

EJERCICIOS DE MATEMÁTICAS B, 4º ESO. (Septiembre 2011)

ARITMÉTICA

1. Realiza las siguientes operaciones, simplificando cuando sea posible:

$$a) \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \right) + \frac{5}{12} =$$

$$b) \frac{2}{3} - \frac{1}{3} : \frac{2}{9} + 5 =$$

$$c) \frac{1 + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3}}{1 - \frac{2}{5}} =$$

$$d) 2 - \frac{\frac{3}{2} - 2}{5 - 3 : \frac{7}{3}} =$$

$$e) \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - 5 \right)^0 - 1}{\frac{1}{2} + \left(\frac{3}{2} \right)^2 : \left(\frac{3}{2} \right)^2} =$$

2. Realiza los siguientes ejercicios con potencias:

$$a) \left(\frac{1}{3} \right)^7 \cdot 3^{-5} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{-2} =$$

$$b) \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right)^{-2}$$

$$c) \frac{(3^2 \cdot 5)^2 \cdot 49^2 \cdot 3^{-5} \cdot 2^0 \cdot 6^2}{25^2 \cdot 12 \cdot 7^4 \cdot 5^6} =$$

$$d) \frac{3^2 - 2^2 \cdot 2^{-2} + (-1)^6 - 5^{127} : 5^{127} + 1}{2^0 + 2^3 - 1} =$$

$$e) \frac{\left((18 \cdot 6^3)^4 \cdot (3^4)^2 \right) : (9 : 45)^3}{(3^{-2} \cdot 30)^3 : (3^3 : 3^{-6})^2} =$$

3.- Realiza los siguientes ejercicios con radicales:

$$a) \sqrt[6]{16} \cdot \sqrt[9]{32} \cdot \sqrt{2} =$$

$$b) \frac{\sqrt{a^5} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[5]{a^6}} =$$

$$c) \frac{\sqrt[4]{5^3 \cdot \sqrt{5} \cdot 25^{\frac{4}{5}}}}{5^{0,2} \cdot 5^{\frac{3}{2}}}$$

$$d) 3 \sqrt[3]{625} - 2 \sqrt[3]{40} + \frac{2}{3} \sqrt[3]{135} - \sqrt[3]{5} =$$

$$e) \sqrt[3]{7^2} \sqrt{7} \sqrt[6]{49} =$$

4.- Racionaliza:

$$a) \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$b) \frac{3 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$c) \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} =$$

$$d) \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} =$$

$$e) \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} =$$

$$f) \frac{3}{2 + 2\sqrt{7}}$$

$$g) \frac{4}{3 - 2\sqrt{3}}$$

TRIGONOMETRÍA

1. Expresa las siguientes razones trigonométricas en función de un ángulo del primer cuadrante:

a) $\text{sen}(7755^\circ) =$

b) $\cos \frac{26\pi}{3} =$

c) $\text{tg}(18750^\circ) =$

d) $\cos \frac{23\pi}{6} =$

2. Utiliza la calculadora para calcular el ángulo en grados, minutos y segundos:

a) $\text{sen} \alpha = 0.5236 \Rightarrow \alpha =$

b) $\text{tg} \beta = 12.3654 \Rightarrow \beta =$

c) $\cos \alpha = 0.0021 \Rightarrow \alpha =$

3.- Para el siguiente ejercicio deberás utilizar las relaciones entre las razones trigonométricas, (no sirve que utilices las teclas del seno coseno y tangente de la calculadora).

a) Sabiendo que $\text{sen} 52^\circ = 0.79$. Calcula el $\cos 52^\circ$, $\text{tg} 52^\circ$

b) Sabiendo que $\text{sen} \frac{3\pi}{7} = 0.9750$, calcula el $\cos \frac{3\pi}{7}$, $\text{tg} \frac{3\pi}{7}$

c) Sabiendo que $\text{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ y que el ángulo es del primer cuadrante, calcula las demás razones trigonométricas

