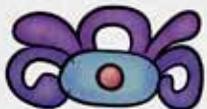




4



Cálculo mental



Imagine que está en una tienda y no tiene lápiz ni papel ni calculadora a la mano; su compra es de 372 pesos y pagó con un billete de 500 pesos. ¿Cómo calcularía su cambio exacto? Es muy probable que haya respondido que haría la cuenta mentalmente. El cálculo mental es muy útil en algunas situaciones en que las cantidades no son difíciles de manejar, no se cuenta con algún recurso para realizar cálculos y se requiere una respuesta exacta.

Se entiende por cálculo mental una serie de procedimientos mentales que realiza una persona sin la ayuda de papel ni lápiz y que le permite obtener la respuesta exacta de problemas aritméticos sencillos (Mochón y Vázquez, 1995)

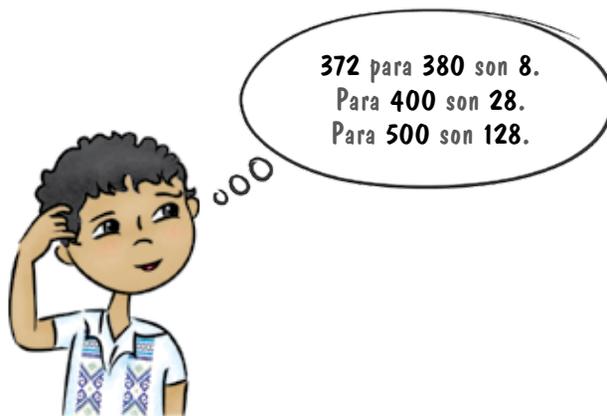
La enseñanza del cálculo mental ofrece muchas ventajas:

- ◆ Enriquece el conocimiento de los números, las relaciones entre ellos y sus operaciones.
- ◆ Fomenta la creatividad y flexibilidad en el uso de los números.
- ◆ Desarrolla la atención, la concentración y la memoria.
- ◆ Fomenta la habilidad de tomar decisiones sobre cómo proceder para llegar al resultado.
- ◆ Desarrolla la autonomía, pues el alumno decide por sí mismo el método que empleará; las estrategias de cálculo mental son personales.

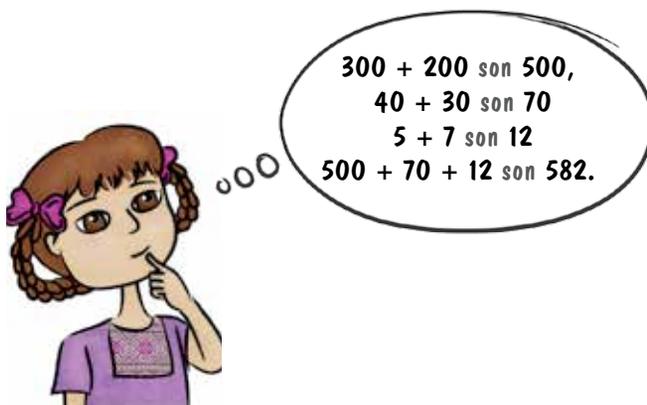
Utilizar mentalmente un algoritmo convencional para calcular la diferencia entre 500 y 372 resulta muy difícil porque involucra dos transformaciones y el minuendo tiene dos ceros consecutivos. Lo invitamos a que intente hacerlo para que tome conciencia de que el algoritmo convencional no siempre es la mejor manera de resolver mentalmente una operación; depende mucho de los números involucrados.

Sentido numérico

Un procedimiento muy utilizado con cálculo mental, que ya se ha expuesto con anterioridad y que incluso usan los adultos no alfabetizados, es ir agregando cantidades al sustraendo hasta obtener el minuendo, buscando que los sumandos parciales sean fáciles de determinar. Lo que le falta a 372 para 500 se puede calcular de la siguiente manera:



Veamos otro ejemplo: Sumar $345 + 237$ mentalmente. No se trata de sumar estos números usando el algoritmo convencional; la idea del cálculo mental es que se usen procedimientos propios. Por ejemplo:



En el algoritmo convencional se procede siempre de la misma manera, sin importar los números que estén en juego. Por el contrario, en el cálculo mental no siempre se procede de la misma manera; depende de los números, de las relaciones que ha construido la persona, de su capacidad de memorizar datos intermedios, de las propiedades que conoce y de sus preferencias.

En ciertas ocasiones resulta útil apoyar el cálculo mental con algunas notas escritas para ayudar a la mente a guardar ciertos resultados parciales. Es decir, en ocasiones se puede complementar el cálculo mental con el cálculo escrito o, incluso, con el uso de la calculadora.

