CICLO I

MATEMÁTICAS

Programa de Formación Básica para Jóvenes.

PARTE 2

Iniciatives Solidàries

3.- LOS NÚMEROS FRACCIONARIOS

3.1 Las fracciones.

Una fracción **es la representación de un reparto**, y la utilizamos comúnmente más de lo que parece, por ejemplo: en la compra, cuando decimos medio kilo o un cuarto; cuando pedimos un tercio de cerveza o en Navidad, cuando compramos un décimo de lotería…, en todos estos casos, utilizamos fracciones.

En una fracción tenemos que diferenciar el **numerador** y el **denominador**.

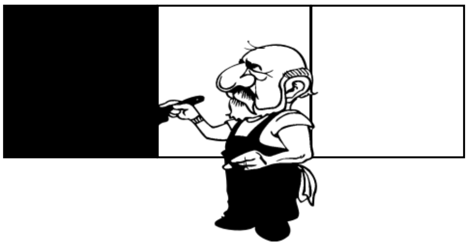
$$\frac{2}{5} \begin{array}{l} \rightarrow \text{numerador} \\ \rightarrow \text{denominador} \end{array}$$

Denominador: número de partes en las que dividimos lo que dividimos.

Numerador: el número de partes que cogemos.

¡Mira este ejemplo!

Un pintor coge una pared y pinta la tercera parte (1/3), esto quiere decir que ha dividido la pared en tres partes, de las que ha pintado una.



Ejercicio 1: Escribe con letra o con números las siguientes fracciones.

a) Un medio:

b) Tres quintos:

c) Seis octavos:

d) 3/9:

e) 2/3:

f) 7/8:

3.2 Las fracciones equivalentes.

Dos **fracciones** son **equivalentes** cuando **indican la misma proporción, o representan lo mismo**. Para obtener fracciones equivalentes debemos **MULTIPLICAR O DIVIDIR** por el **MISMO NÚMERO tanto el numerador como el denominador**. ¡Vamos a ver un ejemplo!

$$\frac{1}{4} \underset{x2}{\overset{x2}{=}} \frac{2}{8} \underset{x3}{\overset{x3}{=}} \frac{6}{24} \qquad \frac{40}{100} \underset{:2}{\overset{:2}{=}} \frac{20}{50} \underset{:5}{\overset{:5}{=}} \frac{4}{10}$$

1/4 vale lo mismo que 2/8 y que 6/24. (Si cogiéramos la calculadora y dividiéramos 1 entre 4, daría el MISMO RESULTADO que dividir 2 entre 8 o 6 entre 24).
Igualmente, 40/100 vale lo mismo que 20/50 y que 4/10.

Para **comprobar si dos fracciones son equivalentes** debemos hacer una **multiplicación cruzada**:

1. Multiplicamos el numerador de la primera por el denominador de la segunda.
2. Multiplicamos el denominador de la primera por el numerador de la segunda.
3. Si los resultados son iguales, las dos **fracciones son equivalentes**.

Por ejemplo:

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{12}{12} \text{ son equivalentes}$$

Ejercicio 2: Comprueba si estas fracciones son equivalentes:

$$\frac{2}{7} = \frac{6}{21} \qquad \frac{8}{5} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{9} \qquad \frac{50}{10} = \frac{5}{1}$$

Otra de las cosas que nos pueden pedir con fracciones, es que las **completemos para hacerlas equivalentes**. Sabiendo que para hacer una fracción equivalente puedo multiplicar o dividir por el mismo número, tanto el numerador como el denominador, sólo tendré que **fijarme en por qué número se ha multiplicado o dividido el numerador o el denominador para poder repetir la operación.** Veamos un ejemplo:

$$\frac{3}{4} = \frac{}{12} \qquad \frac{3}{4} \underset{x3}{\overset{x3}{=}} \frac{9}{12}$$

Como el **denominador (4) se ha multiplicado por 3** para que dé 12, para que sean equivalentes, **el numerador 3 también tendrá que estar multiplicado por 3.**