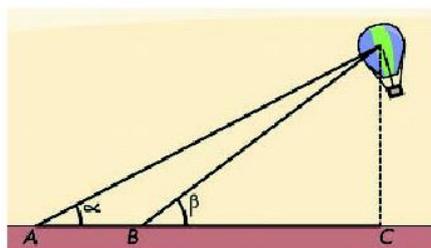
d) Sabiendo que $\text{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ y que el ángulo es del tercer cuadrante, calcula las demás razones trigonométricas

e) Sabiendo que $\cos \alpha = \frac{1}{5}$ y que $\alpha \in (270, 360)$, calcula las demás razones trigonométricas.

4.- Para hallar la altura a la que se encuentra un globo, procedemos del siguiente modo:

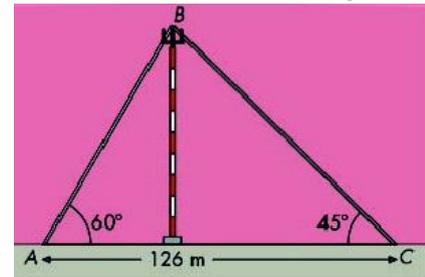
Rosa se coloca en un punto B, y Laura en un punto A, a 5 metros de ella, de tal forma que los puntos A, B y C (observa la figura) quedan alineados.

Si los ángulos α y β miden 40° y 50° , respectivamente, ¿a que altura se encuentra el globo?



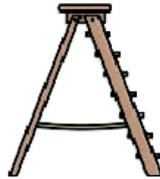
6.- Una antena de radio está sujeta al suelo con dos tirantes de cable de acero, como indica la figura. Calcula

- La altura de la antena.
- La longitud de los cables.
- El valor del ángulo ABC



7.- Las puntas de las ramas de un compás distan 7 cm y cada rama mide 12 cm. Halla el ángulo que forman las ramas del compás.

8.- Un carpintero quiere construir una escalera de tijera cuyos brazos, una vez abiertos, formen un ángulo de 60° . Para que la altura de la escalera, estando abierta, sea de 2 metros, ¿qué longitud deberá tener cada brazo?



9.- Calcula el área de un rombo cuyo lado mide 6 cm y uno de sus ángulos, 150° .

10.- Desde la orilla de un río se ve un árbol en la otra orilla bajo un ángulo de 45° , y si se retrocede 40m, se ve bajo un ángulo de 30° . Halla la altura del árbol y el ancho del río.

11.- Dado un pentágono regular de radio 5 cm. Calcula:

- El lado del pentágono.
- La apotema.
- El área del pentágono

VECTORES

1. Siendo $AB = (3, -1)$ hallar

a) B si $A = (1, 4)$

b) A si $B = (-2, 5)$

2. Expresa el vector $\vec{w} = (-1, 4)$ como combinación lineal de los vectores $\vec{u} = (3, -4)$ y $\vec{v} = (2, 3)$

3. Si A, B y C están alineados calcular m . $A(m, -1)$, $B(2, 5)$, $C(-1, 3)$

4. Averiguar si A, B y C están alineados o no.

a) $A(-3, 5)$, $B(4, 2)$ y $C(10, -1)$

b) $A(-8, 11)$, $B(1, -1)$ y $C(4, -5)$

5. Dados los vectores $\vec{u} = (-1, 4)$ y $\vec{v} = (2, 3)$, halla el ángulo que forman.

6. Hallar k sabiendo que $|\vec{a}| = 3$ y $\vec{a} = (2, k)$

7. Sabiendo que $\vec{a} = (\frac{1}{3}, -2)$ y $\vec{b} = (7, x)$ son perpendiculares, halla x.

8. Siendo $A = (-5, -7)$ y $B = (1, 5)$ divide el segmento en:

a) Dos partes iguales

b) Tres partes iguales.

