Tareas competenciales para preparar las pruebas de diagnóstico

Las tareas competenciales incluidas en este apartado pretenden ser un **material de apoyo** al profesorado en el trabajo por competencias destinado a preparar pruebas de diagnóstico, y en ningún caso tienen la intención de reemplazar el quehacer programador que cada profesor o profesora plantee al respecto.

Las tareas diseñadas tienen como objetivo ayudar al profesorado a determinar el **grado de consecución de las competencias básicas** por parte del alumnado, así como proporcionarle una ejemplificación práctica de «actividades competenciales». Es decir, por un lado, estas tareas buscan orientar al profesorado en el diseño de tareas competenciales, y, por otro, intentan proporcionarle una herramienta útil para «cuantificar» la realidad competencial de sus estudiantes, tanto individual como grupalmente.

Estas tareas deben **integrarse** dentro del **desarrollo continuado** que representa el trabajo por **competencias,** que, en ningún caso, puede responder a momentos esporádicos de ejecución.

Tareas competenciales para preparar las pruebas de diagnóstico

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

1 COMPRA Y VENTA DE CARNE

Antonio, Bernardo, Carlos y Domingo son los socios de una carnicería. Deciden comprar en el matadero lotes de carne de vacuno.

Para ello, eligen una res cuyo peso, una vez eviscerada y deshuesada, ha sido de 241 kg y medio.

El matadero les prepara lotes de 5 kg y tres cuartos, a un precio de 60 euros cada lote.

a) ¿Cuántos lotes obtendrán de la res elegida?

b) A la hora de comprarlos, deciden que Antonio pague una determinada cantidad de lotes; Bernardo, 3 kg más que Antonio; Carlos, 3 kg más que Bernardo, y Domingo, 3 kg más que Carlos. ¿Cuántos lotes adquirió cada uno y cuánto gastó?

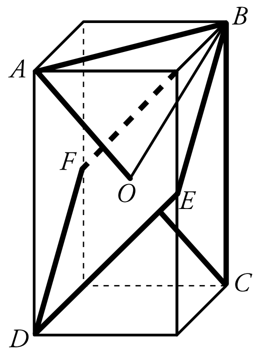
c) Después, en el mercado, deciden ponerlos a la venta, a un precio de 16 euros cada kilo de carne. Al final de la jornada, han vendido todo. ¿Cuánto ganará cada uno?

Nombre y apellidos: ....

2 ESCULTURA MATEMÁTICA

En el museo de la Ciencia de la localidad donde vive Luis, se ha inaugurado una exposición de estructuras y formas geométricas. Luis y sus compañeros han ido con su profesora de matemáticas a visitarla y, después de hacer todo el recorrido, les han dado unas fichas con datos de figuras de la muestra para que averigüen algunas cuestiones sobre sus medidas.

A Luis le ha tocado esta estructura transparente de metacrilato: un prisma en cuyo interior se intersecan dos figuras planas, un cuadrado y un triángulo rectángulo.



La altura del prisma, que es de base cuadrada, es el doble de lo que mide el lado de su base. Además, los puntos E y F son los puntos medios de las aristas sobre las que están. Las cuestiones que tiene que resolver son las siguientes:

a) Tomando 1 u como altura del prisma, calcula la medida exacta del perímetro del cuadrado *BEDF* y de su superficie (no uses calculadora, ni des los resultados con números decimales).

b) Calcula, también, la medida exacta del perímetro y de la superficie del triángulo rectángulo *ABC*.

c) Supongamos que un insecto camina sobre la estructura, recorriendo exactamente estos segmentos: *DE - EB - BA - AC.* Comprueba que el valor exacto de la distancia que recorre es $3 + \sqrt{3}$ veces el valor del lado del cuadrado *BEDF.*

Nombre y apellidos: ....

3 COMPUESTOS QUÍMICOS

El agua oxigenada, que se usa en las casas como desinfectante, es un agua enriquecida en oxígeno. Su fórmula molecular es H_2O_2. Esto significa que cada molécula de agua oxigenada está formada por dos átomos de hidrógeno (H_2) y dos átomos de oxígeno (O_2).

Sabemos que un átomo de hidrógeno pesa $1,66 \cdot 10^{-24}$ g y que uno de oxígeno pesa $1,33 \cdot 10^{-23}$ g.

a) ¿Cuál de los dos átomos pesa más, el de hidrógeno o el de oxígeno?

b) Cada vez que aplicamos agua oxigenada a una herida pequeña, la cantidad utilizada es, aproximadamente, de 1 cm^3 (1 gramo). ¿Cuántas moléculas de agua oxigenada tiene esa dosis?

c) ¿Cuántas moléculas de agua oxigenada tiene un frasco de 250 cm^3? ¿Cuántos cuatrillones son (1 cuatrillón = 10^{24})?

Nombre y apellidos: ....

4 OFERTAS BANCARIAS

Daniel dispone de un capital de 60 000 euros y va a tres entidades bancarias, A, B y C, en busca de una oferta, a 10 años, para el rendimiento de su dinero. Le ofrecen:

A → Un 3% anual de interés compuesto durante los 10 años.

B → Un 6% anual de interés compuesto durante los cinco primeros años y, después, para el capital generado, un 2% de interés simple durante los otros 5 años.

C → Un 3% anual de interés compuesto durante los diez años más una cantidad fija de 10 000 euros.

Daniel hace números, buscando cuál de las tres ofertas le proporciona más capital después de esos 10 años.

a) ¿Cuánto dinero ganará con la oferta del banco A?

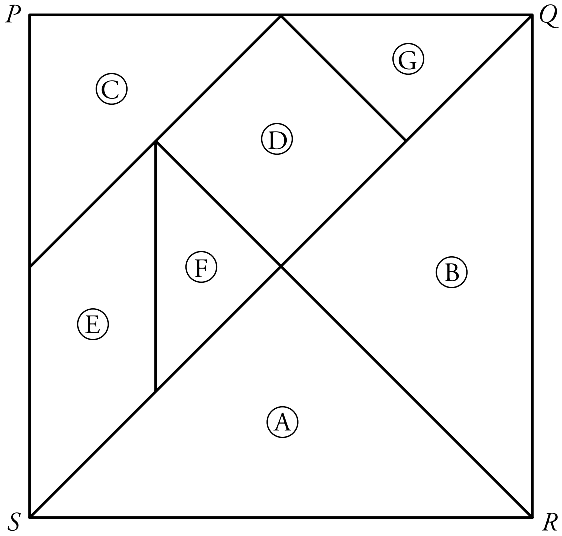
b) ¿Y con la del banco B?

c) ¿Y con la del banco C? ¿Qué oferta es, por tanto, la más interesante?

Nombre y apellidos: ....

5 ÁLGEBRA Y TANGRAM

En clase de matemáticas, Inés está manipulando y formando figuras con un tangram chino (cuadrado dividido en 7 piezas). Su profesor le pide que lo vuelva a montar en su composición cuadrada original y le plantea los siguientes problemas:



a) Si llamas x al lado del cuadrado grande, *PQRS,* escribe la expresión, en función de x, de la diagonal de ese cuadrado.

b) Halla, en función de x, la expresión del área de cada figura *A, B, C, D, E, F* y *G.* Compara las superficies de las piezas.

c) Prueba, usando sus expresiones algebraicas, que la suma de las superficies de las piezas *D, F* y *G* coincide con la superficie de la pieza *A* ($S_{D+F+G} = S_A$).

Nombre y apellidos: ....

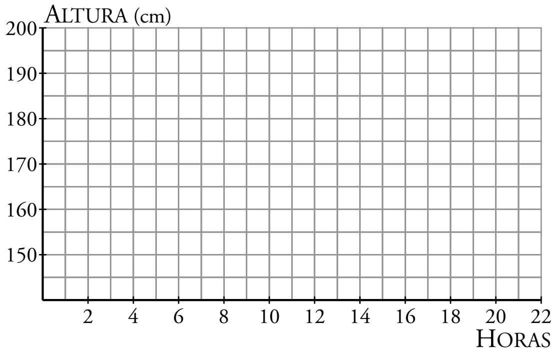
6 PLEAMAR Y BAJAMAR

En un puerto, el práctico (oficial encargado) dispone de un medidor de alturas del nivel del mar.

En un día con el mar en calma, las diferentes alturas que registra la marea, a ciertas horas del día, vienen dadas por la siguiente tabla:

Hora	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
Altura (cm)	200	190	180	170	165	160	155	160	180	190	195	200

a) Un aparato, activado por el movimiento del mar, va dibujando la gráfica que relaciona ambas variables. Dibuja esa gráfica. ¿Puedes asegurar que será continua?



Suponiendo que las subidas y bajadas de la marea fuesen idénticas a lo largo de unos cuantos días, ¿qué tipo de función dibujaría el aparato?

b) ¿En qué intervalos de tiempo crece o decrece la función? ¿Cuándo se alcanza la bajamar (altura mínima del agua) y cuándo la pleamar (altura máxima)?

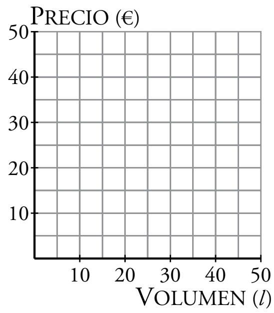
c) El práctico utiliza la tasa de variación media, T.V.M., para medir en qué intervalos de tiempo crece o decrece más rápido la altura del agua. Compara esta medida en los intervalos [0, 6] y [6, 12], y en los intervalos [12, 18] y [18, 22].

Nombre y apellidos: ....

1 REPOSTANDO COMBUSTIBLE

Ernesto va a realizar un largo viaje. Al subir al coche, observa que el marcador de combustible registra 10 litros. Decide ir a la gasolinera y echar al depósito 30 litros, que le cuestan 30 euros.

a) Construye una tabla de valores que relacione los litros de combustible, x, que hay en el depósito, con lo que Ernesto paga, P (toma $x = 10, 20, 30, 40$ y ten en cuenta que los 10 litros que ya tenía el depósito no tiene que pagarlos). Representa la gráfica correspondiente.



b) ¿Cuál es la expresión analítica que relaciona P con x?

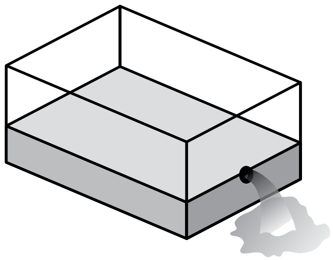
c) Compara la tasa de variación media de $P(x)$ en los intervalos [10, 30] y [30, 40]. ¿Qué observas? ¿Qué tipo de función es?

d) Si Ernesto hubiera llenado el depósito, habría pagado 50 euros. ¿Cuál es la capacidad del depósito?

Nombre y apellidos: ....

8 EL DEPÓSITO

El volumen de agua almacenado en un depósito, V, depende del tiempo, t, en el que esté abierto un desagüe, según la expresión analítica



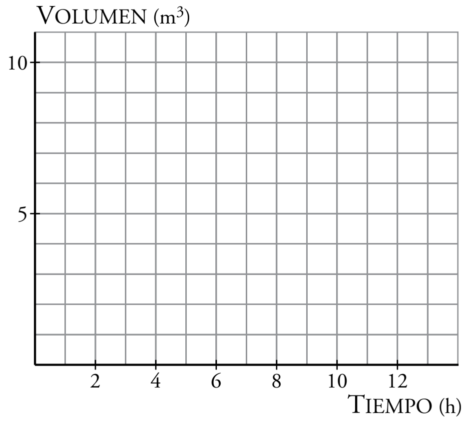
$$V = 5\left(1 + \frac{1}{t+1}\right)$$

donde t viene dado en horas, y V, en metros cúbicos.

a) ¿Cuál es la capacidad del depósito? Ten en cuenta que el volumen será máximo antes de abrirse el desagüe.

b) Se estima que una familia de cuatro miembros necesita unos 200 litros de agua diarios. ¿Para cuántos días tendrían con el depósito lleno y el desagüe cerrado?

c) Suponiendo que el desagüe está abierto, completa una tabla de valores en la que se relacione V con t (toma $t = 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12$). Construye una gráfica con los datos que obtengas.



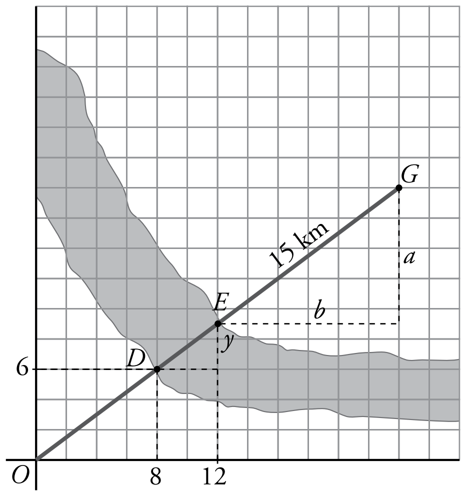
d) Si el desagüe se quedara abierto indefinidamente, ¿se vaciaría del todo el depósito? Para averiguarlo, toma $t = 100$, $t = 1\,000$, $t = 10\,000$. ¿Qué observas?

Nombre y apellidos: ....

9 **ACONDICIONAMIENTO DE VÍAS DE TRÁFICO**

Los técnicos de Obras Públicas quieren hacer una carretera, desde la población *O*, en línea recta, de forma que cruce el río por el punto *D*, que es el más próximo al pueblo.

Sobre el plano de la región, colocan unos ejes coordenados con origen en *O*. El lado de cada cuadradito del plano equivale a 1 km.



a) El punto donde comienza el puente tiene por coordenadas *D*(8, 6) y el punto final, *E*(12, *y* + 6). ¿Cuál es la distancia, *d*, del pueblo al puente? ¿Y cuál es la longitud, *l*, del puente?

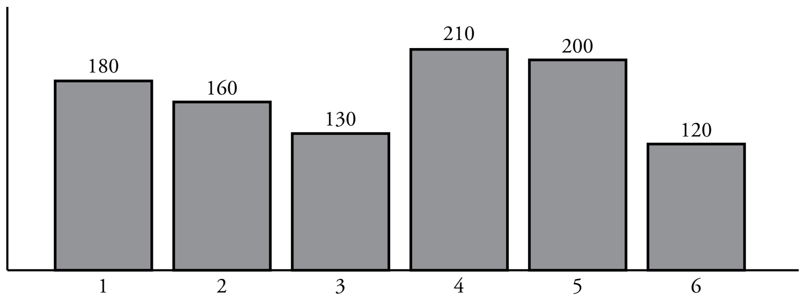
b) Se quiere construir una gasolinera, *G*, al otro lado del puente, en línea recta con *O*, *D* y *E*, y 15 km más allá del punto *E*. ¿Qué coordenadas tendrá *G* en el plano?

c) Finalmente, se construirá un hotel en un punto *H*, a la derecha de la carretera y a 5 km de distancia de esta, de forma que *H* esté a la misma distancia de *E* que de *G*, es decir, estará sobre la mediatriz de *EG*. ¿Qué distancia será esta?

Nombre y apellidos: ....

10 DADO TRUCADO

El siguiente diagrama de barras muestra las puntuaciones obtenidas al lanzar 1 000 veces un dado trucado.



a) ¿Cuál es la probabilidad esperada para cada puntuación?

b) Aun conocedores de este experimento, dos jugadores, A y B, deciden jugar con el dado.

Lanzan el dado al aire y:

A gana si sale un número primo.

B gana si sale un 1 o un número compuesto.

¿Qué probabilidades tiene cada uno de ganar?

c) ¿Se te ocurre algún sistema de juego para que este sea equitativo?

Pautas de corrección

1 COMPRA Y VENTA DE CARNE

Competencia	Utilizar y relacionar los números y sus operaciones para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Utiliza los números racionales y sus operaciones para plantear problemas y obtener información. Resuelve problemas de proporcionalidad.
Contenido	Números racionales y sus operaciones. Repartos directamente proporcionales.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $\left(241 + \frac{1}{2}\right) : \left(5 + \frac{3}{4}\right) = 42$ lotes

b) Si x es la cantidad pagada por Antonio, tendremos:

$x + (x + 3) + (x + 6) + (x + 9) = 42 \rightarrow$
$\rightarrow 4x = 24 \rightarrow x = 6$

Por tanto:

Antonio adquirió 6 lotes y pagó 360 €; Bernardo compró 9 lotes por 540 €; Carlos pagó 12 lotes por 720 €, y Domingo adquirió 15 lotes por 900 €.

c) En total han recaudado:
$16 \cdot (241 + 1/2) = 3\,864$ euros.

