

EVALUACIÓN

Í N D I C E

Presentación	2
¿Qué deben saber los alumnos?.....	3
Prueba inicial I.....	4
Prueba inicial II	8
Prueba inicial III	12
¿Cómo son nuestras propuestas de evaluación?	16
Criterios y pruebas de evaluación de cada unidad	18
Soluciones de las propuestas de evaluación	50
Prueba global I (Nivel básico).....	58
Prueba global II (Nivel medio)	60
Prueba global III (Nivel avanzado)	62

P R E S E N T A C I Ó N

Este cuaderno trata de facilitar al profesorado la tarea de evaluación de las distintas unidades de Matemáticas de 4.º de ESO con los siguientes elementos:

- **Tres pruebas iniciales** adaptadas a los criterios de evaluación de Matemáticas de 3.º de ESO, para poder evaluar el nivel inicial de los alumnos. También se incluyen sus soluciones.
- **Unas pruebas de evaluación de cada unidad**, adaptadas a los criterios de evaluación ya descritos en la programación didáctica contenida en el libro del profesor. Dichos criterios están particularizados a distintos niveles, lo que permite al profesor:
 - Elaborar pruebas de evaluación conjuntas para todos los alumnos. Estas pruebas permiten realizar un diagnóstico ajustado de los conocimientos que cada alumno del grupo tiene sobre la unidad.
 - Atender a la diversidad existente en el aula ya previamente conocida por el profesor, mediante pruebas adaptadas a alumnos de distintos niveles de conocimiento.
- **Unas pruebas de evaluación globales** de toda la materia graduadas en tres niveles: básico, medio y avanzado. Estas pruebas también están adaptadas a los criterios de evaluación de las distintas unidades y permiten atender a la diversidad del aula.

Mediante los criterios de evaluación de cada unidad adaptados a diversos niveles, se facilita la tarea del profesor a la hora de realizar adaptaciones curriculares, atender a la diversidad, atender a alumnos de diversificación, etc.

Esta forma de abordar la evaluación, adaptándola de una forma más precisa a las necesidades de los alumnos, permitirá al profesor ser más eficaz en su tarea educativa.

¿ QUÉ DEBEN SABER LOS ALUMNOS ?

Al comenzar 4.º de ESO los alumnos deberán ser capaces de:

1. Utilizar números racionales, sus operaciones y propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.
2. Expresar mediante el lenguaje algebraico una propiedad o relación dada mediante un enunciado y observar regularidades en secuencias numéricas obtenidas de situaciones reales mediante la obtención de la ley de formación y la fórmula correspondiente, en casos sencillos.
3. Resolver problemas de la vida cotidiana en los que se precise el planteamiento y resolución de ecuaciones de primer y segundo grado o de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura geométrica a otra mediante los movimientos en el plano y utilizar dichos movimientos para crear sus propias composiciones y analizar, desde un punto de vista geométrico, diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza.
5. Utilizar modelos lineales para estudiar diferentes situaciones reales expresadas mediante un enunciado, una tabla, una gráfica o una expresión algebraica.
6. Elaborar e interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta la adecuación de las tablas y gráficas empleadas, y analizar si los parámetros son más o menos significativos.
7. Hacer predicciones sobre la posibilidad de que un suceso ocurra a partir de información previamente obtenida de forma empírica o como resultado del recuento de posibilidades, en casos sencillos.
8. Planificar y utilizar estrategias y técnicas de resolución de problemas tales como el recuento exhaustivo, la inducción o la búsqueda de problemas afines y comprobar el ajuste de la solución a la situación planteada y expresar verbalmente con precisión, razonamientos, relaciones cuantitativas, e informaciones que incorporen elementos matemáticos, valorando la utilidad y simplicidad del lenguaje matemático para ello.

Los anteriores criterios se han tomado del REAL DECRETO 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.

PRUEBA INICIAL I

(Números y álgebra)

1 Realiza las siguientes operaciones.

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-1}$

b) $7^6 \cdot 7^{-4}$

c) $\frac{(3^5)^4 : 9^2}{3^3}$

d) $\frac{2^3 + 2^4}{2^5}$

2 Escribe como fracción los siguientes números.

a) 1,25

b) -2,666...

c) 4,3222...

d) 13,0565656...

3 Calcula las siguientes expresiones.

a) Los $\frac{3}{5}$ de 210

b) Los $\frac{4}{7}$ de $\frac{5}{8}$

c) La cuarta parte del triple de 36

4 Calcula y expresa el resultado de las siguientes operaciones en notación científica.

a) $(3,23 \cdot 10^{-12}) \cdot (4,2 \cdot 10^7)$

b) $(5,14 \cdot 10^6 : 1,03 \cdot 10^{-2})$

5 Realiza las siguientes operaciones.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}$

b) $\sqrt[3]{3} : \sqrt[5]{9}$

c) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{18}$

d) $4\sqrt{3} - 2\sqrt{27}$

6 Dos grifos que vierten la misma cantidad de agua tardan 4 horas en llenar un depósito.

a) ¿Cuánto tardarán 8 grifos en llenar dicho depósito? ¿Y 18 grifos?

b) ¿Cuántos grifos serían necesarios para llenar el depósito en 3 horas?

7 Calcula los siguientes binomios al cuadrado.

a) $(a^2 - b)^2$

b) $(x + 5y^2)^2$

c) $(3x^2 + 2y)^2$

8 Factoriza el polinomio $P(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + x + 6$.

9 Realiza y simplifica las siguientes operaciones con fracciones algebraicas.

a) $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1}$

b) $\frac{1}{x} - \frac{x-1}{x+2} + \frac{3x}{x-2}$

10 Resuelve la siguiente ecuación.

$$\frac{2(x-3)}{3} - 5(x-4) = \frac{x+3}{2}$$

11 Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

12 La diferencia entre dos números es $\frac{1}{15}$, y la suma del quintuplo del primero y el triple del segundo es 3. Averigua dichos números.

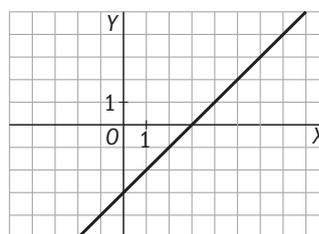
PRUEBA INICIAL I

(Geometría, funciones y estadística)

- 1 Calcula el área total y el volumen de un cilindro cuya altura mide 20 centímetros, y el radio de la base, 12 centímetros.
- 2 Calcula el volumen de la esfera terrestre sabiendo que el ecuador mide aproximadamente 40 000 kilómetros.
- 3 Halla el homólogo del punto $A(5, 3)$ respecto a un giro de centro el origen de coordenadas y de ángulo cada uno de los siguientes valores.
 - a) 90°
 - b) 180°
 - c) -90°
- 4 En una traslación, el vector guía es $\vec{v} = (3, 1)$. Halla los vértices del triángulo homólogo a ABC , donde $A(4, 0)$; $B(-1, -1)$, y $C(5, 3)$.

5 Observa la siguiente gráfica.

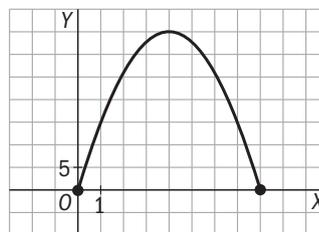
- a) ¿Cuál es la pendiente de la recta?
- b) ¿Cuál es la ordenada en el origen?
- c) Escribe su ecuación.



- 6 Por reparar una avería, un fontanero cobra 9 euros por el desplazamiento y 12 euros por hora trabajada.
 - a) Calcula cuánto cobrará por reparar una avería en la que ha invertido 3 horas de trabajo.
 - b) ¿Cuánto tiempo le llevó reparar una avería por la que cobró 63 euros?
 - c) Escribe la función que determina el precio a cobrar dependiendo de las horas trabajadas.

7 Se lanza una pelota al aire. La gráfica representa la altura alcanzada por la pelota en función del tiempo. Contesta a las siguientes preguntas.

- a) ¿Cuánto tiempo estuvo en el aire?
- b) ¿Cuál es la máxima altura que alcanzó?
- c) ¿Durante cuántos segundos subió y bajó la pelota?



8 Las puntuaciones obtenidas en una prueba de Matemáticas por 20 alumnos de ESO son las siguientes.

3 5 7 6 6 5 8 2 4 5 6 8 7 9 2 10 3 7 6 6

- a) Construye la tabla de distribución de frecuencias absolutas, relativas, absolutas acumuladas y relativas acumuladas.
- b) Halla la media, la mediana y la moda de la distribución.
- c) Representa los datos mediante un diagrama de barras.

9 Se ha pasado una encuesta a un grupo de consumidores acerca de una marca de quesos: el 10% manifestó que no le gustaba nada; el 20%, poco; el 40%, regular, y el 30%, mucho. Haz un diagrama de sectores de los resultados de la encuesta.

10 En una bolsa hay 5 bolas blancas, 3 negras y 4 rojas. Se saca una bola al azar. Calcula la probabilidad de que:

- a) Sea roja.
- b) Sea blanca o negra.
- c) No sea negra.

SOLUCIONES DE LA PRUEBA INICIAL I (Números y álgebra)

1 a) $\frac{5}{3}$

c) 3^{13}

b) 7^2

d) $\frac{3}{4}$

2 a) $\frac{5}{4}$

c) $\frac{389}{90}$

b) $-\frac{8}{3}$

d) $-\frac{6463}{495}$

3 a) 126

b) $\frac{5}{14}$

c) 27

4 a) $1,3566 \cdot 10^{-4}$

b) $5,29419 \cdot 10^4$

5 a) $2\sqrt[6]{2}$

b) $\sqrt[15]{\frac{1}{3}}$

c) $9\sqrt{2}$

d) $-2\sqrt{3}$

6 a) 8 grifos tardan 6 horas, y 18 grifos, 2 horas y 40 minutos.

b) 16 grifos

7 a) $a^4 - 2a^2b + b^2$

b) $x^2 + 10xy^2 + 25y^4$

c) $9x^4 + 12x^2y + 4y^2$

8 $P(x) = (x + 1)(x + 1)(x - 3)(x - 2)$

9 a) $\frac{x^2 - x + 2}{x^2 - 1}$

b) $\frac{2x^3 + 10x^2 - 2x - 4}{x^3 - 4x}$

10 $x = \frac{99}{29}$

11 $x = -\frac{8}{5}, y = -\frac{14}{5}$

12 $\left. \begin{array}{l} x - y = \frac{1}{15} \\ 5x + 3y = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{2}{5}, y = \frac{1}{3}$

1 Realiza las siguientes operaciones y simplifica el resultado.

a) $\left(3 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right)$

b) $\frac{7}{2^2} - \left(\frac{3}{4}\right)^2$

2 Calcula las siguientes expresiones.

a) $2^3 - (-2)^2 + 2^0 - (2^3)^2$

b) $(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})$

3 Ordena de menor a mayor los siguientes números reales.

$$\sqrt{2} \quad \frac{7}{5} \quad 1,45 \quad |-2| \quad -1 \quad \frac{\pi}{2} \quad 1,\widehat{4} \quad 7^\circ \quad \sqrt[3]{5}$$

4 Desarrolla el binomio $(3x - 2)^2$.

5 Simplifica la fracción algebraica $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 5x - 6}$.

6 Resuelve la ecuación $\frac{15x}{4} - \frac{5x - 1}{6} = 2 + \frac{4(x - 3)}{3}$.

7 Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado.

a) $2x^2 + x - 1 = 0$

b) $x^2 - 9 = 0$

8 Cuatro kilogramos de manzanas y un kilogramo de peras cuestan 4,40 euros. Calcula cuánto vale el kilogramo de cada fruta si sabemos que 2 kilogramos de peras cuestan lo mismo que 3 kilogramos de manzanas.

9 Si eres capaz de escribir 80 letras por minuto en un ordenador, ¿cuánto tiempo necesitas para escribir un millón de letras? Expresa el resultado en horas y minutos.

10 Se sabe que el café pierde un 20% de su peso al tostarlo. Si disponemos de 120 gramos de café tostado, ¿cuánto pesaba en crudo?

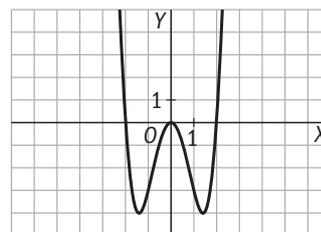
11 Una madre reparte cierta cantidad de dinero entre sus tres hijos, de 12, 15 y 18 años, proporcionalmente a sus edades. Si al menor le da 180 euros, calcula cuánto le corresponde a cada uno y cuál es la cantidad que reparte.

PRUEBA INICIAL II (Geometría, funciones y estadística)

- 1 La altura de un prisma recto de base cuadrada mide 13 centímetros, y el lado de la base, 7.
- Calcula su área total.
 - Halla su volumen.

- 2 Halla las coordenadas de los siguientes puntos.
- El homólogo del punto $A(3, 4)$ en un giro de centro el origen y de ángulo 90° .
 - El simétrico del punto $B(-1, 5)$ respecto del origen de coordenadas.

- 3 A la vista de la gráfica de la función $f(x) = x^4 - 4x^2$:



- Indica el dominio de la función.
 - ¿En qué intervalos crece y decrece?
 - ¿Cuáles son sus máximos y sus mínimos relativos?
 - Indica los puntos en que corta los ejes coordenados.
 - Señala si es simétrica.
 - Señala si es periódica.
 - Indica en qué puntos no es continua.
- 4 El recibo mensual de la luz se compone de una cantidad fija (potencia contratada) y de una variable (consumo por kilovatio-hora). Una empresa eléctrica cobra 5 euros por la potencia contratada y 0,20 por cada kilovatio-hora consumido.
- ¿Cuánto pagará una familia que ha consumido en un mes 300 kilovatios-hora?
 - Escribe la función que da el importe del recibo mensual de la luz dependiendo del consumo realizado.
 - Representa gráficamente la función obtenida.

- 5 Considera la función de proporcionalidad inversa $y = \frac{2}{x}$ y represéntala gráficamente completando antes la tabla.

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2
y						

- 6 Se ha preguntado a 16 familias sobre el número de hijos que tienen y se han obtenido los siguientes resultados.

3 2 0 2 1 4 5 4 0 1 0 2 1 2 3 4

Construye la tabla de frecuencias absolutas correspondiente y dibuja el diagrama de barras asociado.

- 7 Calcula la media y la desviación típica de los siguientes datos.

0 3 1 1 3 0 3 5 3 0

- 8 Calcula la probabilidad de que al extraer una carta al azar de una baraja española sea un rey o un basto.

SOLUCIONES DE LA PRUEBA INICIAL II (Números y álgebra)

1 a) $\frac{11}{3}$

b) $\frac{19}{6}$

2 a) -59

b) 1

3 $-1 < 7^0 < \frac{7}{5} < \sqrt{2} < 1,4 < 1,45 < \frac{\pi}{2} < \sqrt[3]{5} < |-2|$

4 $9x^2 - 12x + 4$

5 $\frac{x+2}{x+6}$

6 $x = -\frac{26}{19}$

7 a) $x_1 = -1, x_2 = \frac{1}{2}$

b) $x = \pm 3$

8 El kilo de manzanas cuesta 0,80 euros, y el de peras, 1,20.

9 12500 minutos = 208 horas y 20 minutos.

10 Pesaba 150 gramos.

11 Al mediano, 225 euros, y al mayor, 270.

En total reparte 675 euros.

1 Calcula y simplifica, cuando sea posible, el resultado obtenido.

a) $\left[\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \right] - \frac{7}{5}$

b) $\frac{5^2}{2} \cdot \frac{5^2}{8} - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right)^2 \cdot \left(\frac{5}{4} \right)^2$

2 Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones.

$$-\frac{7}{2}, \frac{5}{6}, \frac{11}{15}, \frac{4}{7}, -\frac{3}{20}, -\frac{1}{2}$$

3 Redondea hasta las centésimas los números 2,32713 y 0,71246, y calcula los errores absolutos y relativos de cada aproximación. ¿Cuál es más fiable?