Ejercicio 3: **Completa las siguientes fracciones para que sean equivalentes:**

$$\frac{2}{\quad} = \frac{6}{21} \qquad\qquad \frac{\quad}{5} = \frac{24}{15}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{12}{\quad} \qquad\qquad \frac{7}{3} = \frac{\quad}{9}$$

3.3 Operaciones con fracciones.

SUMAS Y RESTAS DE FRACCIONES CON EL MISMO DENOMINADOR

Para **sumar o restar fracciones necesitamos que tengan el mismo denominador.** Si ya lo tenemos, **dejaremos el MISMO denominador** en el resultado final y con los **numeradores haremos la operación que sea** (si es suma, sumaremos y si es resta, restaremos).

Por ejemplo:

$$\frac{7}{3} + \frac{5}{3} = \frac{12}{3} \qquad\qquad \frac{8}{5} - \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$$

Como tienen el mismo denominador, se queda igual y con los numeradores sumamos o restamos.

SUMAS Y RESTAS DE FRACCIONES CON DIFERENTE DENOMINADOR

No podemos sumar o restar fracciones con diferentes denominadores. Para poder hacer estas operaciones tengo que buscar fracciones equivalentes (que valgan lo mismo) a las que me proponen, pero que además compartan el mismo denominador.

Para hacer esto, seguiremos los siguientes **pasos**:

1. Sacaremos el **mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los denominadores**. Este será nuestro nuevo denominador
2. Si cambiamos el denominador, no podemos dejar los numeradores iguales. Así que el segundo paso será **hallar el valor de los nuevos denominadores**. Para ello, tenemos que hacer la siguiente operación:

$$\text{numerador nuevo} = \frac{\text{denominador nuevo}}{\text{denominador viejo}} \times \text{numerador viejo}$$

3. Como ya tenemos una suma o resta de fracciones con el mismo denominador, ya podemos operarla.

Veamos un **ejemplo:**

Resuelve la siguiente suma de $\frac{5}{2} + \frac{6}{3} =$ fracciones:

Como no tienen el mismo denominador tendremos que sacar el mínimo común múltiplo de los denominadores. →

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$2=2 \qquad 3=3$$

$$\text{m.c.m.}=2 \times 3 = 6$$

Una vez hallado el m.c.m., ponemos nuestros nuevos denominadores en las fracciones.

$$\frac{5}{2} + \frac{6}{3} = \frac{\quad}{6} + \frac{\quad}{6}$$

Ahora es el momento de hallar el valor de nuestros nuevos numeradores aplicando la fórmula.

$$\text{numerador nuevo} = \frac{\text{denominador nuevo}}{\text{denominador viejo}} \text{ x numerador viejo}$$

$$\frac{5}{2} + \frac{6}{3} = \frac{15}{6} + \frac{\quad}{6} \qquad \frac{5}{2} + \frac{6}{3} = \frac{15}{6} + \frac{12}{6}$$

Ahora ya tenemos una suma de fracciones con el mismo denominador. ¡Ya podemos sacar el resultado!

$$\frac{5}{2} + \frac{6}{3} = \frac{15}{6} + \frac{12}{6} = \frac{27}{6}$$

Ejercicio 4: Resuelve las siguientes fracciones:

$\frac{6}{15} + \frac{10}{15} =$

$\frac{10}{6} - \frac{2}{6} =$

$\frac{7}{4} + \frac{5}{2} =$

$\frac{6}{3} - \frac{3}{2} =$

$\frac{4}{6} + \frac{8}{3} =$

$\frac{42}{8} - \frac{6}{2} =$

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

Cuando varias fracciones se están multiplicando, el resultado se obtendrá **multiplicando el numerador con el numerador y el denominador con el denominador.**

$$\frac{3}{5} \times \frac{6}{4} = \frac{3 \times 6}{5 \times 4} = \frac{18}{20}$$