Por cada lote han recaudado:
$3\,864 : 42 = 92$ euros.

La ganancia por cada lote ha sido de $92 - 60 = 32$ euros.

Como Antonio adquirió 6 lotes, ganará $6 \cdot 32 = 192$ €.

Bernardo ganará 288 €; Carlos, 384 €, y Domingo, 480 €.

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b).

1. Resuelve correctamente el apartado a).

0. En cualquier otro caso.

2 ESCULTURA MATEMÁTICA

Competencia	Utilizar y relacionar distintos tipos de números para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Emplea distintos tipos de números y opera con ellos, para resolver problemas. Obtiene medidas indirectas en situaciones reales.
Contenido	Números racionales e irracionales. Operaciones. Teorema de Pitágoras.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

El lado del cuadrado *BEDF* es

$l = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

Su perímetro es $P = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

Su superficie es $l^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$.

b) Los catetos del triángulo rectángulo miden 1 y $\frac{\sqrt{2}}{2}$, y su hipotenusa, $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

$P_{ABC} = \frac{2 + \sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$; $S_{ABC} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

c) El insecto recorrerá una distancia igual a

$\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}(3 + \sqrt{3})$.

2. Plantea y calcula correctamente los apartados a) y b) pero no realiza correctamente el apartado c).

1. Plantea bien los apartados a) y b), pero comete errores en los cálculos, o bien solo realiza correctamente uno de esos dos apartados.

0. En cualquier otro caso.

3 COMPUESTOS QUÍMICOS

Competencia	Utilizar y relacionar distintos tipos de números para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Emplea distintos tipos de números, y elige la notación y forma de cálculo apropiadas, para resolver problemas.
Contenido	Números decimales. Notación científica. Operaciones.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $1{,}66 \cdot 10^{-24} < 1{,}33 \cdot 10^{-23}$. Pesa más un átomo de oxígeno.

b) Una molécula pesa
$2 \cdot (0{,}166 + 1{,}33) \cdot 10^{-23} = 2{,}992 \cdot 10^{-23}$ g

En 1 g de agua oxigenada hay

$1 : (2{,}992 \cdot 10^{-23}) \approx 0{,}33 \cdot 10^{23} =$
$= 3{,}3 \cdot 10^{22}$ moléculas.

c) En un frasco de 250 cm^3 habrá
$250 \cdot 3{,}3 \cdot 10^{22} = 8{,}25 \cdot 10^{24}$ moléculas.

Son 8 ,25 cuatrillones de ellas.

Pautas de corrección

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b), pero no el c).

1. Resuelve correctamente el apartado b).

0. En cualquier otro caso.

4 OFERTAS BANCARIAS

Competencia	Utilizar y relacionar distintos tipos de números para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Emplea distintos tipos de números, eligiendo la notación y forma de cálculo apropiadas, para resolver problemas.
Contenido	Problemas aritméticos. Porcentajes. Interés bancario.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) Con la oferta del banco A, el capital final será:

$C_1 = 60\,000\ (1 + 0{,}03)^{10} = 80\,635$ euros

Ganará, por tanto, 20 635 euros.

b) Con la oferta del banco B, obtendrá, tras los primeros 5 años:

$C_2 = 60\,000\ (1 + 0{,}06)^5 = 80\,294$ euros (ha ganado ya 20 294 euros)

Después de este período, colocando este dinero a interés simple al 2 % anual durante 5 años, obtiene unos beneficios de:

$$i = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{80\,294 \cdot 2 \cdot 5}{100} = 8\,029 \text{ euros}$$

Por tanto, el beneficio, después de 10 años, será:
20 294 + 8 029 = 28 323 euros

c) Con la oferta del banco C, tendrá, al final de cada tramo, estos capitales:

$C_1 = 60\,000\ (1 + 0{,}03)^{10} = 80\,635$ euros

80 635 + 10 000 = 90 635

Con esta oferta tendrá unos beneficios de 30 635 euros.

La oferta más interesante es la del banco C.

2. Responde correctamente a dos de los tres apartados.

1. Responde correctamente a uno de los tres apartados.

0. En cualquier otro caso.

5 ÁLGEBRA Y TANGRAM

Competencia	Utilizar números y el razonamiento matemático para producir e interpretar información y para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Maneja expresiones literales para obtener valores concretos en fórmulas y ecuaciones, en diferentes contextos.
Contenido	Expresiones algebraicas. Ecuaciones. Teorema de Pitágoras.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $d = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2}x$

b) La expresión algebraica del área de cada figura, en función de x, es:

A	B	C	D	E	F	G
$\frac{x^2}{4}$	$\frac{x^2}{4}$	$\frac{x^2}{8}$	$\frac{x^2}{8}$	$\frac{x^2}{8}$	$\frac{x^2}{16}$	$\frac{x^2}{16}$

$\frac{x^2}{4} : \frac{x^2}{8} = 2 \rightarrow A$ y B tienen doble superficie que C, D y E.

$\frac{x^2}{8} : \frac{x^2}{16} = 2 \rightarrow C$, D y E tienen doble superficie que F y G.

$$S_{D+F+G} = \frac{x^2}{8} + \frac{2x^2}{16} = \frac{4x^2}{16} = \frac{x^2}{4} = S_A$$

2. Responde correctamente a los apartados a) y b).

1. Responde correctamente al apartado b).

0. En cualquier otro caso.

6 PLEAMAR Y BAJAMAR

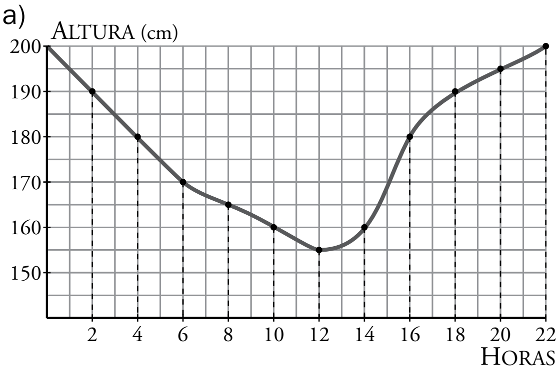
Competencia	Expresar información sobre fenómenos cotidianos mediante distintos lenguajes (numérico, gráfico…) e interpretar los datos que reporta.
Elemento de competencia	Analiza tablas y gráficas asociadas a situaciones reales para obtener información sobre su comportamiento.
Contenido	Relaciones funcionales entre dos variables: tablas y gráficas. La tasa de variación media.

Pautas de corrección

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a)



La función es continua.

Si la marea se comportase de forma idéntica durante varios días, tendríamos una función periódica de período 24 horas.

b) La función crece en el intervalo (12, 24). Decrece en (0, 12).

La bajamar (155 m) se alcanza a las 12 horas. La pleamar (200 m), desde las 22 horas a las 0 horas.

c) $\text{T.V.M. } [0, 6] = \dfrac{170 - 200}{6 - 0} = -5$ cm/hora

$\text{T.V.M.} [6, 12] = \dfrac{155 - 170}{12 - 6} = -2{,}5$ cm/hora

La marea baja más rápidamente de 0 h a 6 h que de 6 h a 12 h.

$\text{T.V.M.} [12, 18] = \dfrac{190 - 155}{6} \approx 5{,}83$ cm/hora

$\text{T.V.M.} [18, 22] = \dfrac{200 - 190}{4} = 2{,}5$ cm/hora

La marea sube más rápidamente de 12 h a 18 h que de 18 h a 22 h.

2. Responde correctamente a los apartados a) y b) o a) y c).

1. Responde correctamente al apartado a).

0. En cualquier otro caso.

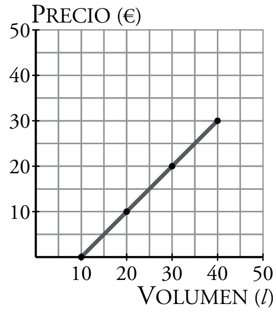
7 REPOSTANDO COMBUSTIBLE

Competencia	Expresar información sobre fenómenos cotidianos mediante distintos lenguajes (numérico, gráfico…) e interpretar los datos.
Elemento de competencia	Analiza tablas y gráficas. Identifica relaciones entre dos variables. Obtiene medidas indirectas.
Contenido	Relaciones funcionales. La tasa de variación media.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a)



VOLUMEN (litros)	10	20	30	40
PRECIO (€)	0	10	20	30

b) La expresión analítica de la función es $P = x - 10$.

c) $\text{T.V.M. } [10, 30] = \dfrac{20 - 0}{30 - 10} = 1$

$\text{T.V.M. } [30, 40] = \dfrac{30 - 20}{40 - 30} = 1$

La T.V.M. es la misma en ambos casos.

Es una función lineal de pendiente 1.

d) $50 = x - 10 \rightarrow x = 60$.

La capacidad del depósito es de 60 litros.

2. Responde correctamente a dos de los cuatro apartados.

1. Responde correctamente a un apartado.

0. En cualquier otro caso.

8 EL DEPÓSITO

Competencia	Expresar información sobre fenómenos cotidianos mediante distintos lenguajes (numérico, gráfico…) e interpretar los datos que reporta.
Elemento de competencia	Analiza tablas y gráficas. Identifica relaciones entre dos variables. Obtiene medidas indirectas en situaciones reales.
Contenido	Relaciones funcionales. Expresión analítica de una función. Volumen de prismas.

Pautas de corrección

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

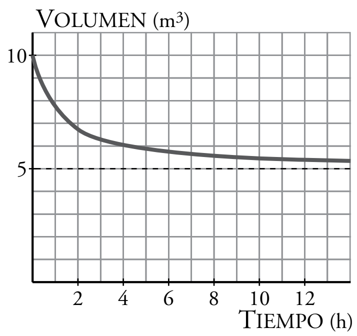
a) La capacidad del depósito la obtenemos tomando $t = 0$.

Capacidad $= 5 \cdot (1 + 1) = 10\ m^3 =$
$= 10\,000$ litros

b) La familia tendrá cubiertas sus necesidades durante $10\,000 : 200 = 50$ días.

c)

TIEMPO (h)	0	2	4	6	8	10	12
VOLUMEN (m^3)	10	6,7	6	5,71	5,6	5,45	5,38



d) $t = 100 \rightarrow V = 5{,}05$

$t = 1\,000 \rightarrow V = 5{,}005$

$t = 10\,000 \rightarrow V = 5{,}0005$

Si el desagüe permaneciese abierto indefinidamente, el depósito no se vaciaría, porque su volumen se estabiliza en torno a 5 m^3.

Esto significa que el desagüe está a una determinada altura por encima de la base.

2. Responde correctamente a dos de los cuatro apartados.

1. Responde correctamente a, al menos, un apartado.

0. En cualquier otro caso.

9 ACONDICIONAMIENTO DE VÍAS DE TRÁFICO

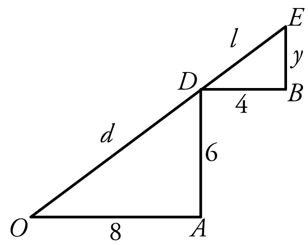
Competencia	Representar e interpretar la realidad. Resolver problemas geométricos.
Elemento de competencia	Obtiene medidas indirectas.
Contenido	Semejanza de triángulos. Teorema de Pitágoras. Resolución de problemas geométricos.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $D(8, 6) \rightarrow d = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ km

Los triángulos *OAD* y *DBE* son semejantes:

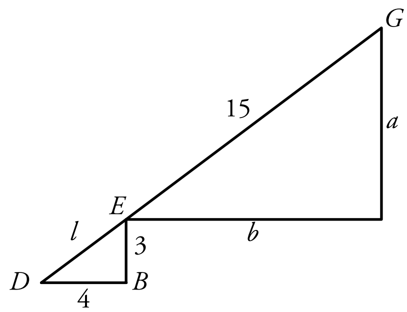


$\dfrac{y}{4} = \dfrac{6}{8} \rightarrow y = 3$

Por tanto, $l = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ km

La distancia del pueblo al puente es de 10 km y el puente mide 5 km.

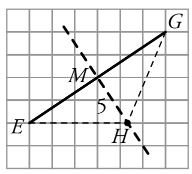
b)



$$G(a, b) \begin{cases} a^2 + b^2 = 15^2 \\ \dfrac{a}{b} = \dfrac{3}{4} \end{cases}$$

Las soluciones del sistema son $a = 9$ y $b = 12$. Las coordenadas de G son $(24, 18)$.

c)



Si H está a igual distancia de G y de E, está en la mediatriz de EG y a 5 km del punto medio de EG.

$\overline{GH} = \overline{HE} = \sqrt{5^2 + \overline{MG}^2} = \sqrt{25 + 7{,}5^2} \approx$
≈ 9 km

2. Responde correctamente a dos de los tres apartados.

1. Responde correctamente a un único apartado.

0. En cualquier otro caso.

Pautas de corrección

10 DADO TRUCADO

Competencia	Manejar técnicas matemáticas básicas para interpretar la realidad y resolver problemas.
Elemento de competencia	Interpreta gráficos estadísticos. Aplica conceptos y técnicas de cálculo de probabilidades para resolver problemas.
Contenido	Gráficas estadísticas. Experiencias compuestas.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $P[1] = \dfrac{180}{1\,000} = 0{,}18$; $P[2] = 0{,}16$;

$P[3] = 0{,}13$; $P[4] = 0{,}21$; $P[5] = 0{,}2$; $P[6] = 0{,}12$

b) A gana si sale 2, 3 o 5.

B gana si sale 1, 4 o 6.

$P[A] = 0{,}16 + 0{,}13 + 0{,}2 = 0{,}49$

$P[B] = 0{,}18 + 0{,}21 + 0{,}12 = 0{,}51$

c) Por ejemplo: A gana si sale 2, 3 o 4.
B gana si sale 1, 5 o 6.

En ambos casos, la probabilidad de ganar es 0,5.

2. Responde correctamente a dos de los tres apartados.

1. Responde correctamente a un único apartado.

0. En cualquier otro caso.

Tareas competenciales para preparar las pruebas de diagnóstico

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

1 TORNILLOS Y TUERCAS

Una máquina fresadora fabrica tornillos combinando el tipo de cabeza (zona en la que se inserta el destornillador) y el paso de rosca (lo que avanza el tornillo por cada vuelta que se le dé), según lo especificado en estas tablas:

CABEZA	
Hendida (H)	Estrella (E)

PASO DE ROSCA	
Grande, 2 mm (G)	Pequeño, 1,5 mm (P)

Una segunda máquina fabrica dos tipos de tuercas: cuadrada (C) y hexagonal.

Una tercera máquina coloca en cada tornillo una tuerca, y graba cada pieza con una inscripción que indica su cabeza, su paso de rosca y su tuerca. Así, una pieza HPX es un tornillo de cabeza hendida y paso de 1,5 mm con tuerca hexagonal.

a) ¿Cuántos tipos de piezas fabrican estas máquinas? Completa una tabla como esta:

CABEZA	PASO DE ROSCA	TUERCA	TIPO DE PIEZA
H	G	C	HGC
		X	HGX
	P		
E	G		

b) La máquina que fabrica los tornillos sigue estas instrucciones:

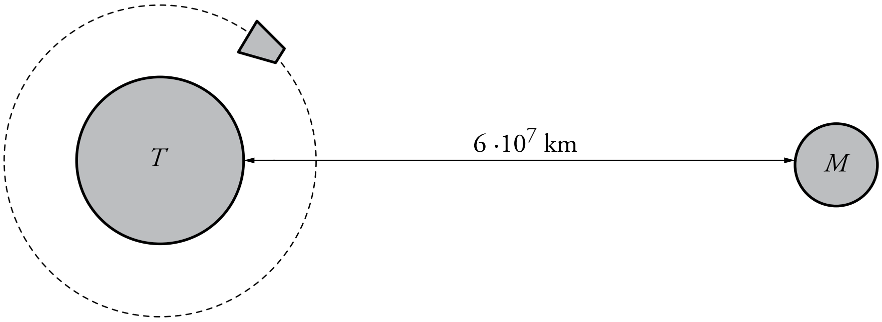
- Un 60% de la producción es de cabeza H, y el resto, de cabeza E.
- Para cada tipo de cabeza, 1/3 es de paso G y el resto, de paso P.