4 Simplifica las siguientes expresiones.

a) $\sqrt{12} - \sqrt[3]{54} - \sqrt{20} + \sqrt[3]{16}$

b) $\sqrt{36} - \sqrt{18} + \sqrt{300}$

5 Expresa en notación científica los siguientes números y calcula:

a) $0,001247 \cdot 201\,000$

b) $1\,650\,000 + 25\,000$

6 Desarrolla las siguientes expresiones.

a) $(2x + 3y)^2$

b) $(x^2 - xy)^2$

c) $(3z + x^3) \cdot (3z - x^3)$

7 Dados los polinomios $A(x) = 3x^2 + 7x - 9$, $B(x) = x - 7$ y $C(x) = x^3 + x^2 - 3x + 2$, calcula:

a) $[A(x) + C(x)] \cdot B(x)$

b) $A(x) : B(x)$

c) $A(x) - B(x)$

8 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{x+5}{3} - \frac{2 \cdot (x+1)}{9} = \frac{x}{2}$

b) $\frac{2}{x-2} = \frac{6}{2x+3}$

9 Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones.

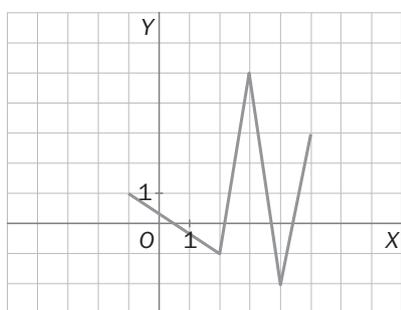
$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 7 \\ 4x - 7y = 9 \end{array} \right\}$$

10 El producto de dos números naturales pares consecutivos es 624. Calcula ambos números.

PRUEBA INICIAL III (Geometría, funciones y estadística)

- 1 Se sabe que la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles vale 8 centímetros. ¿Cuánto valen ambos catetos? ¿Y la altura? Calcula su área.
- 2 Calcula el área lateral y el volumen de un prisma hexagonal de 6 centímetros de altura y cuyo lado de la base mide 4 centímetros.
- 3 En una reparación de una avería, un electricista cobra 15 euros por el desplazamiento y 18 euros por hora trabajada.
 - a) ¿Cuál es la variable independiente? ¿Y la dependiente?
 - b) Escribe la función que relaciona el tiempo empleado por el electricista en reparar la avería y el precio que cobrará por dicha reparación.
 - c) Representa gráficamente la función.

- 4 Dada la siguiente gráfica:



- a) ¿Cuál es el dominio? ¿Y el recorrido?
 - b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
 - c) Estudia la existencia de extremos relativos y absolutos.
- 5 Representa gráficamente la siguiente función.
$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } x < 1 \\ -1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$
 - 6 El número de hermanos de un grupo de 20 chicos es 0, 2, 2, 1, 3, 5, 0, 1, 3, 2, 2, 4, 3, 1, 2, 3, 4, 5, 1 y 2.
 - a) Clasifica estos datos y construye la tabla de frecuencias absolutas, relativas y porcentuales.
 - b) Construye un diagrama de barras que represente estos datos.
 - c) Calcula la media, la mediana, la moda y el rango de la distribución.
 - 7 Se considera el experimento consistente en lanzar un dado y observar el número de la cara superior.
 - a) Describe el suceso $A = \text{salir un número par}$.
 - b) Calcular $P(A)$ y $P(\bar{A})$.
 - 8 Se ha hecho un estudio acerca de los resultados obtenidos por un grupo de alumnos de ESO en Matemáticas, Lengua e Inglés, siendo los siguientes: el 30% de los alumnos suspendió en Matemáticas, el 65% aprobó en Lengua y el 20% no consiguió superar la lengua inglesa. Si elegimos un alumno al azar, calcula:
 - a) La probabilidad de que haya suspendido en Matemáticas.
 - b) La probabilidad de que haya suspendido en Lengua.
 - c) La probabilidad de que haya aprobado en Inglés.

SOLUCIONES DE LA PRUEBA INICIAL III (Números y álgebra)

1 a) $\frac{-9}{10}$ b) 0

2 $-\frac{1}{2} < -\frac{7}{2} < -\frac{3}{20} < \frac{4}{7} < \frac{11}{15} < \frac{5}{6}$

3 Aproximación: 2,33 Aproximación: 0,71
 $E_a = 0,00287$ $E_a = 0,00246$
 $E_r = 0,001233$ $E_r = 0,003452$
 Es más fiable la primera aproximación.

4 a) $2\sqrt{3} - 2\sqrt{5} - \sqrt[3]{2}$
 b) $6 - 3\sqrt{2} + 10\sqrt{3}$

5 a) $2,5 \cdot 10^2$
 b) $1,67 \cdot 10^6$

6 a) $4x^2 + 9y^2 + 12xy$
 b) $x^4 + x^2y^2 - 2x^3y$
 c) $9z^2 - x^3$

7 a) $4x^4 - 27x^3 - 3x^2 - 35x + 49$
 b) $C(x) = 3x^3 + 21x + 154, R(x) = 1069$
 c) $3x^3 + 6x - 2$

8 a) $\frac{26}{7}$ b) 9

9 $x = \frac{1}{29}, y = \frac{67}{29}$

10 24 y 26

SOLUCIONES DE LA PRUEBA INICIAL III (Geometría, funciones y estadística)

1 Catetos = 5,66 cm

Altura = 4 cm

Área = 16 cm²

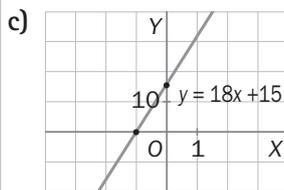
2 Área lateral = 144 cm²

Volumen = 249,12 cm³

3 a) Variable independiente = tiempo

Variable dependiente = precio

b) $f(x) = 18x + 15$



4 a) $D(f) = [-1, 5]$; $R(f) = [-2, 5]$

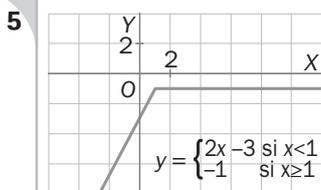
b) Es creciente en $[2, 3]$; $[4, 5]$

Es decreciente en $[-1, 2]$; $[3, 4]$

c) Mínimos relativos: $(2, -1)$ y $(4, -2)$

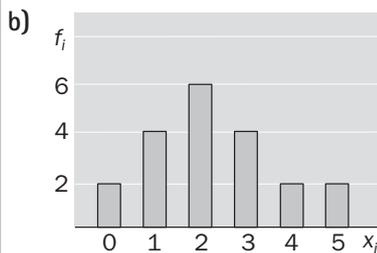
Mínimo absoluto: $(4, -2)$

Máximo relativo y absoluto: $(3, 5)$



6 a)

x_i	f_i	h_i	p_i
0	2	0,10	10%
1	4	0,20	20%
2	6	0,30	30%
3	4	0,20	20%
4	2	0,10	10%
5	2	0,10	10%



c) $\bar{x} = 2,3$; $M_o = 2$; $M = 2$; y Rango = 5

7 a) $A = \{2, 4, 6\}$

b) $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(\bar{A}) = \frac{1}{2}$

8 a) 0,30

b) 0,35

c) 0,80

¿CÓMO SON NUESTRAS PROPUESTAS DE EVALUACIÓN?

Las propuestas de evaluación de cada unidad didáctica están organizadas en dos páginas.

En la página de la izquierda se presenta una tabla con los criterios de evaluación (que se han establecido en la programación didáctica), clasificados y adaptados a tres posibles niveles: básico (B), medio (M) y avanzado (A). Además, se indican las actividades de la prueba de evaluación donde se evalúa cada uno de los criterios adaptados.

Criterios de evaluación establecidos en la programación didáctica.

1 Números racionales

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Interpretar el concepto de fracción y obtener fracciones equivalentes para ordenar fracciones.	B	Interpretar el concepto de fracción.	1
	M	Ordenar fracciones reduciéndolas previamente a común denominador.	2
	A	Definir el concepto de número racional y buscar números racionales comprendidos entre otros dos.	3
Operar con fracciones utilizando la jerarquía de las operaciones.	M	Realizar operaciones combinadas con fracciones en las que aparezcan paréntesis, multiplicaciones, divisiones, sumas y restas.	4
	A	Realizar operaciones con fracciones en las que intervengan corchetes, paréntesis, potencias de exponente entero, multiplicaciones, divisiones, sumas y restas.	5
Representar gráficamente los números racionales sobre la recta numérica.	M	Expresar una fracción como la suma de un número entero más una fracción propia y representarlas sobre la recta real.	6
Expresar un número fraccionario en forma decimal, clasificándolo en decimal exacto, periódico puro o periódico mixto, y viceversa.	B	Clasificar los números fraccionarios en decimales exactos, periódicos puros o mixtos, sin realizar la división.	7
	M	Reconocer los números decimales que se pueden expresar en forma de fracción y calcular su expresión fraccionaria.	8
Plantear y resolver problemas utilizando los números racionales.	M	Plantear y resolver problemas utilizando los números racionales sencillos.	9
	A	Plantear y resolver problemas utilizando los números racionales.	10

B: Básico M: Medio A: Avanzado

Niveles de clasificación de los criterios de evaluación: básico, medio y avanzado.

Adaptación del criterio de evaluación a cada uno de los niveles desde los que es posible evaluarlo.



1 Números racionales

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Interpretar el concepto de fracción y obtener fracciones equivalentes para ordenar fracciones.	B	Interpretar el concepto de fracción.	1
	M	Ordenar fracciones reduciéndolas previamente a común denominador.	2
	A	Definir el concepto de número racional y buscar números racionales comprendidos entre otros dos.	3
Operar con fracciones utilizando la jerarquía de las operaciones.	M	Realizar operaciones combinadas con fracciones en las que aparezcan paréntesis, multiplicaciones, divisiones, sumas y restas.	4
	A	Realizar operaciones con fracciones en las que intervengan corchetes, paréntesis, potencias de exponente entero, multiplicaciones, divisiones, sumas y restas.	5
Representar gráficamente los números racionales sobre la recta numérica.	M	Expresar una fracción como la suma de un número entero más una fracción propia y representarlas sobre la recta real.	6
Expresar un número fraccionario en forma decimal, clasificándolo en decimal exacto, periódico puro o periódico mixto, y viceversa.	B	Clasificar los números fraccionarios en decimales exactos, periódicos puros o mixtos, sin realizar la división.	7
	M	Reconocer los números decimales que se pueden expresar en forma de fracción y calcular su expresión fraccionaria.	8
Plantear y resolver problemas utilizando los números racionales.	M	Plantear y resolver problemas utilizando los números racionales sencillos.	9
	A	Plantear y resolver problemas utilizando los números racionales.	10

B: Básico

M: Medio

A: Avanzado

2 Números reales

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Reconocer y representar los números reales.	B	Reconocer los distintos tipos de números y decidir los conjuntos a los que pertenecen.	1
	M	Representar gráfica y analíticamente números reales, así como intervalos y entornos.	2
Expresar un número irracional mediante una sucesión de intervalos encajados.	M	Aproximar un número irracional, por exceso y por defecto, hasta un orden determinado y expresar la sucesión de intervalos encajados que se obtienen.	3
Obtener el error cometido al aproximar un número irracional y al operar con números reales.	B	Redondear un número irracional hasta un orden dado.	4
	M	Determinar la mejor aproximación de un número irracional, comparando los errores relativos cometidos al efectuar las aproximaciones.	5
	A	Operar con números reales y obtener el error máximo cometido.	6
Expresar números en notación científica y operar con ellos, dando el resultado en notación científica.	M	Expresar números en notación científica y viceversa, y operar con ellos expresando el resultado en notación científica.	7
Interpretar y operar con potencias de exponente fraccionario y con radicales.	B	Transformar radicales en potencias de exponente fraccionario y viceversa.	8
	M	Operar con radicales.	9
	A	Racionalizar expresiones fraccionarias con radicales.	10

B: Básico

M: Medio

A: Avanzado

ACTIVIDADES

- 1 Clasifica los números -2 ; $\sqrt{21}$; $2,\overline{43}$; $5,6$; 8 ; $3,6$; π , y $2,3\overline{5}$ en naturales, negativos, enteros, decimales exactos, decimales periódicos, racionales, irracionales o reales.
- 2 Representa en la recta real los siguientes números o conjuntos numéricos.
 a) $[-3, 3)$ b) $|x - 5| < 2$ c) $-4 \leq x < 1$ d) $\sqrt{5}$
- 3 Halla las aproximaciones por exceso y por defecto del número $e = 2,71828182\dots$ hasta las milésimas, y también la sucesión de intervalos encajados.
- 4 Redondea hasta el orden de las centésimas el número irracional $\sqrt{19} \approx 4,35889894\dots$
- 5 Una sustancia cuya masa es de $15,35896$ gramos se pesa en dos balanzas. La primera marca $15,3589$ gramos, y la segunda, $15,359$. Para realizar un experimento, se elegirá la balanza que menor error relativo cometa. ¿Cuál de las dos balanzas elegirías?
- 6 Opera aproximando hasta las diezmilésimas y halla el error máximo cometido.
 a) $2\sqrt{10} + 3\sqrt{19}$
 b) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{17}$
- 7 Calcula:
 a) $\frac{[2 \cdot 10^8 + 4 \cdot 10^9] \cdot (2 \cdot 10^{-5})}{3 \cdot 10^{-4} - 10^{-9}}$ (Expresa el resultado en notación científica.)
 b) La distancia de la Tierra al Sol es de 150 millones de kilómetros. A esta cifra se la conoce como unidad astronómica (UA), y se toma como referencia para medir las grandes distancias que nos separan de otros cuerpos celestes. La estrella más próxima a nosotros, situada fuera del sistema solar, Alfa Centauro, está a $271\,760$ UA. Expresa ambas distancias en notación científica. ¿Cuántos kilómetros separan la Tierra de la estrella Alfa Centauro? Opera y expresa el resultado en notación científica.
- 8 Expresa como un único radical y transforma en potencia de exponente fraccionario.
 a) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{5}}$ b) $\sqrt[6]{(2^4)^4}$ c) $(\sqrt{8})^5$ d) $\sqrt{\sqrt{\sqrt{(3^2)^5}}}$
- 9 Opera:
 a) $4\sqrt[3]{108} - \sqrt[3]{32} + \sqrt[3]{625}$ c) $\sqrt[6]{x^5} \cdot \sqrt[9]{(x^2)^4} \cdot \sqrt{x^3}$
 b) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt{6} : \sqrt[6]{6}$ d) $2\sqrt{108} + 5\sqrt{3} - 45\sqrt{3}$
- 10 Racionaliza:
 a) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ b) $\frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{5}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{5}}$ c) $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{2\sqrt{3} + \sqrt{6}}$

3 Polinomios

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Identificar los conceptos relacionados con las expresiones algebraicas, y utilizar las técnicas y procedimientos básicos de cálculo algebraico para operar con polinomios.	B	Calcular el valor numérico de una expresión algebraica, y determinar el grado y los coeficientes de un polinomio.	1
	M	Aplicar los algoritmos propios de la suma, diferencia, multiplicación, división y potenciación de polinomios.	2
Aplicar las identidades notables para desarrollar expresiones algebraicas y para simplificarlas.	B	Usar las identidades notables para desarrollar expresiones algebraicas.	3
	M	Reconocer las identidades notables en expresiones algebraicas y utilizarlas para simplificarlas.	4
Usar la regla de Ruffini para dividir un polinomio entre otro polinomio de la forma $x - a$.	M	Usar la regla de Ruffini para dividir un polinomio entre un binomio de la forma $x - a$.	5
Utilizar el teorema del resto y del factor en diversos contextos.	B	Utilizar el teorema del resto para calcular el resto de la división de un polinomio entre un binomio de la forma $x - a$ sin necesidad de efectuar la división.	6
	M	Aplicar el teorema del factor para averiguar si un polinomio es divisible entre otro polinomio de la forma $x - a$.	7
Obtener las raíces enteras de un polinomio y factorizarlo.	M	Obtener las raíces enteras de un polinomio a partir de los divisores del término independiente.	8
	A	Factorizar polinomios de coeficientes enteros.	9

B: Básico

M: Medio

A: Avanzado

ACTIVIDADES

1 Completa la siguiente tabla.

Polinomio	Ordenado y reducido	Grado	Valor numérico para $x = -1$	Valor numérico para $x = 1$
$P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x^3 - 3x + 2x^2 - 5$				
$Q(x) = 6x^5 - 2x^2 + 3x^7 - 8x^5$				
$R(x) = 2x^2 - 3x + 5 - 7x^3$				

2 Dados los polinomios $P(x) = x^5 - 5x^4 + 20x^2 - 16$, $Q(x) = x^2 - 2x - 8$ y $R(x) = 3x + 2$, efectúa estas operaciones.