Ejercicio 5: **Resuelve las siguientes fracciones:**

$$\frac{2}{3} \times \frac{6}{7} = \qquad \frac{7}{5} \times \frac{5}{6} =$$

$$\frac{4}{2} \times \frac{3}{8} = \qquad \frac{10}{12} \times \frac{3}{4} =$$

DIVISIÓN DE FRACCIONES

Cuando dos fracciones están dividiendo, el resultado se obtiene de **MULTIPLICAR en CRUZ**, es decir, numerador de la primera fracción por denominador de la segunda fracción (el resultado será el numerador) y el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción (el resultado será el denominador)

$$\frac{2}{3} : \frac{6}{7} = \frac{14}{18}$$

Ejercicio 6: **Resuelve las siguientes fracciones:**

$$\frac{4}{7} : \frac{1}{5} = \qquad \frac{3}{2} : \frac{7}{8} =$$

$$\frac{8}{4} : \frac{3}{2} = \qquad \frac{15}{7} : \frac{2}{1} =$$

Cuando nos encontremos **operaciones combinadas con fracciones** (sumas, restas, multiplicaciones y divisiones juntas) seguiremos la **misma jerarquía** que con los números naturales: **primero haremos los paréntesis** (si hay), **luego multiplicaciones y divisiones y, por último, sumas y restas.**

3.4 Simplificación de fracciones.

Simplificar una fracción significa **reducirla al máximo** o, lo que es lo mismo, buscar una fracción equivalente, pero lo más reducida posible (los números más pequeños que pueda). Para ello, **dividiremos por el MISMO NÚMERO tanto el numerador como el denominador.**

$$\frac{18}{12} \xrightarrow{:2} = \frac{9}{6} \xrightarrow{:3} = \boxed{\frac{3}{2}}$$

ya no podemos reducirla más, no se puede simplificar más.

Ejercicio 7: **Calcula las siguientes fracciones y simplifica el resultado:**

$$\frac{12}{6} - \frac{4}{3} = \qquad \frac{6}{12} + \frac{10}{12} =$$

Examen!

$$\frac{4}{3} \times \frac{5}{8} = \qquad \frac{4}{2} : \frac{1}{8} =$$

3.5 Cálculo de proporciones.

Haciendo ejercicios nos pueden pedir que hallemos, por ejemplo: 1/5 de 230. Vamos a ver cómo resolver este tipo de operaciones:

- Lo primero que haremos es **expresarlo en forma de fracción** y **cambiar el "de" por un "x".**

$$\frac{1}{5} \times 230 =$$

- Ahora tenemos una **multiplicación de fracciones**, ya que **cualquier número natural siempre tiene como denominador el número 1**.

$$\frac{1}{5} \times \frac{230}{1} = \frac{230}{5} = 46$$

Ejercicio 8: Calcula:

$\frac{1}{4}$ de 134 =

$\frac{2}{5}$ de 2500 =

$\frac{2}{7}$ de 350 =

$\frac{2}{5}$ de 1500 =

3.6 Cálculo de porcentajes.

Cuando nos aparezca un tanto por cien (%) de un número, por ejemplo: 35% de 3500 €, tenemos que resolverlo de forma parecida a las proporciones, veamos:

- Igual que en proporciones**, cambiaremos el "de" por un "x"**, y el **símbolo "%", es lo mismo que dividir entre 100**. Es decir:

$$\frac{35}{100} \times 3500 =$$

Esto ya lo podemos resolver como una multiplicación de fracciones:

$$\frac{35}{100} \times 3500 = \frac{35}{100} \times \frac{3500}{1} = \frac{35 \times 3500}{100 \times 1} = \frac{122.500}{100} = 1.225$$

Ejercicio 9: Calcula los siguientes porcentajes:

30% de 2500=

25% de 200 =

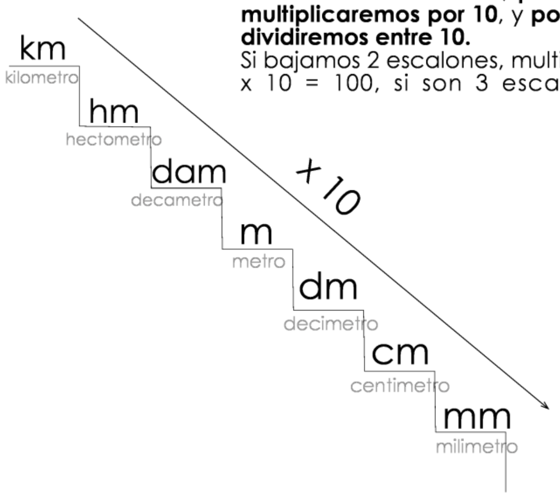
4.- PERÍMETRO Y ÁREA

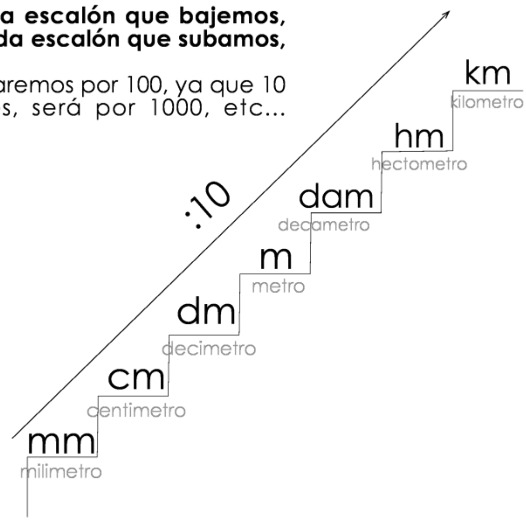
4.1 Unidades de longitud.

Cuando queremos saber lo largas o cortas que son las cosas, utilizamos las **medidas de longitud** (mm, cm, m, km…)

La **Unidad de Longitud principal es el metro**, pero tenemos que aprender a pasar de una unidad de longitud a otra. ¡Vamos a ver cómo se hace esto!

Al cambiar de unidad, **por cada escalón que bajemos, multiplicaremos por 10**, y **por cada escalón que subamos, dividiremos entre 10.**
Si bajamos 2 escalones, multiplicaremos por 100, ya que 10 x 10 = 100, si son 3 escalones, será por 1000, etc…