Sobre una producción dada de tornillos, ¿qué porcentaje serán del tipo HP? ¿Y del tipo EG?

c) ¿Cuántas vueltas habrá que darle a un tornillo HP para que se hunda hasta la cabeza en un tablero de 1,8 cm de grosor?

Nombre y apellidos: ....

2 VIAJES ESPACIALES



La nave *Valiant I,* construida para viajar al espacio, puede cubrir grandes distancias y fotografiar fenómenos y objetos del cosmos.

En su primer vuelo, cruzará la atmósfera terrestre, se situará a $4 \cdot 10^4$ km sobre la superficie de la Tierra y orbitará alrededor de ella a una velocidad uniforme de 250 m/s.

a) Sabiendo que el radio de la Tierra es de unos 6 500 km, ¿qué longitud tiene una de esas órbitas circulares? Da el resultado en notación científica, con tres cifras significativas.

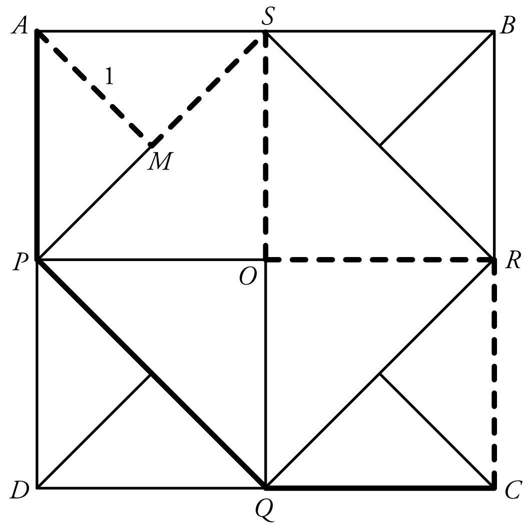
b) Estima el tiempo, en días y horas, que tardará la nave en dar una de estas vueltas alrededor de la Tierra (los científicos, cuando supieron este dato, la apodaron “la nave de los malos augurios”).

c) En el viaje completo, la nave cubrirá, girando alrededor de la Tierra, $2{,}92 \cdot 10^6$ km. ¿En cuánto tiempo, en días y horas, lo hará y cuántas órbitas describirá?

d) Finalizada esta parte, la *Valiant* viajará a Marte cuando este se encuentre más próximo a la Tierra (60 millones de kilómetros). Viajará a una velocidad de 12 000 km/h. ¿Cuánto tiempo durará este viaje?

Nombre y apellidos: ....

3 FORMAS Y NÚMEROS



En clase de matemáticas, la profesora reparte este rompecabezas y pide a sus alumnas y alumnos que planteen y resuelvan cuestiones relativas a las medidas de las piezas y del rompecabezas completo. "Solo tenéis que tener en cuenta que el segmento *AM* sea el segmento unidad (medida 1) y que expreséis todas las medidas en su valor exacto; no uséis la calculadora ni hagáis aproximaciones".

a) Inés lo ve muy complicado al principio, pero, poco a poco, va localizando diversas medidas. Se plantea averiguar, por ejemplo, cuántos segmentos *AM* son el perímetro de la figura *ABCD*. ¿Puedes ayudarla?

b) Y ya puestos, ¿por qué no abordar el tema de las áreas? Por ejemplo, ¿cuál es el área del rompecabezas completo? ¿Y cuál es el de los triángulos grandes? ¿Será cierto que ocho de esos triángulos grandes cubrirían el rompecabezas?

c) Imagina que dos hormigas compiten, partiendo de *A* y debiendo llegar a *C*. La hormiga Josefa camina haciendo este recorrido: *AP-PQ-QC*. La hormiga Pecosa hace este otro: *AM-MS-SO-OR-RC*. Ambas salen a la vez y caminan a la misma velocidad. ¿Cuál llegará primero a la meta? ¿Qué ventaja le sacará a su contrincante?

Nombre y apellidos: ....

4 INFLACIÓN

Los datos de la variación de precios durante el primer y el segundo semestre del año están ya en poder de los técnicos del Ministerio de Economía y quedan reflejados en esta tabla, donde los porcentajes positivos expresan subidas de precio, y los negativos, bajadas.

APARTADOS	1.er SEMESTRE	2.º SEMESTRE	VARIACIÓN ANUAL
Alimentación	+5%	+5%	i)
Vestido	+2%	+6%	ii)
Transporte	+7,5%	+2,5%	iii)
Hostelería y restauración	–5%	+5%	iv)
Ocio y espectáculos	+3%	–5%	v)
Índice de Precios al Consumo anual (IPC) (media de los apartados i), ii), iii), iv) y v))			

a) ¿Cuál ha sido la variación anual en cada apartado? ¿Cuál será el IPC anual? (Redondea a las milésimas).

b) El año pasado, el 6 de enero, Antonio salió de casa, compró un roscón de 2 kg, a 10 €/kg, y adquirió un billete de tren por 1,5 €, para ir a visitar a su hermana. Después, por la tarde, merendó en una cafetería con unos amigos, y pagó 2,4 €. Este año, en la misma fecha, va a hacer exactamente lo mismo.

¿Con cuánto dinero regresará Antonio a casa si sale con 30 €? (Redondea los precios a céntimos).

c) Empresarios y trabajadores pactaron, al comenzar el año anterior, que si el IPC superaba el 4%, los salarios subirían en el mismo porcentaje que este. Según esto, un trabajador que gane 1 000 euros al mes, ¿cuánto debe cobrar a partir de enero de este año?

Nombre y apellidos: ....

5 CONCURSO ALGEBRAICO

En clase de matemáticas se ha organizado un concurso de problemas algebraicos. Los alumnos y las alumnas son distribuidos en grupos de tres. Alfonso, Beatriz y Carla forman uno de esos grupos y plantean los siguientes acertijos:

a) El jardín de la princesa Hiu-Tao está dividido en tres zonas, A, B y C, donde crecen flores de loto. Este año, en la zona B ha habido 5 flores más que en la A, y en la C, el doble que en la B. Así, en total, había 23 flores. ¿Cuántas flores han crecido en cada zona?

b) En una bolsa tenemos cierto número de caramelos. Si tuviéramos dos más, el cuadrado de esa cantidad sería 20 veces la cantidad actual más su cuarta parte. ¿Cuántos caramelos tenemos en la bolsa?

c) Tenemos una amiga. El producto de la edad que tenía hace 4 años por la edad que tendrá dentro de 4 años es igual al cuadrado de su edad actual menos el cuadrado de la edad que tenía hace 10 años.

Nombre y apellidos: ....

6 COMPETENCIA COMERCIAL

Las empresas A, B y C fabrican el mismo tipo de artículo.

A paga a sus comerciales un fijo de 1 400 euros al mes más 50 € por cada artículo vendido.

B paga un fijo de 900 € al mes más 150 € por artículo vendido.

C paga 600 € al mes más 130 € por artículo vendido.

Al acabar el mes, tres comerciales, uno de cada empresa, han vendido el mismo número de artículos.

a) ¿Cuál debería ser ese número de artículos para que el comercial de la empresa B haya ganado más que el de la A?

b) ¿Y cuál debería ser para que el de C haya ganado más que el de A?

c) A pesar de sus condiciones laborales, el comercial de C es un profesional decidido: en los dos últimos meses ha vendido un total de 50 artículos. Por ello, la empresa decidió subirle en un 20% la comisión por cada artículo vendido durante el segundo mes. Al final de los dos meses, el comercial ha ingresado 8 480 euros (entre fijos y comisiones). ¿Cuántos artículos vendió en cada mes?

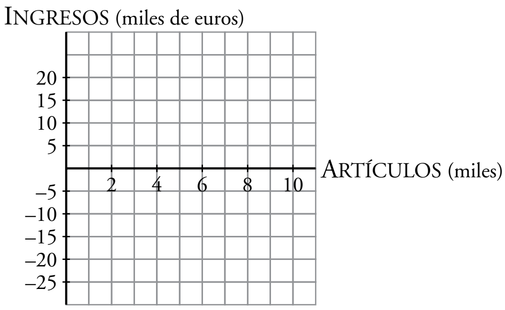
Nombre y apellidos: ....

1 PLANIFICACIÓN DE VENTAS

El departamento de ventas de una empresa que fabrica un determinado artículo, analiza el mercado, hace sus cálculos y llega a la conclusión de que los ingresos, I (en miles de euros), obtenidos por la venta de x artículos (en miles) vienen dados por la función

$$I = -x^2 + 12x - 20$$

a) Completa en una tabla los ingresos obtenidos en función de los artículos vendidos (toma $x = 0, 2, 4, 6, 8, 10$), y traza la gráfica que relaciona ambas variables.



b) Calcula los costes de fabricación antes de empezar a vender los artículos. Es decir, ¿cuánto vale I para $x = 0$? ¿Cuántos artículos tienen que venderse para que no haya pérdidas? ¿Para qué número de artículos vendidos se alcanzan los ingresos máximos? ¿Cuáles serán estos?

c) ¿Crees que debe pararse la fabricación en algún momento? ¿En cuál? ¿Por qué?

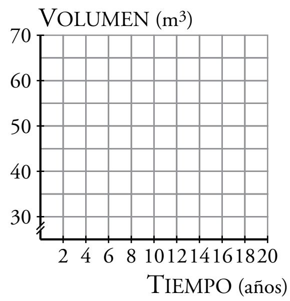
Nombre y apellidos: ....

8 CUIDEMOS LOS BOSQUES

Los técnicos forestales de una región muy boscosa estiman que sus árboles representan un volumen de madera de 30 m^3 por hectárea, y que el crecimiento de esta cifra es de un 4% anual.

a) Teniendo en cuenta estos datos, ¿qué volumen de madera, por hectárea, tendrá el bosque dentro de un año? ¿Y dentro de dos años? (Redondea los resultados a unidades de metros cúbicos).

b) ¿Cuál es la expresión analítica que relaciona el volumen de madera del bosque, *V*, en metros cúbicos, con el transcurso del tiempo, *t*, en años? Haz su representación gráfica.



c) Si un incendio destruyera el bosque y se replantase con lo equivalente a 1 m^3 de madera por hectárea, ¿cuántos años deberían transcurrir para recuperar la actual cantidad de madera, suponiendo un mismo ritmo de crecimiento? Haz estimaciones para 40, 50, 60, … años.

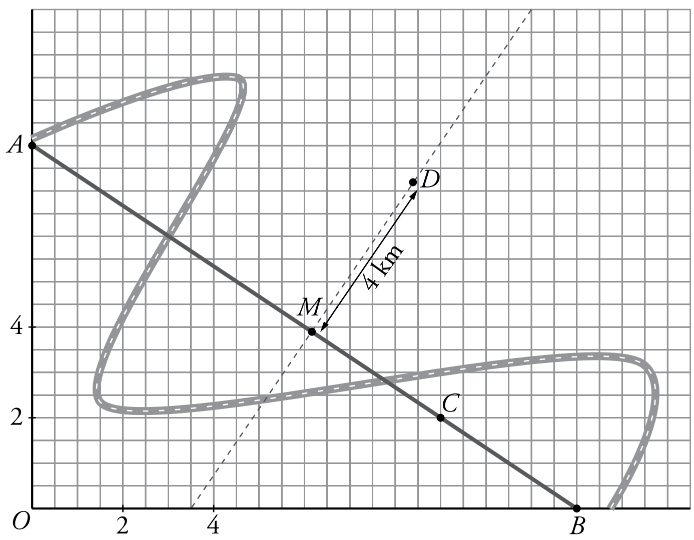
Nombre y apellidos: ....

9 **MANCOMUNIDAD DE AGUAS**

Tres pueblos, *A, B* y *C,* se encuentran comunicados por una carretera de montaña, muy sinuosa. Sus respectivos depósitos de agua se encuentran bastante obsoletos para el crecimiento de población experimentado por cada uno, así que deciden unirse en una mancomunidad y construir un depósito común de agua, con capacidad más que suficiente para todos ellos.

Los técnicos colocan un sistema de coordenadas con origen en un punto O, de manera que A se sitúa sobre el eje Y, con $\overline{OA} = 8$ km, y B se sitúa sobre el eje X, con $\overline{OB} = 12$ km. En este sistema, C está entre A y B, en línea recta con ellos, y $\overline{AB} = 4 \cdot \overline{CB}$.

Deciden ubicar el depósito en una elevación, a igual distancia de A que de B, y a 4 km del punto medio, M, del segmento que, en el plano, une A con B.



a) ¿Qué coordenadas tendrán en el plano los puntos C y M?

b) ¿A qué distancia, en línea recta, estará el depósito, D, de cada pueblo?

c) Elaborado el presupuesto de edificación y canalización a cada pueblo, los costes totales serán de 9 millones de euros. Como el número de habitantes de C es 1,5 veces el de A y, a su vez, los habitantes de A son la mitad que los de B, se decide repartir el coste total de forma directamente proporcional al número de habitantes de cada localidad. ¿Cuánto pagará cada una?

Nombre y apellidos: ....

10 VESTIRSE Y TRIUNFAR

En un concurso de televisión, cada participante entra, con los ojos vendados, en una habitación en la que hay tres baúles. En el primero hay dos sombreros con puntuaciones 1 y 3; en el segundo, 3 chaquetas con puntuaciones 2, 4 y 6 y, en el tercero, 2 pantalones con puntuaciones 7 y 9.

Cada concursante debe coger, al azar, un sombrero, una chaqueta y un pantalón, obteniendo tantos puntos como sumen las puntuaciones de las prendas elegidas.

Por participar, cada concursante paga 20 euros. Si obtiene una puntuación menor que 12, quedará eliminado y perderá su dinero. Si la puntuación es 12, recibirá 20 euros. Si es 14 o 16, recibirá 100 euros. Y si es 18, conseguirá el premio máximo, 200 euros.

a) ¿Cuántos posibles atuendos tiene cada concursante para elegir? Escribe, de forma ordenada, todas las posibles combinaciones numéricas y la suma obtenida en cada caso.

b) ¿Cuál es la probabilidad de quedar eliminado y perder los 20 euros?

¿Cuál es la probabilidad de no ganar ni perder nada?

¿Cuál es la probabilidad de ganar algo?

c) ¿Cuál es la probabilidad de llevarse a casa una cantidad mayor que 80 euros? ¿Y la de llevarse una cantidad menor o igual que 180?

Pautas de corrección

1 TORNILLOS Y TUERCAS

Competencia	Utilizar y relacionar distintos tipos de números y sus operaciones básicas. Resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Utiliza números racionales para plantear problemas y obtener información. Elabora tablas de conteo. Calcula porcentajes.
Contenido	Técnicas de conteo. Números racionales y sus operaciones. Resolución de problemas con fracciones, números decimales y porcentajes.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) Son $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$ tipos distintos de piezas.

CABEZA	PASO DE ROSCA	TUERCA	TIPO DE PIEZA
H	G	C	HGC
		X	HGX
	P	C	HPC
		X	HPX
E	G	C	EGC
		X	EGX
	P	C	EPC
		X	EPX

b)

G	P
1/3	2/3

Tipo HP $\rightarrow \sqrt{2} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{\overline{GC}}{\overline{DG}} = \dfrac{\overline{EB}}{\overline{AB}} =$

$= 0{,}4 \rightarrow 40\%$ de la producción

Tipo EG $\rightarrow \dfrac{4}{4} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{4}{15} =$

$= 0{,}27 \rightarrow 27\%$ de la producción

c) Para hundir un tornillo de rosca P en un tablero de 1,8 cm, habrá que darle $18 : 1{,}5 = 12$ vueltas.

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b) o a) y c).

1. Resuelve correctamente solo uno de los tres apartados.

0. En cualquier otro caso.

2 VIAJES ESPACIALES

Competencia	Utilizar distintos tipos de números y sus operaciones básicas. Usar el razonamiento matemático para tratar información y para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Utiliza números decimales, su expresión en notación científica y sus operaciones. Obtiene medidas indirectas.
Contenido	Números decimales. Notación científica. Longitud de la circunferencia. Unidades de longitud y de tiempo.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $L = 2\pi R = 2 \cdot \pi \cdot (6\,500 + 40\,000) =$
$= 2{,}92 \cdot 10^5$ km $= 2{,}92 \cdot 10^8$ m

b) Si en un segundo la nave recorre 250 m, los $2{,}92 \cdot 10^8$ m los recorre en $2{,}92 \cdot 10^8 : 250 = 1{,}17 \cdot 10^6$ s $=$
$= 325$ horas $= 13$ días 13 horas.

c) Una vuelta alrededor de la Tierra son $2{,}92 \cdot 10^5$ km.