- a) $R(x) \cdot [P(x) + Q(x)]$ b) $P(x) - [Q(x) - R(x)^2]$ c) $P(x) : Q(x)$

3 Desarrolla las siguientes expresiones.

- a) $(2x - y) \cdot (2x + y) + y(3x + y)$
 b) $(2x + 3)^2 - (2x - 3)^2$
 c) $(2x^2 - 1)^2 + (3x + 2)^2$

4 Completa las siguientes expresiones.

- a) $(\dots - \dots)^2 = 4x^2 - \dots + 9$
 b) $(3x + \dots)^2 = \dots + 12x + \dots$
 c) $(5 - \dots)^2 = \dots - 30x + \dots$

5 Utiliza la regla de Ruffini para hallar el cociente y el resto de la división $(5x^4 - 2x^2 + 3x - 3) : (x + 2)$.

6 Calcula el valor de a para que el resto de la división $(3x^4 + 2x^2 - ax + 5) : (x + 2)$ sea 1 sin efectuar la división. Enuncia el teorema que has utilizado.

7 Averigua si es divisible el polinomio $P(x) = x^4 - 2x^2 - 7$ entre $x + 2$. Razona tu respuesta con los teoremas necesarios.

8 Halla el número máximo de raíces reales que puede tener el polinomio $P(x) = x^3 - x^2 - x - 2$. Escribe el conjunto de las raíces enteras del polinomio $P(x)$.

9 Factoriza los siguientes polinomios.

- a) $P(x) = 3x^4 - 6x^3 - 3x^2 + 6x$ b) $Q(x) = 2x^4 - 2x$

4

Ecuaciones
e inecuaciones

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Diferenciar las identidades, las ecuaciones, las desigualdades y las inecuaciones, y expresar distintas situaciones a través de ellas.	B	Utilizar el lenguaje algebraico para expresar diferentes situaciones matemáticas como ecuaciones e inecuaciones.	1
	M	Distinguir entre identidad y ecuación, y entre desigualdad e inecuación.	2
Resolver ecuaciones de primer grado, en las que pueden aparecer paréntesis y denominadores, y ecuaciones de segundo grado, completas e incompletas, eligiendo previamente el método más adecuado.	B	Resolver ecuaciones de primer grado con paréntesis y denominadores.	3
	B	Resolver ecuaciones de segundo grado, completas e incompletas, sin denominadores ni paréntesis.	4
	M	Resolver ecuaciones de segundo grado con denominadores y paréntesis.	5
Resolver ecuaciones polinómicas de grado superior a dos, factorizándolas previamente o como aplicación de la resolución de las de segundo grado en caso de las bicuadradas, y resolver correctamente ecuaciones radicales, verificando la validez de los resultados.	M	Resolver ecuaciones polinómicas de grado mayor que dos mediante su factorización o reduciéndolas a una ecuación de grado dos tras un cambio de variable.	6
	A	Resolver ecuaciones con uno o dos radicales, comprobando posteriormente la validez de los resultados.	7
Resolver inecuaciones de primer grado, expresando su solución en forma de intervalos y semirrectas.	B	Resolver inecuaciones de primer grado, en las que pueden aparecer paréntesis y denominadores, expresando la solución en forma de intervalo o semirrecta.	8
Resolver problemas de la vida cotidiana, aplicando los métodos de resolución de cualquiera de los tipos de ecuaciones con una incógnita o de inecuaciones de primer grado.	M	Plantear y resolver ecuaciones de primero o segundo grado para resolver problemas en contextos matemáticos o cotidianos.	9
	A	Plantear y resolver inecuaciones de primer grado para resolver problemas de la vida real o en un contexto matemático.	10

B: Básico

M: Medio

A: Avanzado

ACTIVIDADES

- 1 Escribe una ecuación o una inecuación que describa las siguientes expresiones.
- La suma de tres números consecutivos es 24.
 - Dos números pares consecutivos suman más de 15.
 - El cuadrado de un número menos su raíz cuadrada no supera a su mitad.
- 2 Clasifica las siguientes expresiones en identidades, ecuaciones, desigualdades e inecuaciones.
- $3x^2 - 3 = 3(x + 1)(x - 1)$
 - $\frac{x + 3}{2} = x$
 - $a^2 - 5a + 3 \geq a(a - 1)$
 - $1 + 2 + 3 > 1 - 2 + 3$
- 3 Resuelve las siguientes ecuaciones.
- $\frac{1}{2}(3x + 1) - \frac{2x + 3}{10} + 1 = \frac{3x}{5} - \frac{2(x - 1)}{4}$
 - $\frac{4(x + 1)}{8} + \frac{3(x + 1)}{4} = \frac{3}{8} + \frac{x + 4}{2}$
- 4 Resuelve las siguientes ecuaciones.
- $-x^2 + 2x + 3 = 0$
 - $2x^2 - 8 = 0$
 - $3x^2 + 4x = 0$
 - $2x^2 - x - 1 = 0$
- 5 Resuelve las siguientes ecuaciones.
- $\frac{x(x - 3)}{2} + \frac{x(x - 2)}{4} = \frac{x(3x - 1)}{8}$
 - $1 - x(x - 3) = 3(x - 1)$
- 6 Resuelve las siguientes ecuaciones de grado mayor que dos.
- $2x^4 - 40x^2 + 128 = 0$
 - $x^4 + x^3 - 6x^2 = 0$
- 7 Resuelve la siguiente ecuación con radicales.
- $$\sqrt{2x + 8} + \sqrt{x} = 2$$
- 8 Resuelve algebraicamente las inecuaciones siguientes, expresando el resultado en forma de intervalo o semirrecta.
- $\frac{2(x - 3)}{5} - x \leq \frac{x}{2} + \frac{x(3x - 2)}{10}$
 - $3x + \frac{2(x - 5)}{3} > \frac{x + 3}{6} - 3(x - 5)$
- 9 La altura de un triángulo isósceles mide 2 centímetros más que la base, y el perímetro es de 36 centímetros. Calcula cuánto miden los lados iguales del triángulo.
- 10 El gimnasio que está debajo de mi casa cobra 30 euros por la matrícula y 24 euros al mes. Otro gimnasio cobra 24 euros por la matrícula y 26 euros por la mensualidad.
¿A partir de qué mes es más barato el primer gimnasio que el segundo?

5 Sistemas de ecuaciones

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Encontrar pares de números que sean solución de una ecuación de primer grado con dos incógnitas para, posteriormente, identificar aquellos que son solución de un sistema dado, así como el tipo de sistema de que se trata según su número de soluciones.	B	Realizar tablas con las soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas.	1
	M	Discutir un sistema de ecuaciones en función del número de soluciones que tenga, identificando si un par de números dados es solución del sistema.	2
Resolver sistemas de ecuaciones lineales por sustitución, igualación o reducción, y aplicarlos a problemas de enunciado.	B	Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas sin denominadores y sin paréntesis, por sustitución, igualación o reducción.	3
	M	Resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas que puedan tener denominadores y/o paréntesis, por sustitución, igualación o reducción.	4
	A	Plantear y resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas para la resolución de problemas de la vida cotidiana o en un contexto matemático.	5
Resolver sistemas de ecuaciones lineales por el método gráfico, dando una interpretación geométrica a los mismos, y aplicarlos a problemas de enunciado	M	Utilizar el método gráfico para resolver sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, interpretando la posición relativa de las rectas que representan y aplicándolo a problemas de la vida cotidiana.	6
Resolver sistemas de ecuaciones no lineales, formados por ecuaciones de hasta segundo grado, de manera algebraica, comprobando la validez de las soluciones y aplicándolos a la resolución de problemas.	M	Resolver sistemas de dos ecuaciones no lineales de hasta segundo grado, utilizando el método de sustitución o reducción, y comprobar la validez de los resultados obtenidos.	7
	A	Plantear y resolver sistemas de dos ecuaciones no lineales de hasta segundo grado para la resolución de problemas de la vida cotidiana o en un contexto matemático.	8

B: Básico

M: Medio

A: Avanzado

ACTIVIDADES

1 En un examen tipo test, por cada pregunta acertada te dan 1 punto, por cada fallo te restan 0,5 puntos y, si dejas en blanco la respuesta, no puntúa. Haz una tabla indicando el número de aciertos y fallos posibles para sacar un 6, sabiendo que, como mucho, he contestado a 20 preguntas.

2 Di de qué tipo son los siguientes sistemas en función del número de soluciones que tengan, sin resolverlos, y comprueba si $x = 2$, $y = -3$ es solución de alguno de ellos.

a)
$$\begin{cases} 6x - 4y = -4 \\ 29x + 6y = -36 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 2x - 6y = 22 \\ 3x + y = 9 \end{cases}$$

3 Resuelve el siguiente sistema por sustitución, igualación o reducción.

$$\begin{cases} x - 6y = 12 \\ -2x + 3y = -15 \end{cases}$$

4 Resuelve el siguiente sistema utilizando un método algebraico distinto del empleado en el ejercicio anterior.

$$\begin{cases} \frac{y}{4} - \frac{x+y}{2} = -\frac{1}{4} \\ \frac{x+6}{6} - \frac{5(y+2x)}{8} = \frac{5}{24} \end{cases}$$

5 La suma de las dos cifras de un número es 10, y la cifra de las decenas es el cuádruplo de la cifra de las unidades. Halla dicho número.

6 El precio de un emparedado es de 1,5 euros, y el de un refresco es de 1 euro. Plantea un sistema para averiguar cuántos emparedados y refrescos puedo adquirir con 7 euros sabiendo que he comprado 5 artículos, y resuélvelo utilizando el método gráfico.

7 Resuelve algebraicamente el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 3 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

8 Averigua la medida de los tres lados de un triángulo isósceles de 36 centímetros de perímetro, sabiendo que la altura mide 1 centímetro menos que los lados iguales.

6

Proporcionalidad directa e inversa

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Utilizar las propiedades de las magnitudes directa e inversamente proporcionales para calcular términos desconocidos en una proporción.	B	Calcular términos desconocidos en tablas de magnitudes directa e inversamente proporcionales, y hallar la constante de proporcionalidad correspondiente.	1
	M	Reconocer relaciones de proporcionalidad entre magnitudes dadas y completar tablas de valores de dichas magnitudes.	2
Resolver problemas relacionados con la vida diaria aplicando las magnitudes directa e inversamente proporcionales, como, por ejemplo, reglas de tres y repartos directos e inversos.	B	Resolver problemas de proporcionalidad simple directa e inversa.	3
	M	Realizar repartos proporcionales directos o inversos.	4
	A	Resolver problemas de proporcionalidad compuesta directa, inversa o mixta.	5
Resolver problemas de la vida real en los que aparezcan aumentos y disminuciones porcentuales y porcentajes sucesivos.	B	Calcular aumentos y disminuciones porcentuales sucesivos, así como hallar la cantidad inicial de un aumento o descuento, dados la cantidad final y el porcentaje.	6
	M	Obtener el porcentaje equivalente a una sucesión de aumentos y disminuciones porcentuales, y utilizarlo para simplificar cálculos.	7
Resolver problemas financieros de interés simple y compuesto, valorando la oportunidad de utilizar la hoja de cálculo y la calculadora científica en función de la cantidad y complejidad de los números.	B	Calcular el capital final obtenido al realizar una inversión a interés simple o compuesto, dados el capital inicial, el rédito anual y el tiempo.	8
	M	Hallar el capital inicial, el rédito, el tiempo o el capital final en un problema de interés simple, o el capital inicial o final en un problema de interés compuesto, pudiendo ser anual, mensual o diario.	9

B: Básico

M: Medio

A: Avanzado

ACTIVIDADES

- 1 Completa las siguientes tablas sabiendo que A y B son directamente proporcionales y que X e Y son inversamente proporcionales. Calcula también las respectivas constantes de proporcionalidad.

A	20	10		8	100
B	5		6		

X	6		54		
Y	9	2		3	27

- 2 Completa la siguiente tabla indicando si la relación de proporcionalidad es directa o inversa.

Horas/semana trabajadas	40		35		37
Sueldo (euros)		1140	1050	960	

- 3 Un centro escolar decide pintar 4 de sus aulas, para lo que compra 30 kilogramos de pintura. Antes de que acaben, deciden pintar 3 aulas más exactamente iguales a las anteriores. ¿Cuántos kilogramos más deberán comprar?
- 4 Reparte 15210 euros en tres partes:
- Directamente proporcionales a 3, 4 y 6.
 - Inversamente proporcionales a 3, 4 y 6.
- 5 Una imprenta, funcionando 24 horas al día durante 3 días, imprime 18000 carteles que le habían encargado. Si funcionara solo 10 horas al día, ¿cuántos días serían necesarios para imprimir los 5000 carteles iguales del siguiente encargo?
- 6 Un producto cuyo IVA es del 16% está rebajado un 12%.
- Si el producto sin rebajar y sin IVA vale 45 euros, ¿cuál es su precio final?
 - Si otro producto con ese mismo IVA vale 29,87 euros, ¿cuánto cuesta sin IVA?
- 7 En diciembre, los precios subieron un 2% y en enero bajaron un 3%.
- Indica si en total se ha producido un aumento o un descuento y de qué porcentaje.
 - Si un producto cuesta antes de la subida 28 euros, utiliza el resultado obtenido en el apartado anterior para calcular cuánto cuesta después de enero.
- 8 Calcula cuánto dinero tendremos si realizamos una inversión de 1200 euros al 7% durante 5 años si el interés es:
- Simple.
 - Compuesto.
- 9 Halla el tiempo que debemos mantener una inversión de 8500 euros al 2% de interés simple para que el capital final sea de 9520 euros.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Detectar y construir figuras semejantes utilizando la razón de semejanza, y aplicar diestramente los conceptos y procedimientos propios de la semejanza para determinar distintos elementos de triángulos y otras figuras.	B	Hallar la razón de semejanza de dos figuras semejantes y utilizarla para calcular medidas desconocidas de una de ellas.	1
	M	Utilizar los criterios de semejanza de triángulos para determinar si dos triángulos dados son semejantes o no.	2
Utilizar el teorema de Tales en la división de segmentos y en la resolución de triángulos, así como el teorema de la altura y del cateto para resolver situaciones geométricas o problemas reales.	B	Aplicar el teorema de Tales para calcular medidas de segmentos.	3
	M	Reconocer las situaciones en las que se pueden aplicar el teorema del cateto y el de la altura, y utilizarlos para la resolución de problemas.	4
Utilizar las razones trigonométricas para el cálculo de longitudes y ángulos, dados tanto en el sistema sexagesimal como en el internacional, y pasar de un sistema a otro con destreza. Utilizar la calculadora en los cálculos relativos a la trigonometría cuando se considere necesario.	B	Expresar en radianes un ángulo dado en grados y viceversa.	5
	M	Hallar las razones trigonométricas de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo y conocer las relaciones que ligan dichas razones.	6
	A	Obtener un ángulo a partir de alguna de sus razones trigonométricas, utilizando la calculadora científica y viceversa.	7
Resolver triángulos rectángulos y problemas relacionados en los que se aplique la trigonometría como herramienta de resolución.	M	Resolver triángulos rectángulos dados dos de sus lados o un lado y un ángulo.	8
	A	Resolver problemas de cálculo de longitudes o ángulos aplicando la trigonometría.	9

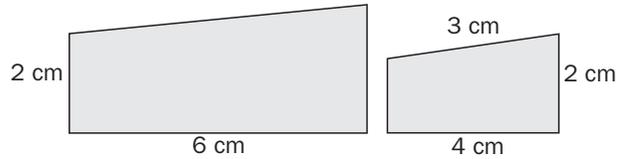
B: Básico

M: Medio

A: Avanzado

ACTIVIDADES

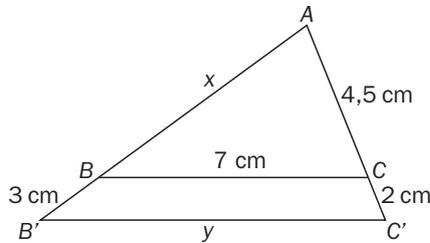
1 Las figuras del dibujo son semejantes. Halla la razón de semejanza y los lados desconocidos.



