Material complementario para el desarrollo de las competencias básicas

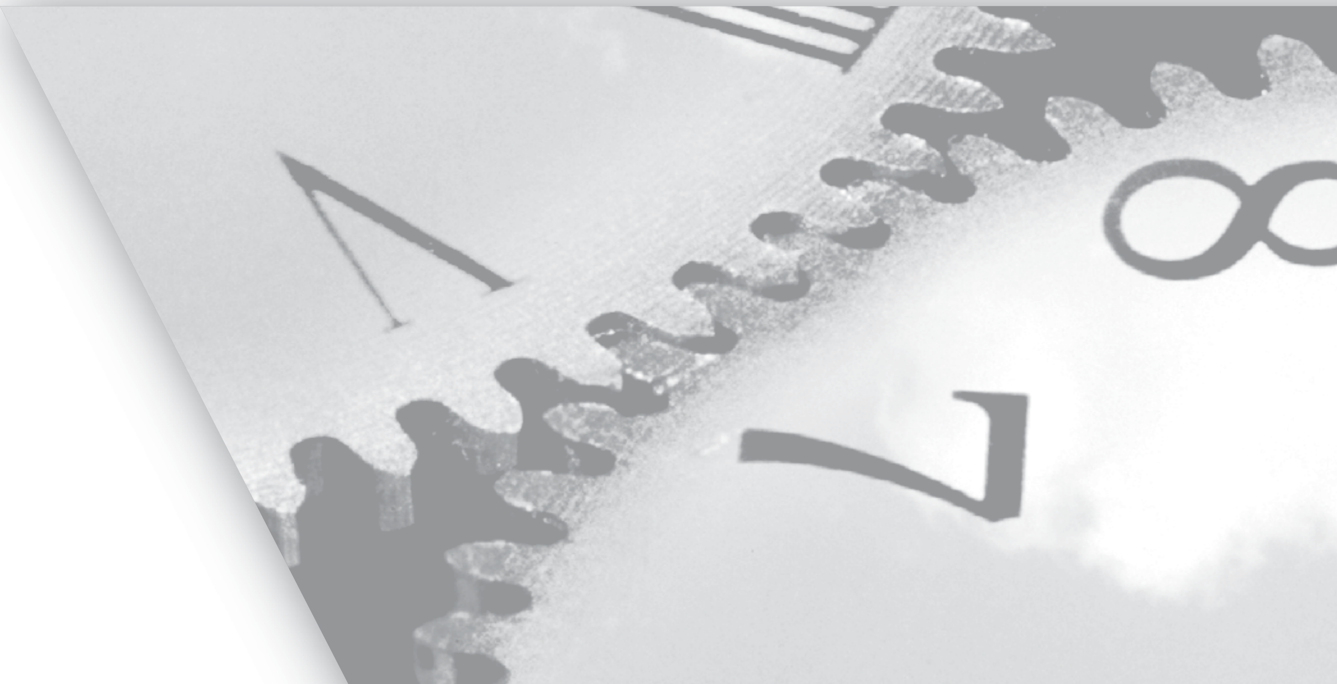
La incorporación de las **competencias básicas** al currículo permite poner el acento en aquellos aprendizajes que se consideran imprescindibles desde un planteamiento integrador y orientado a la **aplicación de los saberes** adquiridos.

Cada una de las materias contribuye al desarrollo de diferentes competencias y, a su vez, cada una de las competencias básicas se alcanzará como consecuencia del trabajo en varias materias. Su logro capacitará al alumnado en su realización personal y en su incorporación satisfactoria a la vida adulta.

En este proyecto de Matemáticas para 4.° A ESO, todas las tareas propuestas al alumnado están concebidas para el desarrollo progresivo de las competencias, al hilo de la secuenciación temática de los contenidos.

Coordinador: Carlos Marchena

Autores: Juan Antonio Díaz
Cristóbal Navarrete



Actividad I. Los números reales

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

1 **El número π**

Como sabes, los números racionales junto con los irracionales conforman el conjunto de los números reales. El número π es irracional, es real. Mucho se ha escrito sobre él, desde frases que ayudan a recordar cuáles son sus primeras cifras hasta poemas.

Por ejemplo, el número de letras de cada palabra de la frase "Sol y Luna y Cielo proclaman al Divino autor del Mundo" nos dicta las primeras cifras de este número: 3,1415926535…

a) El siguiente poema, de Manuel Golmayo, ayuda a reconocer las veinte primeras cifras del número π.

Soy y seré a todos definible,
mi nombre tengo que daros,
cociente diametral siempre inmedible
soy de los redondos aros.

Escríbelas.

¿Qué papel juega el número π en el cálculo de la longitud de una circunferencia? ¿A qué se refiere el autor del poema anterior con *cociente diametral*? ¿Y con *redondos aros*? ¿Y con *siempre inmedible*?

b) Busca ahora información sobre un famoso poema de Wislawa Szymborska, poetisa polaca que obtuvo el Premio Nobel de Literatura en 1996, que versa sobre el número π.

Wislawa Szymborska
Premio Nobel de Literatura 1996

En este poema se puede leer algo similar a esto (dependerá de la traducción que hayas encontrado):

"La serpiente más larga de la tierra después de muchos metros se acaba. Lo mismo hacen aunque un poco después las serpientes de la fábulas. La comparsa de cifras que forma el número Pi no se detiene en el borde de una hoja, es capaz de continuar por la mesa, el aire, la pared, la hoja de un árbol, un nido, las nubes, y así hasta el cielo, …"

¿A qué característica o propiedad del número π se está refiriendo la autora en este fragmento del poema?

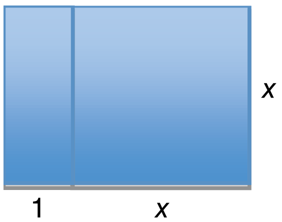
Según esto, ¿podrías encontrar dos cifras seguidas que coincidan con tu edad? ¿Y un grupo de cifras que coincidan exactamente con tu número de teléfono?

2 Otros números irracionales

a) Busca el valor aproximado del número áureo.

b) Mide el largo y el ancho de una tarjeta de crédito. ¿Qué número aparece, aproximadamente, si hallas la razón entre las medidas que has obtenido?

c) Dibuja un cuadrado de longitud x. Adósale un rectángulo de altura x de forma que sea semejante al rectángulo formado por el cuadrado y él mismo.



¿Cuál es la razón de semejanza de esos dos rectángulos?

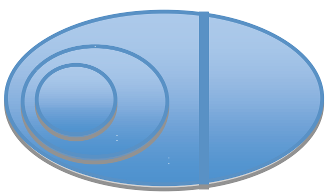
d) Si cuentas las letras de cada palabra de “Te ayudaré a recordar la cantidad”, obtendrás las primeras cifras de un importante número irracional. ¿Qué número es?

e) ¿Conoces algunos números irracionales distintos de π, del número áureo y del que has encontrado en el apartado anterior? Nómbralos.

3 Los números

a) Números naturales, enteros, fraccionarios… Realiza una clasificación de los números que conoces, explicando brevemente el criterio seguido. Pon, en cada caso, un par de ejemplos.

b) Completa el siguiente esquema con los distintos conjuntos de números: naturales ($\mathbb{N}$), enteros($\mathbb{Z}$), racionales ($\mathbb{Q}$), irracionales ($\mathbb{I}$) y reales ($\mathbb{R}$).