Además de la construcción de procedimientos personales, tener ciertos resultados sistematizados facilita realizar cálculos mentales. Ejemplos de este tipo de resultados útiles para el cálculo mental son reconocer las parejas de números que sumados dan diez o las tablas de multiplicar.

Asimismo, los alumnos pueden construir algunas técnicas o atajos para obtener resultados rápidamente después de observar regularidades y generalizaciones.

Por ejemplo, que los alumnos se den cuenta de que si:

$$5 + 4 = 9$$

$$3 + 8 = 11$$

Entonces:

$$50 + 40 = 90$$

$$500 + 400 = 900$$

$$30 + 80 = 110$$

$$300 + 800 = 1100$$

Sentido numérico

Con respecto a los procedimientos propios, se espera que sean desarrollados por los mismos estudiantes, aunque no se descarta que se les den pistas para que los construyan. Es importante que los procedimientos se expliciten y socialicen en el grupo. También es recomendable que si los alumnos no pueden construir una estrategia de cálculo mental el maestro los guíe para que lo hagan.

Los ejercicios que se planteen para resolverse con cálculo mental realmente deben poder solucionarse mentalmente. Dado que el cálculo mental requiere que los alumnos se concentren, guarden resultados en la memoria, encuentren relaciones entre los números y sepan manejarlas, si se les dan números muy difíciles la tarea puede resultar demasiado cansada y provocar una actitud de poco interés. Los números y las actividades deben elegirse con el propósito de promover la autoconfianza en los estudiantes, lo que también se logra si se dosifican los ejercicios, empezando con cálculos sencillos que se pueden ir complicando conforme se note que los alumnos van adquiriendo confianza en el uso del cálculo mental.

La siguiente tabla presenta una guía para identificar las operaciones que pueden proponerse a los alumnos para realizar cálculos mentales (Mochón y Vázquez, 1995):

Tabla 1

Roja	Naranja	Amarilla	Verde	Azul
$5 + 9$	$130 + 100$	$139 + 28$	$592 + 276$	$3964 + 7123$
$13 - 8$	$85 - 20$	$83 - 26$	$592 - 276$	$5960 - 4981$
4×7	5×30	17×3	931×8	931×768
$35 \div 5$	$90 \div 3$	$72 \div 4$	$693 \div 7$	$8321 \div 57$

En la banda roja hay operaciones que los alumnos pueden resolver de memoria. En la naranja se encuentran las de la primera banda pero con ceros. En la banda amarilla hay operaciones que se pueden resolver con estrategias de cálculo mental a partir de un entrenamiento adecuado. Las operaciones de la banda verde se pueden

resolver con el algoritmo convencional o calculadora; si se quiere usar el cálculo mental en las operaciones de esta banda se necesita mucho entrenamiento. Finalmente, en la banda azul se encuentran operaciones cuyas respuestas se obtienen con el algoritmo convencional realizado con lápiz y papel o con la calculadora.

Por otro lado, el tiempo dedicado exclusivamente a cálculo mental no debe ser muy prolongado, quizás diez minutos en cada clase. No obstante, también hay que subrayar que el cálculo mental se puede trabajar de manera transversal, en otras actividades, como el cálculo de perímetros, áreas y volúmenes, porcentajes, problemas de proporcionalidad, análisis de datos en tablas y gráficas, etcétera. En estos casos, dado que el propósito no es trabajar cálculo mental, debe ser decisión de los alumnos si lo usan o no.



ACTIVIDADES para el maestro

1

Resuelva mentalmente:

- Carlos compró un juguete de 18 pesos y uno de 99 pesos, ¿cuánto pagó?
- Daniel compró un juguete de 18 pesos y uno de 999 pesos, ¿cuánto pagó?
- Eric compró un juguete de 18 pesos y uno de 9 999 pesos, ¿cuánto pagó?

2

Explique una manera rápida de sumar mentalmente el 9, el 99, el 999 y el 9 999 a un número.

3

Resuelva mentalmente:

- a) 4×25 c) 8×25 e) 9×25
b) 12×25 d) 17×25 f) 1.20×25

4

Multiplique mentalmente por 100 los siguientes números y obtenga la cuarta parte del resultado.

- a) 4 b) 12 c) 8 d) 17 e) 9 f) 1.20

5

Compare los resultados que obtuvo en los ejercicios 3 y 4.
¿Qué observa?

- a) Describa una manera de multiplicar mentalmente un número por 25.
b) Describa una manera de multiplicar mentalmente un número por 50.
c) Describa una manera rápida de multiplicar un número por 12.5.

6

Un alumno propuso que, para multiplicar por 25, *primero se divide el número entre 4 y el resultado se multiplica por 100.*

- a) ¿Es correcto este procedimiento?
b) ¿Cuáles son sus desventajas?