2 Determina cuáles de las siguientes parejas de triángulos están formadas por triángulos semejantes.

- a) $b = 4 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$, $A = 60^\circ$ y $b = 6 \text{ cm}$, $c = 9 \text{ cm}$, $A = 60^\circ$
- b) Los lados del primero miden 3, 5 y 7 metros, y los del segundo, 7,5; 10,5, y 4,5 metros.
- c) Dos ángulos del primero son de 52° y 48° , y dos ángulos del segundo son de 80° y 48° .

3 Calcula x e y en el siguiente dibujo.



4 En un triángulo rectángulo, sean a la hipotenusa, b y c los catetos, h la altura sobre la hipotenusa, y m y n las proyecciones de b y c sobre la hipotenusa, respectivamente.

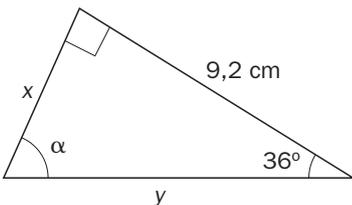
- a) Halla el área del triángulo sabiendo que $m = 9$ centímetros y $n = 16$ centímetros.
- b) Halla b y c sabiendo que $m = 3,6$ metros y $n = 6,4$ metros.

5 Expresa el resultado de $30^\circ + \frac{\pi}{3}$ radianes en grados sexagesimales y en radianes.

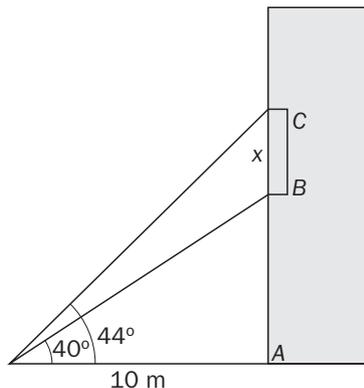
6 Sea α un ángulo de un triángulo rectángulo, de modo que el cateto opuesto a α mide 6 centímetros, y la hipotenusa, 7,5 centímetros. Sin calcular el otro cateto, halla el seno, el coseno y la tangente de α .

7 Halla los ángulos de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 y 7 centímetros.

8 Resuelve el triángulo de la figura.



9 Calcula la altura del hueco de la ventana del dibujo.



8 Problemas métricos

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Conocer los elementos básicos de las figuras planas (base, altura, diagonales, apotema, radio y ángulos) y sus propiedades fundamentales.	B	Nombrar y reconocer los elementos básicos de una figura plana dada, así como sus propiedades métricas básicas.	1
Calcular áreas y perímetros de figuras planas, dominando las diferentes unidades de medida correspondientes.	B	Obtener las áreas y perímetros de las figuras planas simples, expresando el resultado en las unidades de medida necesarias.	2
	M	Obtener áreas y perímetros de figuras planas compuestas, por adición o sustracción, expresando el resultado en las unidades necesarias.	3
Conocer el desarrollo plano de los cuerpos geométricos, así como sus elementos (altura, apotema, radio y generatriz) y sus propiedades básicas.	B	Nombrar y reconocer los elementos básicos de un cuerpo geométrico y su desarrollo plano, así como sus propiedades métricas básicas.	4
Calcular áreas (lateral, de la base y total), volúmenes y longitudes de cuerpos geométricos, dominando las diferentes unidades de medida correspondientes.	B	Obtener las longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos geométricos simples, expresando el resultado en las unidades de medida necesarias.	5
	M	Obtener longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos geométricos compuestos, por adición o sustracción, expresando el resultado en las unidades necesarias.	6
Resolver problemas en los que intervengan figuras planas o cuerpos geométricos en contextos de la vida real o de cualquier área de conocimiento.	M	Resolver problemas de cálculo de longitudes, áreas o volúmenes de objetos simples de la vida real.	7
	A	Resolver problemas de cálculo de longitudes, áreas o volúmenes de objetos compuestos de la vida real.	8

B: Básico

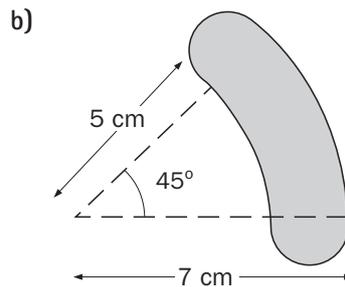
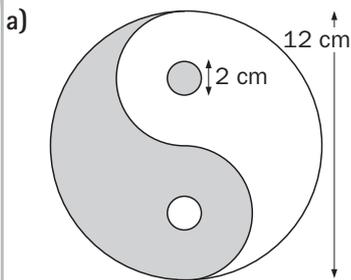
M: Medio

A: Avanzado

ACTIVIDADES

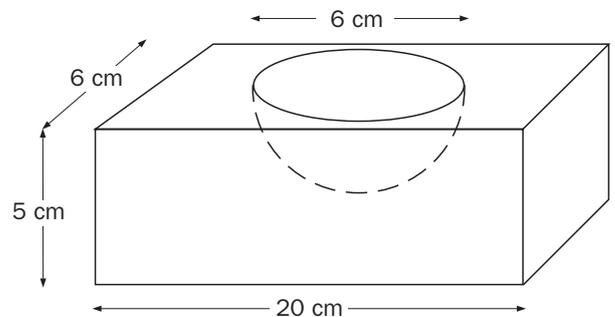
- 1 En un polígono regular de n lados, ¿cómo se llama la distancia entre el centro y un vértice? ¿Qué es la apotema? ¿Cómo están relacionados estos conceptos?
- 2 Calcula el perímetro (en centímetros) y el área (en centímetros cuadrados) de las siguientes figuras planas.
 - a) Un trapecio isósceles de 55 y 35 milímetros de base y 24 milímetros de altura.
 - b) Un sector circular de 5 decímetros de radio y 60° de ángulo.

3 Calcula el área de la parte sombreada de cada una de las siguientes figuras planas.



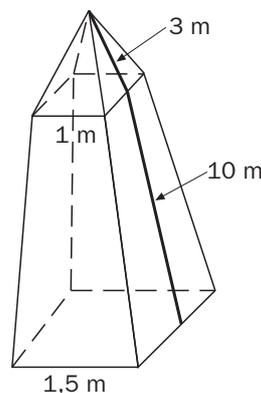
- 4 Dibuja el desarrollo de una pirámide cuadrangular de 6 centímetros de lado de la base y de 5 centímetros de apotema lateral. ¿Cuánto mide la altura de esta pirámide?
- 5 Calcula el área total y el volumen de los siguientes cuerpos geométricos.
 - a) Un cono de 50 decímetros de radio y 12 metros de altura.
 - b) Un cilindro que tenga la misma base y altura que el cono anterior.

6 Obtén el área y el volumen del siguiente cuerpo geométrico.



7 Una señal de dirección prohibida mide 60 centímetros de diámetro, y el rectángulo blanco interior mide 15 por 45 centímetros. Calcula el área de la parte coloreada de rojo.

8 Calcula el área que se debe pintar del obelisco de la figura.



9

Vectores y rectas
en el plano

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Conocer los elementos que definen un vector, identificar vectores equipolentes, calcular las coordenadas de un vector libre y operar con vectores (suma y producto por escalares) tanto gráfica como analíticamente.	B	Identificar el módulo, la dirección y el sentido de un vector, así como su punto de origen y extremo del mismo, y utilizarlos para calcular las coordenadas del vector libre correspondiente.	1
	M	Obtener la suma de dos vectores y el producto de un vector por un número real, tanto gráfica como analíticamente.	2
Calcular razonadamente la distancia entre dos puntos, módulo y argumento de un vector, y obtener las coordenadas del punto medio de un segmento.	B	Conocer la relación entre las coordenadas de dos puntos y las del punto medio del segmento que definen.	3
	M	Calcular el módulo de un vector a partir de sus coordenadas, utilizando este cálculo para hallar la distancia que separa dos puntos, y obtener el argumento de dicho vector.	4
Obtener en sus distintas formas la ecuación de una recta en el plano, partiendo de los elementos que la definen (y viceversa) o de otra ecuación.	B	Obtener las ecuaciones vectorial, paramétricas, continua, general y explícita de una recta, dados uno de sus puntos y un vector director o dos puntos de la recta.	5
	M	Hallar puntos y vectores directores de una recta, dada alguna de las ecuaciones que la describen, y utilizarlos para obtener las ecuaciones restantes.	6
Averiguar las posiciones relativas de dos rectas en el plano a partir del análisis de sus ecuaciones, y deducir ecuaciones de rectas utilizando las condiciones de paralelismo e incidencia.	M	Obtener las posiciones relativas de dos rectas a partir de sus ecuaciones, utilizando la pendiente u observando si los coeficientes de la ecuación general son proporcionales, y calcular el punto de intersección en el caso de rectas secantes.	7
	A	Deducir ecuaciones de rectas utilizando las condiciones de paralelismo e incidencia.	8
Plantear y resolver problemas diversos a través del uso de técnicas geométricas.	M	Utilizar los vectores y rectas en el plano y sus coordenadas y ecuaciones como método de resolución de problemas geométricos.	9
	A	Utilizar los vectores y rectas en el plano y sus coordenadas y ecuaciones como método de resolución de problemas de la vida cotidiana.	10

B: Básico

M: Medio

A: Avanzado

ACTIVIDADES

- 1 Indica si los vectores \overline{AB} y \overline{CD} tienen el mismo módulo, dirección y sentido, donde las coordenadas de cada punto son $A(1, -1)$; $B(2, 1)$; $C(5, 3)$, y $D(4, 1)$. ¿Son equipolentes?
Obtén las coordenadas de cada uno de ellos.
- 2 Dibuja en un plano coordenado los vectores $\vec{u} = (5, -3)$ y $\vec{v} = (1, 2)$. Obtén $\vec{u} + \vec{v}$ y $-2\vec{v}$ tanto gráfica como analíticamente.
- 3 Halla las coordenadas del punto medio de cada uno de los lados del triángulo ABC , siendo $A(1, 3)$; $B(1, -1)$, y $C(-3, 1)$.
- 4 Halla la distancia que separa los puntos $A(4, 2)$ y $B(-1, -10)$. Indica también el argumento del vector \overline{AB} .
- 5 Obtén la ecuación vectorial, las ecuaciones paramétricas, la continua, general y explícita de la recta que pasa por $(-1, 1)$ y es paralela al vector $(2, -1)$.
- 6 Halla un punto y un vector director de la recta $2x + y - 1 = 0$. Utiliza el punto y el vector obtenidos para hallar la ecuación vectorial, las ecuaciones paramétricas y la continua de dicha recta.
- 7 Indica la posición relativa de las rectas $x + y - 2 = 0$ y $2x + y - 2 = 0$. En el caso de ser secantes, halla el punto de corte.
- 8 Halla la ecuación general de una recta que pase por el punto $P(-2, 3)$ y sea paralela a la recta $2x + y - 3 = 0$.
- 9 Averigua si los puntos $R(-5, 6)$, $S(-3, 2)$ y $T(-2, 0)$ están alineados, es decir, si están los tres sobre una misma recta. En caso afirmativo, calcula dicha recta, y en caso negativo, calcula la longitud de los lados del triángulo que se forma.
- 10 Al representar sobre un plano coordenado una de las orillas de un río, resulta la recta $r \equiv y = -2x + 2$. Una barca parte de un punto A de dicha orilla y finaliza su recorrido en el punto B de la otra orilla, siendo el vector $\overline{AB} = (1, 1)$.
 - a) Determina la ecuación explícita de la recta s que representa a la otra orilla del río.
 - b) Utiliza la recta $y = \frac{x}{2}$ perpendicular al río para hallar la anchura del mismo.

10 Funciones

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Distinguir una función de variable real, la variable dependiente y la variable independiente; obtener una gráfica a partir de su tabla y viceversa, y reconocer sus principales características: dominio, recorrido, simetría, periodicidad, máximos y mínimos relativos y absolutos, signos y puntos de corte.	B	Distinguir una función de variable real, la variable dependiente, la variable independiente y obtener una gráfica a partir de su tabla, y viceversa.	1
	M	Reconocer el dominio de definición, el recorrido, la simetría, la periodicidad, los máximos y los mínimos, y la gráfica de funciones sencillas de variable real.	2
	A	Hallar los signos y los puntos de corte con los ejes de una función de variable real.	3
Calcular la imagen de un punto del dominio de una función definida a trozos y representarla gráficamente.	B	Calcular la imagen de un punto del dominio de una función definida a trozos.	4
	M	Representar funciones definidas a trozos y escribir la expresión algebraica que corresponde a una función definida a trozos sencilla (funciones lineales).	5
Definir y calcular la tasa de variación y la tasa de variación media de una función de variable real en un intervalo.	M	Definir y calcular la tasa de variación y la tasa de variación media de una función de variable real en un intervalo.	6
Calcular los conceptos de tasa de variación media y de tasa de variación instantánea y aplicarlos para determinar la continuidad y el crecimiento o decrecimiento de funciones de variable real sencillas.	M	Establecer los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función utilizando la tasa de variación media.	7
	A	Determinar la continuidad o discontinuidad de una función en un punto x , estudiando la tendencia de la tasa de variación en el intervalo $[x, x + h]$.	8
Establecer las características básicas de una función a la vista de su gráfica, e interpretar gráficas o tablas que representan situaciones sobre la vida cotidiana.	M	Interpretar y extraer información a partir de gráficas o tablas que representan situaciones sobre la vida cotidiana y emitir juicios sobre ellas.	9
	A	Establecer las características básicas de una función de variable real sencilla.	10

B: Básico

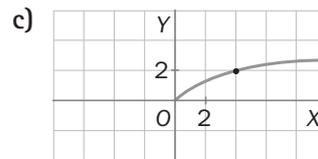
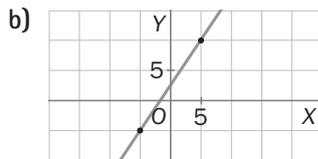
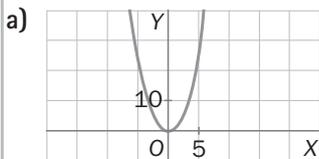
M: Medio

A: Avanzado

ACTIVIDADES

- 1 Una compañía telefónica lanza la siguiente oferta: "Cuota fija de 6,50 euros al mes más 3 céntimos por minuto".
- ¿Se trata de una función de variable real? Razona tu respuesta.
 - Escribe la función que expresa el importe de la factura mensual en función de los minutos consumidos.
 - ¿Cuánto he de pagar si hablo 2 horas al mes? ¿Y si no utilizo el teléfono?
 - Crea una tabla de valores y representa gráficamente la función.