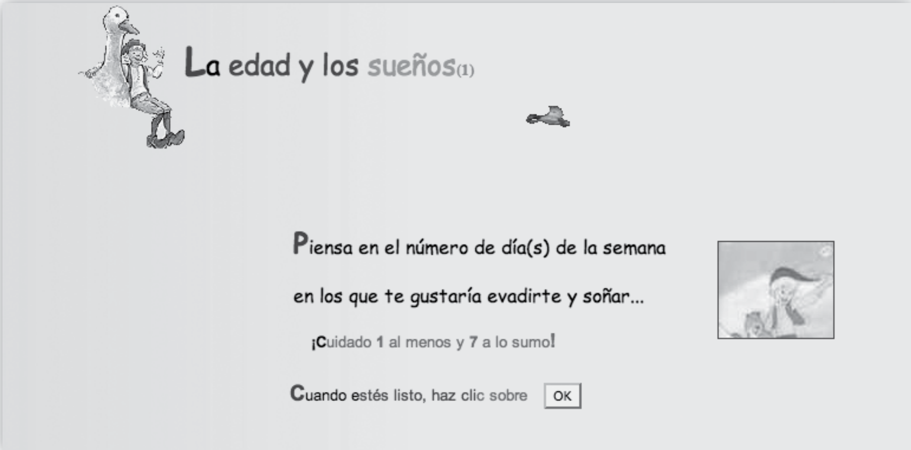


Actividad II. Álgebra

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

1 Matemágicas



Accede a la página siguiente:

http://descartes.cnice.mec.es/matemagicas/index.htm

Entra en el apartado magia y realiza la actividad “La edad y los sueños”.

¿Obtienes el resultado que se indica? Prueba nuevamente.

Traduce al lenguaje algebraico algunos de los acertijos que te proponen, observa el polinomio que obtienes y déjalo ahí. Volveremos a él.

Ahora resuelve los tres acertijos que te proponemos a continuación. Has de tener en cuenta que solo funcionan si estamos en el año 2011. Si estuviésemos en cualquier otro año, después de hacer esta investigación sabrás cómo rectificar lo que aquí obtengas para que el acertijo funcione.

Acertijo 1

a) Piensa en el número de días de la semana en los que te gustaría evadirte y soñar.

b) Multiplica por 4 dicho número.

c) Suma 6 al resultado.

d) Multiplica por 25 dicho número.

e) Si tu cumpleaños ha pasado, súmale 1861; si no, 1860.

f) Resta tu año de nacimiento.

Observa el número de tres cifras que has obtenido. ¿A qué corresponde la cifra de las centenas?

¿A qué te suena el número que formas con las dos cifras que quedan?

Traduce el acertijo a lenguaje algebraico.

Acertijo 2

a) Piensa en el número de días de la semana en los que te gustaría evadirte y soñar.

b) Multiplica por 20 dicho número.

c) Suma 5 al número obtenido.

d) Multiplica por 5 el resultado.

d) Si ya has cumplido los años, suma 1986; si no, 1985.

e) Resta al número anterior tu año de nacimiento.

Observa el número de tres cifras que has obtenido.

La cifra de las centenas es…

¿Encuentras tu edad en algunas cifras de ese número?

Traduce el acertijo a lenguaje algebraico.

Acertijo 3

a) Piensa en el número de días de la semana en los que te gustaría evadirte y soñar.

b) Multiplícalo por 2.

c) Suma 3 al resultado obtenido.

d) Multiplica el resultado por 50.

e) Si has cumplido ya los años, suma 1861; si no, 1860.

f) Resta al resultado tu año de nacimiento.

Del número de tres cifras que has obtenido, la cifra que está en el lugar de las centenas corresponde a…

Y ahora, busca tu edad en ese número.

Traduce el acertijo a lenguaje algebraico.

Acertijo 4

Esto es más que un acertijo, es una investigación.

Compara las traducciones a lenguaje algebraico que has hecho para los tres acertijos que te hemos propuesto. ¿Ves alguna coincidencia en ellas?

¿Entiendes cuál es la rutina para poder llegar a ese número de tres cifras que queremos obtener?

Y ahora compara estas traducciones con la que obtuviste al principio para la página de “La edad y los sueños”. ¿Cómo la rectificarías para que todo saliese bien?

Actividad III. Geometría Analítica

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

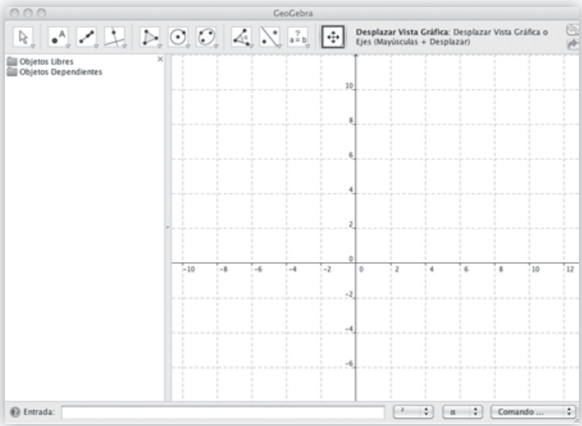
GEOGEBRA

Vamos a estudiar geometría utilizando un programa denominado *Geogebra*.

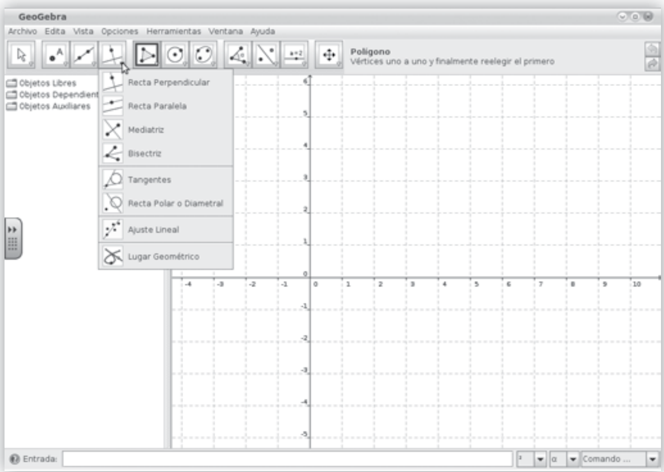
El programa es libre y se puede bajar fácilmente de forma gratuita en la siguiente dirección:

http://www.geogebra.org/cms/es/download

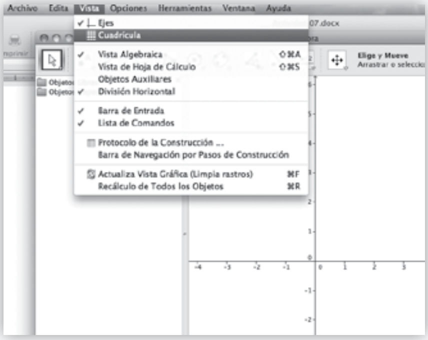
Cuando abras el programa, aparecerá un escritorio como este:



Si pulsamos el triángulo que aparece en la parte inferior de cada botón de la barra de herramientas, se despliega un menú con mas opciones:

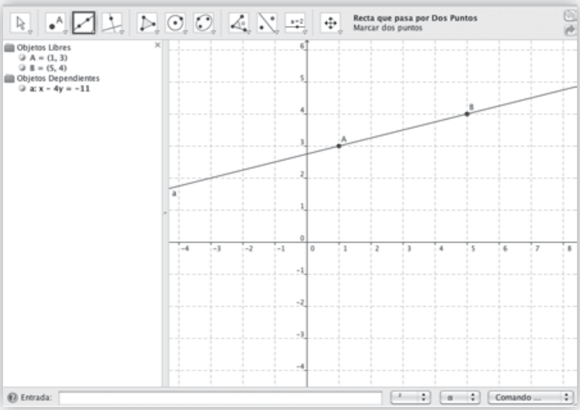


Es conveniente seleccionar la opción **“Cuadrícula”** disponible en el menú **“Vista”**:



1 Trazado de rectas

Vamos a trazar la recta que pasa, por ejemplo, por los puntos (1, 3) y (5, 4). Para ello, seleccionamos la opción **“recta que pasa por dos puntos”**:



Observa que en la barra izquierda aparecen las coordenadas de los puntos y la ecuación de la recta.

a) Traza una recta perpendicular a la anterior que pase por el punto (0, 0).

b) Traza la recta paralela a la recta original que pasa por el punto (3, 0).

c) Halla la ecuación y la pendiente de la recta que pasa por los puntos (–2, 5) y (3, –2).

2 Triángulos

a) Dibuja el triángulo de vértices (1, 1), (5, 2) y (3, 3).

b) Calcula su área. Para ello, selecciona la opción **“área”** e indica, con el puntero, cuáles son los vértices del triángulo.

c) Halla su baricentro. Para ello, traza las rectas que van desde un vértice al punto medio del lado opuesto y calcula el punto donde se cortan.

d) Halla el circuncentro y traza la circunferencia circunscrita. Recuerda que es el punto donde se cortan las tres mediatrices y es el centro de la circunferencia circunscrita.

e) Calcula el incentro y traza la circunferencia inscrita.

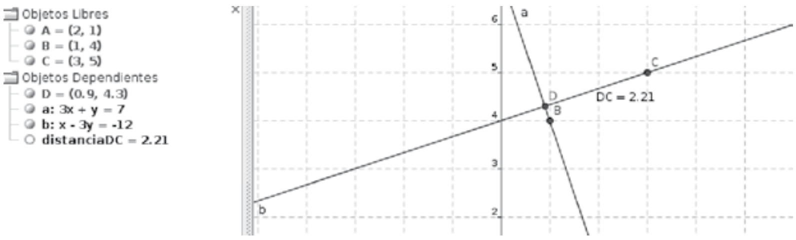
3 Cálculo de distancias

Ahora queremos calcular la distancia del punto (3, 5) a la recta de ecuación $3x + y = 7$.

Recuerda que la distancia de un punto a una recta es la menor de las distancias de dicho punto a los puntos de la recta, que nos la da la perpendicular.

Comenzamos trazando la recta. Para ello, calculamos las coordenadas de dos de sus puntos. Por ejemplo, (1, 4) y (2, 1). Con ellos, dibujamos la recta utilizando la opción **"recta que pasa por dos puntos".**

A continuación, trazamos la perpendicular a la recta que pasa por (3, 5) y calculamos la distancia entre el punto dado y el punto donde se cortan ambas rectas:



Calcula, siguiendo los pasos descritos, la distancia entre las rectas $-2x + y = 6$ y $4x + 2y = 4$.

4 Polígonos regulares

Dibuja una circunferencia con centro en el origen y radio 2. Construye un hexágono y un octógono inscritos en ella.

Actividad IV. Álgebra y geometría

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

1 Resolución de sistemas de ecuaciones con WIRIS

Vamos a utilizar la herramienta WIRIS para resolver sistemas de ecuaciones. Para ello, accede a la página:

http://www.juntadeandalucia.es/averroes/wiris/es/index.html

WIRIS es una potente herramienta que permite resolver todo tipo de ecuaciones y sistemas. Para resolver un sistema, debemos pinchar en la pestaña Operaciones la opción resolver sistema, indicar el número de ecuaciones, escribirlas y presionar el símbolo ⊟.

Para hallar, por ejemplo, las soluciones del sistema $\begin{cases} y = 3x - 4 \\ y = x^2 - 4 \end{cases}$ habría que escribir:

$$\text{resolver}\begin{cases} y=3x-4 \\ y=x^2-4 \end{cases} \qquad ⊟$$

Obtendremos como soluciones:

$$\text{resolver}\begin{cases} y=3x-4 \\ y=x^2-4 \end{cases} \Rightarrow \{\{x=0,y=-4\},\{x=3,y=5\}\}$$

a) Resuelve, con el programa WIRIS, los siguientes sistemas:

i) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ \left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

ii) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ (x - 2)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

iii) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ (x - 4)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

b) Decide para qué valores de a el sistema siguiente tiene una, dos o ninguna solución:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ (x - a)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

2 Circunferencias con GEOGEBRA

La ecuación de la circunferencia con centro en $C(a, b)$ y radio r es:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

a) Indica cuáles son el centro y el radio de las siguientes circunferencias:

C_1: $x^2 + y^2 = 1$

C_2: $(x-2)^2 + y^2 = 1$

C_3: $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 1$

C_4: $(x-4)^2 + y^2 = 1$

C_5: $(x-a)^2 + y^2 = 1$

b) Representa gráficamente, utilizando el programa *Geogebra*, las circunferencias siguientes del ejercicio anterior. En cada caso, di su posición relativa:

i) C_1 y C_2

ii) C_1 y C_3

iii) C_1 y C_4

c) Deduce para qué valores de a las circunferencias C_1 y C_5, del apartado a), se cortan en dos puntos, son tangentes o no se cortan.

d) Encuentra los valores del parámetro a para los que el sistema siguiente tiene una, dos o ninguna solución:

$$\begin{cases} y = x \\ (x-a)^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

Estudia el problema gráfica y analíticamente.

Actividad V. Funciones con Wiris

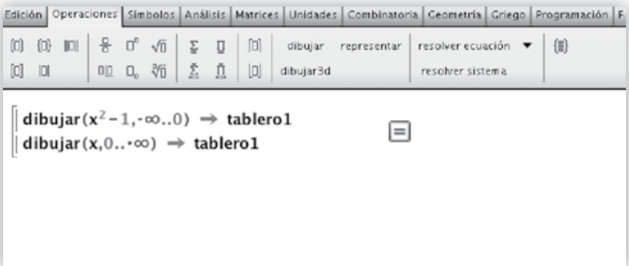
Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

1 Representación con WIRIS de funciones definidas a trozos

Observa cómo se ha representado, con WIRIS, la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \le 0 \\ x & \text{si } x > 0 \end{cases}$$



Representa, con WIRIS, las siguientes funciones definidas a trozos:

a) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & \text{si } x \le 0 \\ x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } x \le -2 \\ x + 3 & \text{si } -2 < x < 2 \\ -3x + 4 & \text{si } x \ge 2 \end{cases}$