$2{,}92 \cdot 10^6$ km serán 10 vueltas. Tardará 130 días 130 horas = 135 días 10 horas.

d) $6 \cdot 10^7$ km $: 12\,000$ km/h $= 5 \cdot 10^3$ h $=$
$= 208$ días 8 horas

2. Resuelve correctamente tres de los cuatro apartados.

1. Resuelve correctamente dos apartados.

0. En cualquier otro caso.

3 FORMAS Y NÚMEROS

Competencia	Utilizar distintos tipos de números y sus operaciones básicas para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Utiliza números irracionales y sus operaciones para plantear problemas y obtener información. Obtiene medidas indirectas.
Contenido	Números irracionales: operaciones. Teorema de Pitágoras.

Pautas de corrección

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) La mitad del lado del rompecabezas es $\sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$.

Así, su lado mide $2\sqrt{2}$ y su perímetro es $8\sqrt{2}$.

b) El área del rompecabezas es $(2\sqrt{2})^2 = 2^2(\sqrt{2})^2 = 8$.

El área de cada triángulo grande es

$$\frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = 1.$$

Y, efectivamente, ocho triángulos grandes cubrirían el rompecabezas.

c) Josefa recorre una distancia $2 + 2\sqrt{2}$, y Pecosa, $2 + 3\sqrt{2}$. Ganará Josefa y su ventaja será una distancia de $\sqrt{2}$ unidades.

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b) o a) y c).

1. Resuelve correctamente el apartado a).

0. En cualquier otro caso.

4 INFLACIÓN

Competencia	Utilizar y relacionar distintos tipos de números y sus operaciones básicas para interpretar información y resolver problemas cotidianos y del mundo laboral.
Elemento de competencia	Emplea distintos tipos de números, eligiendo la notación y forma de cálculo apropiadas para resolver problemas.
Contenido	Problemas aritméticos. Porcentajes. Números índice.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) Alimentación $\to 1{,}05 \cdot 1{,}05 = 1{,}103 \to +10{,}3\%$

Vestido $\to 1{,}02 \cdot 1{,}06 = 1{,}081 \to +8{,}1\%$

Transporte $\to 1{,}075 \cdot 1{,}025 = 1{,}102 \to +10{,}2\%$

Hostelería $\to 0{,}95 \cdot 1{,}05 = 0{,}998 \to -0{,}2\%$

Ocio $\to 1{,}03 \cdot 0{,}95 = 0{,}979 \to -2{,}1\%$

IPC $\to$ $(+10{,}3 + 8{,}1 + 10{,}2 - 0{,}2 - 2{,}1) : 5 = 5{,}26\%$

b) Los precios ahora serán:

Roscón $\to 20 \cdot 1{,}103 = 22{,}06$ €

Billete $\to 1{,}5 \cdot 1{,}102 = 1{,}65$ €

Cafetería $\to 2{,}4 \cdot 0{,}998 = 2{,}40$ €

Total: 26,11 €

Antonio regresará a su casa con $30 - 26{,}11 = 3{,}89$ €

c) Deberá cobrar $1\,000 \cdot 1{,}0526 = 1\,052{,}60$ euros al mes.

2. Resuelve correctamente dos de los tres apartados.

1. Resuelve correctamente un único apartado.

0. En cualquier otro caso.

5 CONCURSO ALGEBRAICO

Competencia	Utilizar el lenguaje algebraico para producir e interpretar información y para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Resuelve problemas cotidianos utilizando el álgebra.
Contenido	Problemas algebraicos. Ecuaciones de primer y segundo grado.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $x + (x + 5) + 2(x + 5) = 23 \to x = 2$

Zona A $\to$ 2 flores

Zona B $\to$ 7 flores

Zona C $\to$ 14 flores

b) Sea x el número actual de caramelos.

$(x + 2)^2 = 20x + x/4$.

La solución factible es $x = 16$ caramelos.

c) Sea x la edad de la amiga.

$(x + 4)(x - 4) = x^2 - (x - 10)^2$

La solución factible es $x = 14$ años.

2. Responde correctamente dos apartados cualesquiera, o bien resuelve uno y plantea correctamente los otros dos.

1. Responde correctamente un apartado o plantea bien, aunque no resuelva, los tres.

0. En cualquier otro caso.

Pautas de corrección

6 COMPETENCIA COMERCIAL

Competencia	Utilizar el razonamiento matemático para interpretar información y resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Resuelve problemas cotidianos utilizando el álgebra.
Contenido	Problemas con planteamiento algebraico. Inecuaciones. Sistemas de primer grado.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) El comercial de B ganará más que el de A si $150x + 900 > 50x + 1400$.

La solución es $x > 5$ artículos. Es decir, han debido vender 6 artículos o más.

b) $130x + 600 > 50x + 1400$.
Su solución es $x > 10$ artículos.

Han debido vender 11 artículos o más.

c) Sean x los artículos vendidos el primer mes e y los vendidos el segundo mes:

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 730 + (1{,}2 \cdot 130\,y + 600) = 8\,480 \end{cases}$$

Las soluciones son $x = 20$ e $y = 30$.

Vendió 20 artículos el primer mes y 30 el segundo.

2. Responde correctamente a dos apartados cualesquiera, o resuelve bien uno de ellos y plantea correctamente, aunque no resuelva bien, los otros dos.

1. Responde correctamente un apartado o plantea, aunque no resuelva, los tres.

0. En cualquier otro caso.

7 PLANIFICACIÓN DE VENTAS

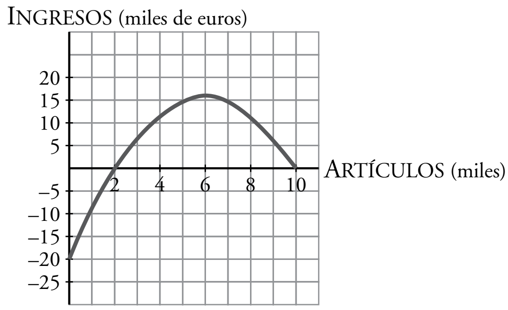
Competencia	Expresar información sobre fenómenos cotidianos mediante distintos lenguajes (numérico, gráfico…) e interpretar los datos que reporta.
Elemento de competencia	Analiza tablas y gráficas. Identifica relaciones entre dos variables y determina el tipo de función que pueda representarlas.
Contenido	Estudio de relaciones funcionales mediante tablas y gráficas. Función cuadrática.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a)

x (miles de artículos)	0	2	4	6	8	10
I (miles de euros)	–20	0	12	16	12	0



b) Los costes de fabricación son de 20 000 euros.

Para que no haya pérdidas, se tienen que vender más de 2 000 artículos y menos de 10 000.

Los ingresos máximos, 16 000 euros, se alcanzan cuando se venden 6 000 artículos.

c) La fabricación debe cesar cuando se hayan fabricado y vendido 10 000 artículos, puesto que, a partir de ahí, los ingresos empiezan a ser negativos.

2. Responde correctamente a los apartados a) y b) o a) y c).

1. Responde correctamente solo a uno de los apartados.

0. En cualquier otro caso.

8 CUIDEMOS LOS BOSQUES

Competencia	Expresar información de fenómenos cotidianos mediante distintos lenguajes (numérico, gráfico…) e interpretar los datos que reporta.
Elemento de competencia	Analiza tablas y gráficas. Identifica relaciones entre dos variables. Obtiene medidas indirectas en situaciones reales.
Contenido	Estudio de relaciones funcionales. Expresión analítica de una función. La función exponencial.

Pautas de corrección

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

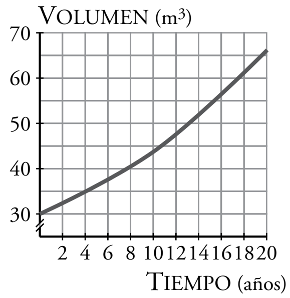
a) Al cabo de $t = 1$ año, tendremos

$V = 30 + 30 \cdot 0{,}04 = 30 \cdot 1{,}04 =$

$= 31{,}2 \approx 31\ m^2$.

Al cabo de $t = 2$ años, el volumen será $V = 31{,}2 \cdot 1{,}04 = 32{,}45 \approx 32\ m^2$.

b) La expresión analítica de la función es $V = 30 \cdot 1{,}04^t$.



c) $V_{40} = 1{,}04^{40} \approx 5\ m^3$

$V_{50} = 1{,}04^{50} \approx 7\ m^3$

$V_{60} = 1{,}04^{60} \approx 11\ m^3$

$V_{70} = 1{,}04^{70} \approx 16\ m^3$

$V_{80} = 1{,}04^{80} \approx 23\ m^3$

$V_{90} = 1{,}04^{90} \approx 34\ m^3$

El bosque tardaría en recuperarse entre 80 y 90 años.

2. Responde correctamente a dos de los tres apartados.

1. Responde correctamente a un único apartado.

0. En cualquier otro caso.

9 MANCOMUNIDAD DE AGUAS

Competencia	Interpretar y expresar con claridad informaciones y datos. Resolver problemas de la vida cotidiana.
Elemento de competencia	Utiliza fórmulas para obtener medidas indirectas. Resuelve problemas aritméticos.
Contenido	Distancia entre puntos. Coordenadas del punto medio. Teorema de Pitágoras. Resolución de problemas geométricos y aritméticos.

Niveles de puntuación:

3. La respuestas correctas son:

a) $M(6, 4)$ y $C\left(\dfrac{6+12}{2}, \dfrac{4}{2}\right) = (9, 2)$

b) $\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 12^2} = 14{,}4$ km

$\overline{AM} = \overline{MB} = 7{,}2$ km; $\overline{MC} = 3{,}6$ km;

Por tanto,

$\overline{DA} = \overline{DB} = \sqrt{7{,}2^2 + 4^2} =$

$= 8{,}2$ km y $\overline{DC} = \sqrt{3{,}6^2 + 4^2} = 5{,}4$ km

c) Por cada parte del presupuesto que pague A, la población C pagará 1,5 partes, y B, 2 partes.

Esto supone 9 millones de euros para 4,5 partes. Por tanto, a cada parte le corresponden 2 millones. Así:

A pagará 2 millones; B, 4 millones, y C, 3 millones.

2. Responde correctamente a los apartados a) y b) o a) y c).

1. Responde correctamente a un solo apartado.

0. En cualquier otro caso.

10 VESTIRSE Y TRIUNFAR

Competencia	Interpretar la realidad y poner en práctica procesos de razonamiento que lleven a la resolución de problemas.
Elemento de competencia	Utiliza técnicas de recuento. Aplica conceptos y técnicas de cálculo de probabilidades para resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana.
Contenido	Técnicas de recuento. Experiencias aleatorias. Cálculo de probabilidades.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) El número total de atuendos que pueden salir es:

$$2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$

Pautas de corrección

Los posibles resultados y sumas son:

Resultados	Suma	Resultados	Suma
127	**10**	327	**12**
129	**12**	329	**14**
147	**12**	347	**14**
149	**14**	349	**16**
167	**14**	367	**16**
169	**16**	369	**18**

b) Hay 12 posibles resultados.

P[perder 20 €] = *P*[suma 10] = 1/12

P[no ganar ni perder] = *P*[suma 12] = = 3/12 = 1/4

P[ganar algo] = *P*[suma 14 o 16 o 18] = = 8/12 = 2/3

c) *P*[ganar más de 80 €] = *P*[suma 18] = = 1/12

P[ganar 180 € o menos] = 1

2. Responde correctamente a dos de los tres apartados.

1. Responde correctamente a un único apartado.

0. En cualquier otro caso.

Tareas competenciales para preparar las pruebas de diagnóstico

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

1 TECNOLOGÍA PARA PINTAR

Una máquina pintadora, modelo A, tarda en pintar una estancia 8 h. Otra máquina más completa, B, lo hace en 4 h, y una tercera, C, aún más rápida, lo hace en 2 h.

a) ¿Qué fracción de la estancia pintan las tres juntas en una hora?

b) ¿Cuánto tiempo tardarán en pintar la estancia las tres juntas?

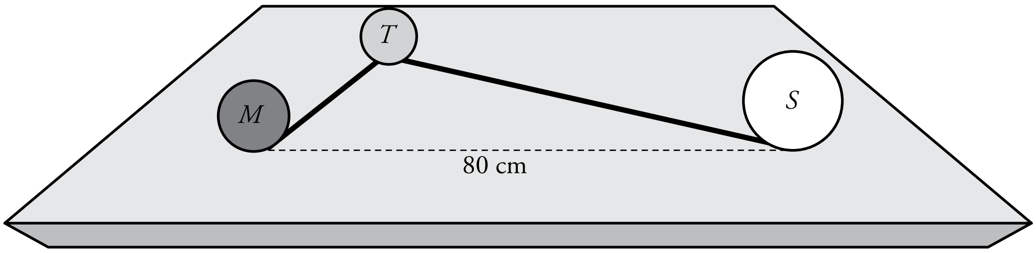
c) La estancia es de base rectangular, de 16 m × 8 m, y tiene 3 m de altura. ¿Cuántos metros cuadrados de pared pintan las tres juntas por cada hora de trabajo? ¿Cuánto tardarán en pintar el suelo de una pista de deportes, rectangular, de 63 m × 24 m?

Nombre y apellidos: ....

2 MAQUETA ASTRONÓMICA

Miguel tiene que construir una maqueta que represente, de forma bastante aproximada, la situación de la Tierra *(T)*, Marte *(M)* y el Sol *(S)* en el momento en que el triángulo *MTS* sea rectángulo con ángulo recto en *T*.

Para ello se ha comprado un tablero rectangular, de 1 m × 50 cm, donde ubicará los tres cuerpos planetarios. Colocará Marte y el Sol a 80 cm de distancia.



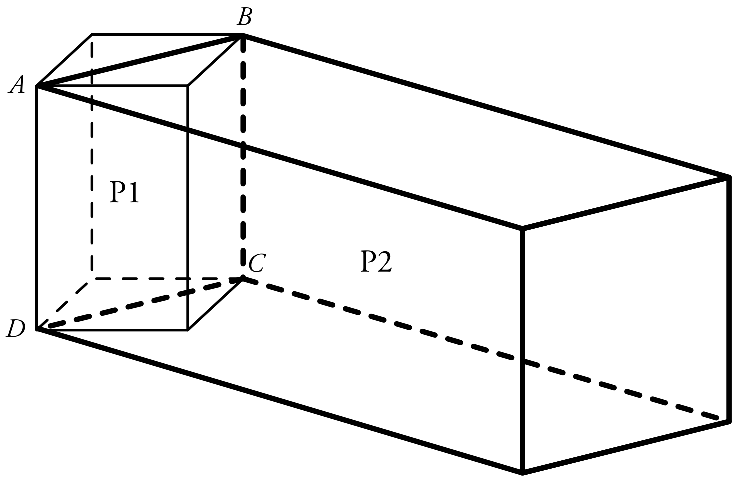
a) Miguel tiene que tomar, como distancia *MS* real, la mínima que puede llegar a tener, unos 200 millones de kilómetros. ¿A qué escala va a realizar su trabajo? Interpreta el resultado.

b) La distancia entre *T* y *S* es, aproximadamente, de 150 millones de kilómetros. ¿Cuál será la distancia, en la maqueta, de *T* a *S*? ¿Y de *T* a *M*?

c) Según esta maqueta, ¿a qué distancia real estará *T* de *M* cuando el triángulo es rectángulo en *T*?

Nombre y apellidos: ....

3 ESTRUCTURAS DE CRISTAL



En el Museo de Arte Contemporáneo de una ciudad se exponen estas dos estructuras de cristal. La del fondo, P1, es un prisma de base rectangular de 1 m de ancho y 2 m de largo, y su altura tiene un metro más que la diagonal de su base. P2 es otro prisma, y la anchura de su base es el triple que la diagonal de la base de P1.

