Al estimar primero el resultado, los alumnos atienden la relación entre los datos del problema antes de enfrascarse en las operaciones. Asimismo, permite valorar si el resultado obtenido en una operación o problema es o no razonable.

La estimación tiene un amplio uso social. Al estimar no se espera que se den resultados exactos, sino aproximados. Veamos algunos ejemplos.

Imagine que va al supermercado y compra 5 productos iguales que tienen un precio de \$19 cada uno; usted lleva \$100. Sin hacer la operación de 5×19 usted puede saber si le alcanza con el dinero que lleva, ¿cómo lo puede hacer?

El problema anterior es un ejemplo en el que se usa la estimación, basta con saber si este resultado es menor o mayor que 100. Una posible estrategia es la siguiente:



Observe que hay varios conocimientos implicados en este razonamiento; se sabe que:

- ♦ 5×20 son 100.
- ♦ 19 es menor que 20.
- ♦ Si uno de los factores permanece igual y el otro disminuye, el producto disminuye.

Ahora considere el siguiente problema: *En un periódico deportivo se reporta que la asistencia a los últimos cinco partidos de cierto equipo de fútbol fue:*

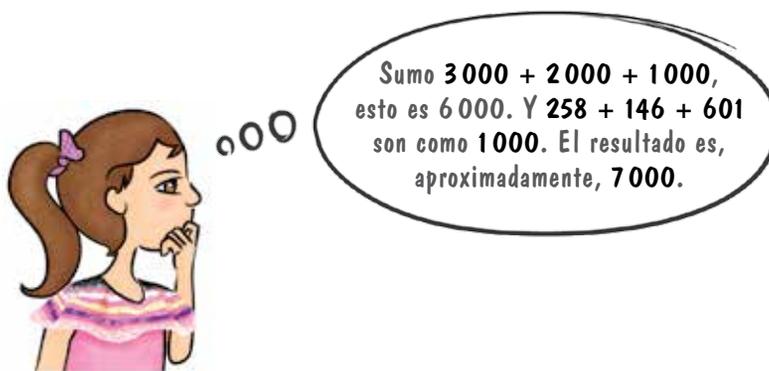
| Partido | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Asistencia | 32 654 | 31 375 | 28 466 | 27 299 | 29 572 |

Sentido numérico

Sin hacer operaciones escritas, ¿podría usted decir cuál fue, aproximadamente, la asistencia total de estos cinco partidos? Una manera de hacerlo es la siguiente:



Veamos otro ejemplo. *Considere que tiene que estimar rápidamente la suma de los números 3 258, 2 146 y 1 601. Una manera de hacerlo es:*



En los ejemplos anteriores se puede ver que la estimación implica conocimientos de las propiedades de los números y las operaciones; involucra comprender los datos que se manejan y la relación entre ellos, poner en juego conocimientos aritméticos y estrategias de solución. Hacer estimaciones del resultado de problemas, de operaciones o de medidas forma parte del desarrollo del sentido numérico.

Si bien las estimaciones no exigen resultados exactos, esto no significa que sea sencillo hacerlas; como opinan algunos autores, la capacidad de hacerlas no siempre surge de manera espontánea en las personas, su desarrollo requiere de instrucción escolar.

Para Reys (1995) existen diferentes maneras de hacer estimaciones; algunas de ellas son:

Redondeo de cantidades. Las cantidades involucradas se redondean a números que sean más sencillos de manejar. Esto se hizo en el ejemplo de la multiplicación 5×19 : el 19 se redondeó a 20 y se calculó 5×20 . En el caso de las fracciones se puede redondear a fracciones más sencillas de manejar; por ejemplo, si se desea resolver $\frac{23}{12} - \frac{3}{5}$ el resultado es aproximado a $2 - \frac{1}{2}$, esto da $1\frac{1}{2}$, aproximadamente.