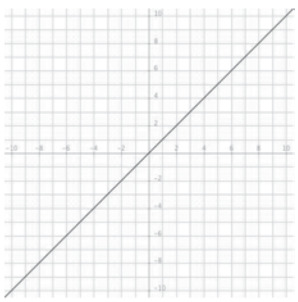
2 La función *valor absoluto*

La función *valor absoluto* se puede expresar como una función definida a trozos:

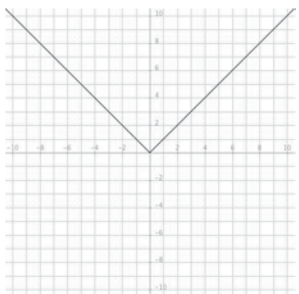
$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \ge 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Su gráfica consiste en convertir en positiva la parte negativa:

$f(x) = x$



$f(x) = |x|$



a) Expresa la siguiente función como función definida a trozos y represéntala gráficamente:

$$f(x) = |x^2 - 1|$$

b) Otra opción, más cómoda, para representar el valor absoluto de una función es utilizar el botón $|\,|$ que aparece en la barra de herramientas de WIRIS. Representa, de esta manera, las siguientes funciones:

i) $f(x) = \left|\dfrac{1}{x}\right|$

ii) $f(x) = |x^3 - x|$

3 Propiedades de las funciones

a) Representa con WIRIS la siguiente función e indica en qué puntos alcanza su máximo y su mínimo:

$$f(x) = \frac{x^3 - 12x}{4}$$

b) Pon dos ejemplos, uno de función continua y otro de función discontinua, y represéntalas gráficamente.

c) Busca dos ejemplos de funciones periódicas y represéntalas gráficamente.

d) Representa gráficamente las siguientes funciones. Indica cuáles son su dominio y sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento:

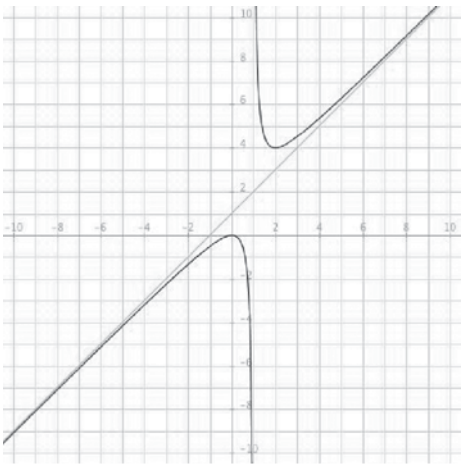
i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

ii) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

4 Asíntotas de una función

Las asíntotas son rectas a las cuales se aproxima la función en el infinito. Según como sea la recta, la asíntota se denomina *horizontal*, *vertical* u *oblicua*.

Estudiemos las asíntotas de la función $f(x) = \dfrac{x^2}{x - 1}$:



Como se puede observar, la función tiene una asíntota vertical en $x = 1$ y una asíntota oblicua en $y = x + 1$.

Representa las siguiente funciones e indica si tienen asíntotas y de qué tipo son:

a) $f(x) = \dfrac{1}{x - 2}$ b) $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 - 4}$

c) $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 9}$ d) $f(x) = 2^x$

Actividad VI. Geometría

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

1 El viaje de fin de curso

Lucía y Lucas quieren hacer jabón líquido reciclando aceite doméstico usado. Después, lo envasarán y lo venderán con el fin de recaudar dinero para el viaje de fin de curso.

Tienen que decidir cuál es la forma de envase mas adecuada. Para ello, estudian las medidas que pueden tener un cubo, un prisma de base rectangular y un tetraedro, todos ellos con un litro de capacidad.

a) Mide las dimensiones de un tetrabrik de un litro de capacidad.

b) Calcula las dimensiones que han de tener un cubo y un tetraedro para que su capacidad sea de 1 litro (1 litro = 1 dm^3).

c) Si todos se elaboran con el mismo material, ¿cuál resulta más económico?

d) Lucía piensa que el envase en forma de cubo tendría la forma mas atractiva y fácil de realizar. ¿Cuál será el coste de un envase de este tipo, si el precio de 1 m^2 de material es de 10 €?

e) Sabemos que el coste de elaboración, por litro de jabón, es de 1 €. ¿A cuánto hay que vender el litro de jabón líquido envasado para obtener un beneficio del 75% sobre el coste total de producción?

f) Lucía y Lucas disponen de 200 € para invertir en este proyecto. Si dedicasen todo el presupuesto a la fabricación de jabón, ¿cuántos litros podrían producir?

g) Si se dedicasen los 200 € del presupuesto a la compra de material para realizar envases, ¿cuántos envases se podrían fabricar?

h) Completa la siguiente tabla:

Presupuesto dedicado a la elaboración de jabón (en €)	Coste de los envases necesarios (en €)	Ingresos por la venta de toda la producción (en €)	Beneficios (en €)
10	$10 \cdot 0{,}60 = 6$	$10 \cdot 2{,}80 = 28$	$28 - 16 = 12$
20			
30			
40			
50			
75			
100			
125			
150			
175			
200			

i) ¿Cuántos litros de jabón hay que elaborar y cuántos metros cuadrados de material hay que comprar para que se obtengan máximos beneficios?

j) Diseña una campaña de publicidad para el producto. No olvides incluir el nombre del producto, un eslogan, cualidades del producto, etc.

Actividad VII. Estadística

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

1 Calificaciones en Matemáticas

En un instituto hay cuatro clases de 4.° ESO. Se han estudiado las notas que han obtenido sus alumnos en la primera evaluación de la asignatura de matemáticas.

Las medias y las desviaciones típicas de las cuatro clases han sido las siguientes:

- 4.° ESO A: media = 5; desviación típica = 1,1952
- 4.° ESO B: media = 5; desviación típica = 3,4112
- 4.° ESO C: media = 5; desviación típica = 2,1742
- 4.° ESO D: media = 5; desviación típica = 0,3015

a) ¿En qué curso se encuentran los alumnos con mejor nota en matemáticas? ¿Y los alumnos con peor nota en matemáticas?

b) Atendiendo a la asignatura de matemáticas, ¿cuál es el curso más homogéneo?

c) ¿A qué grupo te gustaría pertenecer y por qué?

d) Si tu nota en matemáticas es 7, ¿en qué grupo dicha nota sería la mejor de la clase?