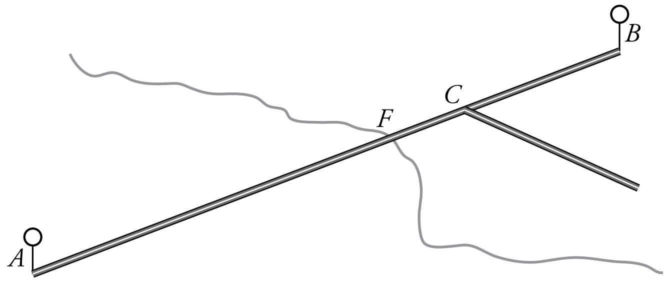
a) ¿Qué dimensiones tiene el paralelogramo, *ABCD,* en que intersecan los dos prismas? ¿Cuál es su área? Calcula las medidas exactas.

b) ¿Cuál es el volumen del prisma P2?

c) Compara los volúmenes de los dos prismas.

Nombre y apellidos: ....

4 ATRACO Y HUIDA



Un grupo de ladrones atraca una oficina bancaria en el pueblo A, y huyen por la autopista hacia el puesto fronterizo F, que está a 120 km de A. El vehículo en el que viajan alcanza una velocidad punta de 160 km/h.

Alertada la policía de A, sus agentes emprenden la persecución 15 minutos después. Yendo a la máxima potencia, sus vehículos pueden circular a 200 km/h.

a) Los ladrones han emprendido la huida a las 9:00 h de la mañana. ¿Cuánto tiempo tardarán en llegar a la frontera? ¿A qué hora ocurrirá?

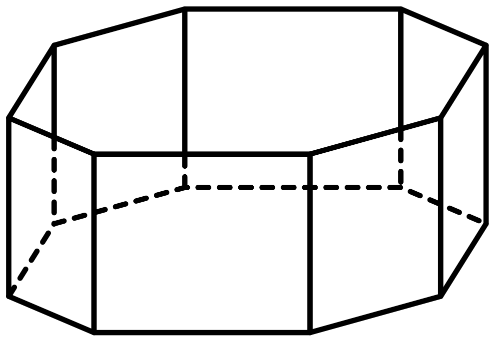
b) Teniendo en cuenta el retraso y la velocidad máxima que pueden alcanzar los policías de A, ¿podrán dar alcance a los ladrones antes de que estos crucen la frontera?

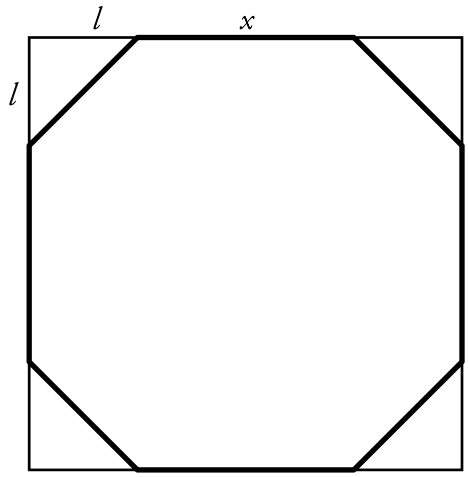
c) Si los ladrones consiguiesen cruzar la frontera, podrían desviarse por una carretera comarcal que sale del punto C, situado a 10 km de la frontera, entre esta y una localidad B. Si así ocurriese, los policías perderían su rastro.

Por si acaso, al iniciar su persecución (9:15 h de la mañana), los agentes de A alertan a sus compañeros del otro lado de la frontera. Desde la localidad B, situada al otro lado de la frontera y a 100 km de esta, se pone en marcha un dispositivo de apoyo. La policía de B pone sus coches a una velocidad punta de 180 km/h. ¿Podrán interceptar a los ladrones antes del desvío en C?

Nombre y apellidos: ....

5 CAJAS DE CARAMELOS





Para envasar caramelos, se fabrican cajas de base octogonal (no necesariamente regular) de lado x, obtenidas a partir de cartones cuadrados de 40 cm de lado a los que se les recortan las esquinas una misma longitud, l, por cada lado.

a) ¿Qué expresión analítica, en función de x, tendrá la superficie del fondo de la caja?

b) Si se quiere que cada caja tenga un volumen de 7 000 cm^3 y una altura de 5 cm, ¿a cuántos centímetros (l) de la esquina habrá que cortar los cartones cuadrados?

c) En las condiciones anteriores, ¿qué superficie de cartón sería necesaria para construir las caras laterales de la caja?

Nombre y apellidos: ....

6 FILOSOFÍA HINDÚ SOBRE EL MATRIMONIO

Un viejo aforismo hindú dice que la edad de una mujer para casarse no debe sobrepasar en 7 años la mitad de la edad del hombre que ha elegido por pareja.

En Bombay reside Rajiv, que es 8 años mayor que su prometida.

a) ¿Antes de qué edad deberá casarse la prometida de Rajiv, según el aforismo?

b) Pandit tendrá el doble de años que su dama cuando se case. Su prometida no se muestra nada preocupada sobre la edad ideal para su matrimonio. ¿Por qué?

c) En una pagoda de Bombay se han casado Benhaib y su prometida Rama.

Un amigo susurra a otro: entre los dos suman 60 años.

Y el amigo le contesta: sí, y si él tuviese 36 años más y ella 12 más, la edad de él duplicaría a la de ella.

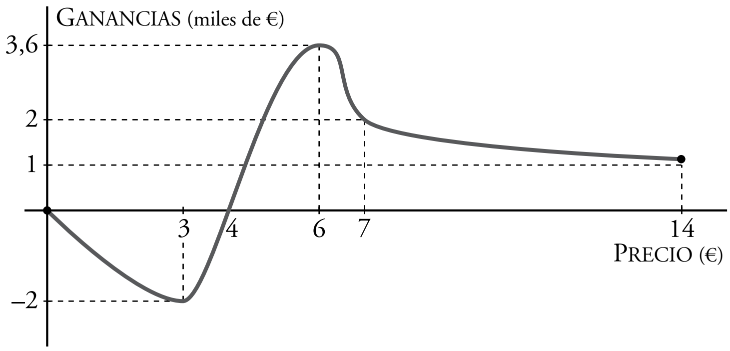
¿A qué edad se ha casado esta pareja? ¿Verifican el viejo aforismo?

Nombre y apellidos: ....

7 RENTABILIDAD DE UN BUEN VINO

Una afamada bodega lanzó al mercado una nueva marca de vino de crianza. Durante los años que estuvo comercializándose, se estudió el nivel de rentabilidad, analizando la relación que había entre las ganancias, G, por las ventas (en miles de euros) y el precio, P, que ponían a cada botella (en euros).

El resultado de este análisis queda reflejado en la siguiente gráfica:



a) ¿A qué precio máximo se comercializó la botella? ¿Ha sido rentable en todo momento? ¿Puedes estimar qué habría ocurrido si no se hubiese interrumpido la producción?

b) ¿Entre qué valores de P descendieron los resultados? ¿Y entre cuáles ascendieron?

¿Para qué valores de P se alcanzaron las mínimas (o las máximas) ganancias? ¿Cuáles fueron estas?

c) ¿Cómo varían las ganancias en los intervalos [3, 4] y [4, 6], según varía el precio de la botella?

¿Y en los intervalos [6, 7] y [7, 14]?

Nombre y apellidos: ....

8 I&M: INVERTIR Y MEJORAR

La firma I&M se hizo cargo de una vieja empresa con el fin de sanearla. Su estrategia es clara: renovar e invertir para mejorar.

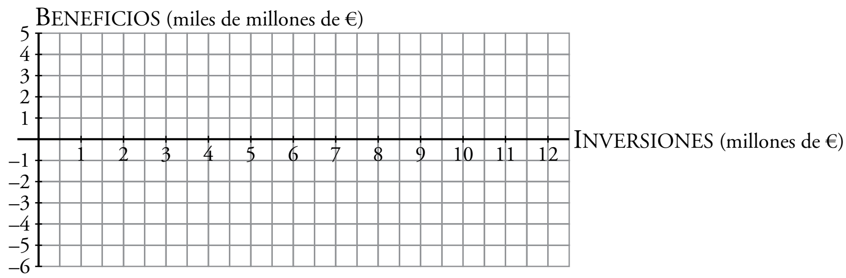
Los beneficios, B, que la empresa obtiene por la fabricación y venta de sus productos están relacionados con la cantidad de dinero, x, invertida en mejorar sus estructuras y adquirir nuevas tecnologías.

Los estudios de su departamento de planificación concluyen que x y B se relacionan según esta expresión analítica:

$$B = \frac{5(x-1)}{x+1}$$

donde B viene dado en miles de millones de euros, y x, en millones de euros.

a) Construye la gráfica que relaciona x y B apoyándote en una tabla de valores (da a x valores enteros, de 0 a 12 millones de euros).

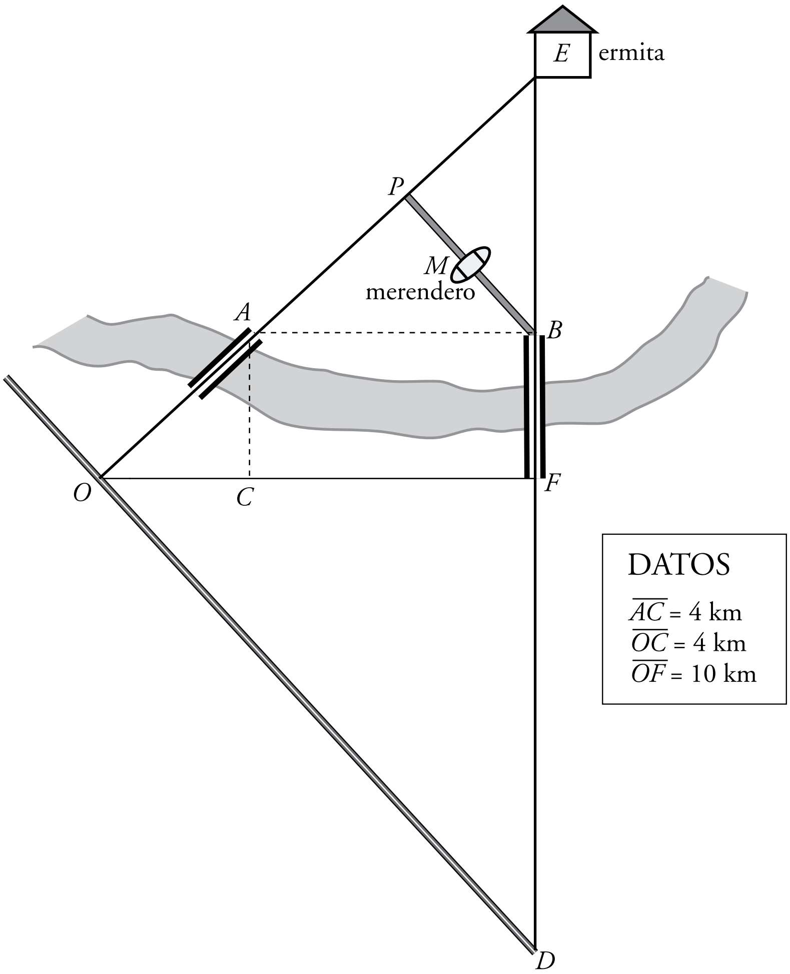


b) ¿Cuál era la situación económica cuando la firma compró la vieja empresa? ¿A partir de qué gasto en inversiones empezó a haber beneficios? Si la firma aumentara las inversiones indefinidamente, ¿aumentarían indefinidamente los beneficios? Justifica la respuesta tomando $x = 50$, $x = 100$, $x = 1000$ y observando qué ocurre.

c) La función es creciente. ¿Crece por igual en todos sus tramos? Para saberlo, halla su tasa variación media en los intervalos [0, 3], [3, 8] y [8, 12]. Analiza los resultados.

Nombre y apellidos: ....

9 ENTORNO NATURAL



Se quieren acondicionar los accesos a una antigua ermita desde los puntos *O* y *D* de la carretera estatal. La ermita está enclavada en el centro de un bello entorno natural atravesado por un río. Para cruzar el río, hay dos antiguos puentes, el puente CHICO y el puente GRANDE. Los topógrafos, a partir de ciertas medidas que ya tienen, deben calcular otras.

a) El camino *OE* es perpendicular a la carretera. ¿Cuál es la distancia de *O* a *A*? ¿A qué distancias aproximadas, $\overline{EA}$ y $\overline{EB}$, está la ermita de cada puente? (Ten en cuenta los datos del gráfico).

b) Tomando como base los triángulos *EOD* y *ABE,* ¿a qué distancia está la ermita del acceso *D*? ¿Cuántos kilómetros hay desde este acceso *D* al punto *F* del puente GRANDE?

c) Se construirá un camino paralelo a *OD,* con entrada por los puntos *P* y *B,* y, exactamente en su punto medio, se habilitará un merendero *M.* ¿A qué distancia desde cada acceso *P* y *B* estará el merendero?

Nombre y apellidos: ....

10 PRUEBA DE ORTOGRAFÍA

El departamento de Lengua de un instituto decide hacer una prueba de ortografía a dos grupos de 4.º de ESO, con 30 alumnos cada uno.

El número de faltas cometidas al hacer una composición escrita queda reflejado en las siguientes tablas:

GRUPO A		GRUPO B	
x_i (n.º de faltas)	f_i (alumnos)	x_i (n.º de faltas)	f_i (alumnos)
0	4	0	3
1	3	1	2
2	4	2	3
3	6	3	8
4	8	4	9
5	2	5	3
6	2	6	1
8	1	7	1

a) Calcula, en cada distribución, la media, la desviación típica y el coeficiente de variación.

b) Una vez corregidos los ejercicios, todas las pruebas se mezclan aleatoriamente y se guardan en un paquete.

Un día, un profesor extrae una de esas pruebas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que presente al menos tres faltas? ¿Y de que tenga alguna?

c) Otro día, el mismo profesor extrae del paquete dos pruebas. ¿Cuál es la probabilidad de que ambas tengan menos de dos faltas?

Pautas de corrección

1 TECNOLOGÍA PARA PINTAR

Competencia	Utilizar distintos tipos de números y sus operaciones básicas. Interpretar información. Resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Utiliza números racionales y sus operaciones para resolver problemas y obtener información.
Contenido	Números racionales y sus operaciones. Resolución de problemas con fracciones y decimales.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) Cada máquina, en una hora, pinta:

$A \rightarrow \frac{1}{8}$ de la estancia.

$B \rightarrow \frac{1}{4}$ de la estancia.

$C \rightarrow \frac{1}{2}$ de la estancia.

Las tres juntas, en una hora, pintarán:

$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$ de la estancia.

b) La estancia completa $\left(\frac{8}{8}\right)$ será pintada en $\frac{8}{8} : \frac{7}{8} \approx 1$ h 9 minutos.

c) La superficie lateral de la estancia es:

$$2 \cdot 16 \cdot 3 + 2 \cdot 8 \cdot 3 = 144 \text{ m}^2$$

En una hora de trabajo, las tres máquinas pintan $\frac{7}{8} \cdot 144 = 126$ m^2.

La superficie de la pista es de 1 512 m^2.

Tardarán en pintarla:

$$1\,512 : 126 = 12 \text{ horas}$$

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b) o a) y c).

1. Resuelve correctamente el apartado a).

0. En cualquier otro caso.

2 MAQUETA ASTRONÓMICA

Competencia	Utilizar los números y sus operaciones. Utilizar el razonamiento matemático para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Utiliza números decimales, su expresión en notación científica y sus operaciones, para resolver problemas. Maneja escalas.
Contenido	Números decimales. Notación científica. Escalas. Teorema de Pitágoras.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $\frac{80}{2 \cdot 10^8 \cdot 10^5} = \frac{1}{x} \rightarrow x = 2{,}5 \cdot 10^{11}$ cm

La escala es $1 : 2{,}5 \cdot 10^{11}$. Significa que 1 cm de la maqueta equivale a $2{,}5 \cdot 10^6$ km reales.

b) $\frac{2{,}5 \cdot 10^6}{1} = \frac{1{,}5 \cdot 10^8}{\overline{TS}} \rightarrow \overline{TS} = 60$ cm

$\overline{TM} = \sqrt{80^2 - 60^2} = 52{,}9$ cm

c) Estará a $52{,}9 \cdot 2{,}5 \cdot 10^6$ km $= 1{,}32 \cdot 10^8$, es decir, a unos a 132 millones de kilómetros.