7

Resuelva mentalmente las operaciones de la columna amarilla de la tabla de la página 92. Recuerde que no se trata de usar mentalmente el algoritmo convencional; trate de crear procedimientos propios.

8

Invente una suma, una resta, una multiplicación y una división con números con punto decimal que usted considere que se pueden resolver mentalmente.

Resuélvalas.

9

Anteriormente se mostró que dividir entre 0.5 equivale a multiplicar por 2. Con base en esto investigue:

- ¿A qué equivale dividir entre 0.25?
- ¿A qué equivale dividir entre 0.125?
- ¿A qué equivale multiplicar por 0.25?
- ¿A qué equivale multiplicar por 0.125?

10

Investigue a qué equivalen las divisiones y multiplicaciones siguientes:

- Divisiones de fracciones entre $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$.
- Multiplicaciones de fracciones por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$.

11

A un alumno de primero de secundaria se le pidió que resolviera mentalmente la operación $704 - 199$; lo resolvió de la siguiente manera:

*Cierro el 199 a 200 sumándole 1 para que sea más fácil.
Resto $704 - 200$, me da 504. Como le aumenté 1 a 199, al resultado le resto 1. Entonces $504 - 1$ el resultado es 503.*

- ¿Qué error cometió el alumno en su razonamiento?



REFLEXIÓN sobre la práctica



ACTIVIDAD 1

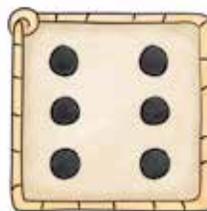
El siguiente es un fragmento de una puesta en común en una clase de matemáticas donde el docente estaba trabajando cálculo mental con alumnos de primer grado.¹

Maestro: Bien, atentos a lo que les voy a decir, ¿sale? Fíjense bien. ¿Se acuerdan que el otro día platicamos que ustedes jugaron mucho a la oca en el kínder? Aquí también jugamos a la oca el otro día, ¿se acuerdan? (*Trae en sus manos un dado muy grande hecho de cartulina*).

[...]

Muy bien. Fíjense bien. Escúchenme bien atentos para que me puedan contestar, ¿sí? A ver, éste... voy a aventarlo al aire; listos... (*Se refiere al dado, pero no lo lanza*.) Supongamos que estamos jugando oca y estamos en el número dos, y supongamos que yo aviento mi dado y al caer sale este número. (*Se los muestra*).

Niños: (*A coro*) Seis.



Maestro: ¿A qué número voy a llegar?

Niños: (*A coro*) Seis.

¹ Maestro Víctor Manuel Roque Márquez.

Maestro: ¿A qué número voy a llegar?

Niños: (A coro) Seis.

Maestro: ¿Al seis?

Juan: No, al ocho.

Maestro: Al ocho. Juan, ¿por qué dices que al ocho?

(Juan habla con volumen muy bajo, no se escucha).

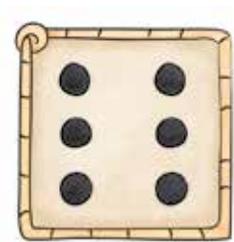
¿Sí escucharon a Juan?

Niños: (A coro) No.

Maestro: Juan dijo que porque estamos en el dos; ya estamos en el dos y me sale seis, avanzo hasta el ocho. Estamos de acuerdo con él, ¿sí o no?

(Varios dicen que sí, otros que no).

¿No? A ver, a ver, vamos a repetir. Estamos jugando oca y estoy en el número dos. Yo ya estoy en el número dos de la oca, aviento mi dado, y el dado me cae en esta cara. (Vuelve a mostrar el 6).



Max: En el once.

Niños: (Varios, a coro) En el seis.

Maestro: ¿A qué número llego?

(Varios dicen seis, Juan dice ocho y Max dice once).

Max: Al once.

Maestro: Al once. ¿Estamos de acuerdo con Max?, ¿sí o no?

Niños: (A coro) Nooo.

Maestro: ¿Por qué no estás de acuerdo, Judith?

Judith: No.

Sentido numérico

Maestro: Entonces ¿a qué número llegamos, Judith?
(*Judith se queda callada, se oye la voz de un niño que dice seis*).

César, ¿a qué número llegamos?

César: Hasta el diez.

Maestro: Hasta el diez, ¿estamos de acuerdo con César?

Niños: (A coro) Noooo.

Niño 3: Al seis, hasta el seis.



Preguntas para reflexionar

1. ¿Por qué la actividad anterior involucra el cálculo mental?
2. ¿Considera que es adecuada para primer grado?
Argumente su respuesta
3. Si usted fuera el maestro de la clase, ¿cómo continuaría la clase?