Sacar promedios aproximados. Se busca una cantidad que represente a los datos, un promedio aproximado. Esto se hizo en el ejemplo de los asistentes a los partidos de fútbol: las cantidades se promediaron a 30 000. En el caso de las fracciones, un ejemplo es la suma $\frac{8}{17} + \frac{4}{9} + \frac{5}{11} + \frac{3}{7}$, donde todas las fracciones son próximas a $\frac{1}{2}$, por lo que un resultado aproximado de esta operación es 2.

Considerar extremos. Se manejan los extremos de las cantidades y luego se hacen ajustes. Esto se hizo en el ejemplo de la suma que dio un resultado aproximado de 7 000.

En la práctica estas estrategias se pueden emplear simultáneamente (a veces incluso se confunden una con otra).

Muchas veces los niños intentan dar el resultado exacto; para llevarlos a estimar puede ser útil:

1. Darles poco tiempo para contestar (por ejemplo, que apunten el resultado y suban las manos para cerciorarse de que no siguen escribiendo);
2. Realizar ejercicios en los que deben decir, a partir de varios rangos, en cuál caería el resultado; o bien, a partir de varios resultados, cuál es el que creen que más se acerca. Puede ser práctico usar la calculadora después para ver quién se acercó más.


ACTIVIDADES
 para el maestro

1

Describe dos situaciones en las que es suficiente una estimación de las cantidades involucradas y dos situaciones en las que se requiere un resultado exacto.

2

Describe tres razones por las que usted considera que es importante trabajar la estimación en sus clases de matemáticas.

3

Estime el resultado de las siguientes operaciones:

- | | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---|------------------------------------|
| a) $3\,497 + 2\,788$ | b) $5\,699 - 1\,706$ | c) 39×12 | d) $5\,698 \div 71$ |
| e) $1.005 + 2.004$ | f) $91.87 - 11.21$ | g) 4.8×2.9 | h) $0.167 \div 0.99$ |
| i) $\frac{9}{10} + \frac{7}{8}$ | j) $\frac{9}{10} - \frac{7}{8}$ | k) $\frac{13}{25} \times \frac{11}{12}$ | l) $\frac{1}{17} + \frac{200}{99}$ |

4

Sin hacer las operaciones, identifique aquéllas cuyo resultado sea mayor que 1.

- | | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---|
| a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ | b) $\frac{1}{4} + \frac{4}{5}$ | c) $\frac{7}{8} + \frac{3}{16}$ | d) $\frac{1}{10000} + \frac{999}{1000}$ |
| e) $\frac{5}{18} + \frac{2}{3}$ | f) $\frac{5}{9} + \frac{4}{12}$ | g) $\frac{4}{5} + \frac{1}{6}$ | h) $\frac{567}{1000} + \frac{1}{2}$ |

5

Sin hacer las operaciones, ubique en la recta numérica el lugar que, aproximadamente, corresponde al resultado; utilice la letra de cada operación.

a) $4 \div 5$

b) $0.1 \div 0.09$

c) $0.1 \div 0.5$

d) $0.05 \div 0.1$



6

Estime el resultado de los siguientes diez ejercicios:¹

$$\begin{array}{r}
 87\ 419 \\
 92\ 765 \\
 +\ 90\ 045 \\
 81\ 974 \\
 \hline
 98\ 102
 \end{array}$$

2. $474\ 257 \div 8\ 127 =$

3. $\frac{12}{13} + \frac{7}{8} =$

4. $486 \times 0.24 =$

5. Calcule el área aproximada de un rectángulo de: 28 cm x 47 cm

6. Si 30% de los aficionados de la serie mexicana de beisbol compran un refresco, ¿como cuántos refrescos se vendieron, si la asistencia fue de 54 215 personas?

7. Las concesiones de la serie mexicana de beisbol tuvieron ingresos por \$ 21 319 908 00. Si dicha cantidad se divide en partes iguales entre los 26 equipos, ¿como cuánto recibe cada equipo?

8. Ésta es una cuenta del mercado que aún no ha sido sumada, ¿como cuánto es el total?
79 + 44 + 130 + 34...