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b).

1. Resuelve correctamente el apartado a).

0. En cualquier otro caso.

3 ESTRUCTURAS DE CRISTAL

Competencia	Utilizar y relacionar distintos tipos de números para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Utilización de números irracionales para resolver problemas. Obtiene medidas indirectas y relaciona magnitudes.
Contenido	Números irracionales. Teorema de Pitágoras. Áreas y volúmenes.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) La diagonal de la base de P1 es:

$d = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

ABCD tiene, por tanto, $\sqrt{5}$ m de ancho y $1 + \sqrt{5}$ m de alto.

Su área será: $\sqrt{5} \cdot (1 + \sqrt{5}) = 5 + \sqrt{5}$ m^2

b) La base de P2 tiene $\sqrt{5}$ m de ancho y $3\sqrt{5}$ m de largo. Su altura es $1 + \sqrt{5}$ m.

$V_{P2} = \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} \cdot (1 + \sqrt{5}) = 15 + 15\sqrt{5}$ m^3

c) $V_{P1} = 2(1 + \sqrt{5})$ m^3

$$\frac{V_{P2}}{V_{P1}} = \frac{15(1 + \sqrt{5})}{2(1 + \sqrt{5})} = 7{,}5$$

El volumen de P2 es 7,5 veces el de P1.

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b).

1. Resuelve correctamente el apartado a).

0. En cualquier otro caso.

4 ATRACO Y HUIDA

Competencia	Utilizar los números y sus operaciones. Resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Usa distintos tipos de números y sus operaciones para resolver problemas.
Contenido	Problemas aritméticos. Móviles.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $v = \dfrac{e}{t} \rightarrow t = \dfrac{e}{v} = 120 : 160 = 0{,}75$ h $=$

$= 45$ min

Llegarán al punto F a las 9 h 45 min.

b) Los agentes de A, a 200 km/h, tardarían en llegar a F:

$t = \dfrac{e}{v} = 120 : 200 = 0{,}6$ h $= 36$ min

Como han salido 15 minutos más tarde que los ladrones (36 + 15 = 51), llegarían a la frontera a las 9:51 h.

La policía no podrá alcanzar a los ladrones.

c) Cuando la policía de B es avisada (9:15 h), los ladrones llevan huyendo 15 min = 0,25 h.

En ese tiempo han recorrido $160 \cdot 0{,}25 =$ $= 40$ km de la carretera AF.

Su distancia al punto C es $120 + 10 - 40 =$ $= 90$ km, la misma que hay de B a C.

Los policías de B interceptarán a los ladrones, pues tienen que cubrir la misma distancia que ellos y la velocidad de sus vehículos es mayor.

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b) o a) y c).

1. Resuelve correctamente el apartado a).

0. En cualquier otro caso.

5 CAJAS DE CARAMELOS

Competencia	Utilizar formas de razonamiento matemático para interpretar información y resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Resuelve problemas cotidianos utilizando el álgebra. Utiliza fórmulas adecuadas para obtener medidas en situaciones reales.
Contenido	Problemas algebraicos. Ecuaciones de segundo grado. Áreas y volúmenes.

Niveles de puntuación:

3. Las soluciones correctas son:

a) La superficie de los triángulos de las esquinas es $l^2/2$.

$$l = \frac{40 - x}{2} = 20 - \frac{x}{2}$$

$$S_{\text{BASE CAJA}} = 40^2 - 4 \cdot \frac{l^2}{2} =$$

$$= 1\,600 - 2\left(20 - \frac{x}{2}\right)^2 =$$

$$= 800 + 40x - \frac{x^2}{2}$$

b) $V = A_{\text{BASE}} \cdot \text{altura} \rightarrow 7\,000 =$

$$= \left(800 + 40x - \frac{x^2}{2}\right) \cdot 5 \rightarrow x = 20 \text{ cm}$$

Por tanto, el corte habría que hacerlo a una distancia de la esquina $l = 10$ cm.

c) La caja tendrá cuatro caras rectangulares de dimensiones 20 cm y 5 cm, y otras cuatro caras de dimensiones $\sqrt{l^2 + l^2} =$ $= 10\sqrt{2} \approx 14{,}14$ cm y 5 cm.

La superficie de cartón necesaria es:

$S = 4 \cdot 20 \cdot 5 + 4 \cdot 14{,}14 \cdot 5 \approx 683$ cm^2

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b).

1. Resuelve correctamente el apartado a).

0. En cualquier otro caso.

Pautas de corrección

6 FILOSOFÍA HINDÚ SOBRE EL MATRIMONIO

Competencia	Utilizar el razonamiento matemático para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Resuelve problemas cotidianos utilizando planteamientos algebraicos.
Contenido	Problemas algebraicos. Sistemas de ecuaciones. Inecuaciones.

Niveles de puntuación:

3. La solución correcta es:

a) Sea x la edad a la que se casará Rajiv. Su prometida tendrá $x - 8$ años. Según el aforismo:

$$x - 8 \leq \frac{x}{2} + 7 \rightarrow \frac{x}{2} \leq 15 \rightarrow x \leq 30$$

Rajiv deberá casarse antes de los 30 años, y su prometida, antes de los 22 años.

b) Si x es la edad a la que se casará Pandit, su prometida tendrá $x/2$ años y se deberá verificar:

$$\frac{x}{2} \leq \frac{x}{2} + 7 \rightarrow 0x \leq 7$$

Esta inecuación se verifica para todo valor de x. Es decir, Pandit puede casarse a esa edad, porque la edad de su prometida verificará el aforismo.

c) Si x e y son las edades de Rama y Benhaib, respectivamente:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 60 \\ y + 36 = 2(x + 12) \end{array}\right\} x = 24, \ \ y = 36$$

Ambas edades verifican el aforismo, pues $24 \leq 36 : 2 + 7$.

2. Resuelve correctamente dos de los tres apartados.

1. Resuelve correctamente un único apartado.

0. En cualquier otro caso.

7 RENTABILIDAD DE UN BUEN VINO

Competencia	Interpretar información numérica, gráfica... sobre fenómenos cotidianos. Interpretar los datos que reporta.
Elemento de competencia	Analiza gráficas asociadas a situaciones reales para obtener información.
Contenido	Relaciones funcionales. Tasa de variación media.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) La botella se comercializó hasta un precio máximo de 14 euros. Ha sido rentable salvo cuando la botella valió menos de 4 euros. Las ganancias se estabilizaron en torno a los 1 000 millones de euros, que hubiera sido la ganancia estimada si la producción hubiera continuado, aun aumentando el precio de la botella.

b) Hubo descensos con valores de P en los intervalos (0, 3) y (6, 14). Subieron en el intervalo (3, 6).

El valor mínimo de G es –2 000 €, alcanzado cuando la botella valía 3 €. El valor máximo de G es 3 600 euros, alcanzado cuando $P = 6$ €.

c) $\text{T.V.M.}[3, 4] = \frac{0 - (-2)}{1} = 2$. Las ganancias crecen 2 000 euros por cada euro que aumenta el precio de la botella.

$\text{T.V.M.}[4, 6] = \frac{3{,}6}{2} = 1{,}8$. El crecimiento de las ganancias es menor en este intervalo, 1 800 euros por cada euro que aumenta la botella.

$\text{T.V.M.}[6, 7] = \frac{2 - 3{,}6}{1} = -1{,}6$. Las ganancias disminuyen 1 600 euros por cada euro que aumenta la botella.

$\text{T.V.M.}[7, 14] = \frac{1 - 2}{7} \approx -0{,}143$. Las ganancias decrecen unos 143 euros por cada euro que aumenta el precio de la botella, menos que en el caso anterior.

2. Resuelve correctamente dos apartados, contestando con la precisión adecuada.

1. Resuelve correctamente un apartado, contestando con la precisión adecuada.

0. En cualquier otro caso.

Pautas de corrección

8 I&M: INVERTIR Y MEJORAR

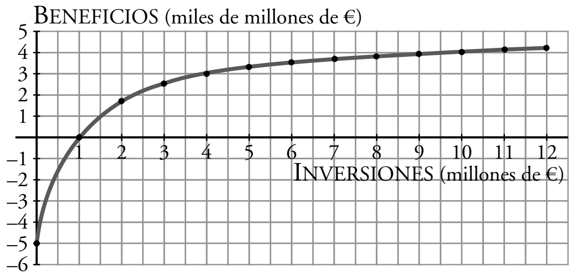
Competencia	Expresar información sobre fenómenos cotidianos mediante distintos lenguajes (numérico, gráfico…) e interpretar los datos que reporta.
Elemento de competencia	Analiza tablas y gráficas. Identifica relaciones entre dos variables.
Contenido	Relaciones funcionales. Expresión analítica. Tasa de variación media.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	–5	0	1,67	2,5	3	3,33	3,57	3,75	3,89	4	4,09	4,17	4,23



b) Cuando la firma adquirió la empresa, esta tenía unas pérdidas de 5 000 millones de euros.

A partir de 1 millón de euros de inversión, empezó a haber beneficios.

$x = 50 \rightarrow B = 4{,}80$

$x = 100 \rightarrow B = 4{,}90$

$x = 1\,000 \rightarrow B = 4{,}99$

Si la inversión aumentara indefinidamente, los beneficios no lo harían, ya que la función tiende a estabilizarse en 5 000 millones de euros.

c) La función no crece por igual en todos los tramos. La tasa de variación media nos da una medida de su variación en cada tramo:

T.V.M. $[0, 3] = \dfrac{2{,}5 + 5}{3 - 0} = 2{,}5$. Los beneficios aumentan 2,5 mil millones de euros por cada millón de euros invertido.

T.V.M. $[3, 8] = \dfrac{3{,}89 - 2{,}5}{8 - 3} = 0{,}278$

T.V.M. $[8, 12] = \dfrac{4{,}23 - 3{,}89}{12 - 8} = 0{,}085$

Cuanto mayor es la inversión, el crecimiento de los beneficios por cada mil euros invertidos va disminuyendo.

2. Responde correctamente a los apartados a) y b) o a) y c).

1. Responde correctamente a un solo apartado.

0. En cualquier otro caso.

9 ENTORNO NATURAL

Competencia	Interpretar información. Conocer y manejar elementos matemáticos básicos para resolver problemas.
Elemento de competencia	Utiliza técnicas apropiadas para obtener medidas indirectas.
Contenido	Distancia entre puntos. Semejanza de triángulos. Teorema de Pitágoras.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $\overline{OA} = \sqrt{4^2 + 4^2} \approx 5{,}7$ km

Para calcular $\overline{EA}$ y $\overline{EB}$, tenemos en cuenta que los triángulos *OAC* y *AEB* son semejantes:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{AB}} \rightarrow \frac{4}{4} = \frac{\overline{EB}}{6} \rightarrow \overline{EB} = 6 \text{ km}$$

$\overline{EA} = \sqrt{6^2 + 6^2} \approx 8{,}5$ km

b) Para calcular $\overline{OD}$, tenemos en cuenta que los triángulos *EOD* y *ABE* son semejantes.

$$\frac{\overline{OD}}{\overline{OE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{EB}} \rightarrow \frac{\overline{OD}}{\overline{OA} + \overline{AE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{EB}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\overline{OD}}{5{,}7 + 8{,}5} = \frac{6}{6} \rightarrow \overline{OD} \approx 14{,}2 \text{ km}$$

Para calcular $\overline{DF}$, aplicamos el teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo *OFD*.

$\overline{DF} = \sqrt{14{,}2^2 - 10^2} = 10{,}1$ km

c) Para calcular $\overline{PB}$, observamos que los triángulos *EPB* y *EOD* son semejantes.

$$\frac{\overline{ED}}{\overline{EB}} = \frac{\overline{OD}}{\overline{PB}} \rightarrow \frac{20{,}1}{6} = \frac{14{,}2}{\overline{PB}} \rightarrow$$

$\rightarrow \overline{PB} \approx 4{,}24$ km

El merendero estará a 2,12 km de cada acceso.

Pautas de corrección

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b) o a) y c).

1. Resuelve correctamente solo el apartado a).

0. En cualquier otro caso.

10 PRUEBA DE ORTOGRAFÍA

Competencia	Manejar técnicas matemáticas básicas para interpretar la realidad. Poner en práctica procesos de razonamiento que lleven a la resolución de problemas.
Elemento de competencia	Interpreta tablas y datos estadísticos. Calcula parámetros estadísticos. Aplica conceptos y técnicas de cálculo de probabilidades para resolver problemas.
Contenido	Tablas y parámetros estadísticos. Experiencias aleatorias. Cálculo de probabilidades.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $x_A = 3{,}03 \qquad \bar{x}_B = 3{,}2$

$\sigma_A = 1{,}92 \qquad \sigma_B = 1{,}66$

$C.V._A = \dfrac{\sigma_A}{\bar{x}_A} = 0{,}63 \qquad C.V._B = \dfrac{\sigma_B}{\bar{x}_B} = 0{,}52$

b) P[al menos 3 faltas] = P[3 faltas o más] =

$= 1 - P[\text{menos de 3 faltas}] = 1 - \dfrac{19}{60} =$
$= 0{,}68$

P[alguna falta] = 1 – P[ninguna falta] =

$= 1 - \dfrac{7}{60} = 0{,}88$

c) Al sacar una y luego otra, en la segunda extracción ya no hay 60 pruebas, sino 59. Entonces, se tiene:

P[menos de 2 faltas en la 1.ª y menos de 2 faltas en la 2.ª] =

$= \dfrac{12}{60} \cdot \dfrac{11}{59} = 0{,}037$

2. Resuelve correctamente dos de los tres apartados.

1. Resuelve correctamente un único apartado.

0. En cualquier otro caso.

Tareas competenciales para preparar las pruebas de diagnóstico

Nombre y apellidos: ....

Curso: .... **Fecha:** ....

1 CIUDAD EMPRESARIAL

Una firma industrial decide comprar un terreno de 240 hectáreas para edificar en ella una fábrica y una urbanización para sus trabajadores.

Se decide que 1/6 del terreno sea ocupado por las oficinas y la planta industrial, 2/5 de lo que queda se destinará a zonas verdes y lugar de ocio, mientras que el resto será destinado a las viviendas de los empleados.

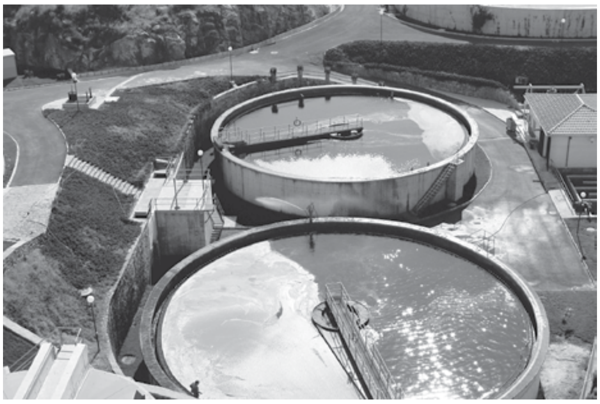
a) ¿Qué fracción del terreno se dedicará a las viviendas de los empleados? ¿Cuántas hectáreas son?

b) Del terreno dedicado a viviendas, un 30% será para chalets, y el resto, para bloques de pisos. De la parte de chalets, un 20% serán para unifamiliares, un 30% para pareados y un 50% para adosados. ¿Cuántas hectáreas ocupará el terreno dedicado a cada tipo de chalet? ¿Y a bloques de viviendas?

c) La empresa favorece la contratación de empleados jóvenes con acceso a un empleo por primera vez. Por eso, de los 900 empleados que vivirán en la ciudad con sus familias, un $46,7\widehat{5}\%$ serán jóvenes en su primer empleo. ¿Cuántos serán estos jóvenes?

Nombre y apellidos: ....