Ejercicio 10: **Convierte las siguientes unidades de longitud a metros:**

32 km = 32 x 1000 = 32.000 m

390 dam =

214 dam =

2,3 mm =

1,9 hm =

3,12 hm =

49 mm =

123 c m =

362 dm =

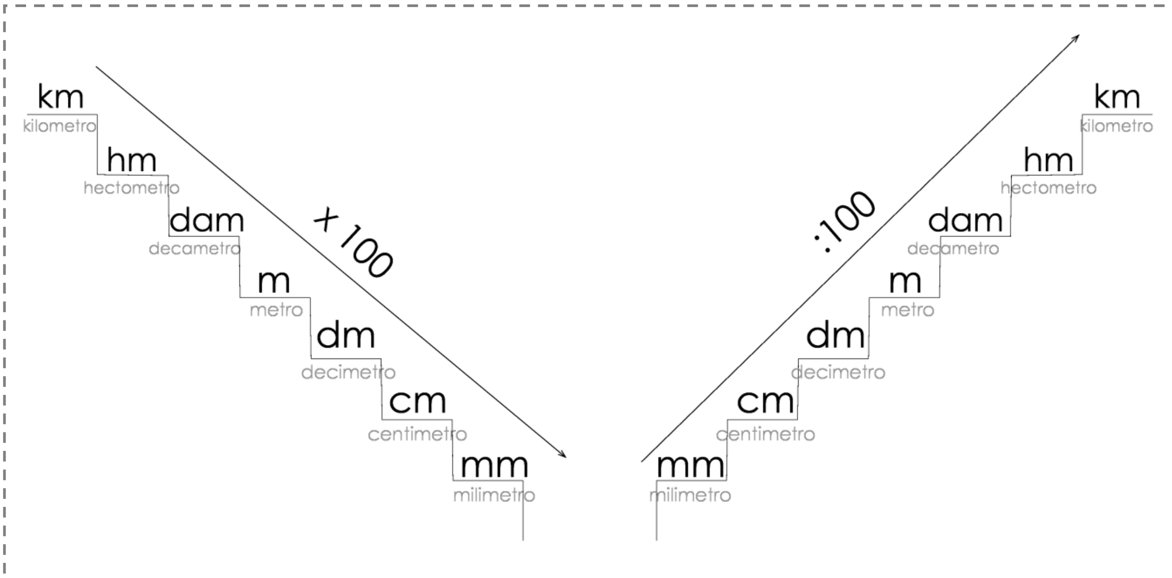
4,5 km =

2,14 dam =

4,96 dam =

4.2 Unidades de superficie.

La **Unidad de Superficie** es el metro cuadrado (m^2), que es la superficie de un cuadrado de un metro de largo. En las unidades de superficie, **por cada escalón** que subimos o que bajamos, **multiplicaremos o dividiremos por 100**.



Ejercicio 11: **Expresa en m^2:**

7.890 dm^2 =

13.808 cm^2 =

2,658 dam^2 =

2,78654 km^2 =

0,0987 hm^2 =

2.659.783 mm^2 =

Examen!

Ejercicio 12: **Expresa en cm^2:**

7,80 m^2 =

2,0705 dam^2 =

4 dm^2 =

14.526 mm^2 =

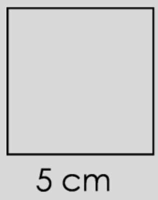
0,0987 hm^2 =

3.658 mm^2 =

Examen!

4.3 Perímetro.

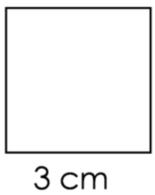
El **perímetro** de una **FIGURA PLANA** es igual a la **suma de las longitudes de sus lados.** Para conocer el perímetro de una figura sumaremos todos sus lados.



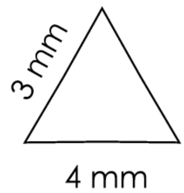
Perímetro = lado + lado + lado +lado

Perímetro = 5 + 5 + 5 + 5 = 20 cm

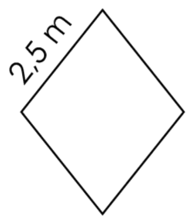
Ejercicio 13: Halla el perímetro de las siguientes figuras:



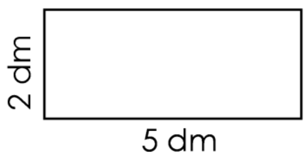
Perímetro =



Perímetro =



Perímetro =

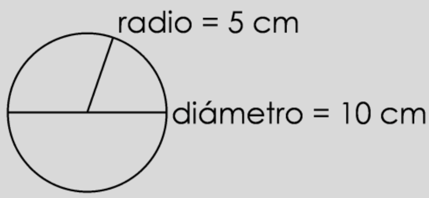


Perímetro =

El **perímetro de una circunferencia** se halla aplicando la siguiente fórmula:

Perímetro circunferencia = $2 \times \pi \times r = \pi \times D$

π (Pi) = 3,14
r = radio de la circunferencia.
D = diámetro de la circunferencia.



Perímetro circunferencia = 2 x 3,14 x 5 =31,4 cm

4.4 Área o superficie.