9. Estima 15% de descuento para una chamarra que cuesta \$28 000.00

10. ¿Qué respuesta es razonable?

$$\frac{4}{9} + \frac{5}{10} = 1\frac{5}{90}$$

$$\frac{6}{8} + \frac{4}{7} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{8}{15} + \frac{11}{20} = 1\frac{1}{12}$$

¹ Esta actividad fue tomada de Cortés, Backhoff y Organista (2005).


REFLEXIÓN
sobre la práctica

ACTIVIDAD 1

A los alumnos de un grupo de quinto grado de primaria el profesor les propuso resolver el siguiente ejercicio:

INSTITUTO DE EDUCACIÓN DE AGUASCALIENTES
ESCUELA PRIMARIA JOSÉ MARÍA IGLESIAS
CLAVE: 01DPR0105Q

INSTITUTO DE EDUCACIÓN DE AGUASCALIENTES

NOMBRE DEL ALUMNO: Juán Alejandro Ramos Herrera, 5° "B"

ESTIMACIÓN

Los alumnos del 5° "B" de la escuela "José María Iglesias, van a preparar limonada para la fiesta de día de muertos; para ello, están haciendo combinaciones utilizando jugo de limón y agua. Uno de los equipos ha realizado las siguientes combinaciones. En equipos dialoguen y completen la última columna de la tabla, anotando más, menos o igual, a un litro, estimando el resultado que crean correcto.

| Niños | Cantidad de agua | Cantidad de jugo de limón | ¿Preparó más, menos o igual a un litro de limonada? |
|-------|------------------|---------------------------|---|
| | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | Más |
| | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | Más |
| | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | Igual |
| | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | Más |
| | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | Menos |

Cuando los alumnos terminaron de resolverlo, el maestro realizó una puesta en común. El siguiente es un fragmento de dicha confrontación:²

² Maestro Gerardo Ramos Martínez.



Maestro: A ver, Alex. ¿A ustedes cuánto les dio: más, menos o igual?

Niños del equipo de Alex: Más.

Maestro: ¿Por qué más?

(Los niños del equipo de Alex hablan varios al mismo tiempo.)

A ver, uno solo.

Jafet: Porque si sumamos un medio más dos cuartos se hace un litro, más el otro cuarto.

Maestro: A ver, otra vez. ¿Por qué? Porque si sumamos ¿cuánto?

Jafet: Dos cuartos de los tres cuartos da un litro, y si sumamos el otro cuarto nos queda más de un litro.

Para el caso en el que hay $\frac{3}{4}$ de agua y $\frac{3}{4}$ de jugo de limón un alumno comenta:

Alumno: Porque $\frac{2}{4}$ forman $\frac{1}{2}$, más los otros $\frac{2}{4}$ del otro forman un litro y sobran $\frac{2}{4}$, que forman $\frac{1}{2}$, y se formaría $1\frac{1}{2}$ litro.

Ante este mismo problema, en otro grupo de cuarto grado los alumnos sugirieron diferentes procedimientos.³

³ Maestro Víctor Manuel Roque Márquez.

Sentido numérico

- Porque dos cuartos es un medio, y los otros tres cuartos forman dos cuartos, que es más de un litro.
- Porque tres cuartos forman casi el entero; nomás le falta un cuarto, y dos cuartos es un medio, más otro medio es un entero, y sobraría un cuarto.
- Tres cuartos y tres cuartos se vuelven seis cuartos, y se pasa de un litro.
- Tres cuartos y tres cuartos son seis cuartos, y nomás se necesitan cuatro cuartos para un litro.



Preguntas para reflexionar

1. ¿Por qué es importante que los maestros realicen una puesta en común de procedimientos cuando los alumnos terminan de resolver el ejercicio?
2. ¿Por qué considera que esta actividad es de estimación?
3. ¿Es necesario que los niños sepan el algoritmo para sumar dos fracciones de igual o diferente denominador para resolver el ejercicio?
Argumente su respuesta.