2 CONTAMINACIÓN DE LAS AGUAS



Un brote de enfermedades gastrointestinales aparece un día de verano en una pequeña localidad. El análisis del agua del depósito con el que se abastece la población prueba que son unas bacterias las causantes de la enfermedad, y que hay unas 85 000 bacterias por cm^3. Los médicos y biólogos enviados por las autoridades sanitarias tienen que elaborar un informe detallando sus acciones y sus conclusiones. Los datos numéricos los expresarán en notación científica, con tres cifras significativas.

a) El depósito es un cilindro de 20 m de radio y 15 m de altura y está lleno. ¿Cuántas bacterias estiman que hay en el depósito?

b) Un análisis al microscopio muestra que las bacterias tienen estructura esférica, con un radio de 6 millonésimas de milímetro. Ante la velocidad de su reproducción, urge actuar: los investigadores deciden inyectar en el agua una población de antibacterias. El radio de cada una de estas es de 15 nanomilímetros (15 diezmillonésimas de milímetro).

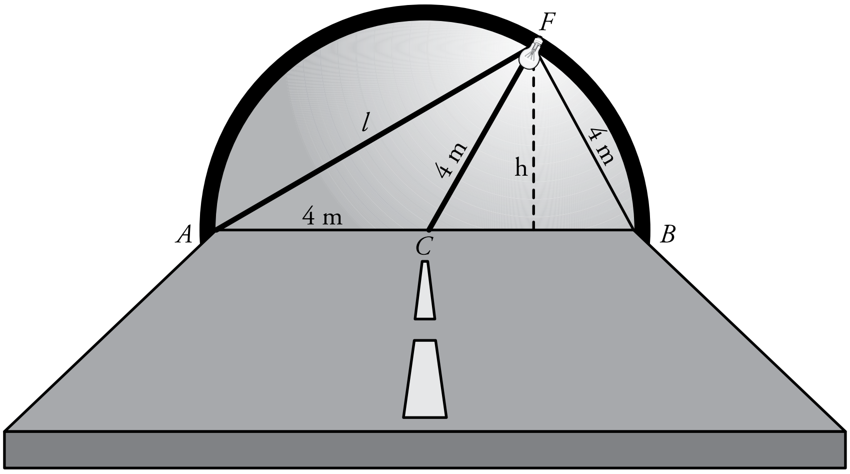
¿Cuántas veces es mayor una bacteria que una antibacteria?

c) Las pruebas en el laboratorio muestran que las bacterias son destruidas cuando son atacadas por una población de antibacterias en la proporción 1 000 a 1. Según esto, ¿qué número de antibacterias debe inyectarse en el agua del depósito?

Nombre y apellidos: ....

3 ILUMINACIÓN

En un túnel de carretera, de forma semicircular y de 8 metros de diámetro, los focos de iluminación se sitúan en el techo, formando dos hileras. Su ubicación es tal que cada foco dista lo mismo al centro de la vías de circulación, *C*, que al extremo de la vía más próximo al foco, *B* (véase la figura). De esta manera, cada hilera de focos ilumina todo el carril contrario.



a) ¿Cuál es el valor exacto de la distancia, *l*, de cada foco al otro extremo de la vía de circulación, *A*? ¿Y cuál es el valor exacto del perímetro que abarca la sección triangular producida por el foco en su iluminación, *AFC*?

b) ¿A qué altura exacta está cada foco del suelo? ¿Cuál es la superficie exacta de la sección triangular producida por el foco en su iluminación, *AFC*?

c) Encuentra la relación exacta entre la superficie de la sección del túnel y la sección de iluminación de cada foco. Compara la mayor con la menor, aproximando a las centésimas.

Nombre y apellidos: ....

4 DESCARGA EN LOS MUELLES

Para descargar las bodegas de un gran barco mercante, las autoridades necesitan contratar los servicios de una empresa de estibadores.

La empresa A cuenta con cinco "toros", que, con sus cinco operadores, podrían descargar a un ritmo de 10 000 toneladas cada 10 días. Pero no es suficiente, porque las 50 000 toneladas que lleva el buque deben ser descargadas en 5 días.

a) ¿Cuántos trabajadores y "toros" más necesita la empresa para cumplir con el trabajo?

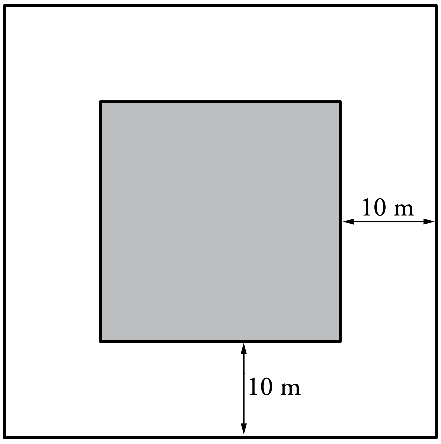
b) Definitivamente, la empresa A no puede asumir, ella sola, el trabajo. Se contrata a otra empresa, B, que, con sus 15 trabajadores en sus máquinas, es capaz de descargar 4 000 toneladas por día. Con estas condiciones, ¿cuántos trabajadores más tendrá que contratar la empresa A para cumplir con el trabajo en 5 días?

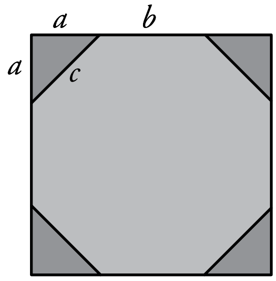
c) El pago por el trabajo asciende a un total de $5 \cdot 10^5$ €, y el acuerdo al que llegan las empresas es que el reparto debe ser proporcional al número de toneladas descargadas. ¿Cuánto cobrará cada empresa?

Nombre y apellidos: ....

5 REFORMAS EN LA PLAZA

Una plaza cuadrada de cierta localidad se ha ampliado añadiendo 20 m a cada uno de sus lados, tal como ves en el gráfico. El resultado ha sido que la superficie de la plaza se ha visto ampliada en 4 080 m^2.





a) ¿Cuáles eran las dimensiones iniciales de la plaza?

b) La zona que ocupaba la antigua plaza se va a parcelar de la siguiente manera: en cada una de las esquinas se cogerá un triángulo rectángulo isósceles, los cuatro iguales, que se destinarán a zona de jardín. El resto, con forma de octógono irregular, será una zona de recreo, y tendrá una superficie de 8 264 m^2. ¿Qué perímetro tendrá esta zona octogonal?

c) Las esquinas triangulares se vallarán con una cerca metálica de 80 cm de altura, cuyo coste es de 30 €/m^2. ¿Cuántos metros cuadrados de cerca se necesitarán y cuál será el coste de vallado?

Nombre y apellidos: ....

6 EXCURSIONES TURÍSTICAS

Una empresa de autobuses es contratada para llevar a tres grupos de turistas a sendas excursiones.

Dispone de un autobús, grande y cómodo, ideal para largos viajes, y ha estimado que, para obtener algún beneficio, debe cobrar 1 200 euros por cada viaje.

En la primera excursión, el autobús fue lleno. En la segunda, hubo 10 plazas vacantes, por lo que se cobró a cada turista 4 euros más. En la tercera, quedaron 20 plazas vacías, y cada viajero tuvo que pagar 10 euros más.

a) ¿Cuál fue el precio de cada plaza en el primer viaje y cuántos turistas fueron?

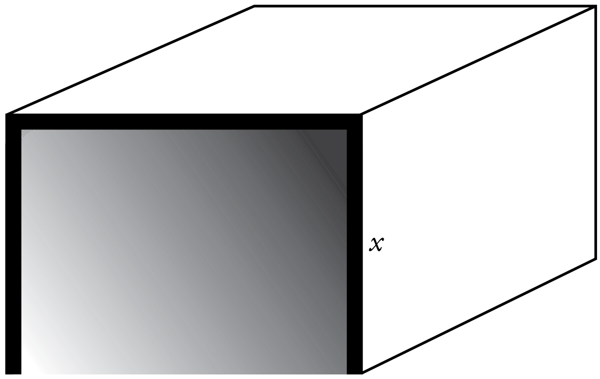
b) ¿Cuántos turistas fueron y cuánto pagó cada uno en el segundo y en el tercer viaje?

c) Al acabar cada viaje, el conductor del autobús tiene que limpiar el vehículo, empleando en ese trabajo 30 minutos. A veces le ayuda un amigo, que tiene menos práctica que él, y tardan 20 minutos entre los dos. Un día, el conductor no se encontraba bien, y su amigo, amablemente, le hizo el trabajo. ¿Cuánto tardó?

Nombre y apellidos: ....

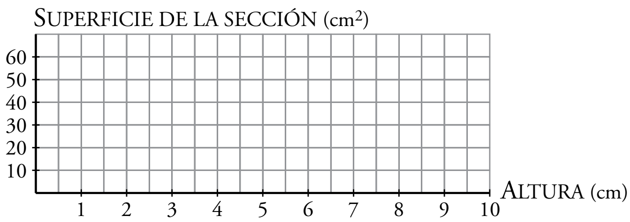
7 EL TÚNEL

Con una chapa de 20 cm de ancho, Roberto quiere hacer la estructura de un túnel para una maqueta de trenes. Doblándola convenientemente (mira la figura), obtiene una sección de túnel rectangular, con una altura de x cm.



a) ¿Qué superficie S tendrá la sección si dobla la chapa de forma que el túnel tenga 3 cm de altura?

b) Encuentra la expresión analítica que relaciona la superficie de la sección del túnel, S, con su altura, x. Construye su gráfica.



c) ¿Cuál es el valor de x que hace que la superficie de la sección del túnel sea máxima? ¿Cuál es esa superficie máxima?

Nombre y apellidos: ....

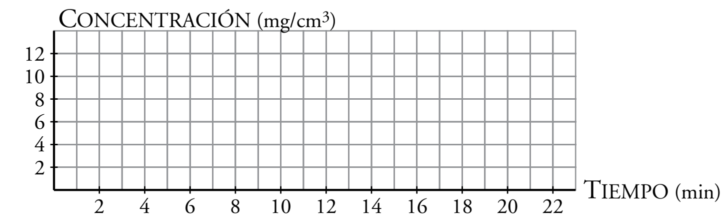
8 ¡CUIDADO CON EL TIGRE!

En un parque zoológico se tiene que realizar una pequeña operación quirúrgica a un peligroso tigre de Bengala. Se le administra un anestésico, con una concentración inicial en sangre de 10 mg/cm^3. La concentración del producto en la sangre disminuye con el tiempo según la relación

$$C = 10 \cdot 0{,}9^t$$

donde C viene dado en mg/cm^3, y t, en minutos.

a) El ayudante de quirófano se encargará de vigilar la concentración en sangre del anestésico y, para ello, ha de confeccionar una tabla en la que relacione t con C, y la gráfica correspondiente. Hazlo tú tomando $t = 0, 2, 4, 6, \ldots, 22$.



b) La función, ¿crece o decrece? ¿Dónde?

¿Cómo varía la concentración C, por minuto, en los intervalos [0, 10] y [10, 22]? Compara e interpreta ambos resultados.

c) Por las condiciones físicas del tigre, es conveniente que la operación no comience hasta que la concentración del anestésico no se reduzca en algo más de un 25% de la cantidad inicial inyectada. ¿Cuándo podrá empezar la intervención?

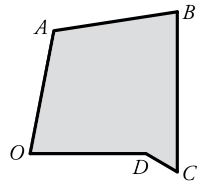
d) El anestesista estima que el tigre empezará a despertarse cuando la concentración sea inferior a un 12% de la cantidad inicial inyectada. ¿Cuál es el tiempo aproximado del que dispone el veterinario para hacer la intervención?

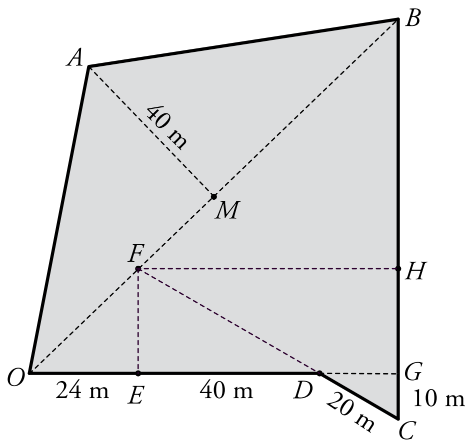
Nombre y apellidos: ....

9 MATEMÁTICAS EN UNA FINCA

Marta y Javier han elaborado un trabajo para clase. Han hecho una copia exacta del plano de la finca de los abuelos de Marta.

Después, sobre el terreno, han tomado algunas medidas, ayudándose de líneas auxiliares, y han anotado todos los datos minuciosamente:





O, E y *G* están en línea recta.
C, D y *F* están en línea recta.
EF es paralelo a *CB*.
FH es paralelo a *EG*.
OG es perpendicular a *CB*.
M es el punto medio de *OB*.
$\overline{AB} = \overline{OA}$
$\overline{OE} = 24$ m
$\overline{ED} = 40$ m
$\overline{DC} = 20$ m
$\overline{CG} = 10$ m
$\overline{AM} = 40$ m

Y ahora llega el trabajo de mesa: eligen algunos de los datos que tienen y calculan otros.

a) *O, E* y *G* están en línea recta. También lo están *C, D* y *F*. ¿Cuánto mide *DG*? ¿Y *EF*?

b) *FH* es paralelo a *EG.* ¿Cuánto mide *CB*? ¿Y *FB*?

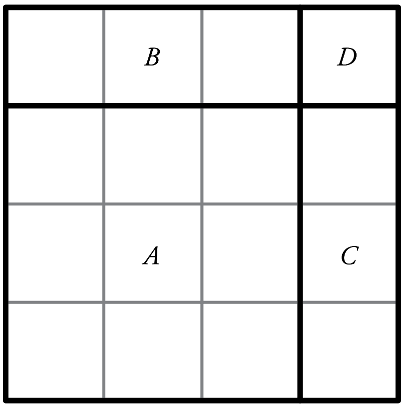
c) *M* es el punto medio de *OB*. $\overline{AB} = \overline{OA}$. $\overline{AM} = 40$ m. ¿Cuánto mide *AB*? ¿Y *OA*?

d) ¿Cuál es el perímetro de la finca? ¿Cuánto mide su superficie?

Nombre y apellidos: ....

10 ¡TIRO AL CUADRO!

En una de las casetas de un recinto ferial, se invita a los visitantes a tirar dos dardos, desde una distancia lo suficientemente cercana como para que, con los ojos vendados, el dardo se clave sobre un gran tablero cuadrado de 4 m × 4 m y 4 × 4 casillas ¡Es imposible que el dardo caiga fuera, y es igual de probable que el dardo caiga en cualquiera de las casillas!, asegura el feriante. El cuadrado, además, está dividido en cuatro regiones, *A, B, C* y *D,* de medidas 3 × 3, 3 × 1, 1 × 3 y 1 × 1, respectivamente (mira la figura).



Participar cuesta 2 € (1 euro por dardo). Si un dardo cae en A, no se obtiene premio. Si cae en C, el premio es 1 €. Si cae en B, el premio son 3 euros, y si cae en D, el premio son 4 €.

a) Hasta ahora, 160 dardos se han clavado en el tablero. Estima cuántos de ellos han caído en cada región.

b) Un concursante va a tirar dos dardos. ¿Cuántos resultados posibles puede obtener con cada uno? ¿Cuáles son las posibles parejas de resultados? ¿Qué cantidades puede recibir el concursante después de pagar y tirar? Forma una tabla.

c) Para tirar dos dardos hay que pagar 2 €. ¿Cuál es la probabilidad de perderlos? ¿Y la de perder solo uno? ¿Cuál es la probabilidad de ni perder ni ganar nada? ¿Y la de ganar 1 €? ¿Y la de ganar 2 €? ¿Y la de ganar más de 2 €? Expresa tus resultados con porcentajes.

Pautas de corrección

1 CIUDAD EMPRESARIAL

Competencia	Utilizar distintos tipos de números y sus operaciones. Resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Utiliza números racionales y sus operaciones para resolver problemas y obtener información. Calcula porcentajes.
Contenido	Números racionales. Resolución de problemas con fracciones, decimales y porcentajes.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) Fábrica $\to$ 1/6. Queda 5/6.

Zonas verdes y ocio $\to \dfrac{2}{5}$ de $\dfrac{5}{6} = \dfrac{1}{3}$. Queda 1/2.