El **área es igual que la superficie** de las cosas. **SIEMPRE van expresadas** en la unidad que sea pero **al cuadrado**, por ejemplo: cm^2, m^2, etc. Cada figura tiene su propia fórmula. Veamos:

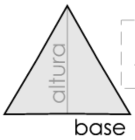
Cuadrado

Área cuadrado = lado . lado = $lado^2$

Rectángulo

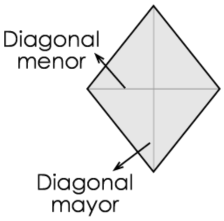
Área rectángulo = base . altura

Triángulo



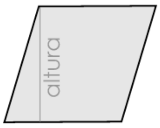
Área triángulo = $\dfrac{\text{base . altura}}{2}$

Rombo



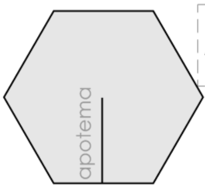
Área rombo = $\dfrac{\text{diagonal mayor . diagonal menor}}{2}$

Romboide



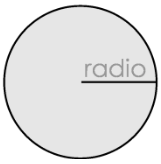
Área romboide = base . altura

Polígono regular



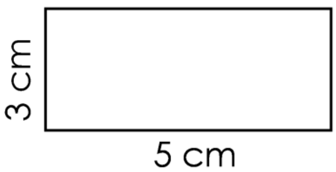
Área polígono reg. = $\dfrac{\text{perímetro . apotema}}{2}$

Circunferencia

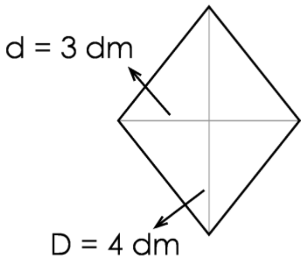


Área circunferencia = $\pi . r^2$

Ejercicio 14: **Halla el área de las siguientes figuras:**



Área =



Área =

Examen!

5.- REPRESENTACIÓN GRÁFICA

5.1 ¿Cómo representamos los gráficos?

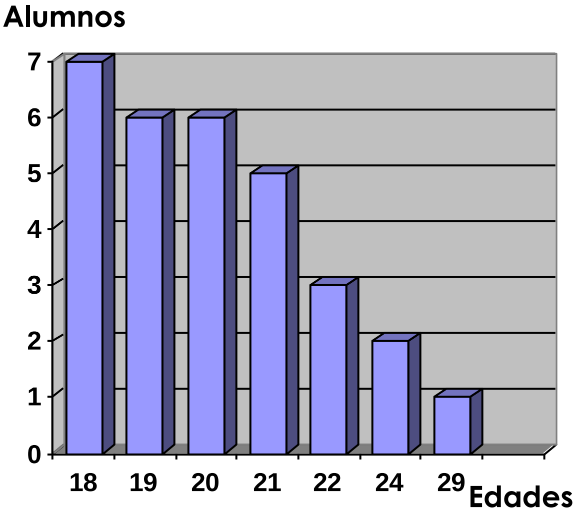
Normalmente cuando vemos informaciones estadísticas es a través de gráficos y no de tablas. Fíjate en los siguientes tipos de gráficos:

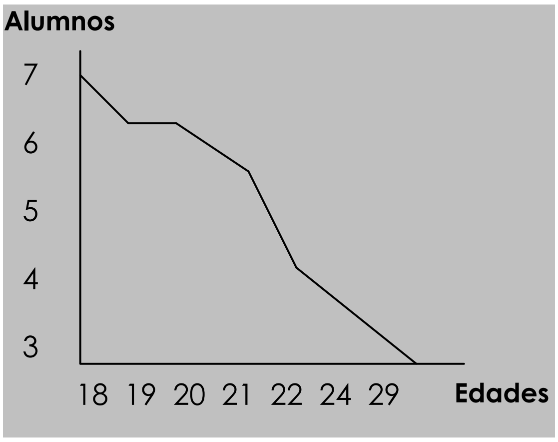
Diagrama de Barras

El diagrama de barras consiste en dibujar segmentos verticales cuyo pie es el correspondiente al valor de la variable, y cuya altura es la frecuencia de dicho valor.

Diagrama de frecuencias

Observa como aumenta o desciende la frecuencia a través de una línea.





Ejercicio 15: Representa gráficamente los datos de la tabla:

Toneladas de naranja según el número de hectáreas cultivadas:

Jornada	1	2	3	4	5
Posición	4	8	12	10	6