Observemos ahora las notas de los alumnos de cuarto de este instituto (las notas del curso 1 no corresponden, necesariamente, a 4.° ESO A):

- Notas del grupo 1 (11 alumnos matriculados):

0 0 2 3 4 5 6 7 8 10 10

• Notas del grupo 2 (21 alumnos matriculados):

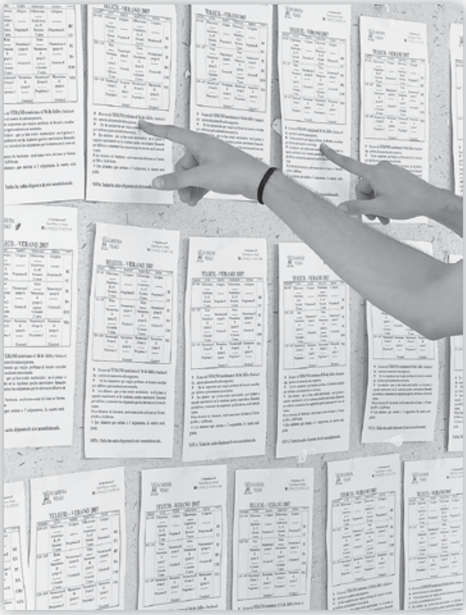
3 3 3 4 4 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 6 6 6 7 7 7

• Notas del grupo 3 (22 alumnos matriculados):

4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 6

• Notas del grupo 4 (11 alumnos matriculados):

3 3 3 5 5 6 6 7 8 8 x



e) Sabiendo que la nota media en cada uno de los cursos es de 5, halla el valor de x en las notas del grupo 4.

f) Halla el valor de la mediana en los cuatro grupos. ¿Qué observas?

g) Realiza la tabla de frecuencias absolutas de las notas para cada uno de los cuatro cursos.

h) ¿Qué tabla, de las anteriores, corresponde a 4.° ESO A? ¿Y a 4.° ESO B, C y D?

i) Representa, mediante diagramas de barras, las notas de los cuatro grupos anteriores.

j) Sin realizar ningún cálculo, ¿cuál crees que es la nota media de todos los alumnos de cuarto?

k) Halla la desviación típica y el coeficiente de variación de las notas en matemáticas del conjunto de los alumnos de 4.° ESO.

Actividad VIII. Probabilidad

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

1 **La liga andaluza**

Se desea organizar una liga de fútbol en Andalucía, en la que participe un equipo de cada provincia andaluza. Cada equipo se enfrentará a otro dos veces, como local y como visitante. Cada semana, un equipo juega un solo partido y se juegan cuatro encuentros.

a) ¿Cuántas semanas durará la liga?

b) Realiza un esquema para organizar la liga, utiliza para ello una tabla de doble entrada.

c) Calcula la probabilidad de que en la primera semana se enfrenten Córdoba contra Jaén.

d) ¿Cuál es la probabilidad de que en la primera semana se enfrenten Córdoba y Jaén, en el estadio de Córdoba?

e) Por cada partido ganado, el equipo sumará tres puntos, y por cada partido empatado, un punto. ¿Cuál es el número máximo de puntos que puede obtener un equipo?

f) ¿Podría un equipo acabar la liga con 42 puntos? ¿Y con 41 puntos? ¿Y con 40 puntos? Indica, en cada caso, cuántos partidos tiene que ganar, perder y empatar.

g) Asociada a dicha liga se desea organizar una quiniela con cuatro apuestas, que costará 1 €. Calcula la probabilidad de que una persona tenga 4 aciertos. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga 3 aciertos?

h) Si se estima que en dicha quiniela participará el 25% de la población adulta andaluza, ¿cuánto se recaudará?

i) La organización desea repartir la recaudación de la siguiente forma:

— El 40% para los participantes con 4 aciertos.

— El 30% para los participantes con 3 aciertos.

— El 30% de beneficios para la organización.

Si una persona tiene 3 aciertos, ¿cuánto espera recibir de premio?

Actividad I

1 El número π

a) 3,14159265358979323846…

La longitud de una circunferencia es π veces su diámetro.

Cociente diametral: cociente entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.

Con *redondos aros* se refiere a las circunferencias.

Y con *siempre inmedible* se refiere a que el número π tiene infinitas cifras decimales.

b) Se refiere al número de cifras decimales de π, infinitas.

Con seguridad se podrían encontrar dos cifras seguidas que coincidan con tu edad. Y también un grupo de cifras que coincidan exactamente con tu número de teléfono.

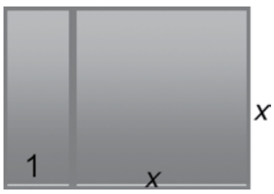
2 Otros números irracionales

a) Con veinte cifras decimales: 1,61803398874989484820...

b) Largo: 8,6 cm. Ancho: 5,4 cm.

8,6 : 5,4 = 1,59… Se obtiene, aproximadamente, el número áureo.

c)



Para que los rectángulos sean semejantes, sus medidas deben verificar:

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{x+1} \rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

d) El número e = 2,71828…

e) Por ejemplo, $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, …

3 Los números

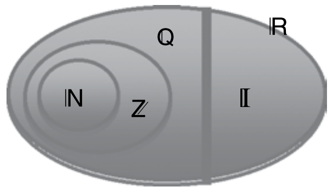
a) Números naturales: 0, 1, 2, 3, …

Números enteros (los naturales más los negativos): 7, –3, 45…

Números racionales (los enteros más los fraccionarios): 7, –3, 45, $\frac{1}{5}$, $\frac{7}{8}$ …

Números reales (los racionales más los irracionales): 7, –3, $\frac{7}{8}$, $\sqrt{7}$, ϕ,…

b)



Actividad II

1 Acertijo 1

La cifra de las centenas corresponde al número que se había pensado. Las otras dos cifras corresponden a la edad.

Traducción a lenguaje algebraico:

a) x

b) $4x$

c) $4x + 6$

d) $(4x + 6) \cdot 25 = 100x + 150$

e) Si el cumpleaños ha pasado:
$100x + 150 + 1\,861 = 100x + 2\,011$

Si el cumpleaños no ha pasado:
$100x + 150 + 1\,860 = 100x + 2\,010$

f) Si el cumpleaños ha pasado:
$100x + 2\,011$ – año nacimiento

Si el cumpleaños no ha pasado:
$100x + 2\,010$ – año nacimiento

Acertijo 2

La cifra de las centenas es el número que se había pensado.

La edad se corresponde con las cifras de decenas y unidades.

Traducción a lenguaje algebraico:

a) x

b) $20x$

c) $20x + 5$

d) $(20x + 5) \cdot 5 = 100x + 25$

e) Si el cumpleaños ha pasado:
$100x + 25 + 1\,986 = 100x + 2\,011$

Si el cumpleaños no ha pasado:
$100x + 25 + 1\,985 = 100x + 2\,010$

f) Si el cumpleaños ha pasado:
$100x + 2\,011$ – año nacimiento

Si el cumpleaños no ha pasado:
$100x + 2\,010$ – año nacimiento

Acertijo 3

La cifra de las centenas corresponde al número pensado.

La edad se corresponde con las cifras de decenas y unidades.

Traducción a lenguaje algebraico:

a) x

b) $2x$

c) $2x + 3$

d) $(2x + 3) \cdot 50 = 100x + 150$

e) Si el cumpleaños ha pasado:
$100x + 150 + 1\,861 = 100x + 2\,011$

Si el cumpleaños no ha pasado:
$100x + 150 + 1\,860 = 100x + 2\,010$

f) Si el cumpleaños ha pasado:
$100x + 2\,011$ – año nacimiento

Si el cumpleaños no ha pasado:
$100x + 2\,010$ – año nacimiento

Acertijo 4

En los tres casos se obtiene el mismo resultado:

Si el cumpleaños ha pasado:
$100x + 2\,011$ – año nacimiento

Si el cumpleaños no ha pasado:
$100x + 2\,010$ – año nacimiento.

La edad se consigue restando el año en el que se nació del año en curso (2011, por ejemplo), si es que ya se han cumplido los años. Si no se han cumplido, hay que bajar una unidad el año el que se está. Para obtener en la cifra de las centenas el número pensado no hay más que sumar $100x$, siendo x ese número.