ACTIVIDAD 2

El siguiente es un fragmento de una puesta en común en tercer grado de secundaria.²

Maestro: 77 para 100, ¿dime tú cómo le harías?

Alumna 1: Yo le sumaría 3 a 77, que sería lo que le falta para llegar a 80. Y al 80 ya nada más le sumo 20; me quedarían 23.

Maestro: *Ok.* 65 para 100. ¿Cuánto le falta a 65 para 100?

Rodolfo: 45.

Maestro: 45. ¿Cómo lo piensas, Rodolfo?

Alumnos: 35.

Maestro: Ah, 35. ¿Cómo lo piensas, Rodolfo?

Rodolfo: A ese 65 le sumo 5, llega al 70. A 70, con 30 llego a 100.

Maestro: *Ok.* ¿Podríamos hacer un procedimiento que siempre funcionara? Por ejemplo, 31 para 100. Díganme; no quiero el resultado, ¿cuál es el procedimiento?

Alumna 2: A 31 le sumo 9 para llegar a 40 y a 40 le sumo 60 para llegar a 100.

Maestro: Muy bien. Entonces, a 31 le sumas 9 y llegas a 40, y a 40 le faltan 60. Ahora dime entonces el resultado que te dio para 100.

Alumna 2: 69.

Maestro: 69. ¿Éste podría ser un procedimiento que siempre funcione?

Alumnos: Sí.

Maestro: *Ok.* ¿Alguien tiene otro?

Raúl: Restarle.

Maestro: Restarle. A ver, ¿cómo?

Raúl: Primero restarle decenas y luego unidades.

Maestro: Decenas y unidades. Explícamelo, 31 para 100.

Raúl: 31 para 100. A 100 primero le resto 30 y luego 1.

² Maestro Enrique Corona Alarcón.

Maestro: Le restas 30 y después 1. *Ok.* A 100 primero le restas 30, quedan 70, y luego le quitas 1, quedan 69, ¿verdad? Entonces, ¿se dieron cuenta que encontramos cuando menos dos mecanismos que siempre funcionan? ¿Se podrían encontrar más? Es cuestión... de hacerlo directo, hacer la resta.



Preguntas para reflexionar

1. ¿Considera adecuada la actividad anterior para alumnos de tercer grado de secundaria? Argumente su respuesta.
2. ¿Cuántos procedimientos diferentes surgieron en la clase para saber cuánto le falta a un número para llegar a 100? ¿Cuáles son? ¿Alguno es el algoritmo convencional para restar?
3. ¿Cuál cree que era la intención del docente al preguntar sobre un procedimiento que siempre funcionara?
4. ¿Quién dio una respuesta a la pregunta que planteó el maestro? Argumente su respuesta.


ACTIVIDAD 3

Se propuso una actividad parecida a alumnos de quinto grado de primaria; algunos de los procedimientos que surgieron se muestran a continuación:³

Calcula **mentalmente** la cantidad que falta en cada número para llegar a 1000 y describe la estrategia que utilizaste para lograr el resultado.

NÚMERO	FALTANTE PARA EL 1000	DESCRIPCIÓN DE LA ESTRATEGIA UTILIZADA
345	655	Primero puse el 5 que $50+50$ da 400 y le sumo 600 y da 1000.
470	530	Primero a 70 le sumo 30 y dio 500 y esos 500 los sumo y dio 1000.
507	493	Primero sumo $7+93$ dio 500 y los 500 los sumo y da 1000.
656	344	A 56 le sumo 44 y da 700 y esos 700 los sumo y da 1000.
880	120	A 80 le sumo 10 y da 100 y a 900 le sumo 100 y da 1000.

Mtro. Gerardo Ramos Martínez

³ Maestro Gerardo Ramos Martínez.

Sentido numérico

Calcula mentalmente la cantidad que falta en cada número para llegar a 1000 y describe la estrategia que utilizaste para lograr el resultado.

NÚMERO	FALTANTE PARA EL 1000	DESCRIPCIÓN DE LA ESTRATEGIA UTILIZADA
345	655	Simplemente veo unidades y decenas y veo cuanto falta para llegar a 100 y luego a 1000.
470	530	Simplemente veo unidades y decenas y cuanto falta para llegar a 100 y luego a 1000.
507	493	Simplemente veo unidades y decenas y veo cuanto falta para llegar a 100 y a 1000.
656	344	Simplemente veo unidades y decenas y cuanto falta para llegar a 100 y a 1000.
880	120	Simplemente veo unidades y decenas y cuanto falta para llegar a 100 y a 1000.

Mtro. Gerardo Rivas Martínez



Preguntas para reflexionar

1. ¿En qué se parecen las estrategias de estos dos alumnos?
¿En qué son diferentes?
2. Explique con sus propias palabras la estrategia que utilizó el segundo alumno.