2 Observa las siguientes gráficas.



Para cada una de las funciones anteriores, calcula su dominio, su recorrido, sus máximos y mínimos relativos y absolutos, su simetría y su periodicidad.

3 Estudia el signo y los puntos de corte con los ejes de la función $y = 4x^2 + 4x - 3$.

4 Dada la siguiente función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si } -2 < x < 5 \\ 2x + 1 & \text{si } 5 \leq x \leq 7 \\ x^2 - 1 & \text{si } x > 7 \end{cases}$$

¿Cuál es su dominio de definición? Calcula $f(0)$, $f\left(\frac{13}{2}\right)$, $f(7)$ y $f(8)$.

5 En un aparcamiento de un aeropuerto existe la siguiente tarifa: "Por la primera hora o fracción, 2 euros. A partir de la segunda hora o fracción 1,5 euros por hora de estancia, con un máximo de 17 euros diarios". Escribe la función que describe esta situación y represéntala gráficamente.

6 Dada la función $y = 2x^2 + 2$, calcula la tasa de variación media en los intervalos $[-2, -1]$ y $[1, 2]$.

7 Estudia el crecimiento o decrecimiento de la función $f(x) = 4x^2 + 8x$ en el intervalo $[-5, 7]$.

8 Estudia la continuidad de la función $y = x^2 + 2x - 5$ en $x = 1$ definida en $[1, 2]$.

9 La presión atmosférica disminuye a medida que nos alejamos de la superficie terrestre. Al aumentar la distancia un kilómetro, la presión atmosférica es, aproximadamente, 0,9 veces la anterior. La presión atmosférica, al nivel del mar, es de 1 atmósfera.

- ¿Qué variable consideras como independiente? ¿Y como dependiente?
- ¿Qué presión hay a un kilómetro de distancia? ¿Y a dos? ¿Y a tres? Escribe la expresión que permite calcular la presión en función de la altura. Comprueba que al nivel del mar, la presión atmosférica es 1. Construye una tabla de valores y representa la función.
- ¿Se alcanzará en algún momento una atmósfera negativa?
- ¿Qué presión hay a 10 kilómetros de distancia?

10 Dada la función $y = x^2$, estudia el dominio, el recorrido, los puntos de corte con los ejes y signos, el crecimiento y el decrecimiento en el intervalo $[-5, 5]$, la periodicidad, la simetría, los máximos y los mínimos relativos y absolutos, y la continuidad en $x = 1$.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Identificar las parábolas como la representación gráfica de funciones cuadráticas y representarlas gráficamente.	M	Determinar el vértice y los puntos de corte con los ejes de una función cuadrática y, con estos datos, representarla gráficamente.	1
	A	Obtener la expresión algebraica de una función cuadrática a partir de ciertas características de las mismas.	2
Reconocer gráfica y analíticamente las funciones potenciales, y representarlas gráficamente.	B	Representar una función potencial a partir de una tabla de valores y estudiar sus características.	3
	A	Representar funciones potenciales por traslación de otras funciones potenciales.	4
Distinguir las hipérbolas como la representación gráfica de funciones de proporcionalidad inversa y representarlas gráficamente.	M	Obtener la expresión algebraica de una función de proporcionalidad inversa y representarla gráficamente.	5
Reconocer y representar gráficamente las funciones racionales.	M	Identificar funciones racionales y representarlas gráficamente.	6
	A	Representar gráficamente funciones racionales por traslación de la función $y = \frac{1}{x}$.	7
Plantear y resolver problemas utilizando las funciones polinómicas y racionales.	B	Plantear y resolver problemas sencillos utilizando funciones polinómicas o racionales.	8
	M	Plantear y resolver problemas de la vida cotidiana utilizando funciones polinómicas y racionales.	9
	A	Plantear y resolver problemas de optimización.	10

B: Básico

M: Medio

A: Avanzado

ACTIVIDADES

- 1 Dada la función $y = -2x^2 + 4x + 1$, contesta a las siguientes cuestiones.
- ¿De qué tipo de función se trata?
 - Halla el dominio, los máximos y mínimos, y los puntos de corte con los ejes.
 - Con los datos anteriores, representa gráficamente la función.
- 2 Halla la expresión algebraica de una función cuadrática que verifica las siguientes condiciones.
- Tiene el vértice en el punto $V(0, 4)$.
 - Corta el eje OX en el punto $P(2, 0)$.
- Representa gráficamente la función.
- 3 Representa gráficamente la función $y = x^3$. A la vista de la gráfica, estudia el dominio, el recorrido, la simetría, la continuidad, el crecimiento y el decrecimiento.
- 4 Representa la gráfica $y = x^3 + 3$ por traslación de la gráfica $y = x^3$ que has dibujado en el ejercicio anterior. A la vista de la gráfica, obtén el dominio, el recorrido, los puntos de corte con los ejes, la continuidad, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos.
- 5 Obtén la expresión de la función de proporcionalidad inversa que pasa por el punto $P(1, 2)$. Razona cómo será su gráfica y después represéntala gráficamente.
- 6 De las siguientes funciones, di cuál o cuáles son racionales.
- $y = 3x^2 + 2x$
 - $y = \frac{x^2}{2}$
 - $y = \frac{3x - 11}{x - 4}$
- De la función o funciones racionales, obtén su dominio y los puntos de corte con los ejes.
- 7 Halla el dominio de definición de la función $y = \frac{3x + 7}{x - 5}$. Represéntala a partir de la traslación de la función $y = \frac{1}{x}$.
- 8 Una lata de refresco tiene 11 centímetros de altura. Escribe la expresión que permite calcular el volumen en función del radio de la base. ¿Existe algún valor del radio para el cual el volumen es máximo? Justifica tu respuesta.
- 9 Las ventanas de un edificio de oficinas han de tener forma rectangular y una superficie de 3 metros cuadrados.
- Haz una tabla de valores que relacione la altura de la ventana con la base. ¿Qué tipo de relación existe entre ambas variables? Escribe la expresión algebraica que permite obtener la altura en función de la base.
 - Representa gráficamente la función obtenida en el apartado anterior.
- 10 Con 100 metros de valla, queremos acotar un recinto rectangular aprovechando una pared de 70 metros de longitud. ¿Cuáles deben ser las dimensiones del recinto para que el área sea máxima? ¿Cuál es esa área?

12 Funciones exponenciales

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Distinguir y describir las propiedades de las funciones exponenciales $y = ax$ con $a \neq 1$, tanto gráfica como analíticamente.	B	Reconocer las funciones exponenciales tanto gráfica como analíticamente, y clasificarlas en crecientes o decrecientes.	1
	M	Estudiar las características de una función exponencial dada en forma de gráfica o en forma analítica.	2
	A	Obtener la expresión algebraica de una función exponencial, ya sea a partir de sus propiedades o a partir de su gráfica.	3
Representar gráficamente funciones exponenciales $y = ax$ con $a \neq 1$.	M	Dibujar la gráfica de una función exponencial a partir de su expresión algebraica, indicando las propiedades que la caracterizan.	4
	A	Representar funciones exponenciales a partir de las gráficas de otra función exponencial mediante traslaciones.	5
Resolver situaciones reales relacionadas con el cálculo de intereses compuestos bancarios.	M	Conocer y aplicar la ley de interés compuesto.	6
	A	Interpretar gráficas sobre interés compuesto.	7
Resolver situaciones reales relacionadas con el crecimiento exponencial.	M	Resolver problemas de la vida cotidiana relativos al crecimiento o decrecimiento de poblaciones.	8
	A	Comparar el crecimiento exponencial de dos o más funciones elaborando una tabla de valores y representando su gráfica.	9

B: Básico

M: Medio

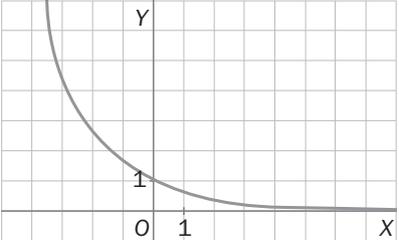
A: Avanzado

ACTIVIDADES

1 Indica cuáles de las siguientes funciones son exponenciales y, en los casos afirmativos, cuáles son crecientes y cuáles son decrecientes.

- a) $y = 3,7^x$ b) $y = x^4$ c) $y = 2 \cdot 2^x$ d) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$ e) $y = x^4 + x^2$ f) $y = 3^{-x}$

2 Dadas las siguientes funciones exponenciales, estudia su dominio, su crecimiento, su continuidad, sus puntos de corte con los ejes, y los valores de y cuando x tiende a $+\infty$ y a $-\infty$.

- a)  b) $y = e^x$

3 Obtén la expresión algebraica de la función exponencial que verifica que es estrictamente decreciente, corta el eje OY en el punto $(0, 1)$, no corta el eje OX y pasa por el punto $\left(1, \frac{1}{3}\right)$.

4 Representa gráficamente la función exponencial $y = -2e^{-(x+2)}$. Estudia su dominio, los puntos de corte con los ejes y las tendencias.

5 En cada caso, escribe la expresión algebraica que resulta al trasladar la función $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$:

- a) $g(x)$ dos unidades hacia abajo c) $i(x)$ cinco unidades hacia arriba
 b) $h(x)$ tres unidades hacia arriba y dos a la derecha d) $j(x)$ cuatro unidades a la derecha y dos hacia abajo

Representa gráficamente la función $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ y, a partir de ella, el resto de funciones.

6 Colocamos 2000 euros al 2% de interés compuesto anual durante un año. Los intereses se pueden abonar anualmente, trimestralmente o mensualmente. ¿En qué tipo de inversión nos darán más intereses? Justifica tu respuesta.

7 La siguiente gráfica muestra la evolución de un capital invertido a interés compuesto anualmente. Calcula cuál es el capital invertido y el rédito. ¿Cuál será el capital dentro de 10 años?



8 La fórmula que describe el primer mes de crecimiento de cultivos como maíz o algodón es $P = P_0 \cdot e^{kt}$, donde P es el peso final en miligramos, P_0 es el peso el día del brote, t es el tiempo en días y k es una constante positiva. Calcula el peso de un brote de maíz al cabo de 10 días si se sabe que $k = 0,15$ y que el peso del día del brote es de 75 miligramos. ¿Cuál fue el peso del día del otro brote de maíz si al cabo de 15 días pesa 750 miligramos?

9 Representa gráficamente las funciones $y = 2 \cdot 5^x$, $y = 5^{2x}$ e $y = 5^x$, elaborando previamente una tabla de valores. ¿En cuál de ellas es más rápido el crecimiento?

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Clasificar los caracteres que intervienen en un estudio estadístico.	B	Clasificar los caracteres estadísticos en cualitativos, cuantitativos continuos o cuantitativos discretos.	1
Determinar la población y la muestra de un estudio estadístico, valorando cualitativamente la representatividad de la muestra.	M	Obtener la población y la muestra de un estudio estadístico, y analizar la representatividad de la muestra elegida.	2
Organizar y clasificar datos estadísticos mediante tablas de frecuencias y representarlos gráficamente utilizando el gráfico adecuado.	B	Interpretar los gráficos estadísticos.	3
	M	Construir tablas de frecuencias a partir de datos simples y presentarlos gráficamente de manera adecuada.	4
	A	Agrupar datos cuantitativos en intervalos, y construir la tabla de frecuencias y el gráfico asociado a la distribución.	5
Calcular e interpretar los parámetros de dispersión y centralización.	B	Obtener los parámetros de centralización y dispersión de un estudio estadístico.	6
	M	Comparar dos variables estadísticas utilizando el coeficiente de variación.	7
Eliminar datos atípicos de una variable, y utilizar conjuntamente la media y la desviación típica para el estudio de distribuciones.	M	Estudiar la existencia de datos atípicos en una distribución y, si los hubiera, eliminarlos para calcular la media trunca.	8
	A	Utilizar la media y la desviación típica para el estudio de distribuciones unimodales y simétricas.	9

B: Básico

M: Medio

A: Avanzado

ACTIVIDADES

1 Indica si los siguientes caracteres son cualitativos, cuantitativos continuos o cuantitativos discretos.

- a) Películas vistas en una semana b) Grupo sanguíneo c) Velocidad d) Edad

2 En una ciudad hay 12500 habitantes, de los cuales 6780 son mujeres. De las mujeres, el 10% son inmigrantes. Se quiere realizar un estudio sobre la cantidad de periódicos comprados mensualmente en esa ciudad. Para realizar el estudio, se elige una muestra de 3000 personas. ¿Cuál es la población? ¿Y la muestra? Se eligen 250 mujeres inmigrantes para la muestra. ¿Es representativa esta muestra? Justifica tu respuesta.

3 Se ha realizado un estudio sobre el deporte que más gusta a los 3600 jóvenes de una ciudad. ¿Cuántos jóvenes de la muestra prefieren cada deporte?



4 Un dentista observa el número de caries de un grupo de 24 niños y obtiene los siguientes resultados.

Número de caries	0	1	2	3	4
Número de niños	8	4	6	4	2

Construye la tabla de frecuencias y el diagrama de barras asociados a esta distribución. ¿Qué porcentaje de niños tienen tres o menos caries?

5 Se ha medido el perímetro craneal a 38 niños de dos y tres años, obteniéndose los siguientes resultados.

42,0	40,0	43,5	40,5	37,5	37,0	41,0	38,0	39,0	44,5
38,0	40,0	41,5	44,0	38,0	41,5	37,5	38,5	39,0	40,5
44,0	37,0	38,0	40,0	41,5	42,5	41,5	43,5	44,0	41,0
39,5	44,5	44,0	39,5	38,0	37,5	37,0	39,0	40,0	45,5

Se quiere realizar un estudio con estos datos, agrupándolos en intervalos de amplitud 2. Construye la tabla de frecuencias y el histograma. ¿Cuántos niños tienen un perímetro inferior a 43 centímetros?

6 En una empresa familiar, los salarios mensuales netos en euros de siete trabajadores son los siguientes.

- 900 1000 900 1500 900 950 1100

- a) Calcula el salario medio, la moda y la mediana. Interpreta su significado.
b) Calcula el rango y la desviación típica.

7 Dos modelos de coche han recibido las siguientes puntuaciones en los cinco test.

¿Qué coche ha obtenido mejor nota media? Compara la dispersión de la nota obtenida utilizando el coeficiente de variación.

Coche 1	7	8	7	6	8
Coche 2	8	8	8	6	7

8 En una huerta familiar se han recogido 20 melones con los siguientes pesos.

Peso (g)	900	1500	1600	1800	2000	2100	2500	2700	4500
Número de melones	1	1	1	5	3	3	4	1	1

Halla la media. Estudia la existencia de datos atípicos y, si los hubiera, elimínalos y calcula la media truncada. Señala una ventaja y un inconveniente de calcular la media de esta forma.

9 El número medio de errores ortográficos cometidos por un grupo de 50 alumnos en un examen ha sido de 4. Sabiendo que 34 de los alumnos han cometido entre 2 y 6 errores, y que la distribución de los mismos es simétrica y unimodal, calcula la desviación típica de la distribución y el número de alumnos que han cometido menos de 8 errores ortográficos.