ALGEBRA

1. Calcula:

a) $(3x+6)^2 =$

b) $(x+2y) \cdot (x-2y) =$

c) $(2x^3 - 6x)^2 =$

d) $(5xy + 2a)^2 =$

e) $(3x + 2a^2) \cdot (3x - 2a^2) =$

2. Halla las soluciones reales de las siguientes ecuaciones:

a) $x^3 - x^2 - 4 = 0$

b) $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$

c) $x^3 - 7x^2 - 2x + 14 = 0$

d) $3x^5 - 5x^3 + 2x = 0$

e) $x^4 + 6x^2 + 9 = 0$

f) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

g) $3x^2 + 2x + 1 = 0$

3. Resuelve y comprueba las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x-1}{x} + x = 1$

b) $\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{4} = 1$

c) $\frac{x-3}{x} + \frac{x+3}{x^2} = \frac{2}{3}$

d) $\frac{3x-1}{x+2} - 1 = \frac{x}{2x+4}$

e) $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x-2} = \frac{2}{5}$

4. Resuelve y comprueba las siguientes ecuaciones con radicales:

a) $\sqrt{x+4} = 7$

b) $x - \sqrt{25 - x^2} = 1$

c) $x + \sqrt{5x+10} = 8$

d) $\sqrt{2x+x^2} - x - 2 = 0$

5. Un granjero compra 45 aves, entre pollos y patos, pagando un total de 114€. Si cada pollo le ha costado 2€ y cada pato 3€, ¿cuántos pollos y cuántos patos ha comprado?

6. La edad de Pedro es el doble que la edad de su sobrina Ana. Hace diez años, la suma de las edades de ambos era igual a la edad actual de Pedro. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

7. He comprado un objeto y he pagado por él 105€. Dicho importe lo he pagado con doce billetes de dos tipos: de 5€ y de 10€. ¿Cuántos billetes de cada clase he entregado?

8. En un examen de 20 preguntas te dan dos puntos por cada acierto y te quitan medio punto por cada fallo. Para aprobar, es obligatorio contestar a todas la preguntas y hay que obtener, por lo meno, 20 puntos. ¿Cuántas preguntas hay que contestar correctamente para aprobar?

9. Si se aumenta en 3 metros el lado de un cuadrado, la superficie aumenta en 75 metros cuadrados. ¿Cuál es la longitud del lado?

14.- Resuelve los sistemas:

$$a) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{y}{3} = 4 \\ 2x - \frac{y}{6} = \frac{15}{2} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ xy - y^2 = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x^2 + 13 = y + 8x \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} x^2 + y^2 = 65 \\ x \cdot y = 28 \end{cases}$$

INECUACIONES

1.- Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$a) \frac{x-5}{3} - \frac{2(x+3)}{5} \geq \frac{x-3}{2} - \frac{3(x-1)}{10}$$

$$b) \frac{x-1}{2} - \frac{3x-1}{7} \geq x - \frac{2x+1}{4}$$

2.- Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones, de una incógnita o dos incógnitas:

$$a) \begin{cases} -3x - 2 < 5 - \frac{x}{2} \\ 2x - 1 \geq -x + 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + y \geq 4 \\ 5x + y < 5 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} y - 3x < 1 \\ x + y < 2 \end{cases}$$

3.- Resuelve:

$$a) -x^2 + 3x - 2 \geq 0$$

$$b) 2x^2 + 9x - 5 > 0$$

$$c) x^2 - 4x - 5 \leq 0$$

$$d) -x^2 + 4x < 0$$

$$e) \frac{x(x+5)}{x-3} \geq 0$$

$$f) \frac{x^2 + 1}{(x-2)(x+1)} \leq 0$$

FUNCIONES

1.- Calcula el dominio de las siguientes funciones:

$$a) y = \frac{x}{x^2 - 9}$$

$$b) f(x) = \frac{1-x}{x^2 - x - 6}$$

$$c) g(x) = \frac{3x}{x^2 + 2}$$

$$d) f(x) = \sqrt{2x^2 - 5x}$$

e) $f(x) = \sqrt[5]{2x^2 - 5x}$

f) $y = \sqrt{x^2 - x - 6}$

g) $f(x) = \sqrt{\frac{3(x+4)}{x-2}}$

h) $y = \sqrt[7]{\frac{x-1}{x+9}}$

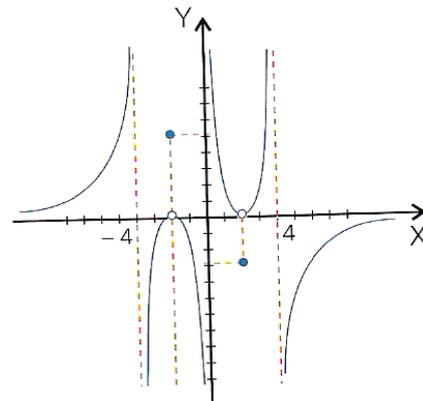
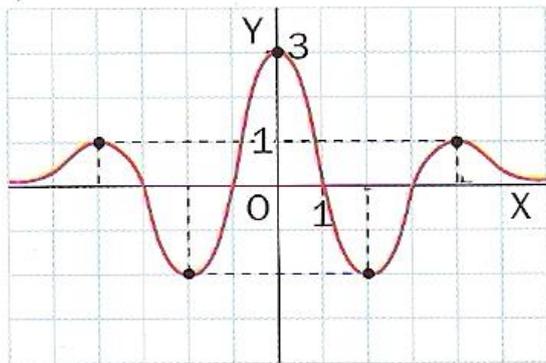
2.- Calcula los puntos de corte con los ejes de coordenadas de las siguientes funciones:

a) $y = (3+x)(x-2)$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{3x - x^2}$

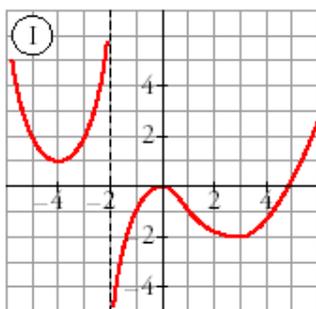
c) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{3x - x^2}$

3.- Indica las características globales de las siguientes funciones:



4.- Las cuatro gráficas siguientes corresponden a funciones discontinuas.

- Di cuales son los puntos de discontinuidad. ¿Cuál es su dominio?
- Indica si tienen máximos y mínimos y di cuáles son.
- ¿En qué intervalos son crecientes y en cuáles decrecientes?

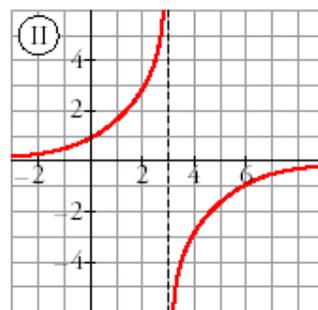


$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) =$$



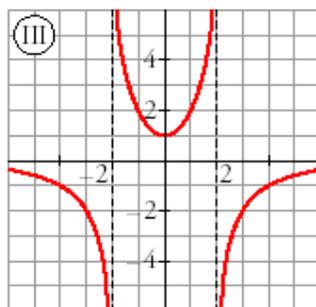
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$



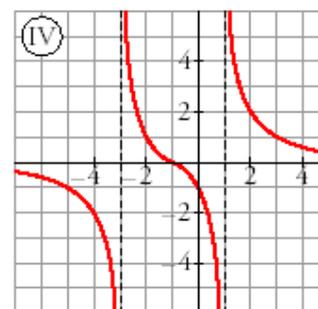
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) =$$

5.- Halla, en cada caso, la pendiente de la recta que pasa por los puntos A y B, y escribe su ecuación:

a) $A(5,0), B(0,3)$

b) $A(-4,1), B(-2,5)$

6.- Escribe la ecuación de las siguientes rectas y represéntalas:

- a) Su pendiente es $m = -\frac{2}{3}$ y pasa por el punto $P(-1,2)$
 b) Su pendiente es $m = 5$ y su ordenada en el origen es -4 .