En la página “La edad y los sueños” se obtienen expresiones algebraicas del tipo:

$100x + 111$ – año cumpleaños

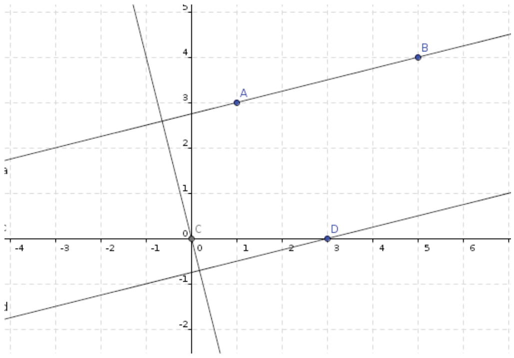
$100x + 110$ – año cumpleaños

El error está en que se debe conseguir 2011 en lugar de 111 (si estamos en 2011), o 2010 en lugar de 110. También se puede rectificar dejando 111 y 110 y restando, en lugar del año de nacimiento con cuatro cifras, el año de nacimiento con solo las dos últimas cifras (si el año de nacimiento es del siglo XX). Piensa por qué es así. Piensa, también, cómo habría que rectificar esto último para una persona que hubiese nacido ya en el siglo XXI.

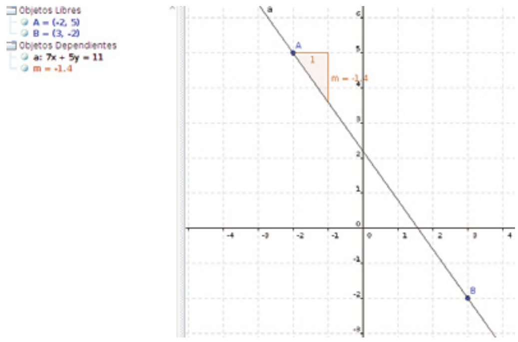
Actividad III

1 Trazado de rectas

a) y b)

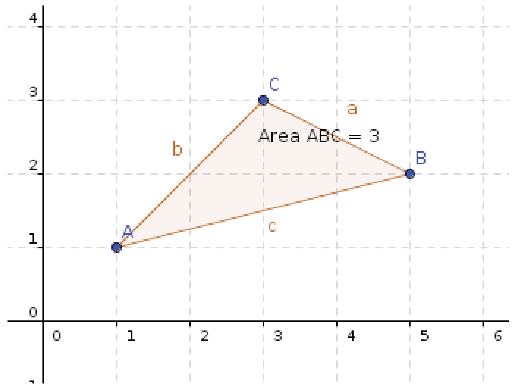


c)

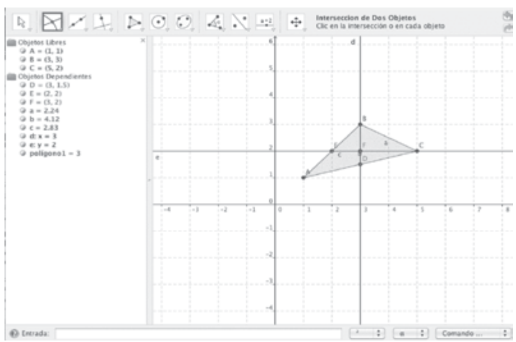


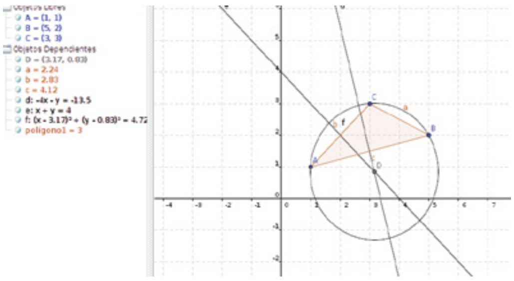
2 Triángulos

a) y b)



c)



d) 

e) 

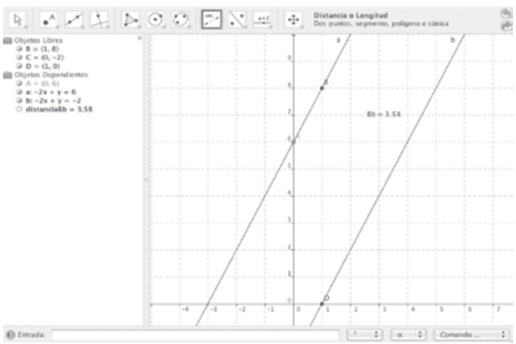
3 Cálculo de distancias

a) $y = 6 + 2x$

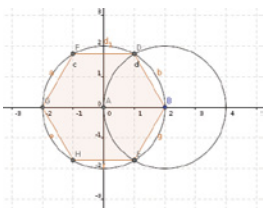
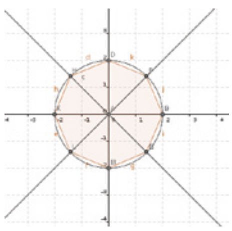
x	y
0	6
1	8

$$y = \frac{4x - 4}{2}$$

x	y
0	–2
1	0



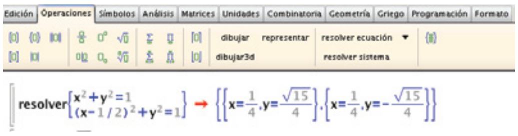
4 Polígonos regulares

a)  

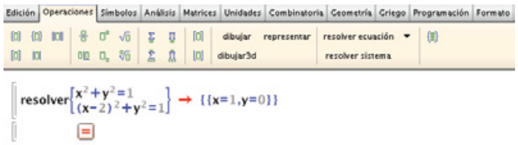
Actividad IV

1 Resolución de sistemas con WIRIS

a) i) Tiene dos soluciones.



ii) Tiene solución única.



iii) Incompatible

b) Si $a < –2$ o $a > 2$, el sistema no tiene solución.

Si $a = –2$ o $a = 2$, el sistema tiene una solución.

Si $–2 < a < 2$, el sistema tiene dos soluciones.

2 Circunferencias con GEOGEBRA

a) C_1: Centro: (0, 0). Radio: 1.

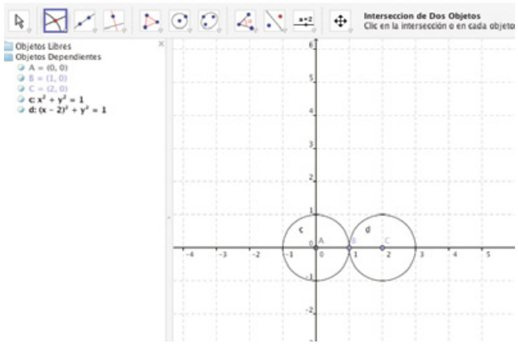
C_2: Centro: (2, 0). Radio: 1.

C_3: Centro: (1/2, 0). Radio: 1.