14 Combinatoria

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Planificar y utilizar procesos de razonamiento y estrategias diversas, así como aplicar conceptos y técnicas del recuento de casos tales como el diagrama de árbol o el principio general del recuento, para resolver problemas de la vida cotidiana.	B	Construir diagramas de árbol como método de representación de casos y utilizar el principio general del recuento para calcular el número de casos existente en agrupamientos presentes en la vida cotidiana.	1
	M	Utilizar diferentes estrategias y puntos de vista para resolver un problema en un contexto cotidiano de recuento de datos.	2
Comprender las relaciones matemáticas que intervienen en los procesos de agrupamiento con o sin repetición de elementos.	B	Identificar qué tipo de agrupamientos (variaciones, permutaciones o combinaciones) se dan en un problema, analizando cuántos elementos intervienen, si importa el orden y si los elementos se pueden repetir.	3
Utilizar las fórmulas matemáticas relativas a la combinatoria clásica en la resolución de problemas.	B	Resolver problemas de combinatoria utilizando las fórmulas de las variaciones, las permutaciones y las combinaciones sin repetición.	4
	M	Resolver problemas de combinatoria utilizando las fórmulas de las variaciones y las permutaciones con repetición.	5
Conocer las propiedades de los números factoriales, y su relación con las combinaciones y las permutaciones.	M	Utilizar los números factoriales para calcular combinaciones y permutaciones.	6
Simplificar expresiones en las que aparezcan números factoriales.	M	Calcular expresiones numéricas donde aparezcan números factoriales, simplificando al máximo cuando sea posible.	7
	A	Simplificar expresiones algebraicas donde aparezcan números factoriales, y utilizarlos para resolver ecuaciones.	8

B: Básico

M: Medio

A: Avanzado

ACTIVIDADES

1 La biblioteca del centro está formada por dos salas: la sala Cervantes y la sala Lope de Vega. En cada una de las salas hay tres bloques de estanterías marcadas con las letras A, B y C, y en cada bloque hay 4 estantes numerados del 1 al 4.

Representa esta situación en un diagrama de árbol y calcula el número total de estanterías.

2 Indica cuántas parejas de resultados se pueden producir al lanzar al aire un dado y una moneda.

Resuelve el problema, al menos, por tres métodos diferentes.

3 Observa las tres situaciones siguientes y completa la tabla.

a) Números de 5 cifras que se pueden formar con las cifras del 0 al 9.

b) En un grupo de 30 personas se eligen 5 para realizar un trabajo. Número de maneras distintas de agruparlas.

c) Número de palabras (con o sin sentido) que se pueden formar con las letras de la palabra ÁRBOL.

	¿Están todos los elementos?	¿Importa el orden?	¿Se pueden repetir?	Tipo de agrupamiento
a)				
b)				
c)				

4 En un sorteo en el que participan 50 personas, se rifan 4 entradas para el teatro, y cada participante sólo puede recibir un premio. Calcula el número de maneras distintas que existen de repartir los premios si:

a) Las entradas son para cuatro representaciones diferentes.

b) Todas las entradas son para la misma representación.

5 El código de barras de un producto está formado por 20 barras verticales que pueden ser de 3 grosores diferentes.

a) Indica el número de códigos de barras distintos que se pueden formar.

b) ¿Cuántos de ellos tienen 10 barras gruesas, 7 medias y 3 finas?

6 Calcula $C_{20,4}$, P_5 y $P_6^{3,2,1}$ utilizando los números factoriales.

7 Calcula simplificando previamente.

a) $\frac{100!}{5! \cdot 95!}$

b) $\frac{(2 + 3)!}{2! \cdot 3!}$

c) $\frac{6! + 5!}{4!}$

8 Halla el número n que verifica $\frac{n!}{12} + \frac{7(n + 1)!}{360} = \frac{n!}{5}$.

15 Probabilidad

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Aplicar las distintas propiedades del álgebra de sucesos.	B	Hallar la unión e intersección de dos o más sucesos, y calcular el suceso contrario de uno dado.	1
Describir el espacio muestral correspondiente a un experimento aleatorio, los distintos tipos de sucesos elementales que conforman un compuesto, y discernir entre sucesos compatibles e incompatibles.	B	Obtener el espacio muestral correspondiente a un experimento aleatorio descrito y reconocer los sucesos principales de dicho experimento.	2
	M	Describir los sucesos elementales que forman un suceso compuesto y utilizarlo para averiguar si dos o más sucesos son compatibles o incompatibles.	3
Aplicar las propiedades de la probabilidad para calcular las probabilidades de diferentes sucesos.	B	Calcular la probabilidad de determinados sucesos utilizando las propiedades de la probabilidad, así como la probabilidad de la unión de dos sucesos incompatibles y la probabilidad del suceso contrario a uno dado.	4
	M	Calcular la probabilidad de la unión o la intersección de dos sucesos compatibles.	5
Aplicar la regla de Laplace y las técnicas de recuento para calcular probabilidades de diferentes sucesos.	B	Hallar la probabilidad de un suceso correspondiente a un experimento aleatorio cuyos resultados sean equiprobables.	6
	M	Hallar la probabilidad de un suceso correspondiente a un experimento aleatorio cuyos resultados no sean equiprobables, descomponiéndolos previamente en resultados equiprobables.	7
Resolver problemas de probabilidad que podrán estar relacionados con la vida cotidiana donde intervengan diferentes estrategias para su resolución.	M	Resolver problemas en un contexto cotidiano utilizando diagramas de Venn u otros recursos para calcular la probabilidad de los sucesos incompatibles en los que se descompone el espacio muestral.	8
	A	Resolver problemas de probabilidad presentes en el entorno, donde se organicen los datos en tablas para simplificar el problema.	9

B: Básico

M: Medio

A: Avanzado

CRITERIOS DE EVALUACIÓN	NIVEL	ADAPTACIÓN DE LOS CRITERIOS A LOS DISTINTOS NIVELES	ACTIVIDAD N.º
Asignar probabilidades en experimentos compuestos elementales.	B	Calcular la probabilidad de que ocurra un suceso correspondiente a un experimento compuesto utilizando la regla del producto.	1
Calcular probabilidades condicionadas en casos sencillos, y utilizando sus propiedades en sucesos dependientes o independientes.	B	Distinguir entre sucesos dependientes e independientes.	2
	M	Resolver problemas en los que haya que calcular probabilidades condicionadas.	3
Utilizar la regla de Laplace, diagramas de árbol o tablas de contingencia para calcular probabilidades condicionadas o compuestas.	B	Calcular probabilidades en experimentos compuestos, obteniendo previamente el espacio muestral y utilizando la regla de Laplace.	4
	M	Utilizar diagramas de árbol para calcular probabilidades de sucesos elementales en experimentos compuestos.	5
	A	Resolver problemas de probabilidades condicionadas o compuestas donde los datos puedan ser reflejados en una tabla de contingencia.	6
Asignar probabilidades en la resolución de problemas de enunciado mediante el procedimiento de la probabilidad total u otras herramientas.	M	Realizar diagramas de árbol para calcular la probabilidad de que ocurra un suceso compuesto correspondiente a un experimento compuesto.	7
	A	Resolver problemas de cálculo de probabilidades en experimentos compuestos mediante la regla de la probabilidad total.	8

B: Básico**M: Medio****A: Avanzado**

ACTIVIDADES

- 1 Lanzamos dos veces una moneda trucada de modo que $P(\text{sacar cara}) = 0,6$. Calcula la probabilidad de obtener una cara y una cruz en ese orden.
- 2 Dados dos sucesos A y B , se sabe que $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,4$, y $P(A \cap B) = 0,3$. ¿Son estos sucesos dependientes o independientes?
- 3 En un país subdesarrollado, solo el 20% de los niños está alfabetizado y el 56% se encuentra sin alfabetizar y además sufre malnutrición. Si elegimos un niño sin alfabetizar al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sufra malnutrición?
- 4 Se considera el experimento aleatorio consistente en lanzar al aire tres monedas simultáneamente.
 - a) Obtén el espacio muestral de dicho experimento.
 - b) Calcula la probabilidad de obtener al menos dos caras.
- 5 Lanzamos una moneda. Si sale cara, tiramos un dado y anotamos su puntuación, y si sale cruz, sacamos una carta al azar de una baraja española de 40 naipes y anotamos el palo al que pertenece.
 - a) Realiza un diagrama de árbol que represente este experimento.
 - b) Calcula la probabilidad de que finalmente se anote "Espadas".
 - c) Calcula la probabilidad de que se anote "5".
- 6 Los 100 alumnos de 4.º de Secundaria de un instituto se dividen en tres grupos para realizar un taller de mosaicos, uno de reciclaje y otro de deportes. En el taller de mosaicos hay un total de 35 alumnos. De las 52 chicas que hay en 4.º, 18 van al de reciclaje, y 15, al de deportes. De los chicos, 7 acuden al taller de reciclaje. Realiza una tabla de contingencia para hallar la probabilidad de los siguientes sucesos si se extrae un alumno al azar.
 - a) Que esté en el taller de reciclaje.
 - b) Que sea chica y esté en el de deportes.
 - c) Que esté en el taller de mosaicos sabiendo que es un chico.
- 7 Una persona elige al azar entre tres urnas, la A , la B y la C . En la urna A hay tres bolas numeradas del 1 al 3; en la B , cuatro bolas numeradas del 1 al 4, y en la C hay dos bolas numeradas del 1 al 2.
Realiza un diagrama de árbol para calcular las probabilidades de los siguientes sucesos.
 - a) Sacar un 4.
 - b) Sacar un 1.
 - c) Sacar par.
- 8 Una fábrica de tornillos tiene tres factorías A , B y C . La factoría A produce 600 tornillos a la hora; la factoría B , 300, y la factoría C , 100. Un estudio realizado informa de que el 2% de los tornillos fabricados en A son defectuosos; lo mismo ocurre con el 3% de los producidos en B y con el 1% de los fabricados en C . Halla la probabilidad de que al coger un tornillo al azar no sea defectuoso.

Unidad 5 (continuación)

8 $x =$ lados iguales, $y =$ lado

$$\text{desigual: } \begin{cases} 2x + y = 36 \\ x^2 = \left(\frac{y}{2}\right)^2 + (x - 1)^2 \end{cases}$$

$x = 13$ cm; $y = 10$ cm

Unidad 6

1

A	20	10	24	8	100
B	5	2,50	6	2	25

Constante = 4

X	6	27	54	18	2
Y	9	2	1	3	27

Constante = 54

2 Directa

Horas/semana trabajadas	40	38	35	32	37
Sueldo (euros)	1200	1140	1050	960	1110

3 22,5 kg más

4 a) 3510 € al primero
4680 € al segundo
7020 € al tercero

b) 6760 € al primero
5070 € al segundo
3380 € al tercero

5 2 días

6 a) $45 \cdot 1,16 \cdot 0,88 = 45,94$ €
b) $29,87 : 1,16 = 25,75$ €

7 a) Es un descuento de un 1,06%
b) $28 \cdot 0,9894 = 27,70$ €

8 a) 1620 €
b) 1683,06 €

9 6 años

Unidad 7

1 Razón de semejanza = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

El lado superior del trapecio de la izquierda es

$$3 : \frac{2}{3} = \frac{9}{2} = 4,5 \text{ cm, y el lado derecho es } 2 : \frac{2}{3} = 3 \text{ cm.}$$

$$\text{El lado que falta del otro trapecio es } 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 1,33 \text{ cm.}$$

2 En los tres casos son semejantes.

3 $x = 6,75$ cm
 $y = 10,11$ cm

4 a) $A = 150$ cm²
b) $b^2 = a \cdot m = 10 \cdot 3,60 \Rightarrow b = 6$ m
 $c^2 = a \cdot n = 10 \cdot 6,40 \Rightarrow c = 8$ m

5 90° y $\frac{\pi}{2}$ rad

6 $\sin \alpha = 0,8$
 $\cos \alpha = 0,6$
 $\text{tg } \alpha = 1,33$

7 $\alpha = \text{arctg } \frac{6}{7} = 40^\circ 36' 5''$
 $\beta = \text{arctg } \frac{7}{6} = 49^\circ 23' 55''$

8 $\alpha = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$
 $y = 11,37$ cm; $x = 6,68$ cm

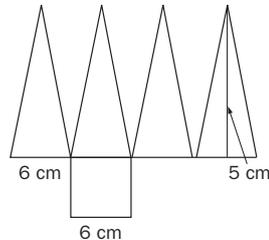
9 1,27 m

Unidad 8

- 1 Radio. La apotema es la distancia entre el centro y la mitad de un lado.

$$r^2 = a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

- 2 a) $P = 14,20 \text{ cm}$
 $A = 10,80 \text{ cm}^2$
- b) $P = 152,36 \text{ cm}$
 $A = 1309 \text{ cm}^2$
- 3 a) $A = 56,59 \text{ cm}^2$
- b) $A = 12,57 \text{ cm}^2$
- 4 $h^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow h = 4 \text{ cm}$



- 5 a) $A_T = 282,74 \text{ m}^2$
 $V = 314,16 \text{ m}^3$
- b) $A_T = 534,07 \text{ m}^2$
 $V = 942,48 \text{ m}^3$

6 $A = 485,86 \text{ cm}^2, V = 543,45 \text{ cm}^3$

7 $\pi \cdot 30^2 - 15 \cdot 45 = 2287,43 \text{ cm}^2$

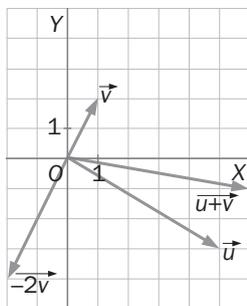
8 $4 \cdot \frac{1,5 + 1}{2} \cdot 10 + 4 \cdot \frac{1 \cdot 3}{2} = 76 \text{ m}^2$

Unidad 9

- 1 Tienen el mismo módulo y dirección, pero sentidos opuestos, por lo que no son equipolentes.

$$\overrightarrow{AB} = (1, 2) \text{ y } \overrightarrow{CD} = (-1, -2)$$

2



$$\vec{u} + \vec{v} = (6, -1)$$

$$-2\vec{v} = (-2, -4)$$

3 $M_{AB}(1, 1); M_{AC}(-1, 2); M_{BC}(-1, 0)$

4 $d(A, B) = 13 \text{ y } \alpha = 67^\circ 22' 48''$

5 $(x, y) = (-1, 1) + t(2, -1)$

$$\left. \begin{array}{l} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1}$$

$$-x - 2y + 1 = 0, y = \frac{-x+1}{2}$$

- 6 Por ejemplo, $A(0, 1)$ y $B(1, -1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1, -2)$
 $(x, y) = (0, 1) + t(1, -2)$

$$\left. \begin{array}{l} x = t \\ y = 1 - 2t \end{array} \right\} \text{ paramétricas}$$

$$\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} \text{ continua}$$

- 7 Secantes
Punto de corte: $(0, 2)$

8 $m = -2, y - 3 = -2(x + 2), 2x + y + 1 = 0$

9 $\overrightarrow{RS} = (2, -4) \Rightarrow r: (x, y) = (-5, 6) + t(2, -4)$

Como $T \in r$, entonces R, S y T están alineados, y la recta pedida es r .

10 $s \equiv -2x + 5$

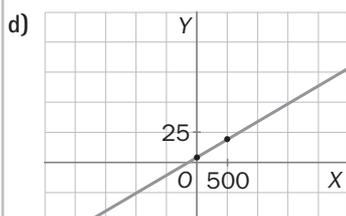
$$d\left(\left(\frac{4}{5}, \frac{2}{5}\right), (2, 1)\right) = \sqrt{\left(\frac{4}{5} - 2\right)^2 + \left(\frac{2}{5} - 1\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

Unidad 10

- 1 a) Sí. Según los minutos consumidos, se paga un precio distinto.

b) $f(x) = 6,50 + 0,03 \cdot x$

c) $f(120) = 10,10 \text{ €}; f(0) = 6,50 \text{ €}$



- 2 a) $D(f) = \mathbf{R}, R(f) = [0, +\infty)$. No tiene máximos relativos ni absolutos, y no es periódica ni simétrica.

Mínimo relativo = mínimo absoluto = $(0, 0)$

- b) $D(f) = \mathbf{R}, R(f) = \mathbf{R}$. No tiene máximos ni mínimos, y no es simétrica ni periódica.

- c) $D(f) = [0, +\infty), R(f) = [0, +\infty)$. No tiene máximos ni mínimos, y no es periódica ni simétrica.