Viviendas $\to$ 1/2 $\to$ 1/2 de 240 ha = = 120 ha

b) Chalets $\to$ 30% de 120 = $\dfrac{30}{100} \cdot 120$ = = 36 ha

Unifamiliares: 20% de 36 = 7,2 ha

Pareados: 30% de 36 = 10,8 ha

Adosados: 50% de 36 = 18 ha

Bloques de pisos $\to$ 84 ha

c) $46,7\overset{\frown}{5}$ % de 900 =

$$= \frac{4\,675 - 467}{90} \cdot \frac{1}{100} \cdot 900 = 420,8$$

Es decir, unos 421 empleados son jóvenes en su primer empleo.

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b) o a) y c).

1. Resuelve correctamente el apartado a) o el c).

0. En cualquier otro caso.

2 CONTAMINACIÓN DE LAS AGUAS

Competencia	Utilizar distintos tipos de números y sus operaciones básicas. Razonar. Resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Expresa números en notación científica y opera con ellos. Obtiene medidas indirectas.
Contenido	Notación científica. Unidades de volumen. Volúmenes.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $V_{\text{DEPÓSITO}} = \pi r^2 h = \pi \cdot 20^2 \cdot 15 \approx$
$\approx 18\,840\ \text{m}^3 = 1,88 \cdot 10^4\ \text{m}^3 =$
$= 1,88 \cdot 10^{10}\ \text{cm}^3$

Número de bacterias que hay en el depósito:

$1,88 \cdot 10^{10} \cdot 85\,000 = 1,60 \cdot 10^{15}$
(1,6 mil billones)

b) Comparamos los volúmenes de una bacteria y de una antibacteria:

$$\frac{V_{\text{BACTERIA}}}{V_{\text{ANTIBACTERIA}}} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (6 \cdot 10^{-6})^3}{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (15 \cdot 10^{-7})^3} = 64$$

El volumen de una bacteria es 64 veces el de una antibacteria.

c) Deberán inyectarse $1,60 \cdot 10^{18}$ antibacterias.

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b) o a) y c).

1. Resuelve correctamente el apartado a) o el b).

0. En cualquier otro caso.

3 ILUMINACIÓN

Competencia	Utilizar distintos tipos de números y sus operaciones. Razonar. Resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Utiliza números irracionales y opera con ellos. Obtiene medidas indirectas.
Contenido	Números irracionales: operaciones. Teorema de Pitágoras. Áreas.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) El triángulo *FAB* es rectángulo. Por tanto:

$l = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$ m

El perímetro de la sección triangular es $8 + 4\sqrt{3}$ m.

b) La altura, h, es la del triángulo equilátero *FCB,* de 4 m de lado.

$h = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ m

Pautas de corrección

La superficie buscada es:

$$S_{AFC} = S_{FAB} - S_{FCB} = \frac{8 \cdot 2\sqrt{3}}{2} - \frac{4 \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\ \text{m}^2$$

c) Comparamos ambas superficies:

$$\frac{\frac{\pi \cdot 4^2}{2}}{4\sqrt{3}} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{3} \approx 3{,}63$$

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b).

1. Resuelve correctamente el apartado a).

0. En cualquier otro caso.

4 DESCARGA EN LOS MUELLES

Competencia	Utilizar distintos tipos de números y sus operaciones básicas. Interpretar información. Resolver problemas cotidianos y del mundo laboral.
Elemento de competencia	Maneja los números y sus operaciones. Elige la forma de cálculo apropiada para resolver problemas. Relaciona magnitudes.
Contenido	Problemas aritméticos. Proporcionalidad compuesta. Repartos proporcionales.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) Es un problema de proporcionalidad compuesta:

P.I.

P.D.

Días	Toneladas	Trabajadores
10	10 000	5
5	50 000	x

$$\frac{5}{10} \cdot \frac{10\,000}{50\,000} = \frac{5}{x} \rightarrow x = 50$$

La empresa necesitaría 45 trabajadores y toros más.

b) La empresa B es capaz de descargar 20 000 toneladas en los 5 días. A debe descargar las 30 000 restantes. Resolviendo como en el apartado anterior, tenemos:

$$\frac{5}{10} \cdot \frac{10\,000}{30\,000} = \frac{5}{x} \rightarrow x = 30$$

La empresa A debe contratar a 25 trabajadores más.

c) El pago, por cada tonelada descargada, es:

$5 \cdot 10^5 : 5 \cdot 10^4 = 10$ €

Así, a la empresa A le corresponden $3 \cdot 10^5$ €, y a la empresa B, $2 \cdot 10^5$ €.

2. Resuelve correctamente dos de los apartados.

1. Resuelve correctamente uno de los apartados.

0. En cualquier otro caso.

5 REFORMAS EN LA PLAZA

Competencia	Utilizar formas de razonamiento matemático para producir e interpretar información y para resolver problemas cotidianos.
Elemento de competencia	Resuelve problemas cotidianos utilizando el álgebra.
Contenido	Problemas algebraicos. Ecuaciones de segundo grado. Perímetros y áreas.

Niveles de puntuación:

3. Las soluciones correctas son:

a) Si x es la longitud inicial de cada lado, $(x + 20)^2 - x^2 = 4\,080 \rightarrow x = 92$ m

b) Superficie de la antigua plaza $= 92^2 = 8464\ \text{m}^2$

Superficie de las cuatro esquinas $= 8\,464 - 8\,264 = 200\ \text{m}^2$

Superficie de cada esquina $= 200 : 4 = 50\ \text{m}^2$

Llamamos a a cada lado igual de los triángulos isósceles; c, a su hipotenusa, y b, a lo que queda del lado del cuadrado original:

$50 = a^2/2 \rightarrow a^2 = 100 \rightarrow a = 10$ m

$c = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\ \text{m} \approx 14{,}14$ m

$b = 92 - 2a = 92 - 20 = 72$ m

Perímetro del octógono $= 4b + 4c = 344{,}56$ m

c) Perímetro de cada triángulo $= 2a + c = 34{,}14$ m

Superficie de la cerca =
$34{,}14 \cdot 0{,}80 \cdot 4 \approx 109{,}25\ \text{m}^2$

Coste de la valla $= 30 \cdot 109{,}25 = 3\,277{,}50$ €

Pautas de corrección

2. Resuelve correctamente los apartados a) y b).

1. Resuelve correctamente el apartado a).

0. En cualquier otro caso.

6 EXCURSIONES TURÍSTICAS

Competencia	Utilizar el razonamiento matemático para producir e interpretar información y para resolver problemas.
Elemento de competencia	Resuelve problemas cotidianos utilizando el álgebra.
Contenido	Problemas algebraicos. Sistemas de ecuaciones. Ecuaciones con la x en el denominador.

Niveles de puntuación:

3. Las soluciones correctas son:

a) $\left.\begin{array}{l} x \cdot y = 1\,200 \\ (x-10)\,(y+4) = 1\,200 \end{array}\right\}$ $x = 60$ plazas, $y = 20$ € por cada plaza

b) En el segundo viaje fueron 50 turistas, y cada uno pagó 24 euros. En el tercer viaje fueron 40 turistas, y cada uno pagó 30 euros.

c) El conductor, en un minuto, hace 1/30 del trabajo. Entre los dos, en un minuto, hacen 1/20 del trabajo. Si el amigo tarda t minutos en hacer el trabajo completo, cada minuto hace $1/t$ del trabajo.

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{30} = \frac{1}{20} \rightarrow t = 60 \text{ minutos}$$

2. Resuelve correctamente los apartados a) y c).

1. Resuelve correctamente los apartados a) y b).

0. En cualquier otro caso.

7 EL TÚNEL

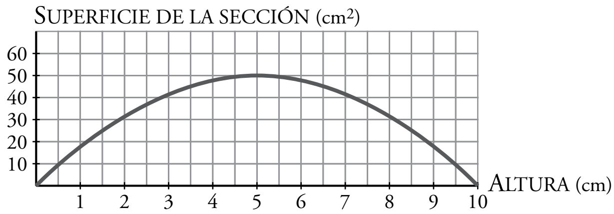
Competencia	Expresar información e interpretar los datos que nos reporta. Resolver problemas geométricos.
Elemento de competencia	Identifica relaciones entre dos variables y determina el tipo de función que las representa. Utiliza fórmulas para obtener medidas en situaciones reales.
Contenido	Relaciones funcionales. Función cuadrática.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) Si $x = 3$ cm, $S = 3 \cdot (20 - 6) = 42$ cm^2

b) La expresión que relaciona S con x es $S = (20 - 2x) \cdot x$.



c) La superficie es máxima cuando $x = 5$ cm, y su valor es $S = 50$ cm^2.

d) Los lados iguales del trapecio miden 5 cm.

2. Resuelve correctamente tres de los cuatro apartados.

1. Resuelve correctamente dos apartados.

0. En cualquier otro caso.

8 ¡CUIDADO CON EL TIGRE!

Competencia	Expresar información e interpretar los datos que nos reporta. Resolver problemas geométricos.
Elemento de competencia	Identifica relaciones entre dos variables y determina el tipo de función que las representa. Utiliza fórmulas para obtener medidas en situaciones reales.
Contenido	Relaciones funcionales. Función cuadrática.

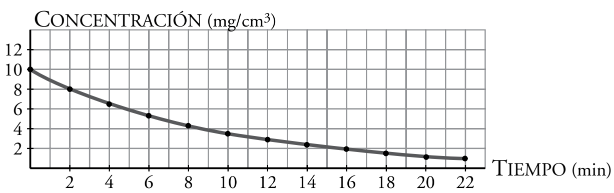
Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a)

TIEMPO (t)	0	2	4	6	8
CONCENTRACIÓN (C)	10	8,1	6,56	5,31	4,30

10	12	14	16	18	20	22
3,49	2,82	2,29	1,85	1,50	1,22	0,98



b) La función es decreciente en todo su dominio.

T.V.M. [0, 10] = $\dfrac{3{,}49 - 10}{10 - 0} = -0{,}65$

T.V.M. [10, 22] = $\dfrac{0{,}98 - 3{,}49}{22 - 10} = -0{,}21$

C decrece más rápidamente en el primer intervalo (0,65 mg/cm^3 por minuto) que en el segundo (0,21 mg/cm^3 por minuto).

c) La intervención podrá empezar cuando la concentración sea menor que el 75% de 10 mg/cm^3, es decir, menor que 7,5 mg/cm^3.

Puesto que $10 \cdot 0{,}9^3 = 7{,}29$, la operación comenzará a los 3 minutos de haber inyectado el anestésico.

d) El 12% de 10 es 1,20.

Para $t = 20$, $C = 1{,}22$. El veterinario tiene unos 20 – 3 = 17 minutos para intervenir al tigre.

2. Responde correctamente a tres de los apartados.

1. Responde correctamente solo a dos de los apartados.

0. En cualquier otro caso.

9 MATEMÁTICAS EN UNA FINCA

Competencia	Interpretar informaciones y datos. Resolver problemas de la vida cotidiana.
Elemento de competencia	Utiliza fórmulas y técnicas apropiadas para obtener medidas indirectas de magnitudes.
Contenido	Semejanza de triángulos. Teorema de Pitágoras. Resolución de problemas.

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) $\overline{DG} = \sqrt{20^2 - 10^2} \approx 17{,}32$ m

Los triángulos *EFD* y *DGC* son semejantes:

$\dfrac{\overline{GC}}{\overline{DG}} = \dfrac{\overline{EF}}{\overline{ED}} \rightarrow \dfrac{10}{17{,}32} = \dfrac{\overline{EF}}{40} \rightarrow$

$\rightarrow \overline{EF} = \dfrac{400}{17{,}32} \approx 23{,}1$ m

b) $\overline{FH} = 40 + 17{,}32 \approx 57{,}32$ m

Para calcular $\overline{CB}$, necesitamos conocer la medida de $\overline{HB}$.

Los triángulos *OEF* y *FHB* son semejantes:

$\dfrac{\overline{OE}}{\overline{EF}} = \dfrac{\overline{FH}}{\overline{HB}} \rightarrow \dfrac{24}{23{,}1} = \dfrac{57{,}32}{\overline{HB}} \rightarrow$

$\rightarrow \overline{HB} \approx 55{,}17$ m

$\overline{CB} = 10 + 23{,}1 + 55{,}17 = 88{,}27$ m

$\overline{FB} = \sqrt{57{,}32^2 + 55{,}17^2} \approx 79{,}56$ m

c) $\overline{OF} = \sqrt{24^2 + 23{,}1^2} \approx 33{,}31$ m

$\overline{OB} = \overline{OF} + \overline{FB} = 33{,}31 + 79{,}56 = 112{,}87$

$\overline{MB} = \dfrac{\overline{OB}}{2} = 56{,}44$

$\overline{AB} = \sqrt{40^2 + 56{,}44^2} \approx 69{,}18$ m

$\overline{OA} \approx 69{,}18$ m

d) Perímetro = $2 \cdot 69{,}18 + 88{,}27 + 20 + 64 = 310{,}63$ m

Para hallar el área, sumaremos las áreas de los triángulos *OAB, OGB* y *DGC*.

Área de *OAB* = $56{,}44 \cdot 40 \approx 2\,257{,}6$ m^2

Área de *OGB* =

$= \dfrac{(64 + 17{,}32) \cdot (55{,}17 + 23{,}1)}{2} \approx$

$\approx 3\,182{,}46$ m^2

Área de *DGC* = $\dfrac{17{,}32 \cdot 10}{8} \approx 86{,}6$ m^2

Área de la finca = $5\,526{,}66$ m^2

2. Resuelve correctamente tres de los cuatro apartados.

1. Resuelve correctamente uno o dos apartados.

0. En cualquier otro caso.

10 ¡TIRO AL CUADRO!

Competencia	Razonar para resolver problemas.
Elemento de competencia	Utiliza técnicas de recuento. Aplica conceptos y técnicas de cálculo de probabilidades para resolver problemas cotidianos.
Contenido	Técnicas de recuento. Experiencias aleatorias. Cálculo de probabilidades.

Pautas de corrección

Niveles de puntuación:

3. Las respuestas correctas son:

a) *A* tiene 9 cuadrados de un total de 16. En *A* habrán caído, aproximadamente,

$\frac{9}{16}$ de 160 = 90 dardos.

En *B* (y también en *C*), $\frac{3}{16}$ de 160 = = 30 dardos.

Y en *D*, $\frac{1}{16}$ de 160 = 10 dardos.

b) Los posibles resultados para cada dardo son $4 \cdot 4 = 16$. Las posibles parejas y sus resultados económicos quedan reflejados en la tabla.

Posibles resultados	Ganancias	Posibles resultados	Ganancias
AA	0 + 0 = 0	*CA*	0 + 1 = 1
AB	0 + 3 = 3	*CB*	1 + 3 = 4
AC	0 + 1 = 1	*CC*	1 + 1 = 2
AD	0 + 4 = 4	*CD*	1 + 4 = 5
BA	3 + 0 = 4	*DA*	4 + 0 = 4
BB	3 + 3 = 6	*DB*	4 + 3 = 7
BC	3 + 1 = 4	*DC*	4 + 1 = 5
BD	3 + 4 = 7	*DD*	4 + 4 = 8

c) Perder 2 € → caso *AA*; $P[\text{perder } 2\text{ €}] = \frac{9}{16} \cdot \frac{9}{16} = 0{,}3164 \to 31{,}64\%$

Perder 1 € → casos *AC* y *CA*

$P[\text{perder } 1\text{ €}] = 2 \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{3}{16} =$

$= 0{,}2109 \to 21{,}1\%$

No perder ni ganar → caso *CC*; $P[\text{no perder ni ganar}] = \frac{3}{16} \cdot \frac{3}{16} = 0{,}0352 \to$

$\to 3{,}52\%$

$P[\text{ganar } 1\text{ €}] = P[AB] + P[BA] =$

$= 2 \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{3}{16} = 0{,}2109 \to 21{,}1\%$

$P[\text{ganar } 2\text{ €}] = P[AD] + P[DA] + P[BC] + P[CB] = 2 \cdot \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{16} + 2 \cdot \frac{3}{16} \cdot \frac{3}{16} =$

$= 0{,}141 \to 14{,}1\%$

$P[\text{ganar más de } 2\text{ €}] = 1 - (0{,}3164 + 0{,}211 + 0{,}0352 + 0{,}211 + 0{,}141) =$
$= 0{,}0854 \to 8{,}54\%$

2. Razona adecuadamente y responde a los apartados a) y b).

1. Responde solo al apartado a).

0. En cualquier otro caso.