ACTIVIDAD 2

A un grupo de 248 estudiantes de secundaria de Ensenada (BC) se les plantearon los problemas que usted resolvió en las actividades sobre estimación. El problema 6 es el siguiente:

Si 30% de los aficionados de la serie mexicana de beisbol compra un refresco, ¿como cuántos refrescos se vendieron, si la asistencia fue de 54 215 personas?

A continuación se muestra cómo resolvieron este último problema algunos estudiantes (Cortés *et al.*, 2005).

| Alumno | Respuesta al problema 6 |
|--------|--|
| A | Veo el número y le saco la mitad (50%), otra vez (25%) y le aumento un poquito para 30%. |
| B | Veo que el 30 es como $\frac{1}{3}$ de 100, entonces dividido entre tres el número. |
| C | El 54 lo tomo como 100 (el doble) y saco 30%, al resultado le saco la mitad. |
| D | Pienso en sacar 10% y a lo que sale lo multiplico por tres. |
| E | Como me piden 30%, saco 50% y luego otra mitad (25%) y luego le aumento un poco. |

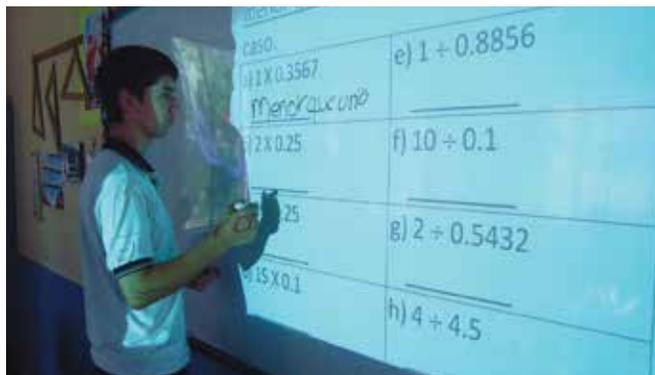


Preguntas para reflexionar

1. Usted resolvió este problema en el apartado anterior. ¿Alguno de estos cálculos estimativos coincide con el suyo? ¿Cuál?
2. ¿Cuál de estos cálculos estimativos le parece más adecuado para el problema? ¿Por qué?
3. ¿Considera que, aunque no se obtenga el resultado exacto, se puede decir que los alumnos utilizan matemáticas? Argumente su respuesta.
4. Redacte un texto breve dando respuesta a la pregunta ¿cómo podría desarrollarse la habilidad de estimar en los alumnos del grado en que laboro?

ACTIVIDAD 3

El siguiente es un fragmento de una puesta en común que se desarrolló en un grupo de tercero de secundaria con el que el maestro está trabajando estimación usando números con punto decimal:⁴



Maestro: Uno entre 0.8856 ¿es menor que uno o mayor que uno?

Diego: Es menor que uno.

Maestro: Diego dice que es menor que uno.

Fabián: No, Diego, estás en un error.

Maestro: A ver, explícale, Fabián.

Fabián: No es multiplicación, Diego, es resta; digo, división.

Diego: ¿Y qué es lo opuesto a la división?

Fabián: Sí, en la multiplicación le vas sumando números y te va dando más. Aquí es todo lo contrario, le vas sumando números y es menos.

⁴ Maestro Enrique Corona Alarcón.

Maestro: A ver, Diego, usa tu calculadora en la computadora.

Diego: Sí, sí es mayor que uno.

Maestro: ¿Por qué es mayor que uno, Diego? ¿Por qué crees que sea mayor que uno?

Diego: No sé.

Fabián: Uno lo divides entre uno, te da uno. Le sumas, te da menos; le restas, te da más.



Preguntas para reflexionar

1. ¿Por qué la actividad anterior involucra la estimación?
2. ¿Qué opina de las intervenciones del maestro?
3. ¿Qué opina de que el maestro haya pedido a Diego que usara la calculadora?
4. ¿Por qué Diego concluyó que la operación propuesta tiene un resultado mayor que uno? ¿Entendió el porqué? Argumente su respuesta.
5. Trate de explicar con sus propias palabras el razonamiento de Fabián. (Pista: resuelva con su calculadora divisiones entre números decimales menores que uno y mayores que uno.)