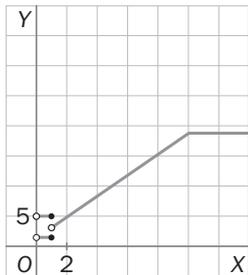
- 3 Corte $OX: \left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ y $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$. Corte $OY: (0, -3)$

Es positiva en $\left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ y negativa en $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

Unidad 10 (continuación)

4 $D(f) = (-2, +\infty)$, $f(0) = 3$, $f\left(\frac{13}{2}\right) = 14$, $f(7) = 15$
y $f(8) = 63$

5 $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ 1,5 \cdot x + 2 & \text{si } 1 < x \leq 10 \\ 17 & \text{si } x > 10 \end{cases}$



6 $TVM[-2, -1] = 6$ $TVM[1, 2] = 6$

7 Si $x \in [-5, 2] \rightarrow TV = f(2) - f(-5) < 0$, es decreciente.
Si $x \in (2, 7] \rightarrow TV = f(7) - f(2) > 0$, es creciente.

8 $TV[1, 1+h] = h^2 + h$

Cuando h tiende a cero, la tasa de variación también tiende a cero, con lo cual, la función es continua en $x = 1$.

- 9 a) La variable independiente, x , es la distancia a la superficie del mar, y la variable dependiente, y , es la presión atmosférica.
b) A un kilómetro de distancia hay 0,9 atmósferas; a dos, $0,9^2$, y a tres, $0,9^3$. Por tanto, $y = 0,9^x$. Para $x = 0$, la presión es $y = 1$ atmósfera.
c) No, porque $0,9^x > 0, \forall x$
d) Para $x = 10$, $y = 0,9^{10} \approx 0,35$

10 $D(f) = \mathbf{R}$; $R(f) = [0, +\infty)$; punto de corte: $(0, 0)$

Signos: $f(x) = x^2 > 0$

Si $x \in [-5, 0)$ es decreciente.

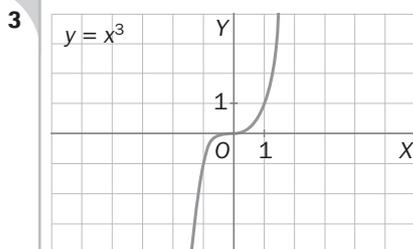
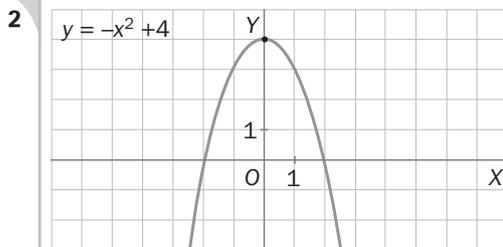
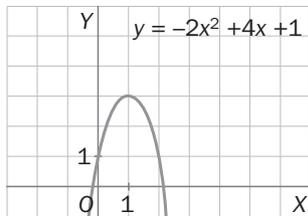
Si $x \in (0, 5]$ es creciente.

No es periódica, la función es par, no tiene máximos, tiene un mínimo en $(0, 0)$ y la gráfica es continua en $x = 1$.

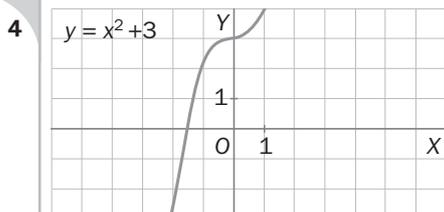
Unidad 11

1 a) Es una función cuadrática.

b) $D(f) = \mathbf{R}$ c) $y = -2x^2 + 4x + 1$
Máximo: $V(1, 3)$
Puntos de corte: $(0, 1)$;
 $(-0,22; 0)$ y $(2,22; 0)$



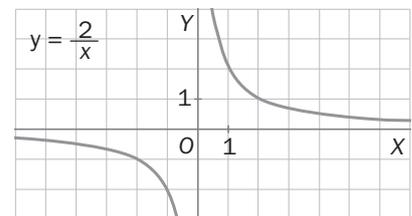
$D(f) = R(f) = \mathbf{R}$. Es simétrica respecto al origen de coordenadas, continua y creciente.



$D(f) = R(f) = \mathbf{R}$
Corta el eje Y en $(0, 3)$, y es creciente y continua en todo su dominio. No tiene máximos ni mínimos.

5 La función es

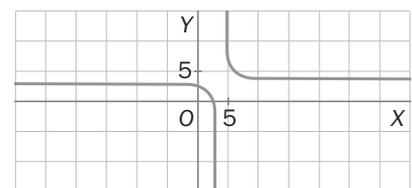
$y = \frac{2}{x}$



6 La única función racional es la del apartado c.

$D(f) = \mathbf{R} - \{4\}$. Puntos de corte: $\left(0, \frac{11}{4}\right)$ y $\left(\frac{11}{3}, 0\right)$

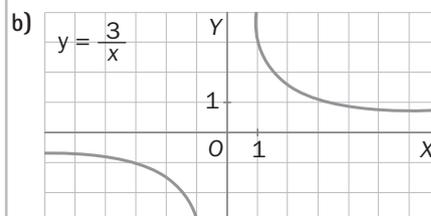
7 $D(f) = \mathbf{R} - \{5\}$



8 $V = 11\pi \cdot r^2$

No. Es una parábola con las ramas hacia arriba.

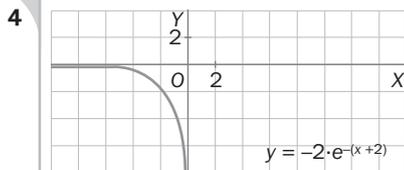
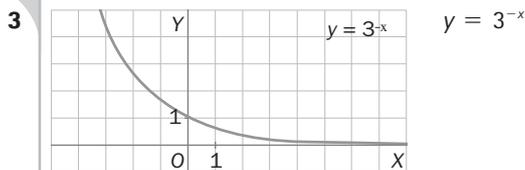
9 a) Relación de proporc. inversa: $y = \frac{3}{x}$



- 10 Las dimensiones son 25 m de alto y 50 m de ancho. El área máxima es de 1250 m².

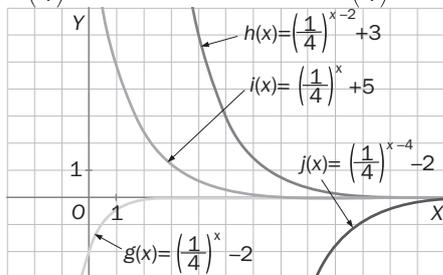
Unidad 12

- 1 a) Función exponencial. Es creciente.
 b) No es función exponencial.
 c) Función exponencial. Es creciente.
 d) Función exponencial. Es decreciente.
 e) No es función exponencial.
 f) Función exponencial. Es decreciente.
- 2 a) $D(f) = \mathbf{R}$; decreciente; es continua; corte con OY : $(0, 1)$; si x tiende a $+\infty$, y tiende a 0 , y si x tiende a $-\infty$, y tiende a $+\infty$.
 b) $D(f) = \mathbf{R}$; creciente; es continua; corte con OY : $(0, 1)$; si x tiende a $+\infty$, y tiende a $+\infty$, y si x tiende a $-\infty$, y tiende a 0 .



$D(f) = \mathbf{R}$; corte con OY : $(0, -2e^{-2})$; si x tiende a $+\infty$, y tiende a 0 , y si x tiende a $-\infty$, y tiende a $+\infty$.

- 5 a) $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x - 2$ c) $i(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x + 5$
 b) $h(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-2} + 3$ d) $j(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-4} - 2$



- 6 • Anualmente: $C_{final} = 2080 \text{ €}$
 • Trimestralmente: $C_{final} = 2081,20 \text{ €}$
 • Mensualmente: $C_{final} = 2081,48 \text{ €}$

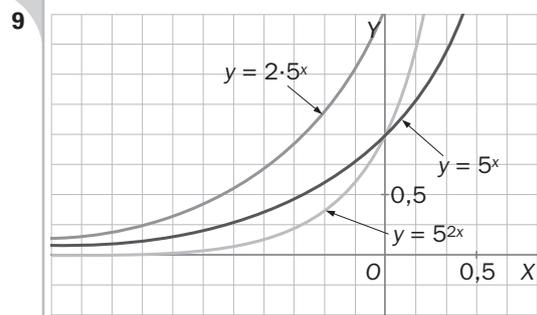
Por tanto, nos darán más intereses si estos se abonan mensualmente.

7 $C = 1000 \text{ €}$, $C_f = 1070 \text{ €}$

Interés = 7%

$C_{10} = 1967,15 \text{ €}$

- 8 a) En 10 días, el peso será de 336,13 mg.
 b) El peso del día del brote fue de 79 mg.



- $y = 2 \cdot 5^x$, $D(f) = \mathbf{R}$, $R(f) = \mathbf{R}^+$, es creciente y corta el eje OY en el punto $(0, 2)$.
- $y = 5^{2x}$, $D(f) = \mathbf{R}$, $R(f) = \mathbf{R}^+$, es creciente y corta el eje OY en el punto $(0, 1)$.
- $y = 5^x$, $D(f) = \mathbf{R}$, $R(f) = \mathbf{R}^+$, es creciente y corta el eje OY en el punto $(0, 1)$.

El crecimiento es más rápido en la función $y = 5^{2x}$.

Unidad 13

- 1 a) Cuantitativo discreto
 b) Cualitativo
 c) Cuantitativo continuo
 d) Cuantitativo discreto

- 2 La población son los habitantes de la ciudad, y la muestra, los 3000 habitantes seleccionados.

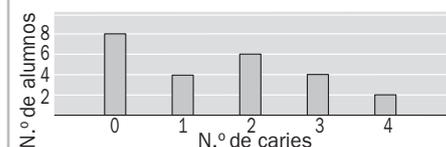
Mujeres inmigrantes: 10% de 6780 = 678, que representan el 5,42% de la población total. Para que la muestra sea representativa debe haber un 5,42% de mujeres inmigrantes. La muestra no es representativa.

- 3 Fútbol: 1404; baloncesto: 1224; natación: 288; atletismo: 252; voleibol: 180; otros: 252.

4

N.º de caries	f_i	h_i	F_i	H_i
0	8	0,33	8	0,33
1	4	0,17	12	0,5
2	6	0,25	18	0,75
3	4	0,17	22	0,92
4	2	0,08	24	1

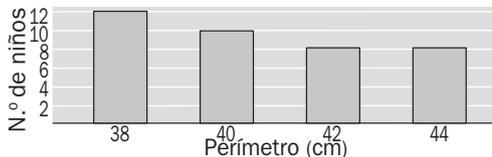
Tres o menos caries:
 $H_4 = 0,92 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 92\%$



Unidad 13 (continuación)

5

	Marca de clase	f_i	F_i	h_i	H_i
[37, 39)	38	12	12	0,32	0,32
[39, 41)	40	10	22	0,26	0,58
[41, 43)	42	8	30	0,21	0,79
[43, 45)	44	8	38	0,21	1
	38		1		



Hay 31 niños con un perímetro inferior a 43 cm.

6

a) $\bar{x} = 1035,71 \text{ €}; M_o = 900 \text{ €}$

$M_e = 950 \text{ €}$. La mitad de los trabajadores cobra más de 950, y la otra mitad, menos.

b) $R = 600 \text{ €}$. Hay 600 € de diferencia entre el sueldo mayor y el menor. $S = 201,19$

7

Medias

Coche 1: $\bar{x}_1 = 7,2$; coche 2: $\bar{x}_2 = 7,4$

Ha obtenido mejor nota media el segundo coche.

Desviaciones típicas

$s_1 = 0,75$; $s_2 = 0,8$

$CV_1 = 0,10$; $CV_2 = 0,11$

8

P	900	1500	1600	1800	2000	2100	2500	2700	4500
f_i	1	1	1	5	3	3	4	1	1
F_i	1	2	3	8	11	14	18	19	20
				Q_1	M_e		Q_3		

$\bar{x} = 2125 \text{ g}$

• $Q_3 + 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1) = 3550 \text{ g} \Rightarrow 4500$ es un dato atípico por la derecha.

• $Q_1 - 1,5 \cdot (Q_3 - Q_1) = 750 \text{ g} \Rightarrow$ no hay datos atípicos por la izquierda.

La media truncada es $\bar{x}_{19 \text{ melones}} = 2000 \text{ g}$.

La media era de 2125 g. Eliminando el dato atípico, se tiene una media de 2000 g, que es más representativa, pero se pierde información.

9

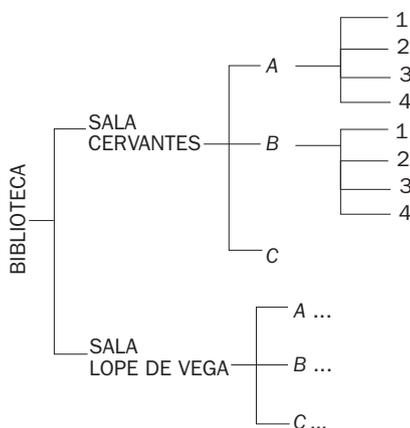
34 alumnos de 50 representan el 68%. Como la distribución es unimodal y simétrica, $(2, 6) = (\bar{x} - s, \bar{x} + s)$. Como $\bar{x} = 4 \Rightarrow s = 2$.

Sabemos que el 95%, es decir, 48 alumnos, se encuentra en el intervalo $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s) = (0, 8)$.

Hay 48 alumnos que han cometido menos de 8 errores.

Unidad 14

1



En total hay $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ estanterías.

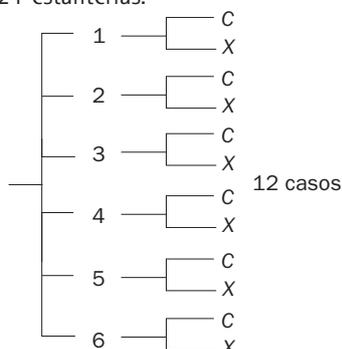
2

1.º Escribir todos los casos y contarlos.

1C, 2C, 3C, 4C, 5C, 6C, 1X, 2X, 3X, 4X, 5X, 6X

En total hay 12 casos.

2.º Realizar un diagrama de árbol.



3.º Utilizar el principio general del recuento.

En total hay $6 \cdot 2 = 12$ casos.

3

a)	NO	SÍ	SÍ	VR
b)	NO	NO	NO	C
c)	SÍ	SÍ	NO	P

4

a) $V_{50,4} = 5\,527\,200$ maneras

b) $C_{50,4} = 230\,300$ maneras

5

a) $VR_{3,20} = 3^{20} = 3\,486\,784\,401$ códigos

b) 22 170 720 códigos

6

$C_{20,4} = 4845$

$P_5 = 5! = 120$

$P_6^{3,2,1} = 60$

7

a) 75 287 520

b) 10

c) $6 \cdot 5 + 5 = 35$

8

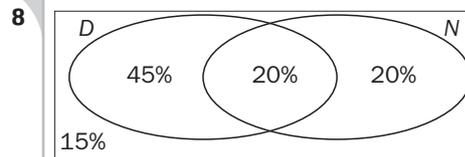
$n = 5$

Unidad 15

- 1 a) $A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = E$
 b) $B \cap C = \emptyset$ c) $\overline{A \cap B} = \{1, 3, 5, 6\}$
- 2 a) $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$; $\emptyset = \text{sacar un 5}$
 $\{0, 1, 2, 3\}$
 b) $E = \{1, 2, 3, 4\}$; $\emptyset = \text{sacar un 5}$
 $\{1, 2, 3\}$
- 3 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$; $B = \{3, 6, 9\}$; $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 Todos son compatibles dos a dos.
 Son incompatibles los tres simultáneamente.
- 4 $P(a) = \frac{1}{2}$; $P(b) = \frac{9}{10}$; $P(c) = \frac{27}{40}$
- 5 $P(C) = 0,25$; $P(T) = 0,39$; $P(C \cup T) = 0,56$
 $P(C \cap T) = 0,25 + 0,39 - 0,56 = 0,08$
- 6 a) $P(\text{par}) = \frac{24}{49}$ b) $P(\text{primo}) = \frac{15}{49}$
 c) $P(\text{capicúa}) = \frac{4}{49}$

- 7 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
 $P(0) = \frac{6}{36}$; $P(1) = \frac{10}{36}$; $P(2) = \frac{8}{36}$;
 $P(3) = \frac{6}{36}$; $P(4) = \frac{4}{36}$; $P(5) = \frac{2}{36}$

Apostaría por el 1.