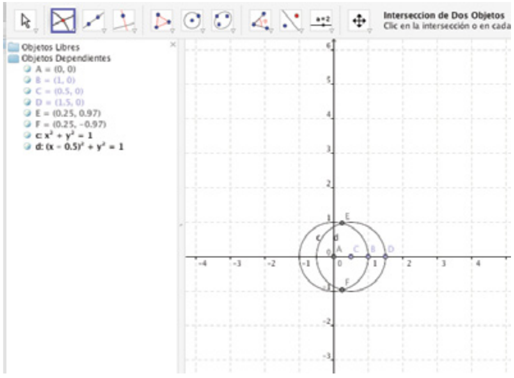
C_4: Centro: (4, 0). Radio: 1.

C_5: Centro: (a, 0). Radio: 1.

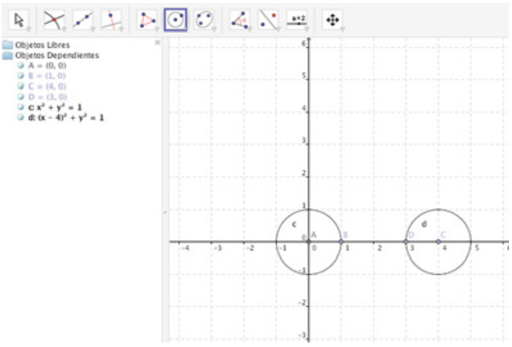
b) i) Las circunferencias son tangentes exteriores.



ii) Las circunferencias se cortan en dos puntos.



iii) Las circunferencias no se tocan.



c) Se cortan en dos puntos si $a < -2$ o $a > 2$.

Son tangentes si $a = -2$ o $a = 2$.

No se cortan si $-2 < a < 2$.

d) Si $a < -\sqrt{2}$ o $a > \sqrt{2}$, el sistema no tiene solución.

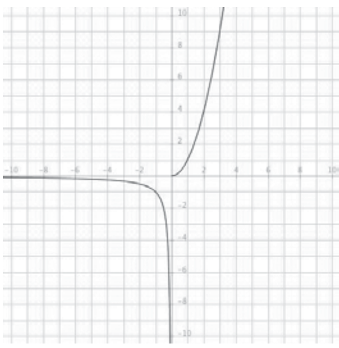
Si $a = -\sqrt{2}$ o $a = \sqrt{2}$, el sistema tiene una solución.

Si $-\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$, el sistema tiene dos soluciones.

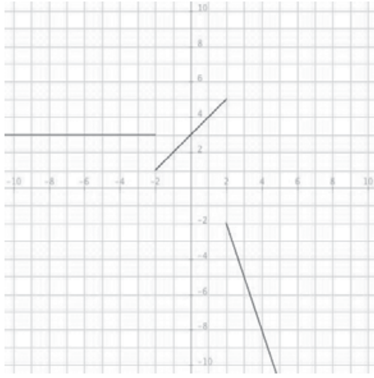
Actividad V

1 Representación con WIRIS de funciones definidas a trozos

a)

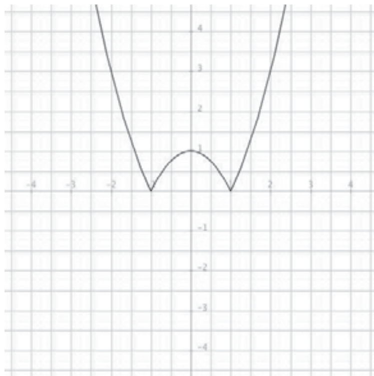


b)

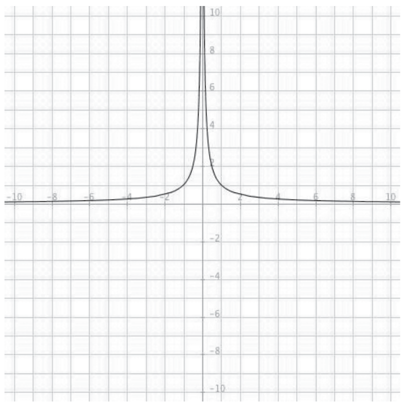


2 La función *valor absoluto*

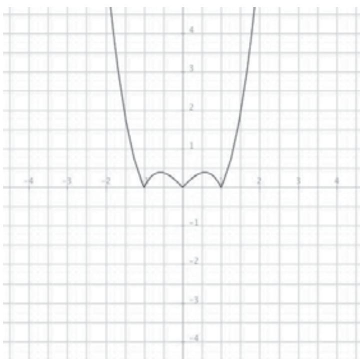
a) $f(x) = |x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x \le -1 \\ -x^2 + 1 & \text{si } -1 < x < 1 \\ x^2 - 1 & \text{si } x \ge 1 \end{cases}$



b) i)

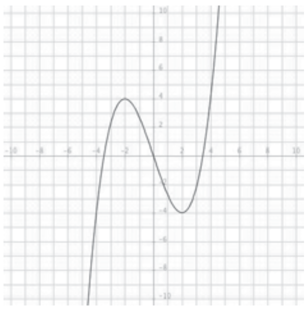


ii)



3 Propiedades de las funciones

a)



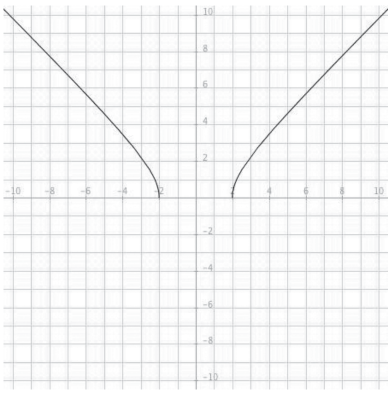
Máximo: (–2, 4).

Mínimo: (2, –4).

b) Respuesta abierta.

c) Respuesta abierta.

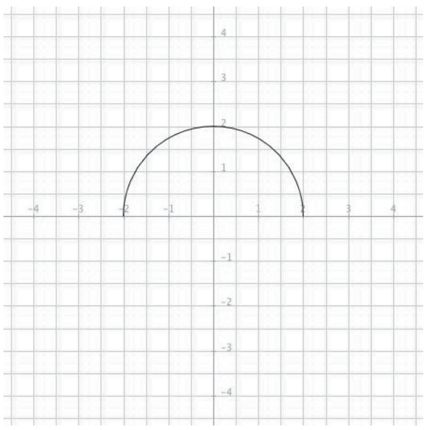
d) i) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$



$D(f) = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

$(-\infty, -2)$ DECRECIENTE; $(2, +\infty)$ CRECIENTE

ii) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

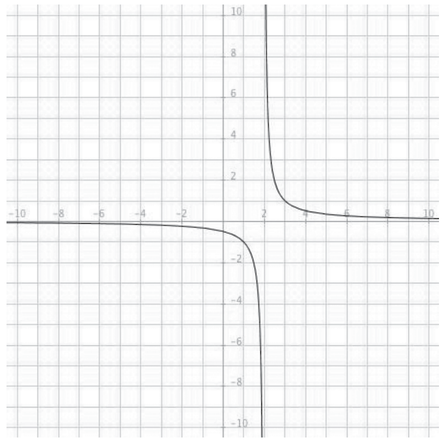


$D(f) = [-2, 2]$

$(-2, 0)$ CRECIENTE; $(0, 2)$ DECRECIENTE

4 Asíntotas de una función

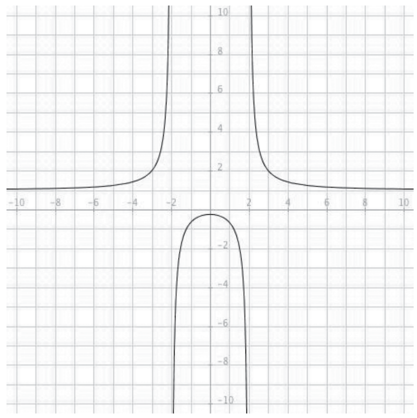
a)