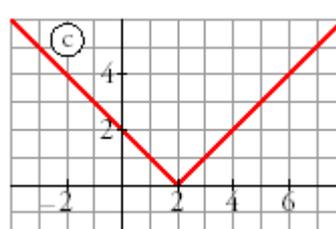
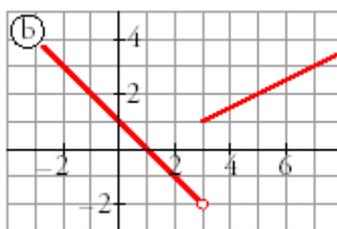
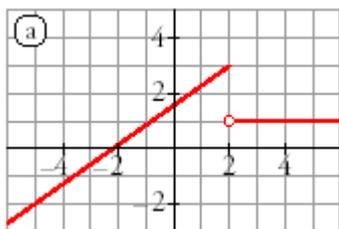
7.- Halla la ecuación de las siguientes rectas:

- a) Paralela a $y = -2x + 3$ y pasa por $(4,5)$
 b) Paralela a $2x - y + 3 = 0$ y pasa por $(4,0)$

8.- Representa la siguiente función definida a trozos:

$$y = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 1 \\ x - 2 & \text{si } 1 \leq x < 4 \\ 8 - x & \text{si } x \geq 4 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} -1 - x & \text{si } x < -1 \\ 1 - x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

9.-Halla la expresión analítica de las funciones:



10- Representa las siguientes parábolas:

- a) $y = x^2 - 2x + 3$ b) $y = x^2 - 6x + 5$ c) $y = -x^2 + 3x - 4$

11.- Representa las siguientes funciones de proporcionalidad inversa: (alumnos Inés)

- a) $y = \frac{12}{x}$ b) $f(x) = \frac{5}{x-3}$ c) $y = \frac{1}{x} + 3$

12.- Calcula los siguientes límites (alumnos Juan Luis)

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 1}{x - 1} =$ d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 - 2x + 1}{2x^3 - 3} =$ g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-5x^2 + 7x - 3) =$
 b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 7x + 2}{-2x^2 + 4x - 3} =$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + x}{x^3 - 2x^2 + x} =$ h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 3}{4x - 5} =$
 c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 1}{x^3 + 2x^2} =$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2 + 25x) =$

COMBINATORIA (alumnos Inés)

1.- Con las cifras impares 1, 3, 5, 7 y 9:

- a) ¿Cuántos números de tres cifras distintas se pueden formar?
 b) ¿Y de cinco cifras distintas?

c) ¿Cuántos de los números de cinco cifras distintas son menores que 70.000?

2.- En una heladería ofrecen helados de 15 sabores diferentes. ¿Cuántos helados de tres sabores distintos pueden hacerse?

3.- Se lanzan tres dados de distintos colores una vez. ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener?

4.- En un examen de 5 preguntas tienes que elegir tres de ellas para responderlas. ¿De cuántas formas diferentes puedes elegir las tres preguntas?

5.- En una clase de 25 alumnos se escogen delegado y subdelegado. ¿Cuántos son los resultados posibles?

6.- Se lanzan tres dados de distintos colores una vez. ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener?

7.- Un alumno tiene 7 asignaturas que pueden ser calificadas con Suspenso, Aprobado, Notable y Sobresaliente. ¿Cuántos boletines distintos se pueden establecer?

8.- Una tienda de Vds. quiere comercializar 10 películas por exceso de stock. Para ello, lanza una oferta con la que, comprando 4 películas distintas, solo se pagan 3. Hallar cuántos paquetes distintos de 4 películas se pueden hacer.

9.- Todos los miembros de la familia Ortega tienen carné de conducir. La familia está formada por el padre, la madre, el hijo, la hija y la abuela. ¿De cuántas formas distintas pueden ir sentados dentro del coche? ¿Y si solo tuviese carné de conducir la abuela?

10.- En una carrera con 10 caballos se apuesta para saber quién llega en primer, segundo y tercer lugar. ¿Cuántas apuestas diferentes hay?