Sólo *El Diario*, el 45%

Sólo *El Noticiero*, el 20%

Lee *El Noticiero* el 40%

9

	Chicas	Chicos
Llevar reloj	12	10
No llevan reloj	2	4

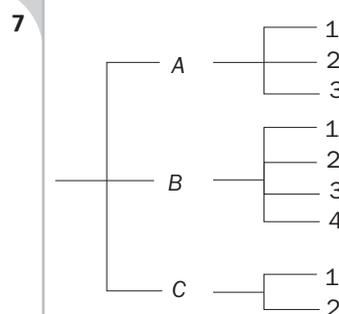
Unidad 16

- 1 $P(\text{obtener una cara y una cruz}) = 0,24$
- 2 $P(A) \cdot P(B) = 0,24$, y $P(A \cap B) = 0,3$
 Por tanto, son sucesos dependientes.
- 3 $A = \text{estar sin alfabetizar}$; $M = \text{sufrir malnutrición}$
 $P(M/A) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{0,56}{0,8} = 0,7$
- 4 a) $\{CCC, CCX, CXC, XCC, CXX, XCX, XXC, XXX\}$
 b) $P(\text{al menos dos caras}) = 0,5$
- 5 a)
-
- b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$ c) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$

- 6 La tabla de contingencia es la siguiente.

	Alumnas	Alumnos	Total
Mosaicos	19	16	35
Reciclaje	18	7	25
Deportes	15	25	40
Total	52	48	100

- a) $P(\text{estar en taller de reciclaje}) = 0,25$
 b) $P(\text{ser chica y estar en taller de deportes}) = 0,15$
 c) $P(\text{estar en el taller de mosaicos y ser chico}) = 0,3333$



- 8 Sea el suceso $D = \text{ser defectuoso}$.

$$P(\overline{D}) = 0,6 \cdot 0,98 + 0,3 \cdot 0,97 + 0,1 \cdot 0,99 = 0,978$$

1 Calcula y simplifica el resultado obtenido.

a) $\left(\frac{7}{3} - \frac{2}{9}\right) - \frac{5}{6} - \frac{3}{4}$

b) $\frac{4}{7} : \frac{1}{5} \cdot \frac{-2}{3}$

2 Calcula y expresa en forma de potencia el resultado obtenido.

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{5^3}$

b) $\sqrt{\sqrt{3}} : \sqrt[3]{27}$

3 Calcula el cociente y el resto de las siguientes divisiones aplicando la regla de Ruffini.

a) $(3x^4 - 2x^2 + x - 3) : (x - 2)$

b) $(2x^2 - x - 1) : (x + 3)$

4 Calcula el precio de un artículo en liquidación que inicialmente costaba 182 euros, sabiendo que en la primera oferta se rebajó un 20%, y en la segunda, un 15%. ¿El descuento total fue de un 35%?

5 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\frac{7}{3} \cdot \left(\frac{3x+1}{10} - \frac{x-1}{5}\right) = \frac{-2}{3}$

b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

6 Resuelve los siguientes triángulos rectángulos.

a) $c = 12 \text{ cm}, b = 6 \text{ cm}$

b) $\hat{A} = 50^\circ, a = 15 \text{ cm}$

7 Haz el desarrollo plano de un prisma cuadrangular de 7 centímetros de altura y 2,5 centímetros de lado de la base. ¿Cuánto vale su área? ¿Y su volumen?

8 Dibuja las siguientes funciones por traslación de $f(x) = x^2$.

a) $f(x) = (x - 2)^2$

c) $h(x) = x^2 - 5$

b) $g(x) = x^2 + 3$

d) $j(x) = 2 + (x - 5)^2$

9 Calcula el dominio de las siguientes funciones.

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

b) $g(x) = \frac{2x+3}{2x-15}$

10 En una zapatería se han vendido 25 pares de botas de señora de los siguientes números.

36, 37, 36, 40, 41, 38, 39, 40, 42, 38

38, 36, 39, 40, 42, 42, 38, 39, 37, 37

36, 40, 40, 41, 36

a) Clasifica estos datos y construye la tabla de frecuencias.

b) Calcula la media, la mediana, la moda y la desviación típica.

c) Halla el número de botas comprendido en el intervalo $(\bar{x} - S, \bar{x} + S)$.

SOLUCIÓN I

(Nivel básico)

1 a) $\frac{5}{9}$

b) $\frac{-40}{21}$

2 a) $5^{\frac{7}{2}}$

b) $3^{-\frac{3}{4}}$

3 a) $C(x) = 3x^3 + 6x^2 + 10, R = 39$

b) $C(x) = 2x - 7, R = 20$

4 123,76 €

No, fue de un 32%.

5 a) $x = \frac{-41}{7}$

b) $x = \frac{3}{2}$ (solución doble)

6 a) $a = 13,42 \text{ cm}$

$\hat{B} = 26,56^\circ$

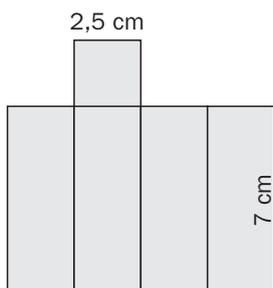
$\hat{C} = 63,44^\circ$

b) $\hat{C} = 40^\circ$

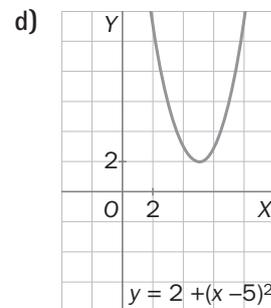
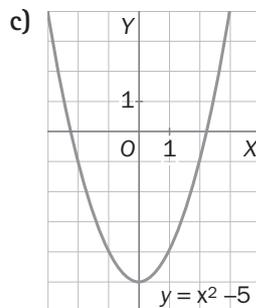
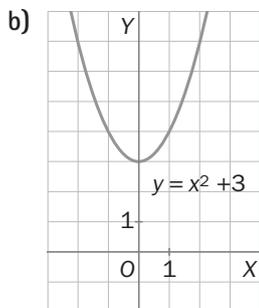
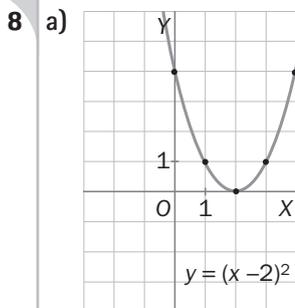
$b = 19,58 \text{ cm}$

$c = 12,58 \text{ cm}$

7



Área = $76,25 \text{ cm}^2$ y volumen = $43,75 \text{ cm}^3$



9 a) $D(f) = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

b) $D(g) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{15}{2} \right\}$

10 a)

x_i	f_i	h_i	F_i	H_i
36	5	0,20	5	0,20
37	3	0,12	8	0,32
38	4	0,16	12	0,48
39	3	0,12	15	0,60
40	5	0,20	20	0,80
41	2	0,08	22	0,08
42	3	0,12	25	1

b) $\bar{x} = 38,72, M = 39, M_o = 36$ y $S = 40$

c) Hay 15 observaciones.

1 Calcula las siguientes operaciones y simplifica el resultado obtenido.

a) $\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3}\right)^2 : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}\right)$

b) $\left(\frac{1}{9} - \frac{2}{3}\right) : \left[2 + \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{5}\right)\right]$

2 Racionaliza las siguientes expresiones.

a) $\frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{5}}$

b) $\frac{1 + \sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}}$

3 Factoriza los siguientes polinomios.

a) $P(x) = 2x^2 - 2x - 12$

b) $Q(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$

4 Una empresa quiere premiar a tres de sus empleados repartiendo una cuantía de 6000 euros de manera directamente proporcional a la antigüedad de cada uno de ellos en la empresa. Si Alicia lleva 10 años, Antonio, 8, y Sergio, 5, ¿qué cantidad de dinero le corresponde a cada uno?

5 Resuelve las siguientes ecuaciones.

a) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} = 3$

b) $\sqrt{4+x} + x = -6$

6 La tangente de un ángulo agudo es igual a $\frac{7}{4}$. Halla el seno y el coseno de dicho ángulo.

7 Halla el área lateral y el volumen de un cono recto de 10 centímetros de diámetro y 12 de altura.

8 Halla todas las formas posibles de la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(1, 4)$ y que tiene como vector director $\vec{v} = (-1, 3)$.

9 Calcula el valor de k para que la gráfica de la función cuadrática $f(x) = -kx^2 + 2x - 2$ tenga un máximo en $x = 1$. Halla el vértice y represéntala gráficamente.

10 Estudia la continuidad de la siguiente función.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x < 0 \\ 4 & \text{si } x = 0 \\ -7x + 5 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

11 Responde a las siguientes cuestiones.

a) Un estudiante debe responder a 8 de las 12 preguntas de que consta un examen. ¿Cuántos grupos de respuestas distintas puede elegir?

b) Con los números 1, 2 y 3, ¿cuántos números de seis cifras se pueden formar? ¿Y cuántos de modo que en todos se repita dos veces cada cifra?

SOLUCIÓN II

(Nivel medio)

1 a) $\frac{490}{486}$

b) $\frac{-25}{141}$

2 a) $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{15}}{-3}$

b) $\frac{(1 + \sqrt{5})^2}{-4}$

3 a) $2(x + 2)(x - 3)$

b) $(x + 1)(x + 2)(x - 2)$

4 A Alicia le corresponden 2608,7 €; a Antonio, 2986,96 €, y a Sergio, 1304,35 €.

5 a) $x = 2$

b) No tiene solución.

6 $\cos \alpha = 0,2462$

$\text{sen } \alpha = 0,9692$

7 Área lateral = 204,1 cm²

Volumen = 314 cm³

8 Vectorial: $(x, y) = (1, 4) + t(-1, 3)$

Paramétrica: $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4 + 3t \end{cases}$

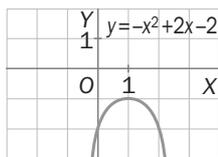
Continua: $\frac{x - 1}{-1} = \frac{y - 4}{3}$

General: $3x + y - 7 = 0$

Explícita: $y = -3x + 7$

Punto-pendiente: $y - 4 = -3(x - 1)$

9 $k = 1$; $V(1, -1)$



10 Si $h > 0$, $f(0 + h) - f(0) = -7h + 1$, que no tiende a cero.

Si $h < 0$, $f(0 + h) - f(0) = 2h - 1$, que no tiende a cero.

Por tanto, la función no es continua en dicho punto.

11 a) $\binom{12}{8} = 495$

b) $VR_{6,3} = 216$; $PR_6^{2,2,2} = 90$

1 Expresa en forma de fracción y calcula, simplificando el resultado obtenido.

a) $2,\widehat{3} + 1,9 \cdot (2,\widehat{7} + 1,5)$

b) $1,2\widehat{3} \cdot 5,\widehat{1} - (0,5\widehat{2} - 2,1\widehat{6})$

2 Factoriza los siguientes polinomios.

a) $P(x) = x^4 + 6x^3 + 10x^2 + 18x - 35$

b) $Q(x) = 0,5x^3 - 2x^2 - 3,5x + 5$

3 Resuelve las siguientes inecuaciones.

a) $5x - 3 \cdot (2 - 4x) \leq 7x + 3 \cdot (2x - 1)$

b) $\frac{3 \cdot (5x + 1)}{2} \leq -4 \cdot (x + 5) + \frac{1}{6}$

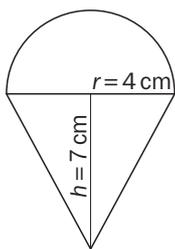
4 En un laboratorio hay dos garrafas A y B que contienen disolución de ácido clorhídrico. En la garrafa A hay una disolución de un 25%, y en la garrafa B, esta disolución es de un 42%. ¿Cuántos litros de cada una se deben mezclar para obtener 10 litros de una disolución al 35%?

5 Resuelve el siguiente sistema por el método de igualación.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{2 \cdot (x + y) - 3y}{3} = \frac{-9}{4} \\ \frac{x + 2y}{4} = \frac{3}{2} \end{array} \right\}$$

6 En un hotel se están reformando las habitaciones individuales. Se sabe que 8 obreros tardan 30 días en terminar 6 habitaciones. ¿Cuántos obreros serán necesarios para reformar 14 habitaciones si solo se dispone de 25 días?

7 Calcula el área y el volumen de la siguiente figura.



8 Define $y = |2x + 4|$ como una función dada a trozos y represéntala gráficamente. Haz un estudio completo de la función: continuidad, puntos de corte, crecimiento, y existencia de máximos y mínimos.

9 Las puntuaciones obtenidas por los alumnos de 4.º de ESO en una prueba de Educación Física han sido 83, 92, 94, 86, 110, 105, 103, 111, 99, 94, 93, 85, 90, 91, 87, 86, 94, 92, 95, 103, 105, 88, 120, 100, 86, 92, 91, 117, 119, 83. Agrupa los datos en intervalos de amplitud 10. Calcula la puntuación media obtenida y la desviación media. Calcula los valores que están en el intervalo $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$.

10 En una guardería, el 56% de los bebés son niñas. Se sabe que el 60% de las niñas no han estado enfermas durante el mes de enero, y que el 30% de los niños, tampoco. Si se elige un bebé al azar, ¿cuál es la probabilidad de que no haya contraído ninguna enfermedad durante dicho mes?

SOLUCIÓN III (Nivel alto)

1 a) $x = \frac{2302}{360}$

b) $x = \frac{3569}{450}$

2 a) $P(x) = (x^2 + 2x + 7)(x - 1)(x + 5)$

b) $Q(x) = (x - 1)(x + 2)(x - 5)$

3 a) $x \leq \frac{3}{4}$

b) $x \leq \frac{-128}{69}$

4 $x = 4,12$ litros; $y = 5,88$ litros

5 $x = 9, y = \frac{-1}{5}$

6 Serían necesarios 23 obreros.

7 Área = 201,71 cm²

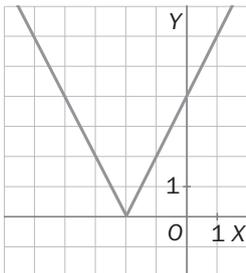
Volumen = 133,97 cm³

8 $f(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{si } x \geq -2 \\ -2x - 4 & \text{si } x < -2 \end{cases}$

Es continua en $x = 0$. Corte con el eje X: $(-2, 0)$

Corte con el eje Y: $(0, 4)$

Es creciente en $[-2, +\infty)$ y decreciente en $(-\infty, -2)$.

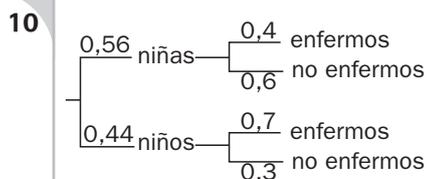


9

Intervalos	f_i
[80, 90)	8
[90, 100)	12
[100, 110)	5
[110, 120)	5

$\bar{x} = 97,33; \sigma = 10,23$

En el intervalo hay 19 valores.



$P(\text{que el bebé no se haya puesto enfermo}) = 0,468$

PROYECTO EDITORIAL

Equipo de Educación Secundaria de Ediciones SM

AUTORES

Antonia Aranda

Vanesa Fernández

Miguel Ángel Ingelmo

Yolanda A. Zárate

EDICIÓN

Inmaculada Luque

ILUSTRACIÓN

José Manuel Pedrosa

DISEÑO DE CUBIERTA E INTERIORES

Pablo Canelas

Alfonso Ruano

MAQUETACIÓN

Grafilia S. L.

COORDINACIÓN EDITORIAL

Josefina Arévalo

Inmaculada Luque

DIRECCIÓN EDITORIAL

Aída Moya

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Dirijase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.