Asíntota horizontal: $y = 0$

Asíntota vertical: $x = 2$

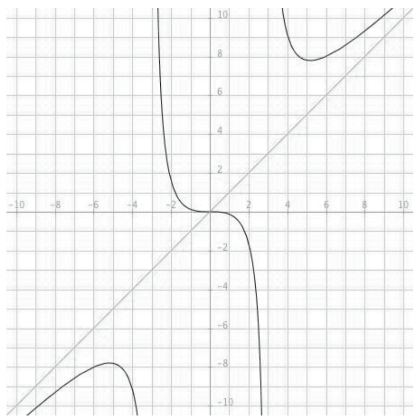
b)



Asíntota horizontal: $y = 1$

Asíntotas verticales: $x = -2$, $x = 2$

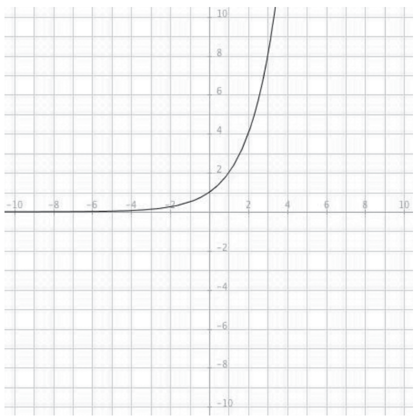
c)



Asíntotas verticales: $x = -3$, $x = 3$

Asíntota oblicua: $y = x$

d)



Asíntota horizontal: $y = 0$

Actividad VI

1 **El viaje de fin de curso**

a) Tetrabrik: 20 cm x 6 cm x 9 cm, aproximadamente.

b) Cubo: 1 dm de lado.

Tetraedro: $\sqrt[6]{72}$ dm de lado.

c) Área total del tetrabrik: 7,1 dm^2

Área total del cubo: 6 dm^2

Área total del tetraedro: 7,21 dm^2

Resultaría más económico el cubo.

d) El coste de un envase con forma de cubo será 60 céntimos.

e) Hay que vender a 2,80 € el litro de jabón.

f) Se pueden producir 200 litros.

g) Se podrían fabricar 333 envases.

h)

Presupuesto dedicado a la elaboración de jabón (en €)	Coste de los envases necesarios (en €)	Ingresos por la venta de toda la producción (en €)	Beneficios (en €)
10	10 · 0,60 = 6	10 · 2,80 = 28	28 – 16 = 12
20	20 · 0,60 = 12	20 · 2,80 = 56	56 – 32 = 24
30	30 · 0,60 = 18	30 · 2,80 = 84	84 – 48 = 36
40	40 · 0,60 = 24	40 · 2,80 = 112	112 – 64 = 48
50	50 · 0,60 = 30	50 · 2,80 = 140	140 – 80 = 60
75	75 · 0,60 = 45	75 · 2,80 = 210	210 – 120 = 90
100	100 · 0,60 = 60	100 · 2,80 = 280	280 – 160 = 120
125	125 · 0,60 = 75	125 · 2,80 = 350	350 – 200 = 150
150	150 · 0,60 = 90 (*)	150 · 2,80 = 420	420 – 240 = 180
175	175 · 0,60 = 105 (*)	175 · 2,80 = 490	490 – 280 = 210
200	200 · 0,60 = 120 (*)	200 · 2,80 = 560	560 – 320 = 240

(*) Nos pasamos del presupuesto. Por tanto, no podemos elaborar tantos litros de jabón.

i) Envasan 125 litros, para los que necesitan 7,5 m^2 de material. Obtienen unos beneficios máximos de 150 €.

j) Respuesta libre.

Actividad VII

1 **Calificaciones en Matemáticas**

a) Tanto los alumnos con mejor nota como los alumnos con peor nota están en 4.° ESO B.

b) El curso más homogéneo es 4.° ESO D.

c) Respuesta libre.

d) En 4.° ESO D.

e) $x = 1$

f) Es 5 en todos los grupos.

g) **Grupo 1**

x_i	f_i
0	2
2	1
3	1
4	1
5	1
6	1
7	1
8	1
10	2

Grupo 2

x_i	f_i
3	3
4	3
5	9
6	3
7	3

Grupo 3

x_i	f_i
4	1
5	20
6	1

Grupo 4

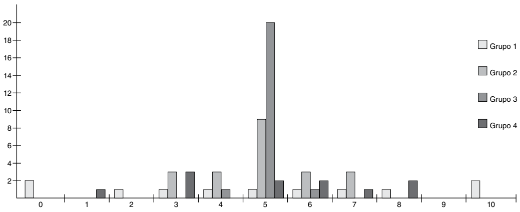
x_i	f_i
1	1
3	3
5	2
6	2
7	1
8	2

h) Grupo 1: 4.° ESO B

Grupo 2: 4.° ESO A

Grupo 3: 4.° ESO D

Grupo 4: 4.° ESO C

i) 

j) 5

k)

x_i	f_i
0	2
1	1
2	1
3	7
4	5
5	32
6	7
7	5
8	3
10	2

$\sigma = 1{,}81$; C.V. $= \dfrac{1{,}81}{5} = 0{,}36$

Actividad VIII

1 La liga andaluza

a) La liga durará 14 semanas, 7 partidos de ida y 7 de vuelta.

b) Respuesta abierta. Damos un ejemplo de organización.

Partidos de ida:

	AL	CA	CO	GR	HU	JA	MA	SE
AL		1.ª	2.ª	3.ª	5.ª	6.ª	7.ª	4.ª
CA			3.ª	2.ª	7.ª	5.ª	4.ª	6.ª
CO				1.ª	6.ª	4.ª	5.ª	7.ª
GR					4.ª	7.ª	6.ª	5.ª
HU						1.ª	2.ª	3.ª
JA							3.ª	2.ª
MA								1.ª
SE								

Los partidos de vuelta se organizan de la misma forma.

c) 2/14 = 1/7

d) 1/14

e) $14 \cdot 3 = 42$

f) Acabar con 41 puntos es imposible. Acabar con 40 puntos sí es posible, logrando 13 victorias y 1 empate. Terminar con 39 puntos también es imposible.

g) P[4 ACIERTOS] = 1/81; P[3 ACIERTOS] = 8/81

h) Se estima que la población andaluza mayor de 18 años en 2010 era de 6 500 000 habitantes.

25% de 6 500 000 = 1 625 000

i) Si la probabilidad de tener 3 aciertos es de 8/81, se espera que tengan tres aciertos:

$\dfrac{8}{81}$ de 1 625 000 ≈ 160 494 personas

La recaudación total asciende a 1 625 000 €. Al conjunto de los acertantes de 3 les tocará el 30%:

30% de 1 625 000 = 487 500 €

Por tanto, a cada acertante de 3 le tocarán:

487 500 : 160 494 ≈ 3,04 €